

# EL INGENIOSO USO DE LOXÓDROMAS CON SPINAPESCE EN LA ARQUITECTURA FLORENTINA Y SU EMPLEO EN LAS CAPILLAS OCTÁNGULAS DE LA BASÍLICA DE SAN PEDRO

ALFREDO VERA BOTÍ

## Resumen

En España son muy escasos, por no decir nulos, los estudios hechos sobre una técnica constructiva en grandes cúpulas, que no necesitan cimbras auxiliares durante su realización, pues su sistema de ejecución las convertía en autoportantes, incluso antes de que hubieran fraguado totalmente las argamasas.

Fue un procedimiento que se cree que Brunelleschi pudo haber visto en la arquitectura imperial romana, pero del que no nos han llegado precedentes estructurales claros suficientes, aunque sí decorativos.

Su uso en Toscana fue bastante habitual en el siglo XVI sobre todo, y desde allí fue llevado a Roma por Antonio da Sangallo il Giovane, quien lo utilizó en la construcción de las cúpulas menores de las ocho capillas octángulas de la nueva basílica de San Pedro del Vaticano, posiblemente como medio de formación a los equipos de trabajo que habían de intervenir en la construcción de la enorme cúpula de crucero. Pero al fallecer, el sueño se desvaneció con el ataque furibundo que su proyecto y modelo sufrieron de Miguel Ángel.

## Palabras clave

Espina de pez, Loxódroma, Cúpula autoportante, Capillas octángulas, Espiral.

## Résumé

En Espagne, il existe très peu, voire aucune, d'études sur une technique de construction des grands dômes, qui ne nécessitent pas de coffrage auxiliaire lors de leur construction, puisque leur système d'exécution les rendait autoportants, avant même qu'ils n'aient totalement pris les mortiers.

C'était une procédure que Brunelleschi aurait vu utilisée dans l'architecture impériale romaine, mais pour laquelle des précédents structurels clairs suffisants ne nous sont pas parvenus, bien que des précédents décoratifs l'aient été.

Son utilización en Toscana était assez courante au XVI<sup>e</sup> siècle, en particulier, et de là, il a été emmené à Rome par Antonio da Sangallo il Giovane, qui l'a utilisé dans la construction des plus petits dômes des huit chapelles octogonales de la nouvelle Basilique de San Pierre du Vatican, peut-être pour former les équipes de travail qui devaient intervenir dans la construction de l'énorme coupole du transept. Mais à sa mort, le rêve s'évanouit avec l'attaque furieuse que son projet et modèle subit de la part de Michel-Ange.

### Mots-clés

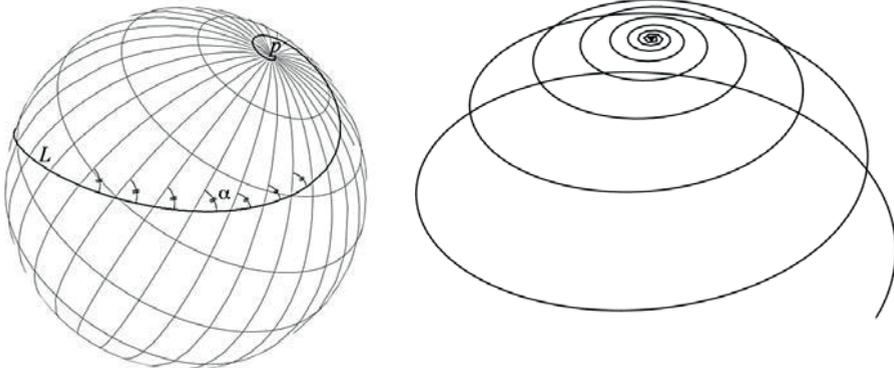
Arête de poisson, Poutres, Loxodromie, Dôme autoportant, Chapelles octogonales, Spirale.

Viresacquiriteundo

(Virgilio)

## 1. La geometría

Explicamos la geometría de la espiral esférica o *loxódroma*<sup>1</sup> como la definida por la curva que recorre la esfera formando un ángulo constante con los meridianos; sería algo así como la trayectoria que llevaría un barco ideal en un planeta sin continentes al que se le hubiera establecido un rumbo fijo  $\alpha$  no nulo<sup>2</sup>: daría infinitas vueltas en su acercamiento a uno de los polos, siguiendo caminos cada vez más próximos<sup>3</sup>.



### LOXÓDROMA

<sup>1</sup> Del griego λοξός = oblicuo y δρόμος = recorrido.

<sup>2</sup> El matemático portugués Pedro Nunes en 1537, en su *Tratado en defensa de la carta marina* fue el primero en darse cuenta que un rumbo fijo en el mar no seguía una línea recta; medio siglo más tarde, el matemático y astrónomo inglés Thomas Harriot empezó a darle explicación matemática.

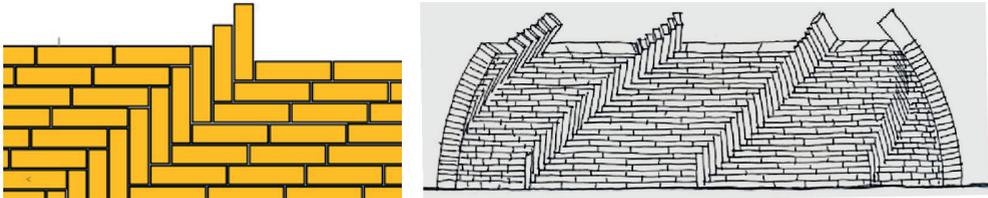
<sup>3</sup> La ecuación de la *loxódroma* es:  $x = r \cdot \text{sen}\phi \cdot \cos\theta$

$$y = r \cdot \text{sen}\phi \cdot \text{sen}\theta$$

$$z = r \cdot \text{cos}\phi$$

$$\text{donde } \theta = \text{tag } \alpha \cdot \log[\text{tg}(\phi / 2)]$$

En teoría es la misma curva de la envolvente de las líneas de aparejo conocido como a *spinapesce*<sup>4</sup> que resulta de construir una esfera guiándose por la yuxtaposición de ladrillos de canto y colocados a testa, corrido cada uno una distancia igual a la de su canto<sup>5</sup>, al ir asentados a torta los que van conformando los plementos, es decir, que paralelos y meridianos son cortados<sup>6</sup> según un ángulo de 45°.



APAREJO A SPINAPESCE. EN UN MURO Y EN UNA CÚPULA

siendo  $\alpha$  el ángulo formado por la hélice con los meridianos,  $\theta$  la longitud y  $\varphi$  la colatitud (distancia angular al polo norte), que funciona como parámetro.

(Cf. Cedillo y Rujaque, P. M.: *Tratado de la cosmographia, y náutica*, Cádiz 1745, Libro I, p. 107.)

<sup>4</sup> *Spinapesce*: La disposición de elementos planos o aplanados, cara con cara, y organizados escalonadamente para trabarse (mínimamente) con otro grupo simétrico, tenía un uso muy antiguo en la cultura etrusca (pavimentos de las Tumbas de Tarquinia, en la necrópolis de Osteria en Vulci, etc. o en algunos *aryballoi* encontrados en Etruria y en el Lazio), pero casi siempre con uso decorativo.

En la *Campane 1* de las Tumbas de Monte Abatone, se encontró la *spinapesce* decorando un techo en cinco franjas, a modo de bovedillas, entre bandas lisas que parecen imitar vigas.

En la cultura clásica romana, esa técnica fue denominada *opus spicatum*, y se mantuvo utilizándola también con función fundamentalmente decorativa, sobre todo, en pavimentos con ladrillos puestos de canto, tal como se ven el Mercado de Trajano de Roma.

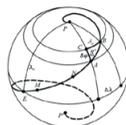
Llegaron a utilizarlo, con función estructural, en construcciones rurales secundarias, cuando se quería dar a los muros cierta apariencia, sin embargo, era un aparejo poco adecuado para soportar cargas, porque en las puntas de las piezas se concentran fuerzas de componente horizontal que tienden a abrirlos, por lo que necesitaban fuertes machones en sus extremo para su contrarresto.

Desde la caída del Imperio Romano hasta la Edad Media el *opus spicatum* estuvo prácticamente en desuso, aunque en el centro de Italia se utilizó ocasionalmente como simple aparejo, como se hizo, por ejemplo, en los muros de la derruida abadía de Santo Stefano en Rivo Maris, cerca de Ortona (h. siglo VI).

Que no son más que muestras de la pervivencia de un tipo de aparejo, con un uso intuitivo y no siempre justificado desde el punto de vista constructivo.

<sup>5</sup> Si la cúpula se construye con ladrillos regulares y de igual espesor y las llagas de argamasa se van haciendo iguales, el ángulo de desvío de la espina de pez resulta de 45°, que al ir desarrollándose sobre la superficie crea la curva tridimensional, la llamada *loxódroma*.

<sup>6</sup> La tangente del rumbo  $R$  vale  $\text{tag } R = A_p/d\varphi$  y si  $A_p$  es el grueso del ladrillo y  $d\varphi$  lo que sube una hilada, o sea, otro grosor, entonces  $\text{tag } R = 1$ , que es lo mismo que decir que el ángulo  $R = 45^\circ$ , o que la línea que van generando los c.d.g. de los ladrillos, a ir asentándose a *spinapesce*, lo van haciendo a rumbo constante, siguiendo la forma espacial de una loxódroma.

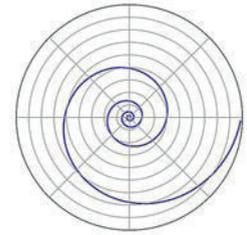


DERROTA A RUMBO CONSTANTE

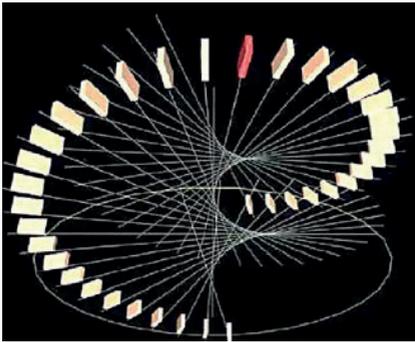
Explicar el momento en que se produjo la incorporación de estas espirales esféricas equianguulares a la arquitectura hoy es imposible, aunque cabe sugerir que pudo derivar de una interpretación de formas que se dan en la naturaleza<sup>7</sup>, de modo semejante a como la hoja de acanto se convirtió en el elemento ornamental más típico del orden corintio.

Si la loxódroma se proyecta sobre un plano perpendicular al eje de la esfera<sup>8</sup> se logra una espiral equiangular, que lo mismo que la curva espacial origen aumenta y crece con forma creciente invariable.

Propiedad que es consecuencia de que la proyección estereográfica es una ‘aplicación conforme’, o sea, que conserva los ángulos, y si los ángulos de la loxódroma con los meridianos son iguales, esta curva se transformará en otra espiral, la logarítmica, ahora plana, que cortará en ángulos constantes a las proyecciones de los meridianos, convertidos ahora en diámetros de las circunferencias concéntricas correspondientes a las proyecciones de los paralelos de la esfera.



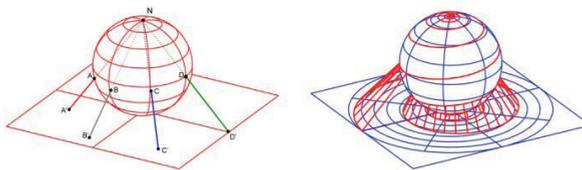
ESPIRAL LOGARÍTMICA



UN LADRILLO VIRTUAL ROTANDO EN LA SPINAPESCE  
(s. S. Tabarrini)

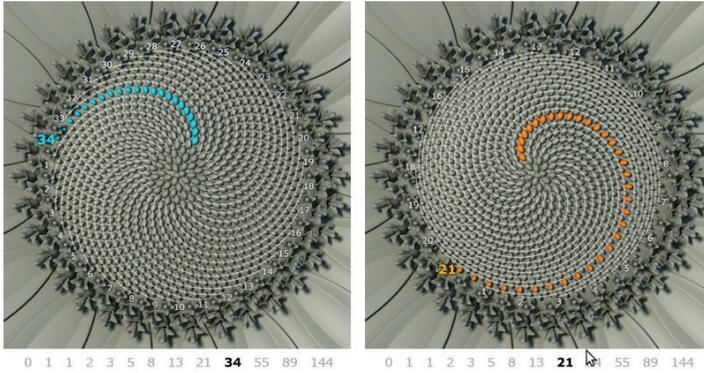
<sup>7</sup> Es muy común en la naturaleza: caracoles, y entre ellos los más espectaculares la Turrítella, el Nautilus, etc, y en plantas como el Aloe espiral (o *Polyphilla*, Alcachofas (*Cynara cardunculus*), coronas de pipas o Girasol (*Helianthus annuus*), cuernos, piñas, etc..

<sup>8</sup> La proyección geométrica en el suelo tangente a la esfera es una espiral equiangular, la *Spira mirabilis* de Jakob Bernouilli, o espiral logarítmica de ecuación  $r = a \cdot b^\theta$ , o bien  $\theta = \log_b(r/a)$ , de donde deriva su nombre.



PROYECCIÓN AZIMUTAL

La espiral responde exactamente a la ley de formación de la serie de Fibonacci<sup>9</sup>, lo que implica ciertas cualidades de formación homotética, aditiva y reproductiva que crece por acumulación conservando su forma, dándose en el desarrollo de muchos seres de la naturaleza con formas muy estudiadas por sus relaciones estéticas, especialmente en la arquitectura y en otras representaciones formales, muy vinculadas a la proporción aurea.



