


Simulación de composición de simetrías en Geogebra para simplificar la teoría de los diamantes en la práctica del billar*


Simulating symmetry composition in GeoGebra to simplify the Diamond theory in Carom billiard practice

Simulação de composição de simetrias em GeoGebra para simplificar a teoria dos diamantes na prática do bilhar


Jesús David Berrío Valbuena¹

 <http://orcid.org/0000-0002-4014-5322>

Sonia Valbuena Duarte²

 <http://orcid.org/0000-0001-6531-3604>

Rafael Sánchez Anillo³

 <http://orcid.org/0000-0002-8924-0558>

Universidad del Atlántico, Colombia

DOI: <http://dx.doi.org/10.21803%2Fpenamer.10.19.464>

Resumen

En este artículo se muestra una simulación del juego del billar a tres bandas apoyada en el uso de geometría básica y la utilización de un software de geometría dinámica llamado Geogebra, para la visualización de propiedades de las transformaciones en el plano; esta simulación permite simplificar el método de práctica de billar a tres bandas conocido como la “Teoría de los diamantes para sistemas a tres bandas”. Haciendo uso de movimientos rígidos en el plano y las propiedades de la reflexión de los cuerpos, se obtiene la “composición de rebotes” que no es más que la composición de isometrías, específicamente de simetrías axiales, para determinar con anticipación el recorrido de la bola tiradora en tiros especiales, llamados bricoles (Berrío, 2104).

Palabras clave: Billar a tres bandas, Composición de simetrías, Teoría de los diamantes, Software de geometría dinámica, GeoGebra.

Abstract

This paper works a simulation of the game of billiards (Carom billiard) based on the use of basic geometry and the use of a software of dynamic geometry called GeoGebra, for the visualization of properties of the transformations. This simulation makes possible to simplify the billiards practice method known as the “Diamond Theory for Caron Billiard system”. Making use of rigid movements and the properties of the reflection of the bodies, we obtain the “composition of rebounds”. This composition is not more than an isometric composition, specifically of axial symmetries, to determine in advance the course of the ball in special shots, called bricoles (Berrío, 2104).

Keywords: Three-band billiard, Composition of isometries, Theory of diamonds, Dynamic geometry software, GeoGebra.

Resumo

Este artigo mostra uma simulação do jogo de bilhar a três tabelas com base no uso da geometria básica e o uso de um software de geometria dinâmica chamado Geogebra, para a visualização das propriedades das transformações. Esta simulação permite simplificar o método de prática de bilhar conhecido como “Teoria dos diamantes para sistemas de três tabelas”. Fazendo uso de movimentos rígidos no plano e as propriedades do reflexo dos corpos, obtemos a “composição dos rebotes” que não é mais do que a composição das isometrias, especificamente de simetrias axiais, para determinar antecipadamente o curso da bola filmado em tiros especiais, chamados bricoles (Berrío, 2104).

Palavras-chave: Billar a três tabelas, Composição de simetrías, Teoria dos diamantes, Software de geometria dinâmica, GeoGebra.

Cómo referenciar este artículo: Berrío Valbuena, J. D., Valbuena Duarte, S. & Sánchez Anillo, R. (2017). Simulación de composición de simetrías en Geogebra para simplificar la teoría de los diamantes en la práctica del billar. *Pensamiento Americano*, 10(19), 55-67. <http://dx.doi.org/10.21803%2Fpenamer.10.19.464>



Recibido: Octubre 15 de 2016 • Aceptado: Febrero 3 de 2017

* Este artículo se deriva de un proyecto titulado: “Estudio de las transformaciones en el plano mediante prácticas de matemática experimental” desarrollado en el grupo de investigación de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico.

1. Magíster en Educación Matemática. Docente tiempo completo, Universidad del Atlántico. jberriovalbuena@mail.uniatlantico.edu.co
2. Magíster en Educación. Magíster en Matemáticas. Docente, Universidad del Atlántico. soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co
3. Doctor en Educación. Docente tiempo completo, Universidad del Atlántico. rafaelsanchez@mail.uniatlantico.edu.co

Introducción

Según Tabachnikov (2005, p.1), profesor de matemáticas de Pennsylvania State University, “Un billar matemático consta de un dominio, por ejemplo, en el plano (una mesa de billar), y un punto de masa (una bola de billar) que se mueve libremente dentro del dominio. Esto significa que el punto se mueve a lo largo de una línea recta con una velocidad constante hasta que llega a la frontera. El reflejo en la frontera es elástico y está sujeto a una ley familiar: el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. Después de la reflexión, el punto sigue su movimiento libre, con la nueva velocidad hasta que llega a la frontera de nuevo.

Por otro lado, existe la creencia popular de que un buen desempeño en juego del billar obedece únicamente a su práctica durante extensos intervalos de tiempo, dado que requiere de esta intensiva práctica para perfeccionar una técnica de juego de carácter intuitivo. Además, se debe poseer una cierta cantidad de técnicas para lograr un buen nivel de juego, especialmente si se pretende competir o jugar al billar profesionalmente (Bosch, 2010), desconociendo la gran variedad de teorías desarrolladas en torno al juego de billar, que involucran una amplia cantidad de conocimientos en el área de la física y de las matemáticas, en especial de la geometría.

