

# El pensamiento algebraico en educación infantil: estrategias didácticas para promover las habilidades para hacer patrones

## Algebraic thinking in early childhood education: teaching strategies to promote patterning skills

YENI ACOSTA<sup>A</sup>, NATALY PINCHEIRA<sup>B</sup> Y ÁNGEL ALSINA<sup>C</sup>

Universidad de Girona

<sup>A</sup> [yeni.acosta@udg.edu](mailto:yeni.acosta@udg.edu), <sup>B</sup> [natalygoreti@gmail.com](mailto:natalygoreti@gmail.com), <sup>C</sup> [angel.alsina@udg.edu](mailto:angel.alsina@udg.edu)

<sup>A</sup> <https://orcid.org/0000-0001-9873-2127>, <sup>B</sup> <https://orcid.org/0000-0002-5051-964X>,

<sup>C</sup> <https://orcid.org/0000-0001-8506-1838>

Recibido: Septiembre de 2022. Aceptado: Diciembre de 2022.

Cómo citar: Acosta, Y., Pincheira, N. y Alsina, Á. (2022). El pensamiento algebraico en educación infantil: estrategias didácticas para promover las habilidades para hacer patrones. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 11(2), 1-37.



Este artículo está sujeto a una [licencia “Creative Commons Reconocimiento-No Comercial” \(CC-BY-NC\)](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

DOI: <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2022.1-37>

**Resumen:** El objetivo de este artículo es ofrecer luces al tratamiento limitado que otorga el currículo sobre los patrones de repetición. Se presentan estrategias didácticas para promover las habilidades para hacer patrones en educación infantil, puesto que conforman una base esencial para desarrollar el pensamiento algebraico. Para ello, el artículo se estructura en dos partes: 1) se fundamenta teóricamente el desarrollo del pensamiento algebraico y su vinculación con los patrones; 2) se muestran diversas tareas para ejemplificar el trabajo con patrones de repetición, en las que se movilizan distintas habilidades: a) copiar; b) interpolar; c) extender; d) abstraer o traducir, e) reconocer la unidad de repetición y f) crear. Por último, se ofrecen orientaciones al profesorado para abordar el trabajo de los patrones en el aula, a través de un itinerario longitudinal sobre habilidades para hacer patrones de repetición. Se concluye que es necesario diseñar propuestas dinámicas enmarcadas en contextos multimodales que atiendan a una diversidad de tareas sobre patrones de repetición.

**Palabras clave:** educación infantil; pensamiento algebraico; patrones de repetición; habilidades para hacer patrones.

**Abstract:** The aim of this article is to shed light on the limited curriculum treatment of repeating patterns. Teaching strategies are presented to promote patterning skills in early childhood education, as they form an essential basis for developing algebraic thinking. To this end, the article is structured in two parts: 1) the development of algebraic thinking and its connection with patterns is theoretically based; 2) various tasks are shown to exemplify working with repeating patterns, in which different skills are used: a) copying; b) interpolating; c) extending; d) abstracting

or translating; e) recognising the unit of repetition; and f) creating. Finally, guidelines are offered to teachers for approaching the work on patterns in the classroom, through a longitudinal itinerary on patterning skills. It is concluded that it is necessary to design dynamic proposals framed in multimodal contexts that address a diversity of tasks on repetition patterns.

**Keywords:** early childhood education; algebraic thinking; repeating patterns; patterning skills.

---

## 1. INTRODUCCIÓN

Promover el desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros niveles de escolaridad es un desafío que emerge a partir de una propuesta de cambio curricular denominada álgebra temprana. El *Early Algebra* es un enfoque curricular que nace en Estados Unidos a principio de siglo con la finalidad de “algebraizar” de manera temprana el currículo (Kaput, 2000), dado que el enfoque tradicional y secuencial de abordar primero la aritmética como conocimiento concreto para luego avanzar hacia el álgebra como conocimiento abstracto no había reportado una comprensión profunda de este dominio matemático en la etapa de secundaria.