DISPOSICIÓN DE LAS PIPAS EN LA CORONA DE GIRASOL



DESARROLLO NATURAL DEL NAUTILUS POMPILIUS<sup>10</sup> Y DE UN HURACÁN

Y en los que se aprecian las siguientes circunstancias, a medida que nos acercamos al centro se nota que es máxima la intensidad del crecimiento, y como físicamente ese centro tiene medida nula, en la realidad se convierte en un punto (o área) crítico, donde no se puede acumular nada, lo que da lugar a que, cuando se trate de ejecuciones hechas por el hombre, cúpulas o mosaicos, por ejemplo, hayan de resolverse con un cambio, o un círculo, una clave, un óculo, o un relleno.

<sup>9</sup> Recordemos que es una sucesión numérica (o de segmentos) en la que cada término es igual a la suma de los dos anteriores:  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ . Ejemplo; 0, 1, 2, 3, 5, 8, 13, etc.

<sup>10</sup> Cf. Galo Sánchez, J. R.; Cabezudo Bueno, A. y Ildefonso Fernández Trujillo, I.: “Sobre la forma y el crecimiento cordobés del Nautilus Pompilius”, en ‘Épsilon’, 2016, Vol. 33 (3), nº 94, pp. 81-110.

La espiral equiangular fue empleada por los griegos y romanos en mosaicos, como en algunos de los pavimentos helenísticos, o en Leptis Magna, o en el Templo romano de la Medusa, por recordar solo unos pocos ejemplos.



MOSAICO CON CABEZA DE LA MEDUSA  
con 40 espirales en cada sentido

El traslado formal de la espiral logarítmica a la decoración o a la arquitectura se ha producido con reiteración en obras muy distintas a lo largo de la Historia, inicialmente como alternativas formales y más adelante como soluciones constructivas.

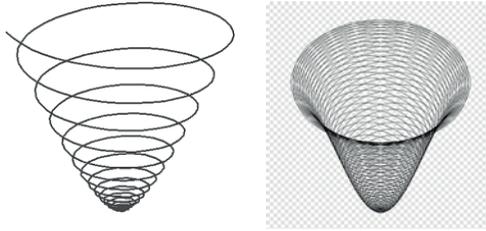
En el plano es fácil entender que la espiral se pueda desarrollar en dos direcciones inversas, lo que se llaman distribuciones *enantimorfás*, y de cuyo desarrollo repetitivo surgen series filogenéticas a la derecha e izquierda, con un centro común de rotación, y si hacemos que ambas series aparezcan giradas y dispuestas cada  $360^\circ/n$  partes iguales, ambas resultan simétricas respecto a cualquier diámetro que pase por intersecciones sucesivas de las dos familias de curvas, como se ven en el ejemplo del mosaico romano reproducido.

Algunos tratadistas cuando hubieron de representar el origen del capitel corintio inventado por Calímaco y descrito por Vitruvio, utilizaron el motivo para representar el entramado de la cesta.



INTERPRETACION DEL ORIGEN DEL CAPITEL DE CALÍMACO. "CAPITEL CORINTIO" DEL PALACIO CHIGI DE VITERBO "CAPITEL CORINTIO" EN EL CODEX ESCURALENSE, f. 23

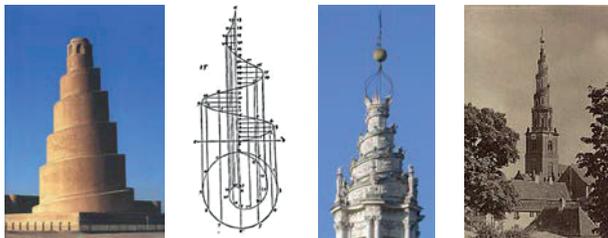
Son formas cuya geometría es fácil de comprender intuitivamente, porque un hilo (o una banda flexible) se puede envolver en espiral sobre una superficie de rotación, o bien entenderla de modo que la espiral la suponemos inicialmente llana hecha de alambre de acero, apoyada en un plano, e inmediatamente la estiramos<sup>11</sup>. Basta con que coloquemos otra análoga pero de giro inverso para tener la matriz que por repetición nos dará lo ejemplos de los cálatos trenzados.



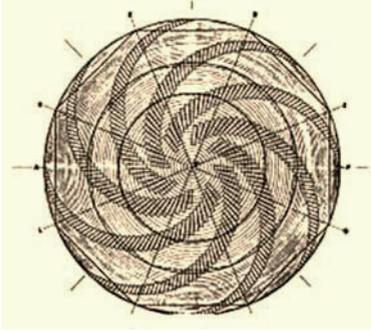
RED DE ALAMBRE

Volvamos de nuevo a la espiral logarítmica plana: si en la línea que la define vamos situando ladrillos con el c.d.g. sobre aquella, admitiendo que entre cada dos contiguos pueda haber un ajuste acuñado relleno de argamasa, no es difícil entender que si ahora hacemos la operación inversa a la que por proyección ortogonal de la loxódroma se obtuvo la *spira mirabilis*, obtendremos en la esfera una loxódroma de doble curvatura que arrastre en sus puntos a los c.d.g. de los ladrillos antes colocados, y que por razones obvias necesitaremos ajustar sus caras de asiento con la argamasa.

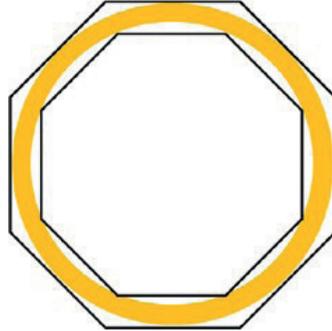
<sup>11</sup> Que sería algo parecido como se ve en algunos minaretes, en dibujos de la Torre de Babel, en la espiral logarítmica de Durero obtenida por proyección, o como en el siglo XVII hicieron F. Borromini en Sant'Ivo alla Sapienza, o L. van Haven en la iglesia del Salvador en Copenhague.



MEZQUITA. SAMARRA, h. 850. ■ ESPIRAL. DURERO. 1525 ■ SANT'IVO. ROMA, 1652  
 ■ FRELSEKIRKE. COPENHAGUE, 1682



PLANTA DE 8 CURVAS  
LAXODRÓMICAS DE LA ESFERA



CORONA GEOMÉTRICA 'DE  
REVOLUCIÓN'

Lo que equivale a decir que la cúpula semiesférica es posible construirla con las *spinapesce* según el procedimiento descrito y, lo que es más interesante, también con cualquier otra superficie multisimétrica ajustable<sup>12</sup> en planta a la circunferencia, conclusión a la que es innecesario llegar por la vía de la geometría, ya que los arquitectos antiguos la habían descubierto de forma experimental, en el ejemplo poligonal de Brunelleschi en Santa Maria dei Fiori, o posteriormente los Sangallo y otros arquitectos florentinos con soluciones geoméricamente más puras, derivadas de la esfera y sin ángulos críticos.



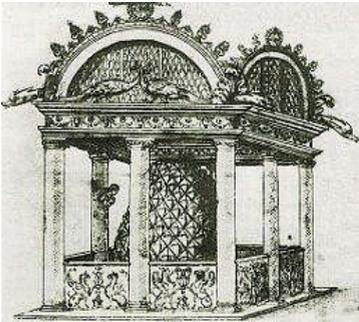
TEMPLO DE VENUS Y ROMA. FORO ROMANO

<sup>12</sup> Pero que por razones de discontinuidad en las tangentes de la envolvente, ocasionan tensiones locales en los quiebros (aristas) que en la arquitectura gótica y, en particular Brunelleschi, resolvieron insertando fuertes nervaduras contrarrestadas con arbotantes o con correas de atirantado, las *chatene de castagni* que citan los documentos, o las más explícitas constituidas “*por sei cerchi di forti macigni, lunghi e ben sprangati in ferro stagnato*”.

Las loxódromas, desde la pura Geometría, pueden abarcar toda la esfera, pero que en obras arquitectónicas por razones de uso y accesibilidad o serán medias naranjas (cúpulas) o cuartos de esfera (nichos), y esas fracciones van a ser las que queremos estudiar.

Loxódromas cruzadas según las dos series definidas anteriormente en un casquete se emplearon en la Roma clásica, por ejemplo, en el *Templo de Venus y Roma* de los Foros, atribuido a Apollodoros de Damasco y construido para el emperador Adriano entre los años 121 y 135, cuyas nervaduras vienen a acoger los casetones de madera que se hubieron de colocar antes del vertido del hormigón en masa de su cascarón.

Los romanos también utilizaron decoraciones con espirales esféricas equiangulares, con algunos ejemplos muy conocidos como es la *Pigna* de Bronce que luego se instaló en la exedra de Pirro Logorio en el Cortile del Belvedere, trasladada desde el *Paradisus* que hubo en la basílica paleocristiana, en cuyo centro se había instalado cuando en la Edad Media fue transportada desde el Parione.



PIGNA DEL VATICANO

DIBUJO ANÓNIMO, EN EL PARADISUS, ESTADO ACTUAL, EN LA EXEDRA DEL BELVEDERE

h. 1521

Cuerpos espaciales que desde el punto de vista formal, con figuras derivadas de la piña, aunque previas a los ejemplos romanos citados, y tan intuitivas como aquéllos, se habían dado tanto en la cultura griega (Betilo u Omphalos de Delos, hacia el siglo VI a.C.) como en la etrusca (oráculo de Montovolo, siglo IV a.C.)<sup>13</sup>.

<sup>13</sup> Los símbolos del Omphalos de Delos y del Templete etrusco de los Oráculos de Montovolo (Bologna), utilizaron la espiral envolvente como signo de misterio oculto, como ya se había hecho en Egipto.

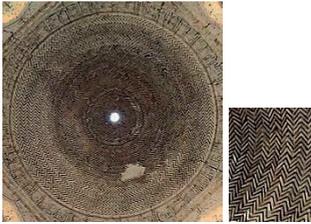


OMPHALOS DE DELOS



TEMPLETE DE MONTOVOLO

La utilización simultánea de la espina de pez y la espirales en bóvedas, tuvo también uso en algunas construcciones musulmanas, con un ejemplo conocido en *Amir ted mir*, con función ornamental. El mausoleo pre-Selyúcida del gobernador Ghaznavid Arslan Djazib en Sangbast cerca Masshad (Irán) tiene la cúpula formada por concéntricos ‘*herringbones*’ como llaman los ingleses a la decoración en espina de pez sin función constructiva. La Gran Mezquita de Eski Malatya (Anatolia) fue erigida en 1224 con la cúpula decorada con mosaicos en espirales en espina de pez.



CÚPULA. GHAZNAVID ARSLAN DJAZIB



CÚPULA. ESKI MALATY

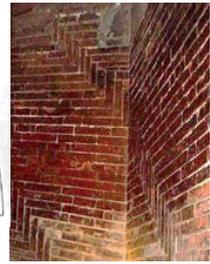
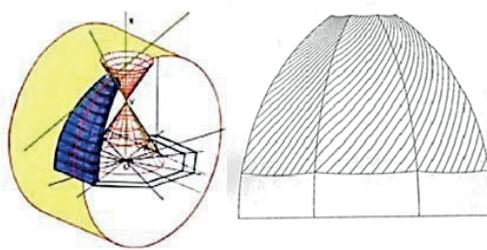


CÚPULA. AMIR TEDMIR

Que nos aportan un repertorio útil para entender la ideación de los cambios en el empleo del aparejo de ladrillo en espina de pez, desde su colocación en hiladas circulares (Ghazvavid), el recurrir a teselas de mosaico colocadas en idéntica orientación (rumbo) de los vértices diagonales más próximos (Eski Malaty), hasta utilizar el ladrillo guiado por su posición de colocación a testa.

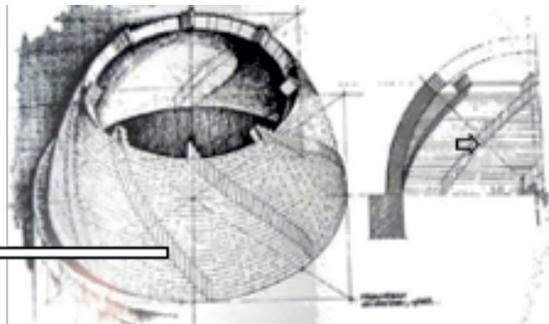
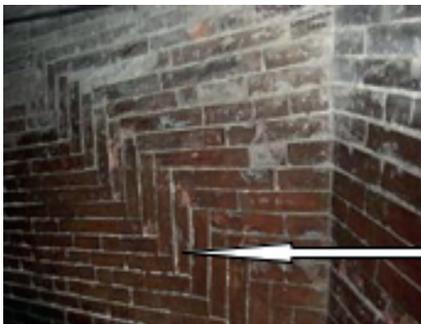
## 2. La construcción de las cúpulas a *spinapesce*

Pero también se pueden aplicar otras leyes de crecimiento, como las utilizadas en los paños de la cúpula brunelleschiana de Santa Maria dei Fiori, allí ejecutadas con ladrillo colocado en espina de pez por razones de estrategia constructiva, planteada para evitar el empleo de cimbras para su ejecución.

