

# Representación del conocimiento y aprendizaje. Teoría de los Conceptos Nucleares

por Luis M. CASAS GARCÍA  
*Colegio Público «San José», Guadajira (Badajoz)*  
y Ricardo LUENGO GONZÁLEZ  
*Universidad de Extremadura*

## 1. Introducción. Problema propuesto

### 1.1. La representación del conocimiento

El objeto de interés de este trabajo es el estudio de los fenómenos que se producen en la mente de los alumnos durante los procesos de enseñanza - aprendizaje, y cómo se puede llevar a cabo la representación, descripción y estudio de dichos fenómenos, integrando los resultados de investigación en un marco teórico que los explique.

En nuestra opinión, la representación del conocimiento tiene una importancia crucial, pues se puede reducir a ello una gran parte del proceso de enseñanza - aprendizaje. Efectivamente, mientras la transmisión de un contenido puede ser considerada esencialmente como la adquisición por parte de un alumno de la estructura de conocimientos de un profesor o en sentido más general, de un campo científico o cultural, gran parte del proceso se centra por parte del que ense-

ña en lograr una adecuada representación, sea verbal, sea escrita, sea gráfica, del conocimiento a transmitir, para lograr una eficaz asimilación. Conocer y representar adecuadamente cómo se producen los procesos de transmisión y adquisición del conocimiento y cómo se construye y modifica la estructura cognitiva del alumno durante el aprendizaje son objetos de enorme interés para la Psicopedagogía.

### 1.2. Nuevas técnicas

El estudio de los procesos mentales a los que antes nos hemos referido ha sido históricamente abordado, desde diferentes enfoques y con diversas técnicas, entre las que podemos mencionar el uso de cuestionarios, protocolos de pensamiento en voz alta, entrevistas a profesores y alumnos, mapas conceptuales, y otras similares.

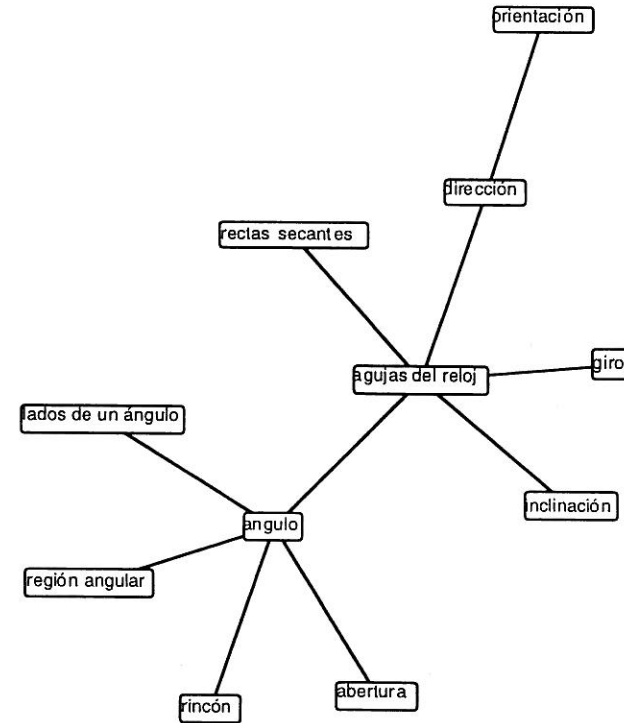
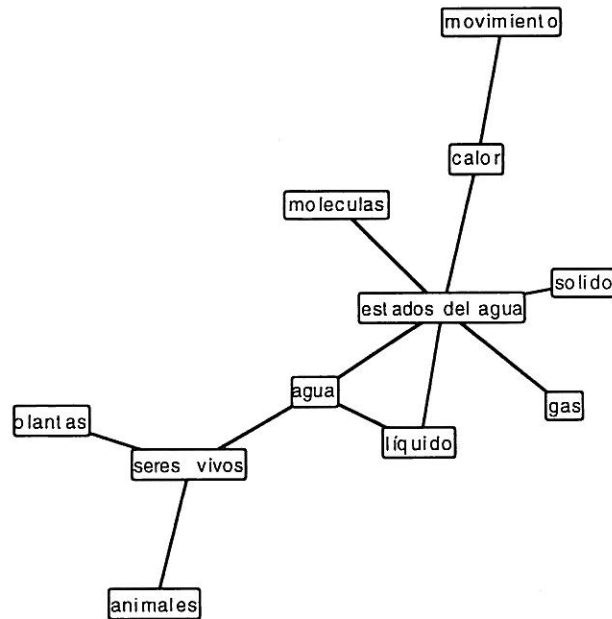
Pero el gran problema de estas técnicas es que suelen ser difíciles de aplicar

y exigen un elevado esfuerzo y consumo de tiempo por parte de profesores y alumnos, lo que obliga en la mayor parte de los casos a efectuar estudios con muestras muy pequeñas y análisis casi exclusivamente de tipo cualitativo. La aplicación de estas técnicas exige, además, un elevado nivel de introspección por parte del alumno, que no siempre es posible en edades tempranas, y por último una inferencia, en algunos casos excesiva, por parte del investigador, a la hora de analizar los resultados.

Por ello proponemos el uso de técnicas

como las Redes Asociativas Pathfinder (Schvaneveldt, 1989), proveniente del campo de la Inteligencia Artificial que permiten, de forma automatizada, representar de forma gráfica la estructura cognitiva de un sujeto en un área de conocimiento, haciendo uso de la relación que él considera que existe entre pares de conceptos escogidos dentro de dicha área, y seleccionando, mediante un algoritmo matemático, sólo las relaciones más fuertes.

Haciendo uso de esta técnica se obtienen representaciones como las siguientes:



Las Redes Asociativas Pathfinder sirven para destacar cuáles son, dentro de la estructura cognitiva de un alumno, los conceptos clave y las relaciones más importantes entre los mismos (Jonassen, Beissner y Yacci, 1993; Bajo y Cañas, 1994).

Estas representaciones se obtienen de forma automatizada mediante un programa informático, KNOT (Knot Software, Interlink Inc., 1989). Este programa, presenta al alumno, de forma aleatoria, todas las posibles combinaciones de pares de conceptos entre una lista de ellos referida a un campo de conocimiento para que éste puntúe la similaridad que, a su juicio, hay entre ellos. Con estos datos,

el programa crea una matriz numérica y elabora la representación gráfica. Para una descripción más detallada, véase Casas y Luengo 1999, 2000, 2001a, 2001b, 2002.

Las Redes Asociativas Pathfinder tienen muchas de las potencialidades conocidas de técnicas como las de los Mapas Conceptuales, y, debido a sus ventajas, sus campos de utilización son muy amplios (Ausubel, Novak y Hanesian, 1978; Novak y Gowin, 1988; Palacios y Rupérez, 1992; Jonassen, Beissner y Yacci, 1993).

En primer lugar permiten, con gran facilidad, recoger una gran cantidad de datos y abordar con ciertas garantías, es-

tudios tanto de tipo cualitativo como cuantitativo, y tan en profundidad de detalle como se desee, pues únicamente requiere seleccionar para su empleo unos conceptos u otros más o menos generales o específicos dentro de un área.

Presentan, además, los datos en forma gráfica, con las ventajas añadidas que ello conlleva, pero ofrecen también, si se necesita, una información numérica muy amplia que puede ser analizada con técnicas estadísticas, lo cual ayuda en la interpretación objetiva de los resultados.

Por último la técnica requiere una interferencia mínima sobre el sujeto de investigación, es sencilla de aplicar y no exige más que un conocimiento extremadamente elemental de la tarea.

### 1.3. Nuevos resultados, nuevas aportaciones teóricas

Haciendo uso de estas nuevas técnicas, se obtienen resultados que posteriormente han de ser analizados, para lo que se necesita un Marco Teórico que permita interpretarlos.

En nuestro caso, partimos de un marco teórico (Teoría del Aprendizaje Verbal Significativo, de Ausubel y Novak) que, en lo que hace referencia a la organización del conocimiento, propone que la estructura cognitiva se organiza de forma jerárquica en torno a unos conceptos más generales, en relación a los cuales se organizan los demás. Propone, además que es de esperar el aumento de la complejidad de la estructura cognitiva en un área de conocimiento conforme se avanza en el aprendizaje.