Se tiene por ejemplo que “*La serie de los resultados naturales*” y “*La teoría de los diamantes*” son trabajos desarrollados para su aplicación en la modalidad de billar francés o de ca-

rambolas (Orriols, s.f.). Para su uso se requiere de la memorización de un sistema coordinado cuyos referentes son los diamantes incrustados en las bandas. El uso racional de este sistema de coordenadas al realizar las ejecuciones y con la previa utilización de una fórmula permite predecir la trayectoria de la bola impactada con el taco.

Apoyados en las propiedades de los principios físicos de los cuerpos sólidos y las teorías de la reflexión propias de la óptica, y usando Geogebra para la construcción de conjeturas acerca de los rebotes de las bolas en las bandas, así como para la visualización y manipulación de las propiedades de la simetría axial se diseñó la simulación. Según Coos Bu (1998), como el proceso de diseño y desarrollo de un modelo computarizado para guiar experimentos que permiten entender el funcionamiento de un sistema (citado en Turizo, Orozco & Sánchez, 2011) de la trayectoria de la bola tiradora a partir de la composición de simetrías para simplificar la teoría de los diamantes para sistemas tres bandas sin efecto. Se pone a consideración del lector, si hace falta tener una vasta experiencia en el juego de billar o si será suficiente un poco de imaginación, manejo de conceptos básicos de geometría y una buena ubicación espacial.

Aspectos generales

Breve reseña histórica del billar

En el siglo IV a.C. en la Grecia clásica y en el antiguo Egipto se practicaba un juego sobre grama, el cual consistía en introducir algunas

bolas dentro de agujeros, impulsando estas con grandes bastones de madera; algunos historiadores y autores consideran este juego como el predecesor del deporte que hoy llamamos billar. Aproximadamente 18 siglos después, en la Europa del siglo XV, los franceses producen una versión de este juego sobre una mesa, muy similar a las variantes que hoy en día existen. Se tiene una disputa entre la tradición inglesa y la escuela francesa, pues la primera afirma que el billar fue inventado por Bill Yar, mientras que los galos afirman que fue un artesano de la corte del rey Luis XI, llamado Henry Devigne quien lo creó (Bosch, 2010). El hecho de que en el año 1510 el rey ya hiciera uso de este juego sumo credibilidad a la teoría de los franceses, quienes 100 años más tarde, en 1610, por mandato de Luis XIII permiten a los plebeyos jugar billar abriéndose la primera sala pública de billar en París.

A finales del siglo XVIII, se da uno de los hechos que revolucionaría por completo el juego del billar. El capitán François Mingaud estando recluido en la cárcel de Bicêtre (París, Francia), lugar donde después de la cena podía practicar el billar, le añade al taco de madera una punta de cuero (Krehl, 2008). Sabiendo que como capitán ya no se ganaría la vida, decidió convertirse en un experto billarista para vivir de ello y sus apuestas, es así como pide que le encierren un año más en prisión y de esta manera poder seguir practicando el deporte. Cierta día, con el cuero de la punta del taco ya gastado, observa que sus tiros no son iguales, lleno de ira comienza a golpear la punta de su

instrumento de juego, que al contacto con las paredes y el techo quedo impregnado de cal (el mineral con el cual en ocasiones se pintan paredes y techos). Al ejecutar nuevamente un tiro se dio cuenta que las propiedades de su tiro reaparecían, dando paso a la creación de polvo antideslizante para la punta del taco que posteriormente, se compactaría formando la tiza (esta idea que al parecer no fue nada original hasta cuando fue liberado y comenzó a hacer demostración, como *showman*, de su invención y su técnica, que le aportó gran vitalidad y vistosidad al juego gracias a los numerosos efectos que tomaban las bolas, aunado a esto, Mingaud creaba historias fantásticas acerca de los efectos que tomaban las bolas, diciendo que una bola impulsada hacia adelante y que regresase a él, estaba poseída por un demonio, razón por la cual debía ser capturada y condenada, a este miliciano francés se le atribuye también la invención de lo que actualmente se conoce en el argot billarístico como, *tacar massé* (Everton, 1986).

A pesar de los numerosos antecedentes franceses es Inglaterra, en 1827, donde se celebra oficialmente el primer campeonato de este juego que posteriormente se convertiría en deporte. Y en 1835, el matemático, ingeniero y profesor de análisis geométrico francés Gaspar Gustave Coriolis, célebre por el estudio de los movimientos de un sistema de coordenadas que a su vez está en movimiento llamado *Efecto Coriolis*, escribe *Théorie mathématique des effets du jeu de billard*, obra en la que estudia trayectorias parabólicas por ataque no ho-

rizontal y estudia igualmente los efectos de la bola desde el punto de vista matemático (Coriolis, 1835).