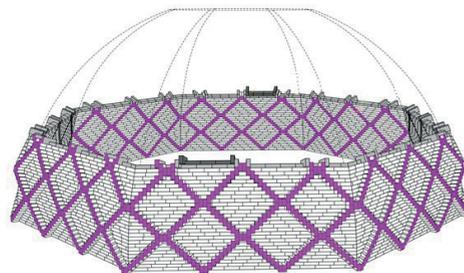
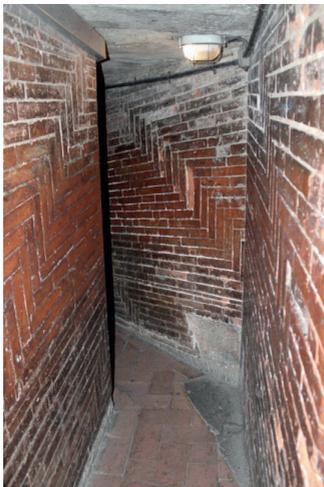


### CÚPULA DEL DUOMO DE FLORENCIA

VISTA EXTERIOR ■ ESTUDIO GEOMÉTRICO DE UN CASCO DE CILINDRO ELÍPTICO (s. G. Conti) ■ DIRECCIÓN DE UNA DE LAS FAMILIAS DE SPINAPESCE ■ LAS SPINAPESCE EN EL INTERIOR DE LOS DOS CASCOS EN LA QUEBRADURA DE UNA ARISTA



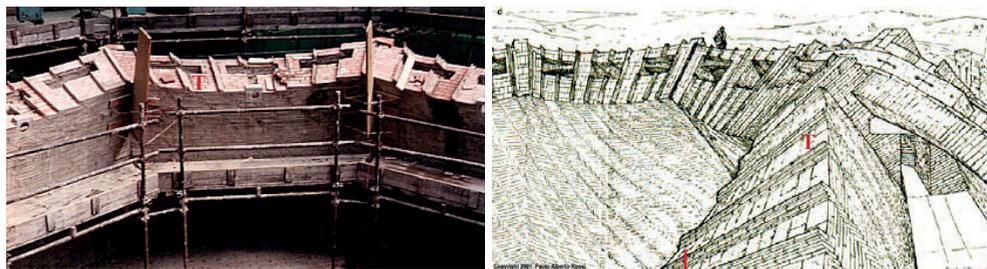
BRUNELLESCHI: CONSTRUCCIÓN DE LA CÚPULA DE SANTA MARIA DEI FIORI<sup>14</sup> A SPINAPESCE



CRECIMIENTO POR SUPERPOSICIÓN DE HILADAS

DUOMO DE FLORENCIA. PASO ENTRE LOS DOS CASCARONES

<sup>14</sup> En el esquema se ha dibujado la cúpula como de revolución para mayor claridad.



### LA CONSTRUCCIÓN A LA CUERDA FLOJA

T: Trapecios a la “*corda blanda*” de una ‘sección horizontal’

(Los ‘pozos’ que se ven entre las dos hojas son los espacios libres que quedan entre los ‘atados’ que unen los dos cascarones)

Ese sistema constructivo basado en la disposición regular de ladrillos colocados verticalmente entrelazados en *spinapesce*<sup>15</sup>, tal como se señaló (delimitando por yuxtaposición de varias capas debidamente trabadas) si se ejecuta construyendo a la vez varias loxódromas, éstas a medida que avanzan se van acercando, y si el cascarón tiene cierto espesor<sup>16</sup>, en cada ‘sección horizontal’<sup>17</sup> resultan formaciones trapeziales T que se utilizaban para impedir el deslizamiento hacia el interior las tongadas inmediatas colocadas de plano que iban formando el casco. Los laterales verticales son las *spinapesce* de esos trapecios que se van cerrando a medida que la tangente a la curva del casco se va haciendo más horizontal, o sea, a medida que se va acercando a la cúspide de la cúpula; como esas sección ‘horizontales’ se van haciendo más verticales, la tendencia al deslizamiento de las tongadas aumenta<sup>18</sup>, pero como contrapartida ocurre que como los nervios loxodrómicos están más cerca, el confinamiento de los trapecios es mayor, y todo ello de modo tan ingenioso, que el mismo escalonado de las espinas de pez servía para trabar las tongadas.

<sup>15</sup> Separadas entre sí unos 75 cm.

<sup>16</sup> El cascarón interno que es el propiamente resistente tiene un espesor de unos 2’2 m y el externo unos 0’9 m., quedando entre ambos un espacio libre de aproximadamente de 1’2 por donde discurren los pasos y escaleras.

<sup>17</sup> Es un modo abreviado, aunque erróneo, de denominar las secciones virtuales que en la cúpula generarían los conos de eje vertical y cada vez más cerrados con el vértice en el centro de la esfera. En el arranque de la esfera el cono sería un plano y las secciones serían horizontales, pero a medida que el cono fuera cerrando su ángulo, las secciones se irían inclinando en ‘coronas circulares’ con pendiente hacia el interior, hasta llegar a la clave (o polo) donde el cono habría degenerado en una recta vertical.

La práctica llevó a los arquitectos a introducir dos mejoras: el deslizamiento progresivo hacia arriba del vértice del cono y, por otro lado, como no se podía llegar materialmente a la clave, acababan la bóveda antes de alcanzarla, en un anillo, el *opaion*, que servía para situar la linterna.

<sup>18</sup> En los análisis químicos hechos de la argamasa parece demostrado que a estas pastas de asiento se añadía un poco de sosa, que produce el efecto de acelerar el fraguado al aumentar la velocidad de carbonatación de la cal. La sosa se obtenía por calcinación de la barrilla (*Salsola Sativa*), que es un arbusto del grupo de las *Quenopodiáceas* que crece en los saladares. La reacción de *caustificación* de la cal apagada es  $\text{Ca}(\text{OH})_2 + \text{CO}_3\text{Na}_2 \rightarrow \text{CO}_3\text{Ca} + 2\text{Na}(\text{OH})$  que da lugar a un sólido insoluble, el cabonato

Aprovechando esta circunstancia Brunelleschi, en la construcción del *cupulone* florentino, utilizó la técnica para suprimir la gran cimbra<sup>19</sup>, muy costosa y compleja de realizar, a la que hay que añadir los no menores problemas de esfuerzos secundarios de descarga (como hoy decimos) que se producen durante el descimbrado, a causa de los asientos locales que necesariamente se van produciendo a medida que se van retirando las cimbras y entran en carga en la cúpula, unas zonas tras otras, y que con el modo descrito de construirla quedaron eliminados, pues habrían sido especialmente importantes en una cúpula tan enorme, de 42 m de diámetro<sup>20</sup>.

Aquí Brunelleschi se encontró con un pie forzado: Francesco Talenti había dejado construido un tambor octogonal muy alto<sup>21</sup> y allí, a más altura que la magnitud del diámetro que iba a tener la cúpula, inició su construcción, con un peso estimado hoy en unos 30 millones de kilos. La cúpula no podría ser de revolución, sino de 8 paños, o *vele*, apuntados a *quinto agudo*, como allí les llaman, lo que añadió cierta complejidad al problema, consecuencia de las tensiones secundarias en las aristas<sup>22</sup>.

Si se trazan varias loxódromas, por ejemplo con giro a *dextrorsum* (sentido horario), todas forman una familia que van subiendo a modo de tornillo hacia la clave, en torno a la cual, desde el punto geométrico puro, van enrollándose en infinitas vueltas. Si trazamos otra familia análoga, pero ahora a *sinistrorsum*, y las hacemos partir de los mismo puntos de arranque, las distintas loxódromas de una familia se irán intersecando con las de la otra, con ángulos iguales y constantes<sup>23</sup>.

Teniendo en cuenta estas propiedades que, desde el punto de vista de la geometría actual, los arquitectos del pasado desconocían, los ensayos de acierto/error les llevaron a comprobar que la regularidad en el crecimiento era un invariante, y la utilizaron para la construcción de cúpulas enormes, como la de Florencia, o bastante más pequeñas como las capillas octángulas de San Pedro del Vaticano, por citar, por ahora solo dos ejemplos extremos.

La construcción se efectuaba por anillos paralelos, de diámetros decrecientes a medida que se ascendía, y cuya guía de asiento podía hacerse con un hilo de hierro (que ya existía entonces), que se rotaba en cada tongada; su centro de fijación se situaba un eje vertical por debajo de cada plano de asiento, así que el hilo al girar

---

cálcico, y al hidróxido sódico que en procesos siguientes afloraba por las juntas y era por lo que “*dizen que ha endurecido la cal quando sudare vello y flor conocida a los oficiales*” (Alberti: *Los Diez Libros de Architettura*, Libro III p. 83, en la traduc. de F. Lozano, Madrid 1582).

<sup>19</sup> La finalidad de las cimbras es doble: la de servir de guía durante la construcción y la de soportar las cargas muerta hasta que no hayan fraguado las argamasas y sean capaces de transmitir esfuerzos.

<sup>20</sup> Las diagonales entre vértices opuestos miden interiormente unos 45 m y por el exterior 54.

<sup>21</sup> Inicialmente tenía 18 m y luego se levantó hasta 21, con su coronación casi a 54 m del suelo, cota de la que arranca el *cupulone*.

<sup>22</sup> Vid. nota 12.

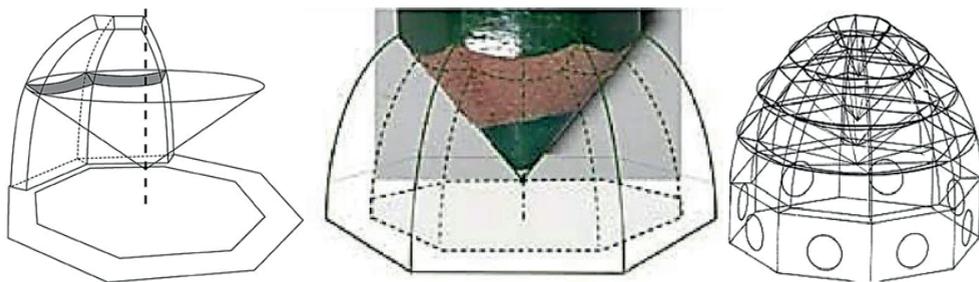
<sup>23</sup> La explicación es obvia: si cada par de loxódromas corta al meridiano con un mismo ángulo  $\alpha$  los para de loxódromas simétricas se cortarán según ángulos  $2\alpha$ .

lo que generaba era un cono, y cada tongada era, no una corona circular plana, sino lajas superficiales de coronas de tronco de cono con pendiente hacia el interior y hacia abajo.

Si no existiesen más que los ladrillos colocados a torta en tongadas (en ausencia de los nervios loxódromos), a medida que la bóveda crecía la pendiente del cono se haría más vertical, y con ella iría creciendo la inclinación de los lechos, hasta que llegaría un momento, en que una vez asentada una hilada, con la argamasa aun fresca, se podría deslizar y caer al suelo.

La gran invención de Brunelleschi fue la de ir insertando regularmente *loxódromas* de ladrillos colocados verticalmente en *spinapesce*, quedando entre las más próximas, áreas trapeziales con pendiente hacia el interior y con las bases más estrechas hacia el centro, o sea, en forma de cuña, de modo que así los ladrillos recién asentados a torta quedaban encajados entre los verticales, las *morse*, y todo ello de modo tan ingenioso, que el mismo escalonado de las espinas de pez servía para trabar o amordazar las tongadas y evitar con ello el uso de cimbras durante la construcción, tal como anotó Sangallo il Giovane en el diseño U.900A que se le atribuye:

“*volte tonde di mezane<sup>24</sup> quali si costruiscono senza armadura a Firenze*”.



ESQUEMA DE ‘SECCIÓN HORIZONTAL’ CONSTRUIDA A ‘CORDA BLANDA’ y DESPLAZAMIENTO DEL VÉRTICE DEL CONO CON UNA INTERPRETACIÓN SIMBÓLICA DE DI PASQUALE CLARIFICADORA DE LA FORMA DE LAS SECCIONES

Y aún añadió una sutileza: que las tongadas trapeziales no fueran planas, sino ligeramente hundidas por su centro, es decir, en forma de bóvedas rebajadas invertidas de planta trapezoidal, con lo que aseguraba, que en caso de asiento diferencial (como hoy diríamos) en alguna de ellas, no generaran empujes que podrían quebrar transversalmente las *loxódromas*; se realizaron con lo que se llamó la “*corda blanda*”, es decir, colgando dos cuerdas (algo más larga la del perímetro externo del trapecio de cada tongada) flojas, dejadas pender según sus propio peso (lo que hoy llamaríamos

<sup>24</sup> Ladrillos.

catenaria) sirviendo de guía (cada vez que se iban trasladando de loxódroma a loxódroma siguiente) para los asientos de los ladrillos a torta.

Antes de llegar a la solución definitiva utilizada en Santa Maria dei Fiori, Brunelleschi había realizado ensayos menores en las capillas laterales de las basílicas del Santo Spirito y San Lorenzo, y también en la cúpula de la Sacristía Vecchia. Y en donde aun es más interesante, en la recientemente descubierta, bajo tierra, detrás del Duomo, el *cupolino*, que Brunelleschi, hizo como una cúpula menor con el sistema de loxódromas en *spinapesce*<sup>25</sup>, y que debió de hacer para enseñar el procedimiento a los maestros ejecutores, aquí ensayada en su forma ideal semiesférica y no de cascos derivados del tambor del *cupulone*.