Pero ocurre a veces que tales resultados no concuerdan con las previsiones de las teorías utilizadas. En nuestro trabajo, como tendremos ocasión de ver, se obtienen resultados que indican cómo el conocimiento de los alumnos no se estructura sólo en torno a los conceptos más generales o inclusivos, y cómo en contra de lo que era de esperar, la estructura cognitiva conforme avanza el aprendizaje no se hace más compleja, sino, de una forma aparentemente paradójica, más simple.

Tales resultados de investigación nos llevarán a proponer un nuevo marco teórico que denominaremos «Teoría de los Conceptos Nucleares», y que permite no sólo interpretar los resultados obtenidos por la teoría de la que partimos, sino integrar de forma coherente los nuevos resultados de investigación.

En nuestra teoría propondremos, en primer lugar una concepción, que denominamos «concepción geográfica del conocimiento», que difiere de la concepción jerárquica de Ausubel y Novak, y definiremos los «conceptos nucleares» como alternativa a los conceptos inclusivos de estos autores. Propondremos, por último, la consideración de lo que denominamos «senderos de mínimo coste», como alternativa a la forma en que en la Teoría del Aprendizaje Verbal Significativo se considera que se produce el proceso de modificación de la estructura cognitiva durante el aprendizaje.

Las implicaciones, tanto de los resultados de investigación como de la propuesta teórica, consideramos que pueden

suponer una importante contribución tanto a la teoría como a la práctica de la investigación y la docencia.

## 2. La investigación: métodos y resultados

### 2.1. Objeto de estudio

El origen de esta investigación fueron las dificultades de los alumnos a la hora de adquirir y manipular conceptos matemáticos, quizá mal llamados «elementales». Uno de estos conceptos es el de ángulo, cuyo estudio es interesante no sólo por el propio concepto en sí, sino ante todo, por ser un ejemplo del tratamiento que se puede dar a otros conceptos que abordamos en la enseñanza.

El objeto de nuestra investigación, consistió, pues, en estudiar y representar en qué forma el alumno asocia en su mente los conceptos relacionados con el de ángulo de modo que podamos identificar los elementos más importantes, la relación entre ellos y su evolución en el tiempo.

Dado que nuestra intención era abordar este estudio de forma que la acción del investigador interfiriese lo menos posible, nos inclinamos por la elección de un técnica como las Redes Asociativas Pathfinder. Así pues, el estudio permitiría, además, evaluar las posibilidades en Investigación de las técnicas de representación del conocimiento y revisar las aportaciones teóricas que hiciesen relación a este campo de conocimiento.

### 2.2. Hipótesis planteadas

En el trabajo se plantearon las siguientes hipótesis:

Hipótesis 1.— Las características (coherencia y complejidad) de la estructura cognitiva de los alumnos en lo que respecta al concepto matemático de ángulo varían en función de parámetros personales (edad y sexo).

Hipótesis 2.— Existen conceptos más significativos que otros, pues se asocian más fuertemente con los demás y permanecen más estables en la estructura cognitiva a lo largo del tiempo.

Hipótesis 3.— Los conceptos más significativos en la estructura cognitiva de los alumnos no son sólo los más generales, sino también algunos muy específicos que son incluso utilizados como ejemplos durante la enseñanza.

### 2.3. Diseño

Este estudio fue llevado a cabo por el método de encuesta, aunque difiere de la encuesta como ésta es tradicionalmente entendida, ya que fue sido sustituido el cuestionario que caracteriza a esta técnica por un instrumento informático, el programa KNOT, que sirve para la formulación de preguntas, la recogida de datos y la presentación de resultados.

Dentro del tipo de investigación por encuesta, llevamos a cabo un diseño, transversal (Buendía, 1999), pues los datos fueron recogidos de varios grupos de sujetos en un determinado corte en el tiempo.

Para este trabajo en el que se hizo un estudio de la evolución del concepto de ángulo en distintas edades, se tomaron muestras que representaban los distin-

tos momentos evolutivos en la adquisición y desarrollo de este concepto, desde que se inicia su aprendizaje formal (en tercer curso de Educación Primaria) hasta el final de la Educación Secundaria, con referencias a la edad adulta. Estudiando los resultados de los distintos momentos evolutivos, pudimos obtener una idea global del desarrollo del proceso.

## 2.4. Muestra

La prueba fue realizada por una muestra de 458 alumnos, elegidos de forma que representaran a toda la población de estudiantes de Primaria y Secundaria de la Comunidad Autónoma de Extremadura.

De ellos, 410 alumnos de 3º de Primaria a 4º de ESO, fueron elegidos de forma aleatoria, utilizando un procedimiento multietapa, en que se combinaron muestreo aleatorio por conglomerados, muestreo aleatorio por estratos y muestreo aleatorio simple, con afijación proporcional en los casos correspondientes. El resto fue elegido de forma intencional, con 30 alumnos de elevado rendimiento matemático, correspondientes a 2º curso de ESO, participantes seleccionados en la Olimpiada Matemática de Extremadura, y 18 estudiantes de último año de la carrera de Matemáticas. En el caso de los Centros de Primaria, para realizar la prueba se seleccionaron los cursos 3º, 4º, 5º y 6º de Primaria, y en el de los Centros de Secundaria, los de 1º, 2º, 3º y 4º de ESO. Corresponden estos cursos a alumnos desde 8 a 15 años de edad.

## 2.5. Instrumentos

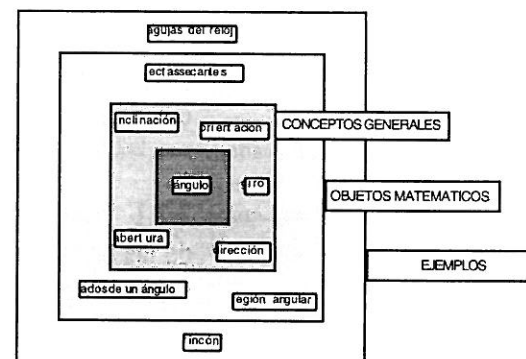
Los instrumentos utilizados en esta investigación fueron además de las Redes Asociativas Pathfinder y el programa KNOT, a los que antes nos hemos referido, los siguientes:

### 2.5.1. Conceptos seleccionados para su comparación

Para su utilización por el programa KNOT, se eligieron «conceptos parciales» relacionados con el de ángulo y entendidos en el sentido de las imágenes evocadas de los conceptos según Tall y Vinner (1981).

Para seleccionar tales conceptos, se recurrió a la bibliografía científica respecto al tema, a los utilizados en la práctica docente y a los empleados en los libros de texto.

De acuerdo con los criterios enunciados fueron seleccionados los siguientes once conceptos: agujas del reloj, rectas secantes, inclinación, orientación, ángulo, giro, abertura, dirección, lados de un ángulo, región angular y rincón.



### 2.5.2. Coeficiente de Similitud

Este coeficiente (Goldsmith y Davenport, 1989), obtenido mediante el programa KNOT, permite asignar un valor entre 0 y 1 a la similitud entre dos redes, evaluando el número de enlaces en común, frente al número de enlaces totales.

Este valor numérico se utiliza como un indicador cuantitativo para comparar redes, tal como pueden ser las de profesores frente a las de alumnos, las de éstos entre sí, o las redes obtenidas en distintas circunstancias.

### 2.5.3. Coeficiente de Coherencia

La coherencia (Schvaneveldt, 1989), calculada por el programa KNOT, es un coeficiente cuyo valor oscila entre  $-1$  y  $+1$ .

Para hallarlo, dados dos conceptos, se calcula la correlación existente entre los valores de similitud de uno de ellos con todos los demás, y los valores del otro también con los demás. Hecho esto para todos los conceptos, la coherencia se calcula como una nueva correlación entre

las correlaciones así obtenidos y los valores asignados directamente por el sujeto.

Este coeficiente permite apreciar tanto la atención con que ha sido realizada la asignación de valores de proximidad como el conocimiento de la materia objeto de estudio.

Nuestra experiencia nos indica que ambos factores, atención y conocimiento del tema, permiten evaluar además la evolución del proceso de adquisición de los conceptos.