Aspectos generales del juego del billar

El *billar* es un deporte de precisión practicado con un taco, usualmente de madera con medidas entre 1.30 y 1.45 metros, los de mayor calidad suelen ser desmontables entre dos y cuatro piezas. La flecha como es llamada la parte superior de este, es ligero con el fin de provocar la fricción mínima con la mano del jugador, a su vez en la punta trae un cuero con el cual se golpean un número variable de bolas. Para evitar ejecuciones no deseadas se usa tiza, así se evita el deslizamiento o pifia como es conocida en el mundo billarístico, la mala ejecución de un tiro. Esta punta de cuero, llamada *botana* (Bosch, 2010), suele medir entre 10 y 15 milímetros, de acuerdo a la modalidad de juego. Se juega sobre una mesa, de superficie regular y sin el menor desnivel, forrada con un paño usualmente en algún color de la gama de los verdes, rodeado por una bandas de hule situadas a cinco centímetros de altura de la superficie y forradas también por el mismo paño. Algunas mesas poseen troneras o buchacas dependiendo de la variante del juego.

Las variantes más conocidas del juego de billar:

- Billar francés o de carambolas.
- Billar ingles (*pool51* o *snooker*).
- Billar americano o pool (*el homónimo colombiano es la buchacara*).
- Billar español.

- Bumper pool (*mezcla entre billar y pinball*), entre otros.

Nos interesaremos por la primera modalidad, el billar francés o de carambolas, que a su vez ofrece también una gama de variedades, algunas de estas son:

- Libre
- Cuadro 47/2
- Cuadro 47/1
- Banda
- Artístico o de fantasía
- Tres bandas

El sistema *tres bandas* consiste en hacer que la bola sobre la cual ejecutamos el tiro toque tres bandas antes de completar la carambola.

Una vez sabiendo las variantes y modalidad que serán objeto de estudio, tendremos en cuenta que:

1. La mesa de billar francés para la modalidad de tres bandas está formada por dos cuadrados exactamente iguales que forman un rectángulo (la dimensión de una mesa profesional de billar a tres bandas es de 1,42 por 2,84 metros y sin troneras) elevado entre 77,5 y 80 centímetros del suelo. Además de las consideraciones inicialmente hechas con respecto a las bandas.
2. Se usaran tres bolas, estas deben ser esferas de 61,5 milímetros perfectamente elaboradas y biseladas con la intención de que al chocarse se toquen en un solo punto de su superficie. Usualmente una es de color rojo, una blanca y otra color mostaza (aunque

algunas veces, en vez de una mostaza se utiliza otra bola blanca con dos marcas circulares negras en su superficie). El peso debe oscilar entre 156 y 170 gramos, más en una misma partida, la diferencia no puede ser mayor a dos gramos entre la más pesada y la más liviana. Se tomará como la bola tiradora a la bola blanca.

3. Los bordes de madera tendrán incrustados unos romboides o círculos, que son conocidos como *diamantes*, (estos estarán referenciados en la Figura 1, se tendrán sobre las bandas largas, en algunas mesas siete y en otras nueve diamantes, la diferencia radica en que en la de siete no están marcadas las esquinas, y sobre las bandas cortas tres o cinco diamantes siguiendo de la explicación anterior para justificar la diferencia de diamantes. Esto dividirá la superficie de la mesa en 32 cuadrados pequeños, que servirán como sistemas de coordenadas.
4. La carambola consiste en que la bola tiradora ha de chocar con las otras dos bolas.
5. Cuando las dos bolas, la amarilla y la roja están pegadas (es decir la distancia que las separa es máximo seis centímetros) y con la bola tiradora se tocan las tres bandas antes de llegar al centro de las dos bolas y completar la carambola, se habrá ejecutado un bricol o lujo. La palabra *bricol* es de uso técnico en la jerga billarística profesional, mientras que *lujo* es más de uso popular.
6. Cuando se habla de efecto se hace referencia a las trayectorias parabólicas que toman las bolas, de acuerdo a la parte en donde es golpeada con el taco.

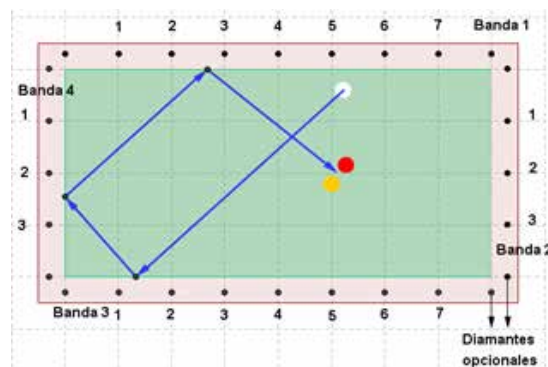


Figura 1. Referencia diamantes en mesa de billar francés y bricol

Fuente: Elaboración propia

Sistemas básicos del juego de billar

Serie de los resultados naturales

Todos los trabajos incluidos en los sistemas básicos para jugar al billar de carambolas conforman un solo tratado que está dividido en cuatro sistemas diferentes, sistemas básicos, sistemas intermedios, sistemas avanzados y sistemas maestros. Estos sistemas propician el conocimiento básico de la mesa y la relación que existe entre los diferentes sistemas billarísticos. También propician la comprensión de la lógica del juego de carambola a tres bandas.