Leone Battista Alberti en su tratado *De la Pittura* nos reveló la sorpresa de su ejecución en el texto tantas veces repetido de

*“Chi mai si duro o si invido non lodasse Pippo architetto vedendo qui struttura si grande, erta sopra e’ cieli, ampla da coprire con sua ombra tutti e’ popoli toscani, fatta senza alcuno aiuto di travamenti o di copia di legname, quale artificio certo, se io ben iudico, come a questi tempi era incredibile potersi, così forse appresso gli antichi fu non saputo néconosciuto?”*<sup>26</sup>

Fue allí como apareció el sistema a *spinapesce* para la construcción de cúpulas sin cimbra, que durante, más de un siglo (de los años 30’ del siglo XV a los 30’ del siguiente) utilizaron los arquitectos florentinos con prevalencia, sin que concluyera ni mucho menos entonces su empleo.

Con esta técnica constructiva, que permitía a la ejecución de cúpulas autoportantes durante el proceso, tuvo un gran desarrollo en la Toscana por el influjo directo que ejerció en *cupulone* de Brunelleschi, sobre todo en edificaciones militares, por dos razones: la rapidez de ejecución que en obras rústicas hacía innecesarios los auxilios reguladores de hilos directores, pues el propio mecanismo de yuxtaposición de ladrillos arrancando de perímetros redondos conducían a la forma esférica, y en segundo lugar, porque las últimas hiladas, como hemos dicho, no podían alcanzar la clave, hecho que se utilizaba para dejarlo abierto como un óculo, para facilitar la

---

<sup>25</sup> Es la hermana menor de la cúpula de Santa María del Fiore. Estaba enterrada a unos 70 centímetros bajo tierra, bajo el suelo del museo dell’Opera del Duomo, justo detrás del ábside de la monumental iglesia, unos pocos pasos detrás de la obra más misteriosa y emblemática del Renacimiento florentino, que Filippo Brunelleschi había elevado sin cimbras ni sostenes entre 1420 y 1436.

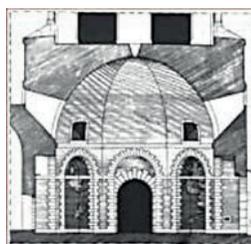
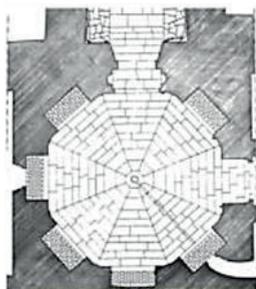
El diámetro de esta cupulilla enterrada es de unos 3 m, y fue construida con el sistema de loxódromas en *spinapesce*. Su origen se remonta a los años 20’-30’ del siglo XV, y por los descubrimientos arqueológicos del entorno, se comprobó que allí estaba el taller de la fábrica. Es muy probable que Brunelleschi la hiciera como modelo práctico para que los oficiales del duomo se experimentaran con la técnica constructiva.

<sup>26</sup> Alberti, L. B.: *Della Pittura. A Brunelleschi. Prologo*.

salida de humos de las armas de fuego o para facilitar los suministros b (pólvara, bolas, etc.).<sup>27</sup>

<sup>27</sup> Recordemos los ejemplos más significativos:

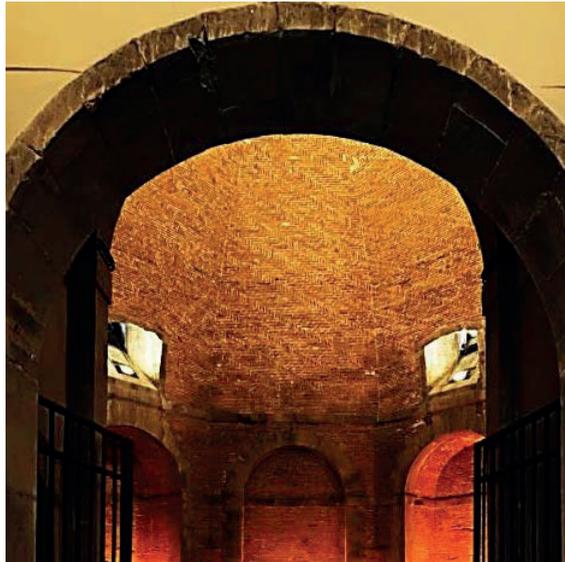
- Francesco di Giovanni di Matteo, il Francione (1428-95) este lignaiuolo y arquitecto, fue al que en época de Lorenzo il Magnifico, se le encargaron varias obras importantes y, en particular, las militares que se hicieron necesarias por los enfrentamientos de los Medici contra Génova y contra Sisto IV: creó un extenso taller, o *bottega*, en el que se formaron y participaron arquitectos e intarsiadores tan destacados como Giuliano da Maiano, Giovanni di Domenico da Gaiole, Francesco di Domenico il Capitano, Baccio Pontelli, Giuliano y su hermano Antonio da Sangallo il Vecchio, Francesco d'Angelo il Cecca, etc., lo que le permitió ejecutar, entre otras muchas, las fortificacionesde: La fortaleza de Volterra (1472-74) con la cúpula de la primera planta del *mastio* o torreón. Torreones di Pietrasanta (1484-1488) La cúpula interna (1494-95) de la *rondella* mayor del Fuerte di Sarzanello, proyectado por Francione (1494) y acabado en 1502 por MatteoCivitalli.
- Los hermanos Giuliano (1445-1516) y Antonio Giamberti da Sangallo (h. 1455-1534). El mayor, se formó con Francione con quien estuvo colaborando hasta 1480 cuando Lorenzo de Medici le encomendó a Giuliano le ejecución de la villa de Poggio a Caiano, quien al frente de la *bottega* familiar heredada de su padre, junto con Antonio il Vecchio acometieron importantes obras militares en Poggio Imperiale con la cúpula del *puntone* izquierdo (1488-92); en 1497 emplearon el sistema en la cubrición de la *Camera Violata* de la muralla de Fiorenzuola, en las fortificaciones de Arezzo (1502-03), de Borgo San Sepolcro (1502-05), la cúpula del torreón lateral de la Puerta de la Rocca di Castrocaro (1504), otra cúpula a *spinapesce* en Cittadella de Pisa (1509-12), etc. Y lo que es aun más interesante, la participación de ambos hermanos Giuliano y Antonio il Giovane (1507-08), en el proyecto para la linterna del duomo florentino, junto a il Cronaca y Baccio d' Agnolo, donde pudieron re-examinar detalles del *copullone* que, sin duda, ya conocían,
- Antonio Cordini, o Antonio da Sangallo il Giovane, sobrino de los anteriores. Como heredero de la tradición familiar conoció la técnica del *spinapesce* para la construcción de cúpulas autoportantes, o sea, sin necesidad de cimbra, ejecutando una muy notable en la *Sala d'Armi* del *mastio* la Fortezza da Basso de Florencia (1534-37), cuya planta y sección son muy interesantes por su semejanza con las capillas octángulas de San Pedro del Vaticano. Pero presenta con aquellas una diferencia, en Florencia no hay más que una familia de loxódromas, las de rotación a sinistrorsum.



FORTEZZA DE SAN GIOVANNI. CÚPULA DEL MASTIO. Sangallo il Giovane

- Seguidores de Gerolamo Genga (1476-1551); Genga se había formado como pintor pero hacia el 1513 estuvo varios años en Florencia. Unos tres años después el duque Francesco Maria II della Rovere reclamó su presencia en Urbino, de donde era natural, y tras estar al servicio como pintor de los duques, al estallar la guerra de Siena, hubo de formar un amplio equipo de arquitectos expertos en construcciones militares, entre los que estuvieron Lanci, il Sammarino, Antonelli, etc., cuando la difusión de las técnicas constructivas rápidas (las defensas de tierra) o para cubrir habitáculos defensivos (cúpulas autoportantes) ya no eran secretas.

El ejemplo de Santa Maria dei Fiori pronto hizo ver la gran ventaja de partir de perímetros redondo y si eran poligonales se redondeaban los enlaces con pechinas disimuladas o se enmascaraban detrás de la cornisas, más el darse cuenta de que al ser la base circular, la *corda blanda* que más arriba se ha asimilado a la imagen del efecto de un sacapuntas en un lápiz de sección octogonal, simplificándose aun más el sistema constructivo, que si en la arquitectura militar había sido decisiva su utilización no lo fue menos para las cúpulas de iglesias que necesitaban un óculo donde insertar la linterna, como hizo Antonio da Sangallo il Giovane en la iglesia de Santa Maria in Ciel d'Oro de Montefiascone, de 9'5 m de diámetro, etc.



SANGALLO IL GIOVANE. SALA OTTAGONALE. FORTEZZA DA BASSO  
 Muy tenuemente se ven en el intradós las spinapesce subiendo sinistrorsum

Retornemos un instante al *Cupulone* florentino: Brunelleschi lo inició en 1420 con arranque macizo en los riñones, pero en 1426 cuando el *andamento* había llegado a una altura que definiría un cono de apertura unos 70°, o sea, cuando las tongadas del ladrillo asentado a torta tenían una pendiente<sup>28</sup> de unos 20°, el arquitecto intro-

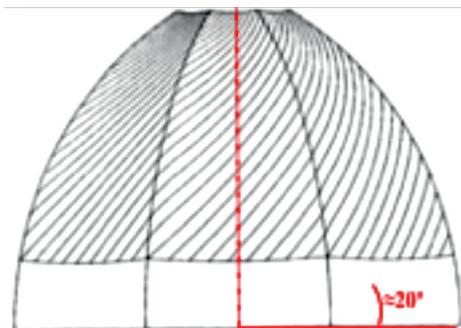
---

Baldassarre Lanci (1510-71), por ejemplo, proyectó la cúpula de la antepuerta de la Fortaleza de Terra del Sole (1564), o el toscano Battista Belluzzi, llamado *il Sammarino* (h. 1525-1570), proyectó alguna otra, del mismo modo que se hacían otras en la Toscana por Bernardo Buontalenti (1536-1608), en la Grotta Grande dei Giardini Boboli (1583-85), o en las dos cúpulas del Palacio Corsini al Prato (h. 1595), etc..

Ejemplos más que suficientes para mostrar como la técnica para construir cúpulas sin cimbra estuvo muy asentada en Florencia y en su región.

<sup>28</sup> En la cúpula semiesférica, aproximadamente para  $\varphi = 90-51^\circ 50'$  las tensiones de meridiano empiezan a ser de compresión (o sea, que al casco al no estar traccionado no se puede fisurar si está some-

dujo el sistema constructivo citado de las *spinapesce*, con inclinaciones ‘de rumbo’ de  $45^\circ$  y al ir creciendo la construcción se fueron desarrollando las loxódromas, no sobre una superficie esférica, sino sobre una de ocho cascos, cuyas aristas se iban reforzando con nervios.



CÚPULA DE SANTA MARIA DEI FIORI  
ESQUEMA DE DISTRIBUCIÓN DE UNA DE LAS FAMILIAS  
A DEXTRORSUM DE LOXÓDROMAS ASCENDENTES EN SPINAPESCE  
(Anillo inferior de mampostería hacia el paralelo sito a  $\varphi \approx 20^\circ$ )

Para controlar mejor la ejecución entre cada dos de estos grandes nervios se iban construyendo otros dos menores, de modo que cada casco se dividía en tres secciones que servían para separar los dos casquetes que acabarían formando la cúpula, uno interno más grueso hemisférico y otro externo apuntado más liviano, dejando entre ambos el espacio necesario para que discurrieran las escaleras por las que se asciende a la linterna, y cuya principal ventaja estaba en el aligeramiento de su carga.

Pero el ejecutar los dos casquetes no fue una exigencia técnica, sino un artificio para lograr que la contemplación desde el interior y desde el exterior de la cúpula, no dejara a la vista el salto de grosor que se producía al terminar los gruesos muros del tambor construido, necesarios para absorber los empujes horizontales.

La forma antes citada del nicho del templo romano de Venus y Roma lo veremos cómo se utilizó en el templo renacentista de San Pedro del Vaticano por Antonio da Sangallo il Giovane, tanto en nichos como en la ocho cúpulas menores de las *capelle ottangole*, pero ahora de forma más ingeniosa al utilizarse el *spinapesce* para evitar el uso de la cimbra.

---

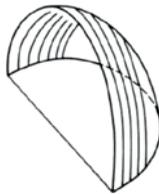
tido a sus peso propio, y para las de perfil con empino, el cambio de signo de la tensiones aún aparece más abajo, conocimiento que hoy tenemos gracias al cálculo diferencial aplicado a cascarones delgados (Vera Botí, A.: *La conservación del Patrimonio Arquitectónico*, Murcia 2003, pp. 317-27), pero que si se conocía en el Renacimiento respondería a alguna regla de naturaleza práctica.

Nichos<sup>29</sup> con nervaduras equiangulares se repitieron en la Roma renacentista, inspirados en el citado Templo de Venus y Roma antes citado, de los que se pueden recordar varios ejemplos, uno en el diseño del *Gabinetto dei Disegni de los Uffizi* U.1330A, atribuido a Guidetto Guidetti<sup>30</sup>, en el que está anotado al margen como en el que señala explícitamente:

“*questi sono certi [cappelle di] san pietri di mattoni che sono sopra le prime uolte*”.

Adelantándonos a anunciar que esas *certi cappelle* son la capillas octángulas objetivo de este estudio.