### 2.5.4. Índice de Complejidad de Redes

El Índice de Complejidad de Redes es un indicador cuantitativo (Casas y Luengo 2.001b y Casas 2.002), cuyo valor oscila entre 0 y 1 y que nos permite valorar la complejidad de una red. Para ello, combina tres parámetros: densidad de las redes entendida como número de enlaces presentes frente al número de enlaces totales, número de nodos múltiples considerados como tales aquellos que presentan más de dos enlaces con otros nodos

de la red y número de relaciones entre dichos nodos múltiples.

## 2.6. Procedimiento

El investigador se desplazó hasta cada uno de los seis centros participantes, pues de esta manera se quiso garantizar que la aplicación de la prueba fuera igual en todos los casos.

La puesta en práctica se llevó a cabo con ordenadores Macintosh en los que previamente se había instalado una copia del programa KNOT Mac versión 3.1, así como un fichero con los conceptos previamente seleccionados para la prueba.

A todos los alumnos se les impartieron textualmente únicamente las siguientes instrucciones: «*En el ordenador van a aparecer una serie de palabras que tienen algo que ver unas con otras, que tienen cierta relación: poca, mucha o regular. Tú tienes que indicar cuánta. Si señalas con el ratón a la derecha es mucha, si señalas a la izquierda es poca, y hacia el centro es regular.*».

El tiempo de realización, osciló entre 15 y 20 minutos, según los cursos y los alumnos.

## 2.7. Resultados

Una vez obtenidos los datos de los alumnos, se procedió a su análisis mediante el programa de estadística StatView, versión 4.01 para Macintosh. Para todas las pruebas estadísticas se aceptó un nivel de significación del 95%. Las condiciones previstas para la aplicación de cada prueba (normalidad,

aleatoriedad, varianzas,...) fueron respetadas, aunque no se presentan detalladamente por limitaciones de espacio. Para una exposición completa consúltese Casas, 2002.

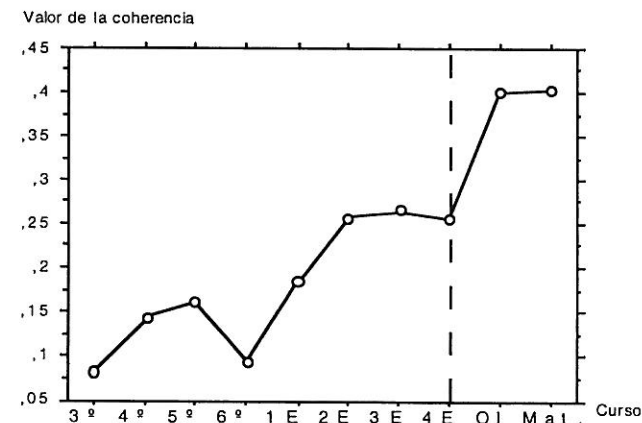
### 2.7.1. Características de las redes de los alumnos. Dependencia de factores personales

#### 2.7.1.1. Análisis de la Coherencia de las Redes

El valor de la coherencia en las redes de los alumnos resultó ser mayor en unos cursos que en otros. Para contrastar las diferencias entre ellos, se utilizó un ANOVA, que tras comprobar los supuestos básicos requeridos, nos permitió comprobar, con un valor  $p < 0.001$  como en efecto, hay una relación muy significativa entre el curso y la coherencia.

En esta gráfica, como en las siguientes que ofreceremos, hemos representado en el eje horizontal los distintos cursos desde 3º de Primaria (3º) hasta 4º de ESO (4E) y tras ellos, a los alumnos selectos de Olimpiada (Ol) o estudiantes de Matemáticas (Mat.).

Podemos observar cómo hay una tendencia significativa al aumento de la coherencia que sólo es alterada en el curso 6º de Primaria. También podemos observar que hay una diferencia muy notable con la muestra que hemos escogido de alumnos de rendimiento superior:



Posteriormente, la *t* de Student nos permitió comparar los resultados entre alumnos y alumnas.

En este caso con un valor  $p = 0.0287$  se pudo comprobar que las redes de las alumnas son más coherentes que las de los alumnos.

#### 2.7.1.2. Análisis del número de nodos múltiples de las Redes

Consideramos como nodos múltiples aquellos que tienen más de dos enlaces con los demás. Representan, según nuestra concepción, aquellos conceptos más importantes dentro de la estructura de conocimiento de los alumnos, y los demás conceptos se organizan en torno a ellos.

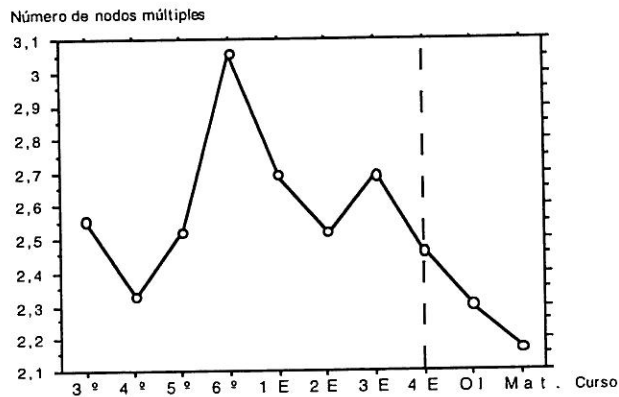
Al estudiar el número de nodos múltiples y comprobar el supuesto de homogeneidad de varianzas, se observó que la varianza del grupo de alumnos de Matemáticas era aparentemente menor que la de los demás, lo que se confirmó con un

contraste *F* entre las varianzas de los distintos grupos.

Por ello, se decidió, en vista que no se cumplía el supuesto de homogeneidad de las varianzas, eliminar este grupo para esta parte del estudio.

Mediante un ANOVA con los demás grupos pudimos comprobar con un valor  $p = 0.0048$  que existe una diferencia significativa entre el número de nodos múltiples en los distintos cursos, particularmente a partir del curso 6º de Primaria.

Una representación gráfica nos permite, de nuevo, comparar el número medio de nodos múltiples que aparecen en cada curso y conocer cuál es su evolución. Aunque como hemos indicado el valor correspondiente a los alumnos de Matemáticas no ha sido incluido en el cálculo del ANOVA, sí hemos considerado útil incluirlo, aún con la anterior advertencia, en la representación.

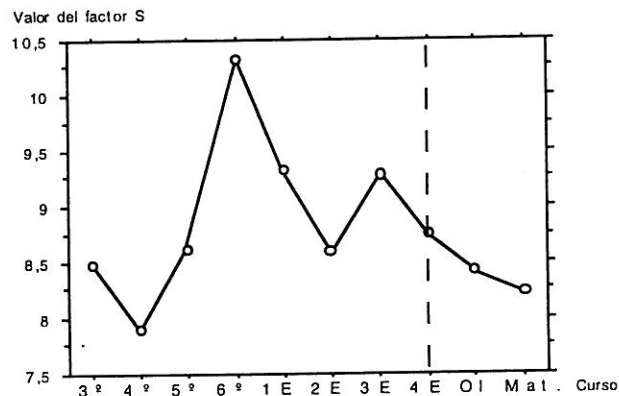


La técnica *t* de Student, aplicada posteriormente, nos indicó que las redes de alumnos y alumnas tienen, como media, los mismos nodos múltiples.

### 2.7.1.3. Análisis del número y tipo de conexiones de los nodos múltiples

Otro factor de interés es el número de conexiones entre los nodos múltiples. Este factor, incide en la complejidad, y viene a representar cuál es el tipo de relaciones que los demás nodos de la red establecen con los nodos principales, los nodos múltiples.

La falta de homogeneidad de las



varianzas nos impidió llevar a cabo un Análisis de la Varianza paramétrico, por lo que recurriremos a la versión no paramétrica, el test de Kruskal-Wallis.

Con un valor *p* corregido para empates  $p = 0.0035$ , se confirmó la hipótesis de que el número de enlaces de los nodos múltiples, variaba con el curso y por tanto con la edad.

Una representación gráfica de las medias de estos valores nos ofrecerá información acerca de la evolución del valor de este factor, al que denominamos «S» en la representación:

De nuevo podemos observar como, de modo semejante a como ocurría en los anteriores factores que hemos estudiado, existe un aumento notable del número de enlaces de los nodos múltiples hacia 6º curso de Primaria, que baja claramente en el inicio de la Secundaria y aunque con un repunte en el curso 3º, vuelve a descender en los alumnos de 4º y en los de Olimpiada (recordemos que éstos, por edad, corresponderían a 2º de Secundaria), estableciéndose más claramente la tendencia en los alumnos, adultos, de Matemáticas.