La aplicación de cada uno de estos sistemas implica el uso de un golpe natural o sin efecto, utilizando la misma tacada para todos los tiros. Es por esta razón que este grupo de sistemas es denominado “De los Resultados Naturales”.

En estos sistemas se introduce el uso de la multiplicación de los valores asignados a los diamantes para encontrar el punto de llegada en la primera banda. Estos sistemas pueden ser aplicados para tiros de bandas previas (bricoles

o lujos) y tirando por la parte de adentro o de afuera de la primera bola objetiva para jugadas a través de la parte larga de la mesa. Su aplicación se extiende para jugadas donde la tiradora viaja una y hasta dos veces alrededor de la mesa. También se puede utilizar su lógica para jugadas de zigzag y para jugadas de defensa en momentos difíciles de ciertas partidas.

Estos sistemas como anteriormente se mencionó son un preámbulo o iniciación a la teoría de los diamantes para sistemas de tres bandas con golpes naturales o sin efecto.

Teoría de los diamantes para sistemas de tres bandas con golpes naturales

Cabe resaltar que el billar a tres bandas no se desarrolló en Francia, incluso ni siquiera en Europa, fueron principalmente los norteamericanos y los japoneses quienes desarrollaron esta modalidad de juego de billar.

Una de las teorías básicas del juego del billar es la teoría de los diamantes. Según ABCpedia en su sección de deportes (2015), esta teoría fue desarrollada y perfeccionada por Roger Conti (1901-1995) jugador profesional de billar, campeón del mundo a tres bandas y al cuadro 71/2, y *recordman* en todas las modalidades. Esta teoría se basa en numerar las bandas de una forma determinada para poder efectuar unos cálculos sencillos con el fin de predecir con exactitud el recorrido de la bola de jugador (Orriols, s.f.).

La teoría de los diamantes se basa en el uso

racional de los diamantes, que se encuentran situados sobre las bandas de la mesa de billar, dispuestos de la manera anteriormente descrita.

La numeración de la banda de ataque es correlativa hasta el rombo número 5. A partir de ahí, sigue de medio en medio rombo hasta el número 10. Los números 6, 8 y 10, están situados entre dos diamantes y debemos considerarlos como diamantes verdaderos para nuestros cálculos, aunque realmente no existan. Se observa también, que la numeración de la banda de llegada es correlativa hasta el rombo número 4, a partir del cual sigue de medio en medio rombo hasta el número 9. Los números 5, 7 y 9, los consideraremos, también, como diamantes verdaderos. En cambio la numeración de la banda de salida es totalmente distinta a las dos citadas anteriormente, pues, en realidad, está formada por la banda grande y continuada por la banda pequeña. Nótese que la numeración de esta banda comienza por el número 1 en el rincón, y que avanza medio de diamante en diamante hasta llegar al otro rincón, donde le corresponde el número 5. A partir de este punto sigue por la banda pequeña, con el número 6 en el primer diamante de esta, el número 7 en el siguiente y a partir de este diamante la numeración avanza de medio diamante hasta el número 9. El número 8 está situado entre dos diamantes, pero será considerado como diamante verdadero (Orriols, s.f.) (ver Figura 2).

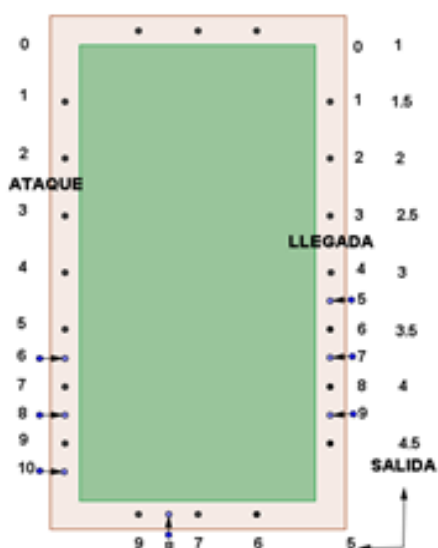


Figura 2. Valores asignados a los diamantes en la teoría de los diamantes
Fuente: Elaboración propia

Se usan siempre los diamantes como punto de referencia, es decir, las líneas de salida-ataque y de llegada, serán tomadas siempre en la dirección de diamante a diamante. Los cálculos se efectuarán mediante la fórmula siguiente: **Banda Llegada=Banda Salida - Banda Ataque**, abreviando: **LL=S-A**. A manera de ejemplo (ver Figura 3).

Ante todo, es preciso conocer con exactitud el punto de llegada de tercera banda para hacer la carambola. Se puede usar el taco para verificar, en posición A, la dirección de esta línea de llegada. Comprobamos que la llegada es tres, pues la línea va de tres a nueve.