Para Blanton y Kaput (2005), el álgebra temprana busca promover en las aulas modos de pensamiento que atiendan a la estructura implícita en las matemáticas, por medio de actividades dirigidas a la observación de patrones, relaciones y estructuras matemáticas. Desde esta perspectiva, los patrones conforman una base esencial para iniciar el pensamiento algebraico, puesto que contribuyen al desarrollo de la representación y la abstracción matemática (Papic, 2015). Estudios empíricos y longitudinales han podido demostrar cómo los patrones contribuyen de manera eficaz en el desempeño matemático del alumnado hasta los 11 años de edad (Nguyen et al., 2016; Rittle-Johnson et al., 2017) y cómo su comprensión estructural proporciona herramientas cognitivas para desarrollar habilidades que permiten ingresar en el mundo del pensamiento algebraico. Precisamente, desarrollar el pensamiento algebraico a una edad temprana es un área emergente de investigación que reporta en los últimos años un creciente interés (Acosta y Alsina, 2020; Clements y Sarama, 2015; Lüken, 2020; Miller et al., 2016; Mulligan et al., 2020; Nguyen et al., 2016; Papic et al., 2011; Rittle-Johnson et al., 2019; Rodrigues y Serra, 2015; Tirosh et al., 2018; Wijns et al., 2020, 2021).

En la educación infantil, se pueden promover los inicios del pensamiento algebraico al establecer seriaciones con patrones de repetición y estudiar sus regularidades (Clements y Sarama, 2015). Según

Papic et al. (2011), la exploración de patrones permite a los niños establecer conjeturas, anticipar hechos e iniciar el uso preciso del lenguaje matemático; por tanto, la enseñanza de los patrones en edades tempranas promueve el desarrollo cognitivo de los niños favoreciendo la comprensión de las matemáticas (Wijns et al., 2019). Es así como “los patrones constituyen una manera de reconocer, ordenar y organizar los niños su mundo” (*National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]*, 2003, p. 95), promoviendo, a su vez, la capacidad de observar regularidades desde los primeros años de escolarización (Carpenter et al., 2003).

Dada la importancia que tiene el estudio de los patrones en la educación infantil como impulsor del pensamiento algebraico, países como Estados Unidos, Suecia, Australia, Canadá, Irlanda, Singapur, Israel, o Nueva Zelanda introducen su abordaje desde la educación no formal, apostando por construir un itinerario algebraico desde la educación infantil a la educación primaria (Pincheira y Alsina, 2021). Un gran cuerpo de investigación reciente muestra que la atención al patrón y la estructura es fundamental para el aprendizaje y la competencia matemática en la primera infancia (Kidd et al., 2014; Nguyen et al., 2016; Papic et al., 2011; Perry y Dockett, 2008; Rittle-Johnson et al., 2017, 2019; Warren y Cooper, 2007). Sin embargo, en el ámbito español el reto radica en concretar dicha enseñanza, puesto que el currículo nacional minimiza su importancia. En un análisis reciente de la legislación educativa española de educación infantil (*Real Decreto 95/2022, de 1 de febrero, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Infantil*), Alsina (2022a) constata que la referencia a los patrones es nula a pesar de que la literatura considera los patrones un tema unificador que establece puentes y permite el inicio de modos de pensamiento que pueden favorecer la adquisición de conocimientos más sofisticados en grados posteriores. En su lugar, el currículo español apuesta por el reconocimiento de cualidades y atributos de los objetos con la finalidad de establecer comparaciones y establecer relaciones clasificando, ordenando y emparejando. Desde esta óptica, las orientaciones oficiales españolas presentan ciertas debilidades que los maestros deberían de ser capaces de compensar en sus aulas. Bajo la mirada de Stein et al. (2007), consideramos el uso del currículo como la interpretación de unos estándares mínimos sobre los cuales los docentes construyen su propia versión a partir de sus objetivos, necesidades y conocimientos (Remillard, 2005). Por tanto, se requieren profesionales de

la primera infancia comprometidos y formados para ser capaces de detectar falencias de la enseñanza y actuar en consonancia con las orientaciones matemáticas vigentes que nacen de investigaciones contrastadas.

Según Taylor-Cox (2003, p. 15), “los patrones son la piedra angular del pensamiento algebraico”. Para abordar de manera eficaz dicho contenido que carece de orientaciones oficiales en el ámbito nacional, se requiere que el profesorado conozca y maneje una amplia gama de tareas para operacionalizar el trabajo con patrones de repetición, de manera que sea capaz de fomentar y consolidar las habilidades para hacer patrones en los niños. Lüken y Sauzet (2020) definen dichas habilidades como las competencias que se adquieren al desarrollar patrones de repetición.

Desde este prisma, en este artículo se pretende ofrecer luces a las sombras que se apoderan de un currículo limitado, algebraicamente hablando. En primer lugar, se ofrece un breve marco teórico sobre este dominio de contenido; y, en segundo lugar, se presentan una serie de orientaciones didácticas para trabajar los patrones de repetición. Tales orientaciones se focalizan en las tareas matemáticas y las habilidades para hacer patrones que se deben movilizar en el segundo ciclo de la educación infantil (3 a 6 años).