Un último aspecto que nos puede dar una idea de la importancia de los nodos múltiples en la estructura en red es comprobar si también están enlazados entre ellos.

Efectivamente, la mayoría de los nodos principales están enlazados entre ellos. Si nos referimos a los datos totales del estudio, tenemos 325 redes en las que los nodos principales están enlazados frente a 115 en las que no lo están. En el resto de las redes (18) no existe más que un

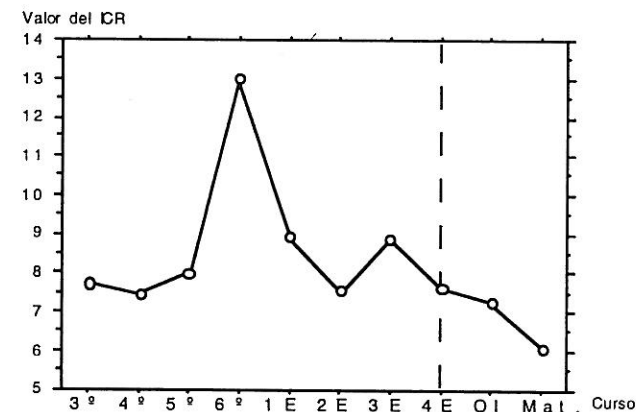
nodo múltiple o ninguno. La proporción en cada uno de los cursos es similar a la del total.

### 2.7.1.4. Análisis del Índice de Complejidad de Redes (ICR)

Al estudiar la distribución del Índice de Complejidad de redes observamos que no seguía una distribución normal. Para comprobar, si la forma de distribuirse el Índice de complejidad de Redes guardaba alguna relación con el curso (y por tanto la edad) de los alumnos, se recurrió, por tanto, a una prueba no paramétrica, el test de Kruskal-Wallis.

El valor *p* obtenido (*p* corregido para empates = 0.031) nos indicó que podemos afirmar que los valores del Índice de Complejidad de Redes se reparten de distinta forma a lo largo de los cursos.

Una gráfica con la media del valor del ICR nos ayudará a ver cómo se produce esta evolución:



La evolución del ICR es un resultado de la evolución de los factores que lo componen (densidad de las redes, número de nodos múltiples y número de relaciones entre ellos), reflejando de nuevo cómo el curso 6º de Primaria supone un aumento importante en la complejidad de las redes de los alumnos, que de nuevo disminuye a partir del inicio de la Secundaria, confirmándose esta disminución en los sucesivos cursos hasta la edad adulta.

### 2.7.1.5. Conceptos más importantes que aparecen en las redes

Para estudiar cuáles son los conceptos más importantes utilizados por los alumnos dentro de sus redes, estudiamos cuáles eran los nodos múltiples que aparecían en dichas redes.

En la siguiente tabla podemos ver en qué porcentaje aparece como nodo múltiple cada uno de los posibles, en las redes correspondientes a cada curso.

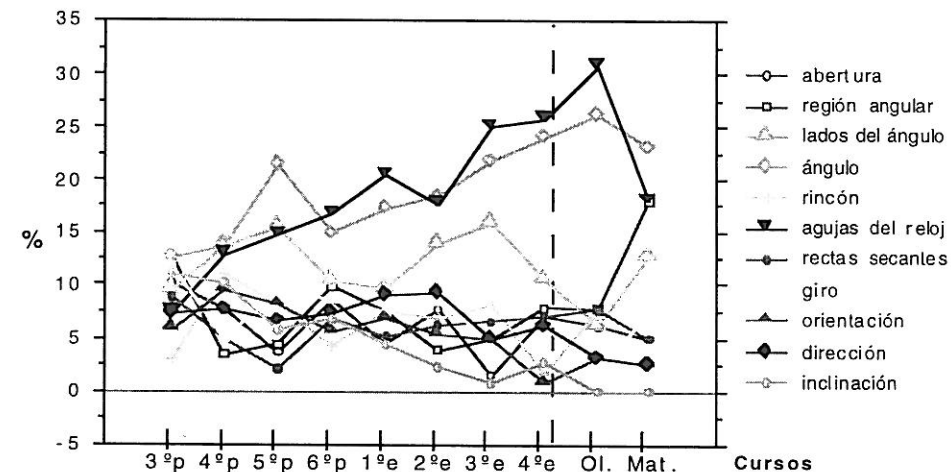
	3º p	4º p	5º p	6º p	1º e	2º e	3º e	4º e	OI.	Mat
inclinación	11,0	10,3	5,9	6,8	4,5	2,3	8	2,7	0	0
dirección	7,4	7,7	6,6	7,4	9,0	9,2	5,0	6,2	3,1	2,6
orientación	5,9	9,4	8,1	5,6	6,8	5,4	5,0	9	3,1	2,6
giro	11,8	5,1	9,6	8,6	7,5	8,5	5,0	6,2	1,5	7,7
rectas secantes	3,8	5,1	2,2	6,8	5,3	6,2	6,7	7,1	7,7	5,1
agujas del reloj	7,4	12,8	14,7	16,7	20,3	17,7	25,0	25,7	30,8	17,9
rincón	2,9	11,1	8,1	4,3	7,5	6,9	8,3	1,8	7,7	5,1
ángulo	12,5	13,7	21,3	14,8	17,3	18,5	21,7	23,9	26,2	23,1
lados de un ángulo	9,6	13,7	15,4	10,5	9,8	13,8	15,8	10,6	6,2	12,8
región angular	12,5	3,4	4,4	9,9	7,5	3,8	5,0	8,0	7,7	17,9
abertura	10,3	7,7	3,7	8,6	4,5	7,7	1,7	7,1	6,2	5,1

En esta tabla podemos observar que, por ejemplo en 3º curso, el concepto «inclinación» representa el 11 % de los nodos múltiples totales que aparecen en las redes de tales alumnos. El concepto «dirección» representa el 7,4 % del total de los nodos múltiples que aparecen en tal curso. En la columna correspondiente a 3º

curso, como ocurre en todas las demás, la suma de porcentajes es 100.

Hemos sombreado cuáles son los nodos múltiples más utilizados. Así podemos ver, en conjunto, en cada uno de los cursos cuáles son los nodos múltiples que utilizan los alumnos, como aparece reflejado en la siguiente gráfica:

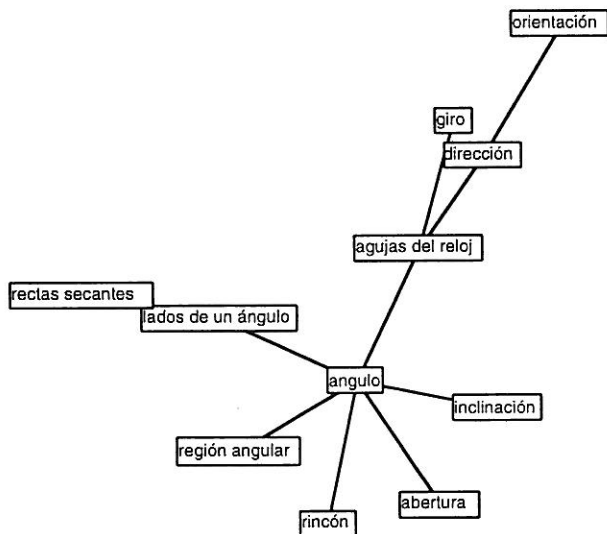
Representación del conocimiento y aprendizaje. Teoría de los...



La interpretación de esta gráfica, nos informa de cómo al principio de la escolaridad la frecuencia de uso de cada concepto es similar (todos están agrupados en la zona de la gráfica que corresponde entre el 2,9 y el 12,5 por ciento). Esto nos indica que todos los conceptos son utilizados en una proporción aproximada. Pero conforme aumenta la edad de los alumnos, hay conceptos (como los de «agujas del reloj», o «ángulo») que aumentan en su frecuencia de utilización, hasta un 30,8 y 26,2 por ciento respectivamente) destacándose claramente de los demás, mientras que otros conceptos tienen una tendencia a ser utilizados cada vez menos.

El programa KNOT, nos permite obtener no sólo representaciones gráficas de la red de un alumno determinado, sino también la red media de un grupo de ellos. Las redes medias correspondientes a cada curso conservan propiedades comunes a todas las de su grupo. Particularmente, conservan los nodos principales (los que resultan ser los principales en la mayoría de redes del grupo) y conservan las relaciones entre ellos.