Entonces podemos colocar en la fórmula que: **3 = S - A**.

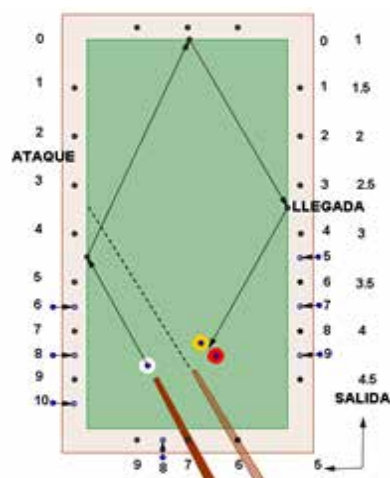


Figura 3. Ejemplo teoría de los diamantes para sistemas tres bandas
Fuente: Elaboración propia

Como se puede apreciar, hay dos incógnitas por resolver, que son Salida y Ataque, las cuales a su vez están relacionadas con la bola del jugador y situadas en una línea recta que, partiendo de la banda de salida y pasando por el centro de la bola del jugador, incidirá sobre la banda de ataque. Se efectúa una resta que dé por resultado tres desde uno de los diamantes de la banda de salida. Suponga que sale del diamante 6 y que desea llegar al 3. Entonces se tiene: $3=6-3$. Coloque el taco en posición B, es decir, salida 6, ataque 3. Esta línea no es la correcta, pues ya es sabido que debe pasar por el centro de la bola; por tanto, como la bola tiradora está situada más a la izquierda, desplace paralelamente el taco hacia la bola y verifiquemos que la línea que pasa por el centro de esta es la solución, pues se comprueba que: $3=7-4$. Ahora puede ejecutar el bricol con seguridad, atacando al diamante 4.

Existen otras consideraciones para el sistema de tres bandas, por medio de la teoría de los diamantes usando incluso golpes con efecto, mas nuestro objetivo será estudiar los bricoles, con golpes naturales.

Relación universal de las bandas

Reflexión de los cuerpos

En el billar y en toda actividad en la cual se ven involucrados choques y rebotes, existen relaciones geométricas que permiten predecir la trayectoria de un cuerpo tras un rebote. Estas relaciones son interpretadas de manera intuitiva, frecuentemente, por los aficionados a la actividad billarística (Miranda, 2008). Los rebotes son un recurso propio del billar, principalmente cuando se habla de la modalidad tres bandas usando bricoles.

Transformaciones en el plano

A cada punto P en el plano se mueve hasta la posición P' sobre el mismo plano. P' es la imagen de P , y a su vez es P preimagen de P' . Para puntos distintos A y B les corresponden imágenes distintas A' y B' , y todo punto tiene preimagen distinta, decimos entonces, que la correspondencia establecida entre dichos puntos del plano es una *transformación en el plano* (Godino & Ruiz, 2002).

Movimientos rígidos en el plano

Una transformación en el plano se dice que es un movimiento rígido si y solo si la distancia entre cualquier par de puntos A y B es la misma que la distancia entre sus preimágenes en dicha transformación, $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ para todo par de puntos A y B . Los movimientos rígidos en el

plano son llamados también *isometrías*, dado que conservan la forma y la medida.

Simetría

La simetría o reflexión es el movimiento rígido en el plano, que se produce fijando una recta r en el plano y hallando para cada punto P otro punto P' de tal manera que r sea la mediatriz de $\overline{PP'}$, esto es, que r es perpendicular a $\overline{PP'}$ y a su vez es el punto medio del mismo (Godino & Ruiz, 2002).

Rebotes en las bandas

Godino & Ruiz (2002) afirman que:

Se marcará diferencia entre el plano objeto abstracto y la realidad concreta, por cuanto, expresiones como: “*dibujar una recta o un ángulo*”, que por su calidad de entidades abstractas no podrían ser dibujadas. Se obtendrá en su lugar al dibujo de un objeto perceptible que simbolice o evoque el objeto abstracto (p.456).

Haciendo uso del software de geometría dinámica (SGD), Geogebra, se manipularán los movimientos rígidos en el plano y sus propiedades con el fin de hacer algunas conjeturas con respecto a la composición de isometrías.

Dados dos puntos A y B , exteriores a una recta L , en semiplanos distintos, y sean A' y B' las imágenes simétricas de A y B respectivamente con respecto a L , los segmentos $\overline{AB'} \cong \overline{A'B}$ y se intersecan en el punto D que será llamado *punto de incidencia*, se obtienen $\angle ADA' \cong \angle B'DB$, esto por definición de ángulos opuestos por el vértice (ver Figura 4).