<sup>29</sup> El equilibrio estático de los nichos cubiertos con cuartos de esfera, en una consideración apresurada, podría interpretarse que son inestables al faltar el cuarto de esfera simétrico necesario para contrarrestar las tensiones de tracción y de compresión que se obtienen por el cálculo diferencial aplicado a una esfera ideal en membrana. Contra esta intuición acelerada se opone la terca realidad que confirma la estabilidad de los nichos.

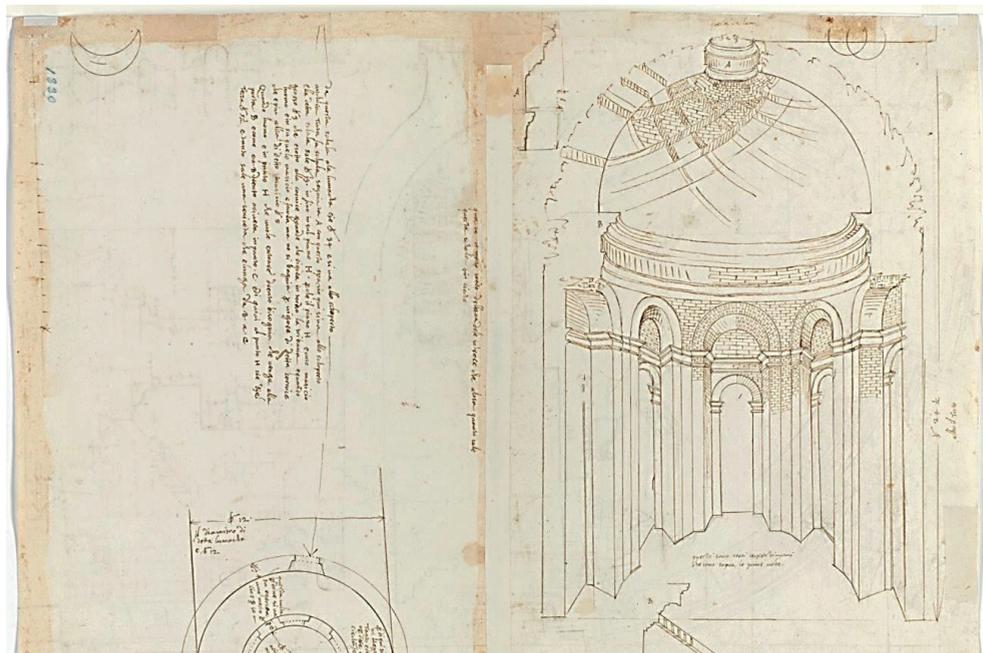


#### DIVISIÓN POR RODAJAS VIRTUALES DE UN NICHOS

<sup>30</sup> Guidetti era de origen florentino y estuvo muy vinculado a Antonio da Sangallo il Giovane; ambos debían de tener la misma edad, y documentalmente aparecen trabajando juntos en Roma en 1520, aunque Sangallo estaba allí desde mucho antes y posiblemente también Guidetti, Como arquitecto debió de utilizar el sistema dimensional florentino que tenía como unidad la braza, a diferencia del romano que se basaba en el palmo (Vid infra, diseño de la *lumaca grande*, p. 20).

Y la explicación es muy sencilla si tenemos en cuenta, que en las construcciones arquitectónicas las bóvedas tienen espesores discretos no nulos, y por consiguiente es posible aplicar el “teorema de seguridad” en los estados límites desarrollado por Jackes Heyman que afirma que si en ese tipo de estructuras, con infinitos grados de hiperestaticidad es posible encontrar en su interior una situación de equilibrio con fuerzas exclusivas de compresión, entonces el cascarón es estable si las fuerzas exteriores son compatibles con las condiciones de contorno. Si un arco de espesor no nulo tiene infinitos grados de hiperestatismo, en la bóveda aún son mucho mayores; ahora al analista le cabe elegir algún método ideal para reconducir el problema a otro conocido más simple. Elijamos una familia de cortes virtuales verticales muy próximos hechos con planos paralelos a la boca del nicho: Lo que logramos así son una serie de arcos verticales; si en éstos es posible un sistema de líneas de presiones internas entonces, si en ellas hay equilibrio, también lo hay en todo el sistema.

(Heyman, J.: *Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica*, Madrid 1995, pp. 185-201. Huerta, S.: *Arcos, Bóvedas y Cúpulas*, Madrid 2004, pp. 434-35).



ANTONIO DA SANGALLO: CAPILLA DE SIMON MAGO, U.1330A  
(Diseño atr. A Guidetto Guidetti)

#### LEYENDA:

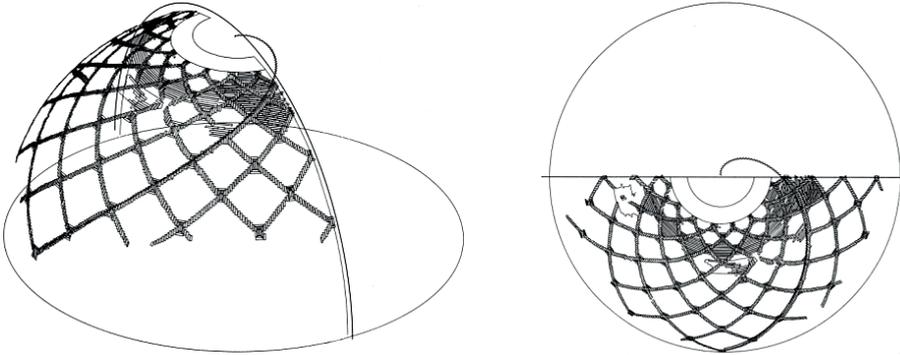
Al margen: *“da questa schala a la lumacha cie b. 34 e si ua allo schoperto / anchora tutta la schala seguirá A con tutto questo spatio qui si ua allo schoperto / e la detta schala sale b. 19 in fine sul piano H p.che il piano H e uno masicio / grosso b. 3 che e sotto alla cornice grande che si gira in torna alla tribuna e quando / l'uomo e in quello masicio e [...] la mano si bagna et ui [...] di detta cornice / che e piu alta di detto masicio b.8. / Quando l'uomo e in punto H che uuole entrar drento bisogna che uenga alla / porta B e come en B drento in punto C di qui ui al punto H cie che [lal]teza 5 2/3 e tanto sale una semicala che e lunga da B aC.*

#### NOTAS SOBRE LA CAPILLA:

Sobre la linterna: *“questa da lume”*, con estas dimensiones: Diámetro del óculo  $1 \frac{3}{4} b.$ ; Grosor de la cúpula en la clave,  $A=1 \frac{3}{4} b.$  La capilla: Incripción en el suelo: *“questi sono certi [cappelle di] san petri di mattoni che sono sopra le prime uolte”*<sup>31</sup>; En el margen del dibujo: *“alto del tutto”* desde el suelo hasta el extradós del óculo,  $24 \frac{1}{2} b.$ ; Altura de la cornisa interior,  $B = 7 \frac{1}{3} b.$ ; Diámetro de la cúpula con la doble familia de loxodromas,  $13 \frac{1}{3} b.$

En el detalle de la cornisa B se ven los denticulos

<sup>31</sup> Es decir, sobre las bóvedas de cañón (que en el texto hemos denominado arcos-bóveda) que estriban a los pilastrones de la cúpula.



CÚPULA DE LA CAPILLA OCTOGONA de SIMON MAGNO (Restitución s. R. Migliari)

Otros ejemplos hay, por ejemplo, en los nichos de la entrada del Palacio Massimo alle Colonne en Roma, de Baldassarre Peruzzi, y fuera de Italia, la media naranja en la Chapelle del Château de Anet, de Philibert de l'Orme en cúpula completa.



PALACIO MASSIMI ALLE COLONNE.  
NICHIO

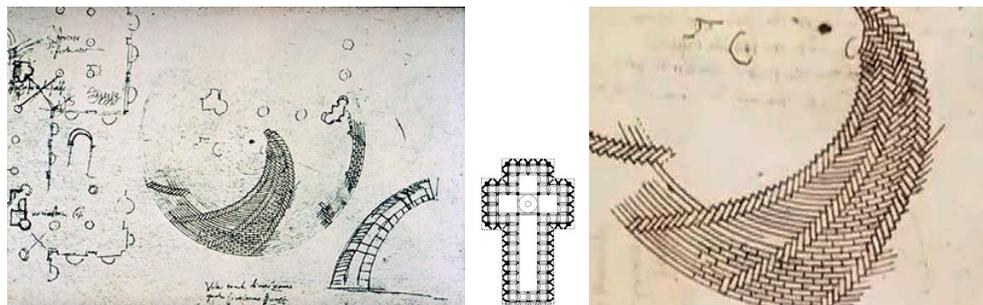


CÚPULA DEL CHÂTEAU DE ANET

El dibujo citado de Guidetti es por ahora el que más nos interesa porque podría representar concretamente la cúpula seccionada de la capilla de Simón Mago<sup>32</sup>, es decir, por estar muy vinculada a las ocho capillas octangulas que Sangallo estaba entonces construyendo en la basílica vaticana<sup>33</sup>.

<sup>32</sup> Docchi, M. y Migliari R.: “La costruzione della spinapesce nella copertura della sala ottagonale di Simon Mago nella fabbrica di San Pietro”, en ‘Palladio’, 3, 1989, Roma 1989, pp. 61-72.

<sup>33</sup> Conti, G.; Guidelli, S. y Livi S.: “La spinapesce nel Rinascimento tra Filippo Brunelleschi, i Sangallo e Bernardo Buontalenti nella Grotta Grande del Giardino di Boboli. Alcune considerazioni matematiche”, en ‘Bollettino della Società degli Studi fiorentini’, Vol. 22, Florencia 2013-2014, pp. 246-254.



ANTONIO DE SANGALLO IL GIOVANE: CONSTRUCCIÓN DE UNA CÚPULA A SPINAPESCE. U.900vA y DETALLE

A la derecha arriba se ve un apunte que puede ser del transepto derecho de la basílica del Santo Spirito de Florencia

LEYENDA:

*“volte tonde di mezane<sup>34</sup> quali si costruiscono senza armadura a Firenze”.*

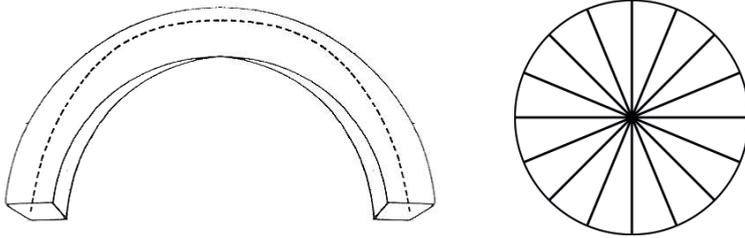
### 3. La capillas *octángulas* vaticanas

La construcción de bóvedas con dos cascarones tienen una doble razón de ser: la primera ya la hemos señalado por convertirse en un artificio para tener una lectura geométrica completa tanto desde el exterior como desde el interior, pero aun hay otra que es entendible en la actualidad como modo eficaz de alcanzar su estabilidad, fácilmente de entender, al aplicar el sistema virtual de cortes por rodajas (en este caso según pares próximos de meridianos) y recordar el alcance del teorema de Heyman al encontrar un estado de equilibrio para las fuerzas internas de compresión<sup>35</sup>, es decir al existir, al menos, una línea de empujes en el interior de cada arco elemental de los obtenidos con los cortes virtuales elegidos.

<sup>34</sup> Ladrillos.

<sup>35</sup> Heyman estudió a partir de qué espesor mínimo  $e_{\text{lim}}$  de una bóveda de mampostería de radio  $R$  no es posible que la línea de empujes quede entre el intradós y el extradós de las media naranjas, y eso ocurre para  $r_{\text{lim}} < 0,04R$ , magnitud que aún se hace menor a medida que disminuye el ángulo libre de un casquete al que se le ha cortado una corona esférica inferior, haciéndose nulo para un ángulo de apertura algo inferior a  $2 \times 60^\circ$ .

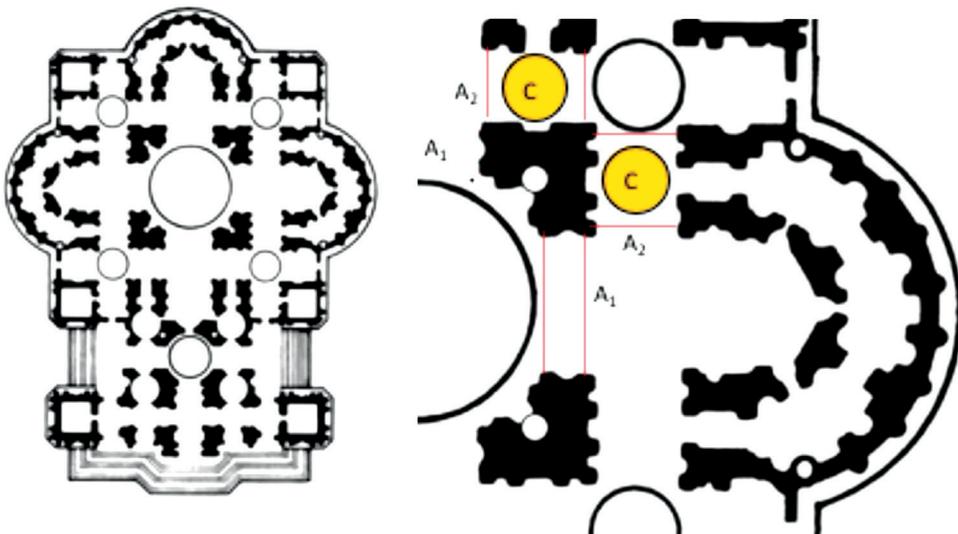
(Heyman, J.: *Equilibrium of Shell structures*, Oxford 1977).