De esta forma, hemos obtenido la red media de todos los alumnos participantes en el estudio, que refleja cuáles son los conceptos principales utilizados por los alumnos:

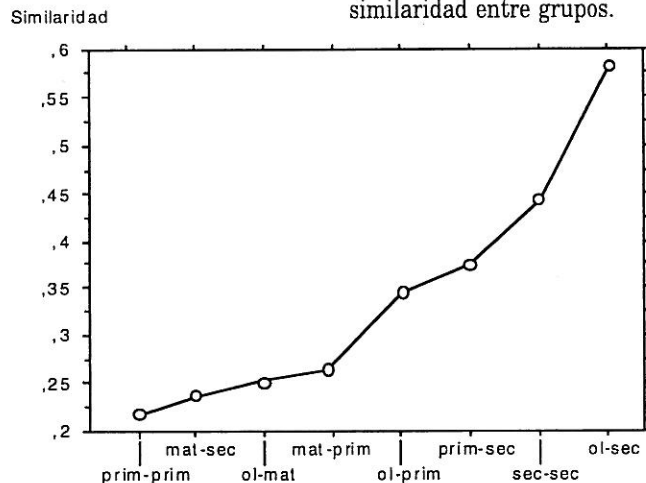


### 2.7.1.6. Similitud de las redes

El programa KNOT, como hemos indicado, permite calcular la similitud entre las distintas redes de los alumnos. De este modo se puede observar la evolución a lo largo de la escolaridad. Para resumir la información, hemos unido los distintos grupos en cuatro categorías: Primaria, Secundaria, Olimpiada y Matemáticas.

Dado que la distribución de la similitud no se ajusta a la curva normal, empleamos un test de Kruskal-Wallis para evaluar si existían diferencias significativas entre grupos, lo cual resultó confirmado con un valor  $p$  corregido para empates = 0.0329.

La siguiente gráfica nos indica, ordenados de menor a mayor, los valores de similitud entre grupos.



En esta gráfica podemos observar que las redes menos similares son las de los alumnos de Primaria entre ellos mismos, seguidas de las de los alumnos de Matemáticas comparadas con las de Secundaria, las de los alumnos de Olimpiada con las de Matemáticas y las de los alumnos de Matemáticas con las de Primaria. Todas ellas son muy poco similares, con valores por debajo de 0,263.

Las similitudes aumentan cuando comparamos alumnos de Secundaria, teniendo en cuenta que los de Olimpiada, son también alumnos de 2º de ESO, aunque de rendimiento matemático superior.

Los máximos de similitud se dan entre las redes de los alumnos de Secundaria comparadas con las de sus grupos, y con la de los alumnos de Olimpiada comparadas con las de Secundaria.

### 2.7.2. Análisis de los resultados

Los resultados obtenidos en esta investigación, pueden ser resumidos como sigue:

#### 2.7.2.1. Coherencia de las redes

— La coherencia de las redes de los alumnos varía según el grupo, y por tanto según la edad, siendo mayor en los grupos de mayor edad.

— La coherencia es mayor en las redes de las alumnas que en las de los alumnos.

#### 2.7.2.2. Número de nodos múltiples de las redes

— El número de nodos múltiples de

las redes varía según el grupo, y por tanto según la edad, siendo menor en los grupos de mayor edad.

— El número de nodos múltiples es el mismo para alumnos que para alumnas.

#### 2.7.2.3. Número y tipo de conexiones de los nodos múltiples de las redes

— El número de conexiones que presentan los nodos múltiples de las redes varía según el grupo, y por tanto según la edad, siendo menor en los grupos de mayor edad.

— Una mayoría significativa de los nodos múltiples están relacionados directamente entre ellos.

— No existe diferencia significativa entre el número de conexiones que presentan los nodos múltiples de los alumnos y los de las alumnas.

#### 2.7.2.3. Índice de Complejidad de Redes

— La complejidad, medida según el Índice de Complejidad de Redes, varía según el grupo, y por tanto según la edad, siendo menor en los grupos de mayor edad.

#### 2.7.2.4. Conceptos más importantes que aparecen en las redes

— Al principio de la escolaridad todos los conceptos son utilizados en proporciones muy similares, pero conforme se avanza, unos pocos conceptos tienden a utilizarse más que todos los demás como conceptos principales.



— El concepto más importante por su utilización en toda la escolaridad es el de «Agujas del reloj», un ejemplo utilizado en la enseñanza. Los siguientes conceptos en orden de importancia según su utilización son los de «Ángulo» y «Lados del ángulo», correspondientes a lo que hemos considerado como conceptos generales y objetos matemáticos, respectivamente.

— Existen conceptos cuyo uso en las redes aumenta a lo largo de la escolaridad: «Agujas del reloj» y «Ángulo». En otros, su cuyo uso en las redes se mantiene a un nivel medio durante toda la escolaridad: «Lados de un ángulo». El uso de todos los demás conceptos en las redes se mantiene muy bajo y tiende a disminuir a lo largo de la escolaridad.

— La red media de un grupo representa, mediante sus nodos múltiples, los conceptos principales utilizados en las redes de ese grupo.

### 2.7.2.5. Similaridad de las redes

— Existen diferencias significativas entre las redes medias de los grupos, en cuanto a su similaridad.

— Las redes más similares entre ellas son las de los alumnos de Olimpiada y las de los de Secundaria. A continuación las más semejantes son las de los alumnos de Secundaria también entre ellas.

— Las redes menos similares son las de los alumnos de Primaria entre ellas.

## 3. Justificación de los resultados y propuesta teórica

Hasta aquí se han presentado los resultados de investigación, aportando los datos que hemos obtenido. Pero más allá de los resultados numéricos o gráficos, se hace necesaria, su interpretación.

En todas las Ciencias se produce un proceso de interpretación y generalización que va más allá de la mera constatación de los hechos y de su registro. Se produce la integración de los hechos y los datos, con su análisis e interpretación, en el marco de las Teorías Científicas.

La interpretación de los datos y la integración en los marcos teóricos se lleva a cabo mediante la comparación entre planos distintos: de la realidad física a los constructos psicológicos, y de éstos a sus representaciones. Estos paralelismos establecidos son ayudas para que el conocimiento humano pueda manejar y comprender los datos de la realidad, y son los que exponemos en el siguiente gráfico:



En este trabajo hemos establecido, de igual modo, un isomorfismo entre la estructura cognitiva y su representación gráfica, las redes asociativas; entre conceptos nucleares, que, como veremos, corresponden al constructo de la estructura cognitiva y nodos múltiples, que corresponden a la representación gráfica; entre enlaces entre conceptos y enlaces entre nodos de una red. Este es un mecanismo utilizado no sólo en la Ciencia, sino en general, en otros muchos aspectos del conocimiento humano.

Este isomorfismo entre redes asociativas y estructura cognitiva, entre nodos múltiples y conceptos nucleares, entre enlaces entre nodos de un gráfico y enlaces entre conceptos, es el que nos permite integrar e interpretar nuestros resultados dentro del ámbito de una propuesta teórica, en este caso elaborada por nosotros.

La «Teoría de los Conceptos Nucleares» nace con el propósito de responder a

un problema planteado y se fundamenta en determinados elementos de orden filosófico, epistemológico y de las teorías del aprendizaje.

En nuestro caso, partimos de los elementos filosóficos, epistemológicos y de las teorías del aprendizaje integrados en el paradigma de la Ciencia Cognitiva (Neisser, 1976; Bruner, 1988).

Nuestra Teoría, parte pues, de las aportaciones tanto de la Ciencia Cognitiva como, particularmente, de otras teorías educativas, que trata de complementar. A partir de ella propone alternativas y concepciones propias, que desarrollaremos.