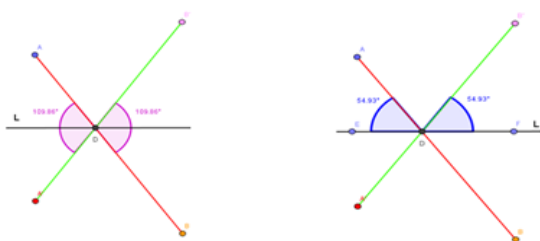


Figura 4. Principio básico de los rebotes
Fuente: Elaboración propia

Además, se tiene que L es el eje simétrico, luego esta recta es la bisectriz de los ángulos $\angle ADA'$ y $\angle B'DB$, con dos puntos E y F sobre L , se obtiene entonces que $\angle ADE \cong \angle B'DF$. Luego, en todo rebote en la banda los ángulos que se forman con la trayectoria incidente, la trayectoria reflejada y la banda son congruentes.

Aplicando este principio a rebotes sucesivos, se obtiene una composición de isometrías que llevará por nombre *composición de rebotes* (Berrío, 2014).

Simulación de la composición de rebotes mediante Geogebra

Geogebra es un software de licencia libre, los software de este tipo son creados para que

los usuarios puedan usarlo, estudiarlo, modificarlo y redistribuirlo de forma gratuita ofreciendo así múltiples alternativas de desarrollo a bajo costo (Henríquez, 2009). De este programa computacional se usa la herramienta *deslizadores* y la animación que estos le aportan a las construcciones realizadas en el software, para diseñar una simulación de la trayectoria de la bola tiradora que sigue las, anteriormente descritas, propiedades físicas y geométricas de la reflexión.

Estas simulaciones describirán los bricoles a una, dos, tres y más bandas. Los lujos correspondientes a tres y más bandas son de mucho interés para este estudio, pues serán los que permiten simplificar la Teoría de los diamantes para sistemas a tres bandas.

Bricol a una banda

La bola de llegada (bola roja, en este caso) es reflejada sobre la banda 3, posteriormente se trazará una línea recta cuya trayectoria vaya desde la bola tiradora (bola blanca) hasta la imagen simétrica de la bola roja, de esta manera se obtiene el bricol a una banda.

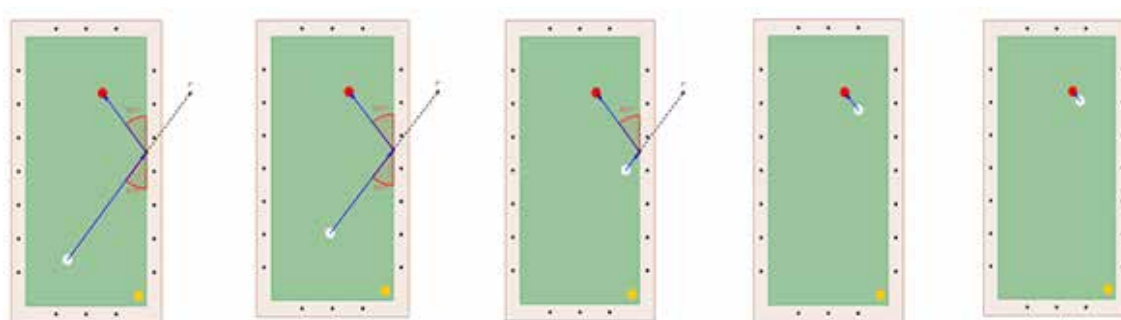


Figura 5. Secuencia de la simulación de bricol a una banda
Fuente: Elaboración propia