ESQUEMAS DE UNA DE LAS RODAJAS VIRTUALES LOGRADAS DE LA CÚPULA  
LÍNEA DE PRESIONES INTERNA EN UNO DE LOS ARCOS VIRTUALES DE LOS  
CORTES POR RODAJAS DIAMETRALES

El problema constructivo de la estabilidad aún se simplifica más cuando, en la cúpula, a medida que se va construyendo, se van rellenando los senos u hondos del extradós con argamasa, porque el ángulo de apertura del cascarón se reduce de semiesférico ( $\alpha=180^\circ$ ) a otro valor menor, con tensiones de tracción prácticamente nulas cuando la altura construida y macizada del cascarón alcanza en altura el 1/3 del radio.

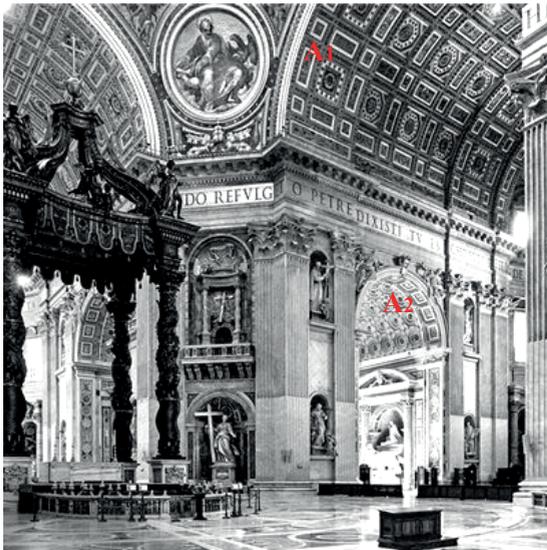
Si en este tipo de bóvedas solo se contemplara su interior, habría bastado con un solo cascarón y eso es lo que hizo Sangallo en las capillas octógonas, cuyo extradós sirvió de ‘encofrado’ para los rellenos de completación tabicados necesarios para alcanzar el nivel de cubierta, y como su contemplación iba a ser solo desde el interior fue innecesaria la construcción del cascarón externo.



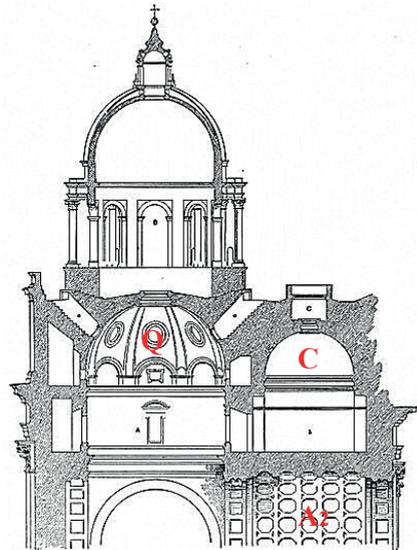
UBICACIÓN DE LAS CAPILLAS OCTÓGONAS EN LA PLANTA DE  
SANGALLO IL GIOVANE

Recordemos la planta de Sangallo en su proyecto definitivo para San Pedro del Vaticano y en ella uno cualquiera de los cuatro pilastrones de la cúpula. En cada uno de ellos apoyan cuatro arcos (por su anchura sería más apropiado llamarlos bóvedas), dos  $A_1$  y dos  $A_2$ , naciendo de impostas situadas a desigual altura; como sus luces son muy distintas, de valores  $D_1 > D_2$ , equivale a decir que las claves de  $A_1$  y  $A_2$  están a muy distinta altura, y por tanto, que sobre los arcos-bóvedas  $A_2$  existirán volumen suficiente para construir junto a cada pilastrón dos salas, C, que por la planta octogonal con que fueron construidas se las llama capillas octángulas. Obsérvese además que estos recintos C quedan hundidos respecto a los volúmenes vecinos: la gran cúpula del crucero, las menores del *quincunx* y los cañones del transepto o brazo de la cruz griega vecino.

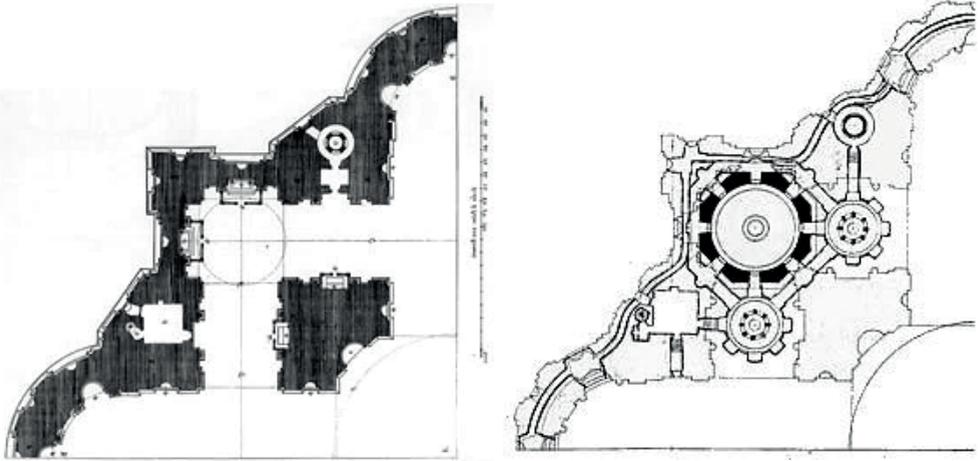
Como a cada pilastrón corresponden dos, en total se construyeron ocho capillas, conocidas con los nombres de Sant'Andrea, de Simon Mago (hoy altar del Sacro Cuore), de lo Storpio, de la Navicella, de San Basilio, de San Girolamo, de San Sebastiano y de la Trasfigurazione, que fueron proyectadas y dirigidas por Antonio da Sangallo, con un diámetro de  $16 \frac{3}{4}$  brazas florentina (9'75 m) y altura en la clave de unos 13 m, con un óculo de 3 brazas florentinas (1'78 m) de diámetro.



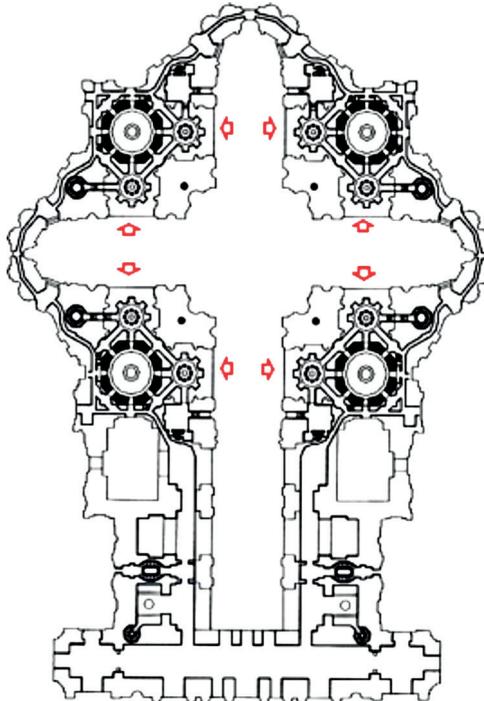
PILASTRÓN TORAL Y ARCO-BOVEDA  $A_2$



SEC. DE UNA CAPILLA DEL  
QUINCUNX (Q) Y DE UNA  
OCTÓGONA (C)

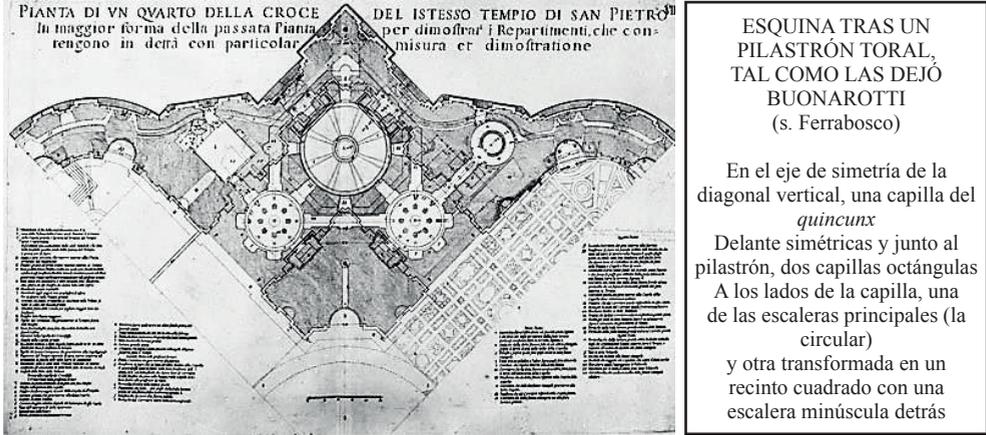


PLANTA DE LA ESQUINA TRAS UN PILASTRÓN  
A NIVEL DE BASÍLICA Y A NIVEL DE CAPILLAS OCTÓGONAS TAL COMO LAS  
DEJÓ BUONAROTTI  
(s. Fontana, rest. AVB)

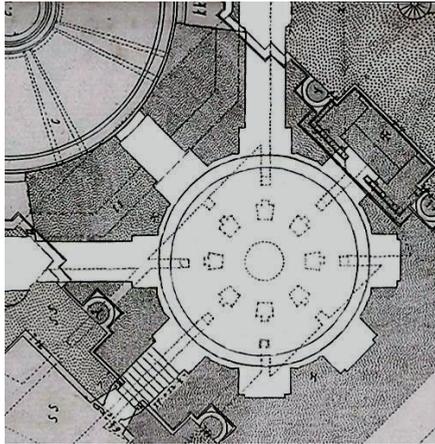


PROYECTO DE SANGALLO. PLANTA DE SAN PEDRO, CORREDORES ALTOS  
CON LAS 8 CAPILLAS OCTÁNGULAS EN LA ACTUALIDAD  
(s. Costaguti, rest. AVB)

Mejor que describir el complejo sistema de caminos que Sangallo ideó en las partes altas de la basílica es ver lo que se conserva en la zona iniciada por este arquitecto y luego seguida por sus sucesores, a pesar de los cambios importantes que sufrió con las amputaciones de Miguel Ángel <sup>36</sup>.



PLANTA DE UNA CAPILLA OCTÁNGULA (s. Ferrabosco)



PLANTA DE UNA CAPILLA OCTÁNGULA (s. Ferrabosco)

Las capillas octángulas a causa de los 4 arcos para altares y otros 4 iguales en las bocas de acceso de otros tantos accesos, al ser recorridas en el arranque de cada una de las cúpulas por una cornisa circular, su aspecto visual es circular, con un óculo

<sup>36</sup> Además de demoler lo construido de las magníficas girolas dóricas, Buonarotti, en cada esquina del cuadrado eliminó una escalera redonda para sustituirla por una estancia cuadrada y tras ella, una escalera menor.

en la zona de la clave en torno al que discurre un anillo cubierto con una bóveda de planta circular y sección en cuarto de círculo, cuyo borde volado es sostenido por 8 machoncillos que apoyan en el cascarón de loxódromas.

Se desconoce cuál fue el destino previsto para esos ocho recintos, pero sus 4 conexiones con las capillas del *quincunx*, con las naves, escaleras y pasos de circunvalación en los niveles altos de la basílica hacen pensar que pudieran nacer con el intento de aprovecharlos (ya que su construcción era obligada) para activar la ventilación del templo, aunque pronto se le dio a algunas de ellas una función muy concreta, al disponer de iluminación cenital: la de servir como locales de trabajo de los arquitectos de la basílica, y para guardar el *modelo ligneo*, hecho para Paolo III, que Miguel Ángel aborreció, haciéndolo ocultar a la vista, mientras que posteriormente, en otras, se fueron guardando diversas maquetas, como la del propio Miguel Ángel para la cúpula, la de Filippo Juvara para la Sacristía, la del gran órgano proyectado por Aristide Cavallé-Coll para Leone XIII en 1888, a escala 1:10, pero nunca construido, etc., instrumentos, etc.<sup>37</sup>.



EL GRAN *MODELLO LIGNEO* EN LA CAPILLA OCTÁNGULA  
(Obsérvense en la cúpula las loxódromas a *spinapesce*)

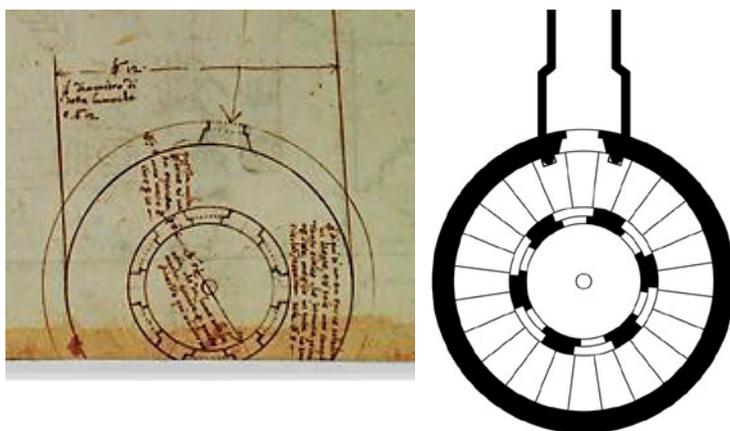
Estos ocho recintos los proyectó Sangallo enlazados por el sistema de pasillos internos que recorren la basílica por su segundo nivel, al que se asciende por 14 escaleras, de las que interesa destacar ahora las 8 colocadas en los chaflanes que tanto

<sup>37</sup> Vid infra.

molestaron a Miguel Ángel, cuando hubo de trasladarlas a las esquinas achaflanadas del exterior ‘ablandando’ en encuentro geométrico de cilindros terminales de los brazos de la cruz con el cuadrado base de la planta de las que solo 4 conservan hoy su función primitiva, como subidas en escaleras-rampa a la italiana.