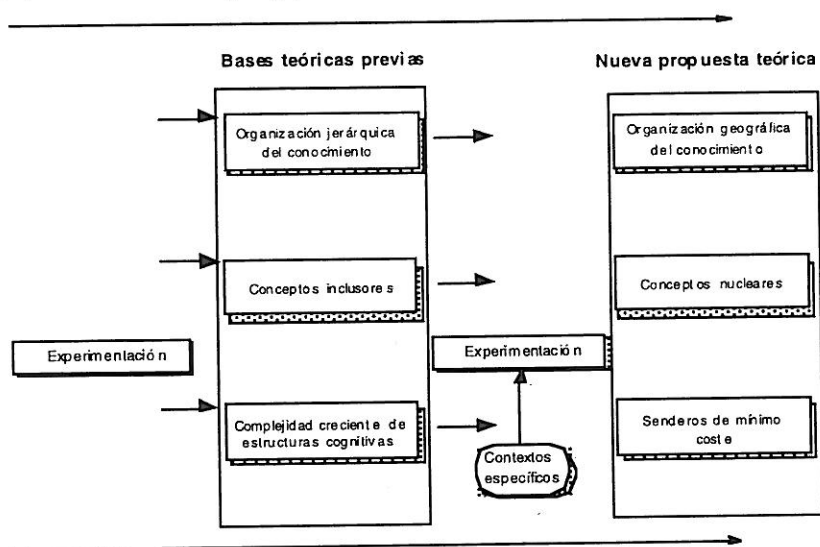
Como tal teoría, crea y hace uso de unos términos que articula entre sí, y que tratan de explicar la realidad en un campo de conocimiento. Recurre, además, a unos métodos y técnicas de trabajo que le son propios. Pero es cuando se aplica a

los datos obtenidos es cuando se comprueba su validez, pues es capaz de explicar no sólo los datos nuevos, sino los resultados de las anteriores investigaciones.

Nuestra teoría está formulada a partir de la observación de fenómenos reales, en un contexto escolar, y ha de aplicarse a estos contextos. Es, en el sentido de Díaz Godino (Díaz Godino, 1991) una teoría «fenomenológica», y creemos

que tiene el interés de poderse aplicar a un rango limitado de objetos y situaciones con la ventaja de explicar y predecir fenómenos dentro de este rango.

Esto es lo que hemos representado en la siguiente figura, en la que señalamos cuáles son aquellos puntos que, con respecto a las concepciones teóricas en uso creemos suponen una nueva concepción.



Los principales elementos de la Teoría de los Conceptos Nucleares que describiremos, son la «organización geográfica del conocimiento», la noción de «conceptos nucleares» y la noción de «senderos de mínimo coste».

### 3.1. Organización geográfica del conocimiento

Nuestra propuesta teórica parte de la idea de que la adquisición del conocimiento en general, y su almacenamiento en la

estructura cognitiva sigue un proceso análogo a la adquisición del conocimiento del entorno físico, siguiendo tres etapas que llamaremos conocimiento de hitos, conocimiento de rutas y conocimiento de conjunto.

El conocimiento geográfico comienza por la adquisición de unos ciertos «hitos» sobresalientes del terreno, tales como edificios singulares, paisajes característicos o detalles que nos han llamado la aten-

ción o recordamos por alguna vivencia personal. En un mapa geográfico, estos hitos constituirían puntos destacados.

La adquisición del conocimiento de una ruta es la siguiente etapa en el desarrollo de un mapa mental del entorno físico. El conocimiento de una ruta se caracteriza por la capacidad para navegar desde un punto hasta otro, utilizando el conocimiento de los hitos del territorio para tomar decisiones en cada punto acerca de los giros que habría que dar, pero sin tomar en consideración las áreas de alrededor.

El mapa cognitivo del entorno físico no está completamente desarrollado hasta que no se alcanza el conocimiento como vista de conjunto. En tal situación, se tiene una visión completa de todos los hitos integrados en rutas y de éstas relacionadas entre ellas. En ese momento, la circulación por el mapa puede hacerse de diversas maneras, eligiendo en cada caso la ruta que más nos convenga, por comodidad, por seguridad o por preferencias individuales.

Según nuestro modelo, cuando un alumno se encuentra en situación del aprendizaje de una nueva materia, es como si estuviera ante un nuevo territorio, y, para avanzar, recurre a los hitos que conoce. Llamamos a estos «hitos» de la memoria «conceptos nucleares» puesto que son conceptos en torno a los cuales se organizan los demás.

El siguiente paso del aprendizaje consiste en establecer unas «rutas», como en

el ámbito físico, proceso que consiste en el establecimiento o rememoración, si ya están establecidas, de las relaciones de estos conceptos con otros, y en la creación de procedimientos de trabajo para obtener los resultados buscados.

El último estadio de este proceso es la adquisición de la vista de conjunto, momento en el cual el alumno conoce la relación de unas rutas con otras, de unos procedimientos de trabajo con otros, y elige en función de los resultados que necesite, de los procedimientos más adecuados o simplemente de aquellos con que se encuentra más familiarizado.

Desde esta visión teórica se pueden entender también las aportaciones de la Teoría del Aprendizaje Verbal Significativo, e incluso justificar la aparición de algunas aparentes contradicciones con esta teoría que hemos encontrado en nuestro análisis experimental, como el hecho de que los conceptos más importantes en la estructura cognitiva no sean sólo los más generales o inclusivos.

### 3.2. Conceptos nucleares

Coincidimos con la idea desarrollada en sus trabajos por Ausubel y Novak en que el conocimiento se construye sobre la base de lo que previamente se conoce, idea que responde al enfoque general del constructivismo, pero diferimos en la consideración acerca de la forma en que tiene lugar este proceso, y ello en vista de los resultados experimentales que presentamos. Según nuestro planteamiento, si la existencia de los inclusores, ideas de nivel superior, se confirmara, en la es-

estructura cognitiva del alumno debieran aparecer como más destacadas estas ideas, de nivel superior. Sin embargo, esto no coincide con los datos que hemos obtenido.

Frente a la concepción jerárquica del conocimiento, y como hemos indicado anteriormente, concebimos más bien una concepción «geográfica». En este contexto, cuando conocemos un territorio nuevo, no aprendemos necesariamente el país, luego la región y luego el pueblo donde estamos, correspondiendo país, región y pueblo a conceptos sucesivamente menos inclusivos.

Subrayamos esta idea porque nos parece determinante: el aprendizaje no tiene por qué producirse en estadios de mayor a menor inclusividad, y creemos que no es esa la forma general del aprendizaje, sino que creemos que los alumnos van construyendo su estructura cognitiva a partir de conocimientos parciales y fragmentarios que van organizándose al ajustarse a partir de estructuras previas.

Nuestros datos experimentales, como veremos, así parecen indicarlo, pues los principales conceptos que utilizan los adultos son los mismos que utilizan los niños prácticamente al principio de su escolaridad.

Según nuestra teoría, los conocimientos no se van organizando a partir de conceptos más inclusivos a otros más sencillos. Esto quizá ocurra al final, cuando se tiene una visión de conjunto, pero no al principio del conocimiento. También

según nuestra concepción, y dado que no consideramos que el aprendizaje se apoye siempre en una estructura jerárquica, no tiene por qué haber conceptos ni más importantes ni de menor nivel, sino que hay simplemente conceptos que sirven como anclaje a la estructura cognitiva del alumno. Precisamente, como veremos, los conceptos nucleares que de una forma más continua y clara aparecen como hitos de la estructura cognitiva de los alumnos, son, en algún caso, solamente ejemplos, que según Ausubel, serían las ideas menos generales de todas.

### 3.3. Senderos de mínimo coste

La consideración jerárquica del conocimiento parece tener como consecuencia lógica la adquisición de una mayor complejidad en la estructura cognitiva conforme aumenta la cantidad de conceptos y las relaciones entre ellos, que va produciéndose cuando se adquieren nuevos aprendizajes.

Sin embargo, tal como indican nuestros datos experimentales, mientras mayor es la edad de los alumnos y más avanza su aprendizaje, más simples aparecen las representaciones de las relaciones entre conceptos que obtenemos con las Redes Asociativas Pathfinder.

Este hecho, en apariencia paradójico, podemos interpretarlo considerando que, a pesar de que en la estructura cognitiva del alumno aparecen cada vez más elementos y más relaciones entre ellos, se utilizan subestructuras cada vez más simples. Creemos que en una situación dada que requiera utilizar los aprendizajes adquiridos y almacenados en la estructura

cognitiva, en lugar de recurrir a las relaciones entre todos los conceptos presentes, en una estructura compleja, se recurre a las relaciones más simples, pero que resultan más significativas, a lo que denominamos «senderos de mínimo coste».