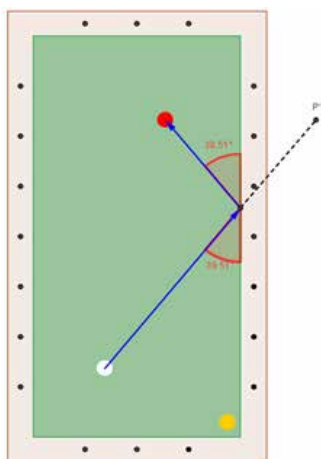


Figura 6. Bricol a una banda
Fuente: Elaboración propia

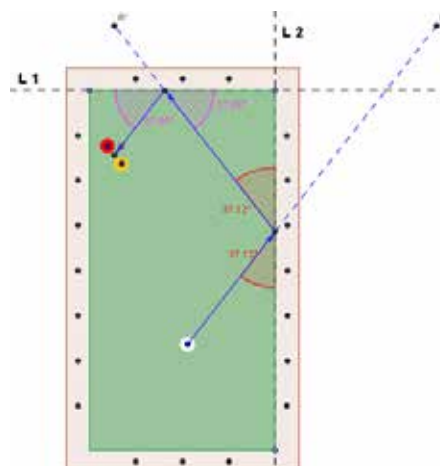


Figura 7. Bricol a dos bandas
Fuente: Elaboración propia

Bricol a dos bandas

Lograr el bricol o pillo a dos bandas (como es conocido en algunos lugares de Sudamérica), consiste en referenciar un punto R entre la distancia de las bolas de llegada, en este caso la bola amarilla y la roja (ver Figura 6), obtener la imagen simétrica R' de este punto con respecto a la recta $L1$, que es la banda 2, y a continuación obtener la imagen de R' con respecto a la recta $L2$, que corresponde a la banda 3. Ahora, se traza una línea recta cuya trayectoria va desde la bola tiradora hasta R'' , que es el punto simétrico de R' , se debe golpear la bola tiradora de tal manera que lleve esa trayectoria desde la bola blanca hacia R'' . Básicamente lo que pasará, es que la bola chocará con la banda $L2$ y su recorrido se reflejará con el mismo ángulo de incidencia siguiendo la trayectoria en línea recta desde el punto de incidencia hasta R' , de manera análoga, chocará contra $L1$ y tomará el recorrido en línea recta desde este punto donde colisiona con la banda hasta el punto R , que se encuentra entre las bolas amarilla y roja.

Esa es básicamente la composición de rebotes. Se aplicará análogamente para bricol de tres bandas y más, que son los de principal interés en la modalidad de juego a tres bandas. La modalidad tres bandas no implica necesariamente que el número de veces que la bola tiradora deba tocar las bandas antes de concretar la carambola sea exactamente tres, lo que indica es que deben ser como mínimo tres.

Bricol a tres bandas

En esta oportunidad, aunado al proceso que se realiza en el bricol a dos bandas, se hará la reflexión del punto R'' con respecto a la recta $L3$, correspondiente a la banda 4, con el fin de obtener R''' , y de esta manera realizar la última fase mencionada en el bricol a dos bandas.

Se traza una línea recta que conecte a la bola tiradora con el punto R''' , se efectúa el tiro siguiendo esa trayectoria, la bola como en el caso anterior irá del punto de incidencia en esa banda hacia el punto R'' , hasta colisionar con la

banda en otro punto de incidencia, dirigiéndose ahora hacia el punto R' , para finalmente dirigirse desde el punto de incidencia de la banda 2 hacia las bolas de llegada.

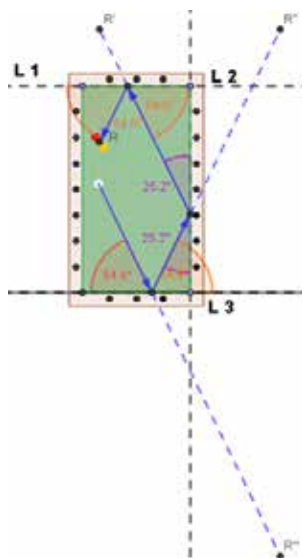


Figura 8. Bricol a tres bandas
Fuente: Elaboración propia

Bricol a más de tres bandas

Se seguirá del mismo proceso de composición de rebotes. En la Figura 8 se muestra la construcción de la trayectoria que tendrá la bola tiradora para un bricol a 4 bandas.

En esta ejecución se tendrá en cuenta que se debe hallar el punto simétrico de R''' con respecto a la recta $L4$, que corresponde a la banda 1, que definimos en el capítulo primero, y de esta manera partir de establecer la línea que va desde la bola tiradora hasta el punto R''' . Para el caso de un lujo a 5 bandas es necesario reflejar R''' con respecto a la recta $L1$, que es correspondiente a la banda 2, y sucesivamente para bricoles con mayor cantidad de bandas.

Los valores que se asignaron allí a los diamantes son con el fin único de establecer una posición de las bolas sobre la mesa, a manera de pareja ordenada.

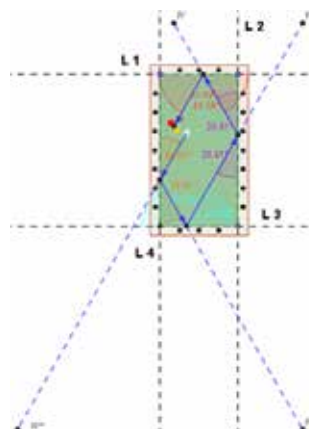


Figura 9. Bricol a cuatro bandas
Fuente: Elaboración propia

Consideraciones y conclusiones

Es necesario tener algunas consideraciones para que estas precisiones hechas puedan ser aplicadas y los resultados obtenidos sean satisfactorios.

1. Lo que en gran medida permitirá que se desarrolle la teoría mencionada en la “Serie de los resultados naturales” para golpes sin efecto, es la calidad de los implementos con los cuales se practica el juego, la mesa de juego no debe tener el menor desnivel, el paño debe estar limpio y sin imperfecciones que provoquen trayectorias no deseadas de las bolas. Anteriormente se usaban bolas de marfil, pero este material es permeable y se deformaba con el tiempo, ahora se encuentran en el mercado bolas hechas con polímeros plásticos que brindan mayor calidad al juego.

2. Se recomienda hacer la simetría del punto al cual queremos llegar con la bola tiradora con respecto a la banda corta más cercana a este punto. Puede existir la posibilidad, de que al hacer la primera reflexión con respecto a una banda larga y posteriormente, al reflejar esta imagen con respecto a la banda corta, no se obtengan dos puntos de incidencia, sino uno solo. Esto será un error de estrategia (ver Figura 9).
3. Al momento de hacer la composición de rebotes se debe tener en cuenta que la trayectoria de la bola tiradora no toque las bolas de llegada antes de colisionar contra el número de bandas que se ha previsto.