A las capillas octángulas Sangallo ya había vinculado escalinatas de caracol a la italiana cuya planta se recogió parcialmente en el diseño U.1330A<sup>38</sup>, con algunas anotaciones de interés:

Sobre la lintena: “*questa da lume*”, con las siguientes dimensiones: Diámetro del óculo  $1\frac{3}{4}b$ .; Grosor de la cúpula en la clave,  $A=1\frac{3}{4}b$ .



U.1330A (Atr. a G. Guidetti) PLANTA DE LA LUMACA GRANDE (Rest.AVB)

– En la capilla: Inscripción en el suelo:

“*questi sono certi [cappelle di] san pietro di mattoni che sono sopra le prime uolte*”<sup>39</sup>;

En el margen del dibujo: “*alto del tutto*” del suelo hasta el extradós del óculo,  $24\frac{1}{2}b$ .; Altura de la cornisa interior,  $B = 7\frac{1}{3}b$ .; Diámetro de la cúpula con la doble familia de loxodromas,  $13\frac{1}{3}b$ .

En el detalle de la cornisa B se ven los denticulos.

Lleva acotado el diámetro interno en  $12b$ , reafirmado abajo con la nota:

“*il diametro di / detta lumacha e b. 12*”,

o sea, el equivalente a  $8'04$  m.

<sup>38</sup> Vid supra nota 30, que explica el uso que hizo en este diseño en brazas florentinas ( $b$ ) y no en palmos romanos.

<sup>39</sup> Es decir, sobre las bóvedas de cañón (que en el texto hemos denominado arcos-bóveda) que es triban a los pilastrones de la cúpula.

El diámetro interno del ojo aparece acotado con  $5 \frac{1}{2} b$ , o sea, de 3'69 m., con una inscripción donde se lee:

*“avia de da[re] lume alla lu / macha grande et queste [6] finestre qui a l'interno”*

De los escalones solo dice que conforman una subida que

*“... e dolce... in tutta la sua / cincunferentia”.*

Los espesores de los muros son difíciles de leer, pero se pueden determinar: en cilindro interior; por una parte en el texto que hay dentro de la corona circular se lee:

*“questa uolta / p. doue si ua / su e guar[n]ita uno mezo b. / [e restano] cioe b. 10”*, porque pierde lo que ocupa la fábrica del cilindro y su guarnecido, cuyo espesor resulta ser de  $(12-10)/2 = 1$  braza.

El espesor del cilindro envolvente no es tan inmediato y solo se puede evaluar extrapolando las medidas directas del dibujo y las cotas allí señaladas; resultado: 14 palmos (1  $\frac{1}{6}$  brazas).

Los escalones resultan, por tanto de 10 palmos (=2'23 m), iluminados a través de las 6 ventanas

*“che da lume alla lumacha grande et queste finestre e qui al'interno”*, en cada giro.

Sin embargo no nos informa sobre el número de peldaños, pero es posible conjeturar que fueran un múltiplo de 6 y de 8 en cada vuelta, con un total de 24 por cada giro.

Por los detallados planos de Ferrabosco, se aprecia que en las entradas hacia la capilla octángula está la marca indicativa de una portada, seguida un poco después de atravesada de peldaños necesarios para alcanzar en nivel del suelo de la capilla.

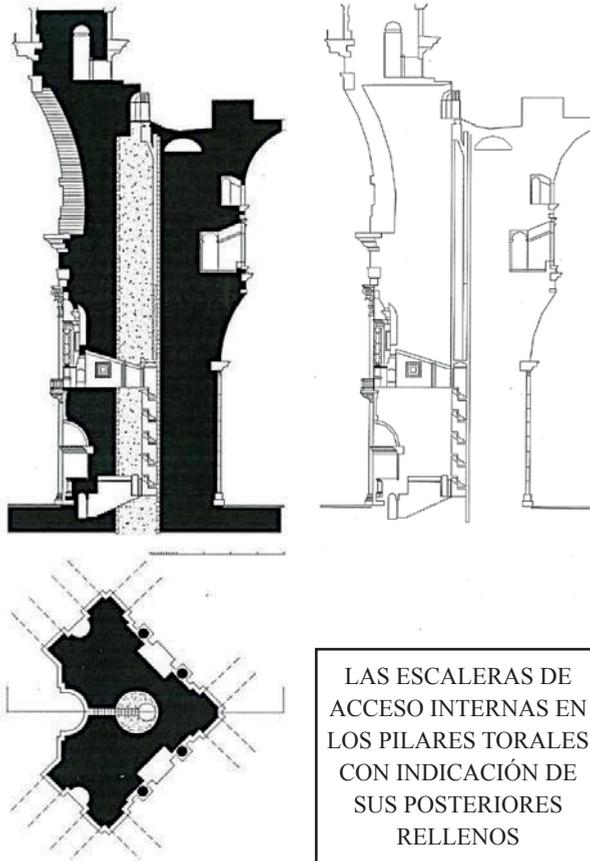
Con estos datos se puede afirmar que eran escaleras de caracol a la italiana de suave pendiente, por las que se podrían subir los materiales de construcción y posteriormente los usuarios con caballerías.

Aun tendríamos que recordar las 4 escaleras de caracol interiores en los pilares torales, varias veces modificadas, que inicialmente podrían haber conectado también con las capillas octángulas.

En la capilla de Simón Mago, situada al lado de la cúpula de la Madonna della Colonna, al SO de la basílica, se guardaba el *Archivio Storico della Fabbrica*, y en las otras muchos *modelos* y *modani*<sup>40</sup> de los que se fueron preparando a lo largo de los siglos para la ejecución de las obras, de los que ya hemos recordado los más importantes.

<sup>40</sup> Cf. Vera Botí: *Elucidario*..., op. cit., s/v. *Modani*.

A lo largo y sobre la nave principal, también surgieron algunos recintos alargados y en sobre el transepto S. estuvieron dos estancias llamadas *Stanza degli Architetti* y *Stanza dei Vetri*, ocupando un volumen superior a los 1.000 m<sup>3</sup>, con alturas que variaban de los 11'5 a los 15'5 m,<sup>41</sup> que siglos después serían utilizadas como gabinetes de trabajo por Luigi Vanvitelli y sus colaboradores, cuando se hubieron de ocupar de la restauración de la gran cúpula.



<sup>41</sup> Estas salas fueron reformadas en la penúltima década del siglo XIX, colocando un forjado intermedio de acero, que aumentó las superficies de 135 a casi 400 m<sup>2</sup>, para instalar los múltiples servicios eléctricos de la basílica.



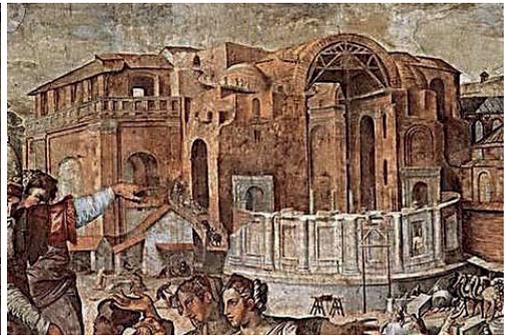


#### DETALLE EN LAS CUBIERTAS

Alrededor del arranque de la cúpula inconclusa con envolvente octógona, de una de las capilla del *quincunx* (con una claraboya inserta) A, se ven dos tejadillos poligonales correspondientes a los tragaluces de dos capilla octógonas B; más a la derecha y abajo, una de las escaleras a la italiana que hubo de trasponer Miguel Ángel, con cubierta mayor que cubre al caracol C que aun se conserva como acceso a las capillas octángulas; y junto al chafflán de la izquierda, la menor, D, con linterna minúscula para la escalerilla que Miguel Ángel hizo junto a la estancia cuadrada, simétrica a la escalinata anterior, ambas causa y origen del achaflanado que se produce en la esquinas de los ábsides.

CUBIERTAS. DETALLE

Del momento de la construcción del proyecto de Antonio da Sangallo il Giovane existe un fresco en la Sala dei Cento del Palacio de la Cancelleria debido a Giorgio Vasari que nos muestra la cúpula de una de las capillas octángulas, recorrida por su extradós por una rampa helicoidal por la que se trasladan los trabajadores con materiales, y otra, la más cercana a la rotonda de Santa Pedronila ya recubierta, al parecer, con refuerzos de hormigón colocado enrodajas.



CAPILLA OCTÁNGULA CÚPULA. SALA DEI CENTO GIORNI. Vasari, 1547

El papa Paolo III contemplando el plano de la Basílica que le muestra la Arquitectura, apareciendo al fondo el estado de la construcción de la basílica de San Pedro en la que se ve la cúpula de la capilla octógona O al SE del *quincunx*

Los símbolos que acumuló es este fresco son demasiados para citarlos todos, pues exceden del objeto de este trabajo; entre los más evidentes está el Tiempo, apoyado en los libros de la sabiduría (El Antiguo y el Nuevo Testamentos), protegiendo el

*Triregno* (la Tiara de las tres coronas de los actos litúrgicos más solemnes) y con el *Ombrellino papale*, resguardando las llaves del Cielo (el poder temporal protegiendo al sagrado) y rodeado de niños, símbolos del futuro; los instrumentos de diseño los lleva la Arquitectura en su mano (escuadra y compás) y en el suelo están los de labra (trépano, cinceles, martillo); en la figura de mármol, en actitud de espera paciente, la Escultura con el compás de proporciones en la mano; junto a Paolo III (cubierto con la Mitra blanca como obispo de Roma), el arquitecto Antonio da Sangallo mirando al pasado romano; a la derecha del cuadro, la Rotonda de Santa Petronila y el Obelisco; al fondo, a la derecha, el Palacio Apostólico con las Estancias, etc.

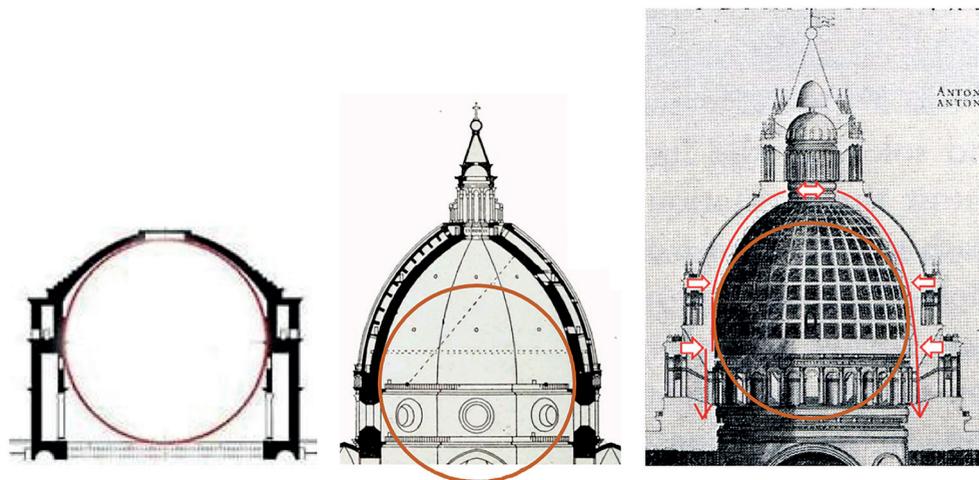
Cuando Sangallo acometió la construcción de las ocho bóvedas de las capillas octángulas, recurrió a una técnica constructiva que conocía muy bien, como ya se ha señalado, pero con doble familia de 16 loxódromas cruzadas a 45°, ya que con ella podía lograr un acabado en sus intradoses muy agradable y además no precisaba colocación de cimbras, rebajando los costos y reduciendo los tiempos de ejecución, su inicio debió de ser pocos posterior al 1536, sin que se deba descartar que fueran ensayos para habituar a los distintos equipos que se habían de ocupar de la ejecución de la cúpula principal del templo, a pesar de que en sus diseños fuera representada maciza, pues podrían responder a la misma estrategia que utilizó Brunelleschi cuando hizo el *cupolino* antes citado<sup>42</sup>.



CUPOLINO. MUSEO DUOMO FLORENCIA

Si comparamos las dos grandes cúpulas construidas antes de que Antonio de Sangallo el Giovane, diseñara la de sus sucesivos proyectos para San Pedro del Vaticano, y en particular, el definitivo sobre el que Antonio dell'Abacco hizo el fabuloso *modello ligneo* encontramos diferencias importantes entre las dos primeras, para pensar, que a pesar de los planes utópicos de Bramante, aquellas pudieran servirle de modelos a seguir pero sí que Sangallo supo ver en cada uno de ellos unos principios constructivos muy importantes:

<sup>42</sup> Vid supra, nota 25.