A nivel psicológico, la elección de unas conexiones u otras entre conceptos, o lo que es lo mismo, de distintos senderos, depende también de un proceso de selección de tipo probabilístico, el cual en función de las experiencias previas, nos aconseja elegir un enlace u otro cuando se dispone de distintas alternativas. Se escoge aquel sendero que tiene más posibilidades de éxito con menor coste.

La metáfora geográfica que venimos utilizando nos permite también entender mejor el concepto de «senderos de mínimo coste». Las personas en cada tipo de viaje que emprenden, y para cada intención, utilizan un mapa distinto: no es necesario el mismo mapa si se quiere hacer turismo y visitar localidades pintorescas, que si nuestro viaje es de trabajo y necesitamos ahorrar tiempo en el desplazamiento.

Del mismo modo, cuando se requiere resolver un problema, sea éste del tipo que sea, se seleccionan los conceptos clave relacionados con él, así como los detalles relevantes para el caso y los procedimientos usualmente aplicables para su resolución, información que se encuentra almacenada en la estructura cognitiva en forma de esquemas mentales. Pero sólo se activan y se relacionan entre sí aquellos esquemas que son relevantes en la situación concreta de que se

trate, y no otros, que resultan descartados, por un proceso de selección que está determinado en gran parte por las experiencias previas. La conexión más efectiva entre conceptos clave, detalles y procesos de resolución, forman lo que antes hemos denominado un sendero de mínimo coste.

### 3.4. Apoyo de la Teoría en los datos de Investigación

Creemos que nuestros resultados de investigación confirman nuestro planteamiento teórico. Efectivamente, en el estudio descrito hemos comprobado cómo, durante el proceso de aprendizaje del concepto de ángulo existen tales «hitos» los «conceptos nucleares», que son representados en las redes asociativas como los «nodos múltiples».

El siguiente paso del conocimiento geográfico, tal como proponíamos en nuestra teoría, consistía en el aprendizaje de «rutas», relaciones entre hitos principales del territorio que se correspondían con enlaces entre conceptos destacados en la estructura cognitiva de la persona que aprendía.

Se ha comprobado también cómo existen estas rutas, pues los conceptos nucleares, representados como ya dijimos por los nodos múltiples de las redes asociativas, quedan unidos entre ellos por enlaces en la gran mayoría de los casos.

Estos enlaces, recordemos, eran además, los más sencillos, y todos los demás conceptos se iban conectando a ellos, formando grupos que se mantienen a lo largo de todo el desarrollo cognitivo.

El tercer paso en nuestra teoría del conocimiento geográfico, era la adquisición de la «vista de conjunto». Creemos que la adquisición de este tipo de vista queda reflejada en dos resultados que destacamos.

En primer lugar, la consideración de que las redes asociativas, reflejo de las estructuras cognitivas de los alumnos, conforme avanza la escolaridad van siendo cada vez más parecidas, y esto lo comprobamos por el aumento de la similitud de las redes medias de los cursos sobre todo a partir de Educación Secundaria. La mayor similitud entre las redes, consideramos que es un reflejo del grado de adquisición, por cada vez un mayor número de alumnos, de una estructura común, que engloba a todos los conceptos asociados al de ángulo.

La adquisición de la vista de conjunto creemos que queda puesta de manifiesto también por el aumento de la coherencia en las redes. Efectivamente, si recordamos cómo la coherencia es un coeficiente que se calcula haciendo uso de la correlación entre el total de las asociaciones entre nodos de las redes, podemos considerar que es una medida de la consistencia interna de toda la red, de toda la estructura. Así pues, podemos considerar el aumento de la consistencia de la estructura como un mayor dominio simultáneo de las relaciones entre todos sus elementos, un mayor dominio de la vista de conjunto, en definitiva.

En los datos que hemos obtenido en nuestro estudio, queda reflejada la existencia de conceptos que, dentro de la es-

tructura cognitiva de los alumnos, tienen mayor importancia que otros. Estos conceptos que hemos denominado «conceptos nucleares», vienen representados por los nodos múltiples de las redes asociativas.

Aceptada la existencia de estos conceptos, resta por ver cuál es su tipología, pues, recordemos, según nuestra propuesta teórica, no son siempre los más generales, los conceptos «incluidores» como los llaman Ausubel y Novak.

Efectivamente, y como hemos podido comprobar, tres han sido los conceptos que se destacan como los principales de las estructuras cognitivas de los alumnos: «ángulo», «lados del ángulo» y «agujas del reloj».

Estos tres conceptos, recordemos, habían sido seleccionados para su inclusión en la prueba teniendo en cuenta que, además de representación de los más frecuentemente utilizados en la enseñanza, o representantes de las concepciones más extendidas del concepto de ángulo, fueran, no lo olvidemos, conceptos de distinto nivel de generalidad.

El concepto de ángulo era del tipo de lo que habíamos llamado «conceptos generales». El concepto de lados de ángulo era de los que considerábamos «objetos matemáticos». Por último, el concepto de «agujas del reloj» era un ejemplo, el menor nivel de generalidad (y de inclusividad).

Pues bien, se observa en los resultados de nuestro estudio, que como concep-

tos más fuertemente anclados en la estructura cognitiva de los alumnos resultan estar uno de cada tipo precisamente, y no sólo los más generales. No ocurre esto, sino que precisamente como el más destacado aparece uno que es un ejemplo: «agujas del reloj».

Las redes obtenidas en nuestra investigación, no son redes jerárquicas, y no reflejan la organización de los conceptos de más a menos generales, sino que reflejan sencillamente, la relación de unos conceptos que, en una determinada fase del desarrollo cognitivo son más significativas para el alumno frente a otros que lo son menos.

Un último aspecto a considerar es el que hace referencia al grado de complejidad de las estructuras cognitivas. Nuestra propuesta teórica establece que, en lugar de una mayor complejidad de las estructuras cognitivas conforme aumentara la edad, tal como postulan las teorías educativas que hemos citado, nuestra teoría establece que cuando se alcanza un mayor nivel de conocimiento en un área, se privilegian una serie de enlaces entre conceptos, que nosotros denominamos «senderos de mínimo coste» y que resultan ser los más utilizados por los alumnos, de modo que la estructura utilizada es más simple.

Efectivamente, y según muestran nuestros datos, no solamente disminuye con la edad el número de conceptos nucleares, representados por los nodos múltiples de las redes, sino que disminuye también el número de enlaces entre ellos y entre ellos y los demás, lo que corrobora nuestra teoría.

Podemos interpretar este resultado como el reflejo de que, efectivamente, los alumnos utilizan las relaciones más sencillas entre los conceptos. Mientras al principio del proceso de aprendizaje del concepto de ángulo los alumnos tenían un conocimiento pobre, como lo reflejaban los bajos valores de la coherencia, y sus redes eran más complejas, al aumentar el conocimiento, con una mayor coherencia, y disminuye la complejidad. A pesar de que los alumnos al final del proceso conocen todas las relaciones correctamente, utilizan relaciones cada vez más simples y obteniendo valores cada vez más bajos de los factores indicadores de la complejidad de las redes.

#### 4. Conclusiones

Como ya indicamos anteriormente, nuestra teoría está formulada a partir de la observación de fenómenos reales, en un contexto escolar, y ha de aplicarse a estos contextos. No pretendemos que, por el momento, vaya más allá de tales contextos, y, al menos, mientras no sea validada experimentalmente en otros campos, vaya más allá de las situaciones de enseñanza – aprendizaje en la que la hemos formulado y experimentado.

No nos hemos planteado por el momento, pues no ha sido esa nuestra pretensión, analizar cómo se adquiere el conocimiento de la Literatura, de las normas de circulación o del uso de un programa de ordenador. No hemos estudiado esos procesos y no nos permitimos aventurar, sin más datos de investigación, si esos tipos de aprendizaje se producen igual que el de un concepto matemático en el que nos hemos centrado.

Pero quizá la primera repercusión de nuestra teoría en lo referente a la enseñanza y la investigación esté en la nueva concepción teórica que proponemos. Nuestra forma de entender cómo se realiza el proceso de aprendizaje de nuevos conocimientos, desde la perspectiva que denominamos «geográfica», y con el papel relevante que se le concede a los conceptos nucleares, nos ofrece una nueva visión, en la que adquieren una gran importancia elementos del proceso de enseñanza aprendizaje a los que normalmente no se da toda la importancia debida, como pueden ser los ejemplos utilizados o las representaciones mentales que éstos provocan en los alumnos. Es necesario profundizar en la investigación de estos aspectos.