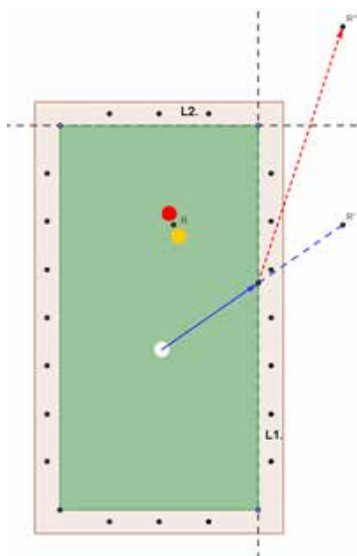


Figura 10. Error de estrategia
Fuente: Elaboración propia

Conclusiones

Uno de las principales potencialidades encontradas en el uso de tecnología es que, junto con los fundamentos de algunas teorías socioculturales del aprendizaje, dan un soporte

adecuado a la relación usuario-agente externo en la construcción de conocimiento (Colón, 2008). La construcción de estrategias ganadoras a partir de la simulación presentada ofrece al usuario una simplificación de una complicada teoría para que este pueda centrarse en aspectos más complejos e interesantes del juego del billar.

El objetivo principal era la puesta en práctica de simplificación de la Teoría de los diamantes para sistemas de tres bandas. Por ello, abordamos la práctica de este juego desde una perspectiva geométrica básica y los resultados del método propuesto corresponden a la simulación, realizada en el software Geogebra, de la composición de rebotes o composición de simetrías. Estos resultados pueden ser verificados por el lector mediante la práctica del juego aún sin tener experiencia en la práctica del billar a tres bandas (Berrío, 2014).

Muchos billaristas expertos o profesionales alcanzan un grado alto de madurez en la práctica del billar mediante la implementación de técnicas complejas de memorización de valores numéricos asignados a los diamantes existentes o no de las bandas (Teoría de los diamantes) y la aplicación de ecuaciones, que requiere a su vez cierta práctica y disciplina para perfeccionarse. Con el método de *la composición de rebotes* se simplifica significativamente el método de la teoría de diamantes, invitando al jugador a la práctica del juego del billar a tres bandas mediante la experimentación matemática de carácter geométrico-espacial.

El trabajo con bricoles es el eslabón inicial de una cadena de técnicas complejas para el perfeccionamiento de la práctica del billar a tres bandas. Se considera a este la etapa inicial, dado que para ejecutar carambolas donde la bola tiradora impacte primero a una bola y no a una banda, intervendrán allí factores físicos y matemáticos en los cuales es necesario hacer uso de conocimientos geométricos más avanzados.

Referencias bibliográficas

- ABCpedia.com (30 de octubre de 2015). *Pautas y teoría del billar*. Recuperado de www.adcpedia.com/deportes-tiempo-libre/como-jugar-al-billar
- Berrío, J. (2014). De la geometría básica y el billar a tres bandas para principiantes. *Revista Matua*, 1(2), 40-50.
- Bosch, C. (2010). *El billar no es de vagos*. México: Editorial Fondo de Cultura ITAM (Instituto Tecnológico Autónomo de México).
- Colón, C. (2008). Potenciación de las tecnologías de información y las comunicaciones (TIC) en los procesos de docencia. *Revista Pensamiento Americano*, 1(1), 49-54.
- Coriolis, G. (1835). *Théorie mathématique des effets de jeu de billard*. Paris: Carilian-Gouery Libraire.
- Coss Bu, R. (1998). *Simulación un enfoque práctico*. México: Limusa.
- Everton, C. (1986). *The History of Snooker and Billiards*. United Kingdom: Partridge.
- Henríquez, C. (2009). Software libre útil para las pequeñas empresas. *Revista Pensamiento Americano*, 2(3), 33-37.
- Krehl, P. (2008). *History of shock waves, explosions and impacts. A Chronological and Biographical Reference*. Nimbung: Springer.
- Godino, J. D. & Ruiz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Granada: Gami S.L.
- Miranda, R. (2008). *Geometría del Pool. Geometría dinámica*. Recuperado de <http://www.geometriadinamica.cl/2008/07/geometria-del-pool/>
- Orriols, D. (s.f.). *Billar monitor, Teoría de las tres bandas por el sistema de diamantes*. Recuperado de <http://www.javiercaceres.com/dir/billar/Diamantes/diamantes.htm>
- Tabachnikov, S. (2005). *Billiards and geometry*. Pennsylvania: Penn State University Press.
- Turizo, L., Orozco, S. & Sánchez, D. (2011). Modelando el juego tradicional la Cuarta, practicado por los jóvenes de la región Caribe colombiana. *Revista Pensamiento Americano*, 4(7), 41-46.