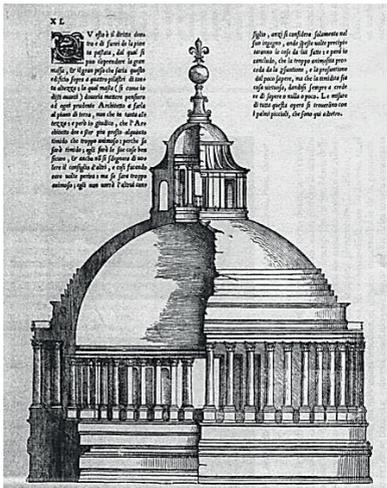
LAS GRANDES CÚPULAS ANTERIORES A LA DE SAN PEDRO DEL VATICANO  
 TODAS CON DIÁMETROS DE UNOS 42-43 m PANTEÓN DE ROMA ■ DUOMO DE  
 FLORENCIA ■ PROYECTO DE SANGALLO IL GIOVANE

En el Panteón, el grosor creciente del espesor del cascarón, desde el *opaión* hasta su arranque. En la de Brunelleschi el perfil apuntado de tradición gótica que aseguraba una reducción de los empujes en el tambor.

Y que de ellos es posible que intentara compatibilizar aquellas dos soluciones que derivaban de dos sistemas constructivos muy diferentes, el primero con la ejecución de un pasado cascarón de hormigón en masa con recrecidos en los riñones para verticalizar las direcciones de los empujes, y el segundo con un cascarón doble a *spinapesce*, siguiendo las loxódromas que tan bien conocía Antonio da Sangallo y que podía ser una tentación más que atrayente, por no necesitar cerchas para apoyo de la fábrica mientras se construía como Brunelleschi había hecho en Florencia, y que, sin duda, la cimbra sí que fue necesaria en la bóveda atribuida a Apollodoros de Damasco, como puede deducirse de la necesidad de la meticulosa colocación de los casetones escalonados del intradós, y del aligeramiento de la masa con la inclusión de vasos huecos de cerámica y ejecución de arcos de descarga tangenciales, a medida que se vertía la argamasa.

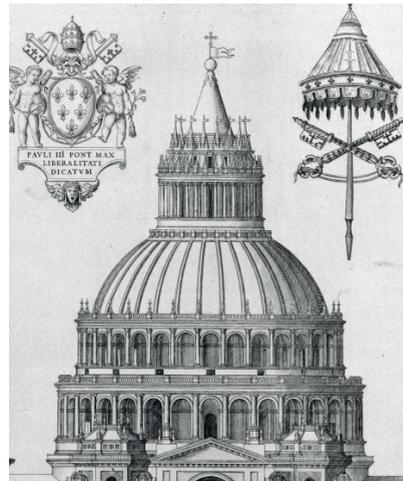
Esos dos sistemas condujeron a que el intradós y el extradós no fuesen paralelos en la cúpula romana, mientras que en la florentina lo fueron con bastante exactitud y a dos necesidades muy distintas de materiales de construcción: en Roma, de hormigón romano de cal y puzonala, y en Florencia de miles de ladrillos homogéneos y muy bien seleccionados.

Cuando se observa el proyecto de Sangallo enseguida observamos dos pies forzados que se venían considerando desde tiempos de Bramante, el hacer una cúpula de perfil escalonado sobre una corona de columnas en el tambor, y esta segunda pretensión era una dificultad técnica a casi insuperable. Era aquel sueño que se ha hecho popular cuando se le asigna a Bramante el deseo de construir el Panteón sobre la basilica de Majencio y que durante casi un siglo intentaron los arquitectos que trabajaron en la basilica, hacerlo realidad pero con cambios sustanciales, tanto en la estructura de la cúpula como en el aumento de la capacidad portante de los cuatro pilastrones torales.



CÚPULA DE BRAMANTE.  
SECCION-ALZADO

(s. Xilografado de Serlio, Libro III, p, XL)



CÚPULA DEL SEGUNDO PROYECTO  
DE SANGALLO

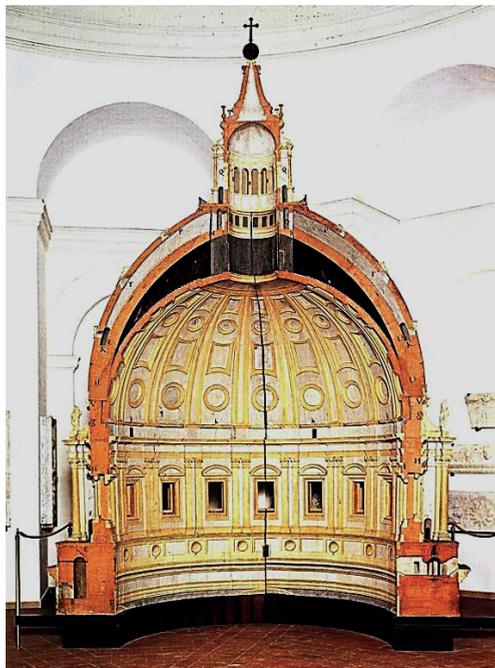
(s. Grabado de Labacco)

Sin embargo ante los más de 1.500 m<sup>2</sup> de hormigón que se hubieron de utilizar en el Panteón, en Florencia fueron uno 4 millones de ladrillos, y si comparamos los pesos muertos de ambas cúpulas, la primera resultaría ser del orden ser 1/3 de la segunda, pero son datos no comparables, ya que en Roma se precisó de un amplísimo cilindro-tambor para su apoyo ycontrarresto.

Se desconoce cómo tenía previsto Sangallo hacer la gran cúpula de San Pedro, y en particular, la de su proyecto definitivo, que es el que venimos recordando.

Pero el hecho de que hiciera que varias cuadrillas experimentaran la construcción de bóvedas con la técnica de las loxódromas *spinapesce*, parece sugerir que con ese procedimiento podría haber estimado que podría ejecutar la cubrición; sin embargo, una explicación habría que añadir a la sección de su cúpula con el ‘corte’ que suponían las coronas de columnas del tambor.

Entre las posibilidades de hacer viable el segundo proyecto de Sangallo está el suponer dos anillos de zunchado fundamentales a la altura de los entablamentos de los dos anillos superpuestos de columnas, en la hipótesis de la pretensión de hacerla con dos cascarones, y así reconducir, como diríamos hoy, las resultantes de los empujes a una verticalización que hiciera pasar esas fuerzas por el núcleo del tambor.



MODELLO LIGNEO DE LA CÚPULA DE MIGUEL ÁNGEL  
(Del lignaiuolo Battista da Carrara, 1558-61)

Cuando Miguel Ángel deshizo todo lo proyectado por Sangallo, llevado por sus impulsos desmedidos contra la *setta sangallesca*, mandó hacer una maqueta detallada de madera (1558-61), constituida por dos hojas de fábrica, más otra interior de regularización óptica, ejecutada en los últimos años de vida del Buonarroti, y que no pudo ejecutar, ya que también tuvo la corrección de Giacomo della Porta y Domenico Fontana, quienes al ocuparse de su ejecución la peraltaron y suprimieron el tercer cascarón, utilizando parcialmente para su fábrica la técnica de la *spinapesce* en los plementos e introdujeron varios anillos de zunchado perimetral por paralelos.

## Bibliografía:

- Alberti, L. B.: *De la Pittura*, Florencia 1436.
- Cedillo y Rujaque, P. M.: *Tratado de la cosmographia, y náutica*, Cádiz 1745, Libro I, p. 107.
- Conti G. y Corazzi R.: “*Il segreto della Cupola del Brunelleschi*” en AA.VV (ed. Pontecporboli, A): *Firenze. The secret of Brunelleschi's Dome at Florence*. Florencia 2011.
- Conti G.; Guidelli S. y Livi S.: “*La spinapesce nel Rinascimento tra Filippo Brunelleschi, i Sangallo e Bernardo Buontalenti nella Grotta Grande del Giardino di Boboli. Alcune considerazioni matematiche*” en ‘Bollettino della Società degli Studi fiorentini’, Vol. 22, Florencia 2014, pp. 246-54.
- Conti,G.;Sedili,B.yTrotta,A.:“*Le curve Lossodromiche in Architettura*”, en ‘Science & Philosophy’, 2-2, Roma 2014, pp. 65-86.
- D’Arcy Thompson, W.: *Crescita e forma*, Turin 1992.
- Docci M.: “*Le volte autoportanti apparecchiate a spina pesce*” en AA.VV (dir. Rocchi, P.): *Le cupole Murarie: Storia, Analisi, Intervento*, Roma 2011. pp. 383-91.
- Docci, M. y Migliari, R.: “*La costruzione della spinapesce nella copertura della sala ottagonale di Simon Mago nella fabbrica di San Pietro*”, en ‘Palladio’, 3, 1989, Roma 1989, pp. 61-72.
- Galo Sánchez, J. R.; Cabezudo Bueno, A. y Ildefonso Fernández Trujillo, I.: “*Sobre la forma y el crecimiento cordobés del Nautilus Pompilius*”, en ‘Épsilon’, 2016, Vol. 33 (3), nº 94, pp. 81-110.
- Gurrieri, F.: “*Una cupoletta a ‘spina-pesce’ nel cantiere brunelleschiano di Santa Maria del Fiore*”, en ‘Crítica de Arte’, 2011, nº 47-48, pp. 30-42.
- Gurrieri,F.:*Addenda alla tecnica brunelleschiana della “spinapesce”*, en ‘Quaderni-Ist.StoriaArchit.’, Roma 1987, nº 1-10, pp. 213-20.
- Heyman, J.: “*On shell solutions for masonry domes*”. En *Int Solids Struct*, 3 -2, (1967), pp. 227-41.
- Heyman, J.: *Equilibrium of Shell structures*, Oxford 1977.
- Heyman, J.: *Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica*, Madrid 1995, pp. 185-201.
- Huerta, S.: *Arcos, Bóvedas y Cúpulas*, Madrid 2004, pp.434-35.
- Lepore, N.: *Le volte in muratura: forma e struttura, equilibrio e analisi limite*, Roma 2018.
- Loria, G.: *Curve sghembe speciali, Algebriche e trascendenti*, Bolonia 1925.
- Marcotte, J. y Salomone, M.: *Loxodromic Spirals in M. C. Escher's Sphere Surface*, 2015

Nelli, G. B.: “*Ragionamento sopra la maniera di voltar le cupole senza adoperarvi le centine*”, en ‘Discorsi di Architettura del senatore’ Florencia 1753.

Nunes, P.: *Tratado da sphaera com a Theorica do Sol e da Lua*, Lisboa 1537

Oppenheim, I. J.; Gunaratnam, D. J. y Allen, R. H.: “*Limit state analysis of masonry domes*” en ‘J Struct Eng’, 115-4, 1989, pp. 868-82.

Paris, V.; Pizzigoni, A. y Adriaenssens, S.: “*Statics of self-balancing masonry domes constructed with a cross-herringbone spiraling pattern*”, en ‘Engineering Structures’ 215, 2020, pp. 1-10.

Pizzigoni, V.; Paris, M.; Pasta, M. y Morandi, A.: “*Herringbone naked structure*”, en ‘Symposium, International Association for Shell and Spatial Structures’, (2018).

Ricci, M.: “*Il segreto della Cupola di Santa Maria del Fiore*”, en ‘Le Scienze’. Scientific American n. 227 julio 1987.

Ricci, M.: “*La Cupola di Santa Maria del Fiore - il procedimento costruttivo ed il Modello a grande scala*” en ‘Costruire in laterizio’, Año 2 - n.º 10-89. Milano.

Taddei, A. y Taddei, D., (2012), “*The ‘spina-pesce’ and the ‘cordablenda’ florentine tradition in the (self-supporting) domes rotating*”, Atti Conv (dir. Tampone, G.; Corazzi, R. y Mandelli, E.): *Domes in the world*, Florencia 2012.

Taddei, D.: “*Il Francione e la fortezza di Volterra -la sua bottega e i suoi allievi*”, en ‘Castellum’, 58, IIC, Roma, 2018, pp. 31-50.

Taddei, D.: *Una Fortezza Rinascimentale a Poggibonsi*, Poggibonsi 1987.

Taddei, D.; Calvani, C; Pistolesi, et alt.: “*Recupero architettonico e strutturale del ‘mastio’ e del suo cortile della fortezza nuova di Volterra*”, en ‘Defensive Architecture of the Mediterranean’, Vol XII, Granada 2020.

Vera Botí, A.: *Elucidario. Arquitectura del Renacimiento*, Murcia 2004.

Vera Botí, A.: *Restauración del Patrimonio Arquitectónico. Técnicas*, Murcia 2003, pp. 318-27.

Wendland, D.: “*Traditional vault construction without formwork: Masonry pattern and vault shape in the historical technical literature and in experimental studies*”, en ‘Int J Archit Herit’, 1-4, 2007, pp. 311-65.

Wittkower, R.: “*Nanni di Baccio Bigio and Michelangelo*”, en AA.VV (dir. A. Kogarten, A. y Tigler, P.): *Festschrift Ulrich Middeldorf*, Berlin 1968, pp. 248-62.

Zander, G.: “*Gli ottagoni di San Pietro riconosciuti nel dis. Arch.Uff. n. 1330*”, en ‘Palladio’, 1, Roma 1988, pp. 67-82.