Otra repercusión que consideramos importante, es que nuestra metodología permite identificar cuáles son los conceptos nucleares en torno a los cuales los alumnos estructuran su conocimiento.

A lo largo de este trabajo hemos insistido de forma reiterada en ello, pero creemos que si la gran aportación de Ausubel y Novak a las teorías educativas ha sido la consideración de la importancia de los conocimientos previos, precisamente en la dificultad de identificar correctamente en la práctica aquellos conceptos que son significativos para los alumnos, radica una de las debilidades de su propuesta educativa. Si con nuestra técnica podemos identificarlos y podemos estructurar la enseñanza en torno a ellos, habremos conseguido un avance.

Otros de los aspectos a resaltar es que nuestra investigación supone una nueva forma de abordaje del conocimiento de un área de conocimiento. De ello se pueden proponer sugerencias para nuevas investigaciones, no sólo en esta área, sino en otras diferentes. Tan sólo queremos dejar apuntados algunos temas de investigación que consideramos del mayor interés:

— La comparación de los resultados de esta técnica con los de otras.

— La posible aplicación de esta misma técnica a otros temas de áreas de investigación.

— La profundización en el estudio de las redes asociativas de alumnos destacados.

— El estudio de la estructura cognitiva de los profesores y la correlación con su práctica educativa.

— La extracción de la estructura implícita en los libros de texto.

Precisamente por utilizar una nueva metodología para un campo tan amplio, aparecen problemas abiertos. Unos relacionados con la propia técnica utilizada y otros relacionados con los posibles objetos de estudio a los que puede ser aplicada.

Nuestro modelo, sin embargo, es potente, pues nos permite explicar hechos que no se entienden utilizando otros modelos. Igualmente nos permite estudiar con un gran nivel de detalle aspectos diferenciales y que dependen, por ejemplo,

de la edad o el sexo de los alumnos, profundizando en sus planteamientos. Y sobre todo, es potente, porque permite desarrollar estudios posteriores que consideren las características del aprendizaje o la estructuración del conocimiento en distintos tipos de sujetos, entornos o áreas de conocimiento.

Es un modelo que puede aportar nuevas e innovadoras líneas de investigación en la teoría educativa y que se traducirán en mejoras en la práctica.

**Dirección de los autores:** Luis M. Casas García: C. P. «San José». Guadajira (Badajoz). C/ Bellavista s/n Guadajira (Badajoz). Tfno. 924 013552. Email: mijmeneza06@enfermundi.com

Fecha de recepción de la versión definitiva de este artículo: 24.XI.2003

## Bibliografía

- AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. D. y HANESIAN, H. (1978). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. (México: Trillas). (Versión del original en inglés de 1978).
- BAJO, M. T. y CAÑAS, J. J. (1994). Métodos indirectos de adquisición del conocimiento, pp. 211-240, en ADARRAGA, P. y ZACAGNINI, J. L. (eds.) *Psicología e Inteligencia Artificial* (Madrid, Trotta).
- BRUNER, J. (1988). Founding the Center For Cognitive Studies, pp. 90-99, en HIRST, W. (ed.) *The Making Of Cognitive Science* (Cambridge, Cambridge University Press).
- BUENDÍA, L., COLÁS, P. y HERNÁNDEZ, F. (1999). *Métodos de Investigación en Psicopedagogía*. (Madrid, McGraw Hill).
- CASAS L. y LUENGO, R. (1999). La exploración de la estructura conceptual en los alumnos. Un método empírico: las Redes Asociativas Pathfinder, *Campo Abierto. Revista Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura*, 16, pp. 13-33.
- CASAS L. y LUENGO, R. (2.000). Aproximación al concepto

de ángulo a través de redes asociativas Pathfinder en alumnos de Educación Primaria y Secundaria Obligatoria, *Campo Abierto. Revista de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura*, 17, pp. 41-60.

CASAS L. y LUENGO, R. (2.001a). Obtención de datos y representación del conocimiento: Aproximación a las técnicas más frecuentes empleadas en Investigación Educativa, *Campo Abierto. Revista de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura*, 18, pp. 35-55.

CASAS L. y LUENGO, R. (2.001b). [En línea] *El ángulo: estudio de un concepto geométrico mediante Redes Asociativas Pathfinder*. V Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Almería. [Consulta 2 Nov. 2.003]. Disponible <<http://www.uv.es/~didmat/angel/seiembib.html#trabajos>>

CASAS, L. (2.002) *El estudio de la estructura cognitiva de alumnos a través de Redes Asociativas Pathfinder. Aplicaciones y posibilidades en Geometría*. Tesis Doctoral. Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Extremadura.

DÍAZ GODINO, J. (1991). Hacia una teoría de la Didáctica de la Matemática, en GUTIÉRREZ, A. (ed.) *Área de Conocimiento Didáctica de la Matemática* (pp. 105-148). (Madrid, Síntesis).

GOLDSMITH, T. E. y DAVENPORT, D. E. (1989) *Assesing Structural Similarity of Graphs*, en SCHVANEVELDT, R.W. (ed.) *Pathfinder Associative Networks: Studies in Knowledge Organisation* (pp. 75-87). (Norwood, NJ, Ablex).

JONASSEN, D., BEISSNER, K. y YACCI, M. (1993). *Structural Knowledge: Techniques for Representing, Conveying and Acquiring Structural Knowledge*. (Hillsdale, NJ, Lawrence Erlbaum Associates).

KNOT SOFTWARE. (1989). [Disquetes]. Interlink, Inc. P.O. Box 4086 UPB, Las Cruces, NM 88003-4086. <http://www.geocities.com/interlinkinc/home.html>.

NEISSER, U. (1976). *Psicología Cognoscitiva*, México: Trillas). (Traducción del original en inglés de 1969).

NOVAK, J. D. y GOWIN, B. (1988). *Aprendiendo a aprender*. (Barcelona, Martínez Roca). (Traducción del original en inglés de 1984).

PALACIOS, C. y LÓPEZ RUPÉREZ, F. (1992). Resolución de problemas de química, mapas conceptuales y estilo cognitivo. *Revista de Educación*, 297, pp. 293-314.

SCHVANEVELDT, R. W. (Ed.). (1989). *Pathfinder Associative Networks. Studies in Knowledge Organization*. (Norwood, NJ, Ablex).

TALL, D. y WINNER, S. (1981). Concept image and concept definition in Mathematics with particular reference to limits and continuity, *Educational Studies in Mathematics*, 12, pp. 151-169.

## Resumen:

### Representación del conocimiento y aprendizaje. Teoría de los conceptos nucleares

La presente investigación trata a cerca del problema del concepto *ángulo* y la técnica necesaria para representar cómo los alumnos construyen este concepto en su estructura cognitiva durante sus años en la escuela.

Hemos utilizado la Red Asociativa Pathfinder. Esta técnica se ha utilizado con los datos proporcionados por 458 alumnos, que han participado en la investigación, usando once conceptos relacionados con el concepto general de ángulo.

Los resultados demostraron cómo la estructura cognitiva de los alumnos evoluciona durante la investigación y cuáles son los conceptos más relevantes para ellos. En base a los resultados hemos propuesto lo que llamamos "Teoría de los Conceptos Nucleares", la cual ofrece un enfoque nuevo para entender cómo ocurren los procesos de enseñanza y aprendizaje.

**Descriptor:** Estructura cognitiva, representación del conocimiento, geometría, concepto de ángulo, red asociativa Pathfinder.

## Summary

### Knowledge representation and learning. Theory of Nuclear Concepts

The present investigation approached the problem of the concept of angle and the techniques needed to represent how pupils construct that concept in their cognitive structure during their years in school.

We used the Pathfinder Associative Networks. This technique provided us with the data of the 458 networks of the participating students, using eleven concepts related to the general concept of angle.

Results showed how the pupil's cognitive structure evolutioned during instruction and what the most relevant concepts for them were. On the basis of the results, we have proposed what we call the «Theory of Nuclear Concepts» which offers a new focus to understanding how the processes of teaching and learning occur.

**Key Words:** Cognitive structure, Knowledge representation, Geometry, Concept of angle, Pathfinder Associative Networks.