## **2. MARCO TEÓRICO**

En esta sección se aborda, por una parte, el pensamiento algebraico en la educación infantil, y, por otra, las habilidades que se movilizan para hacer patrones de repetición.

### **2.1. Pensamiento algebraico en educación infantil**

Involucrar a los infantes en el pensamiento algebraico de manera temprana implica diseñar tareas y oportunidades de aprendizaje que promuevan la generalización fomentando a su vez la capacidad de pensar estructuralmente (Stephens et al., 2015). El NCTM (2003) apoya este planteamiento y junto con autores que focalizan algunas de sus líneas de investigación en la educación infantil (Collins y Laski, 2015; Fox, 2005; Miller et al., 2016; Mulligan y Mitchelmore, 2009; Mulligan et al., 2013; Nguyen et al., 2016; Papic y Mulligan, 2007; Rittle-Johnson et al., 2017; Tsamir et al., 2017; Wijns et al., 2019, 2020, 2021) apuestan por una introducción temprana del pensamiento algebraico a partir de

*Prekindergarten* y *Kindergarten* (3-6 años), reconociendo la influencia que ejercen los patrones de repetición.

El álgebra temprana busca desarrollar, desde las primeras edades, diferentes modos de pensamiento algebraico, ya sea recursivo, relacional, funcional, entre otros, a través de los distintos conocimientos vinculados con este eje de contenido (Pincheira et al., en revisión). Pero, ¿qué es el pensamiento algebraico? ¿Cómo se desarrolla? ¿Por qué los patrones de repetición promueven el desarrollo del pensamiento algebraico?

El pensamiento algebraico se puede definir desde múltiples perspectivas (Carragher y Schliemann, 2019; Kieran, 2014) y puede considerar varias dimensiones del álgebra. Kaput et al. (2008), en un intento de consenso y caracterización de este dominio del conocimiento, constató que el álgebra incluye: 1) la generalización y la formalización de patrones, 2) una aritmética generalizada asociada a la identificación de relaciones entre números centrando la atención en la manipulación de operaciones y sus prioridades, 3) el estudio de estructuras, funciones, relaciones y la covariación, y 4) los lenguajes de la modelización. Vergel (2015) define el pensamiento algebraico como una forma particular de reflexionar matemáticamente; ya que el álgebra, tal como exponen Knuth et al. (2016), “proporciona las herramientas matemáticas para representar y analizar relaciones cuantitativas, modelar situaciones y resolver problemas en todos los dominios matemáticos” (p. 65).

En este sentido, un elemento central de la actividad matemática general y del pensamiento algebraico en particular es el proceso de generalización (Papic, 2015). Cetina-Vázquez y Cabañas-Sánchez (2022) consideran que el pensamiento algebraico se conforma de procesos mentales que contribuyen a crear significado referencial para algún tipo de representación, construyendo y expresando, a su vez, generalizaciones. La generalización se concibe como un proceso mental, considerado como un prerequisite para alcanzar la abstracción matemática, ya que “generalizar es derivar o inducir a partir de elementos, identificar puntos en común y ampliar los dominios de validez” (Dreyfus, 2022, p. 35).

El reconocimiento y el análisis de patrones de repetición ofrece a los niños la oportunidad de observar y verbalizar generalizaciones, así como registrarlas simbólicamente (Threlfall, 1999). Kahneman (2011) describe a los humanos como buscadores de patrones naturales capaces de encontrar regularidades, incluso cuando son inexistentes. Desde el ámbito de las matemáticas, las regularidades, tal como exponen Supply et al.

(2022), se consideran en ocasiones patrones o estructuras. Hunter y Miller (2022) conciben la visualización e identificación de estructuras como medios que ayudan a los escolares a abstraer y generalizar para poder ingresar en el mundo del pensamiento algebraico. Esto implica que la generalización de patrones permite a los niños coordinar sus habilidades inferenciales perceptivas y simbólicas, de manera que sean capaces de construir una estructura plausible y algebraicamente útil (Rivera, 2010). Desde esta óptica, autores como Mulligan et al. (2020) argumentan que la falta de conocimiento del patrón y la estructura puede ser un predictor de futuras dificultades matemáticas. Estos autores australianos definen el patrón como cualquier regularidad predecible; y la estructura, como la forma interna en que los diversos elementos de una regularidad se organizan y relacionan.

## **2.2. Habilidades que se movilizan para hacer patrones de repetición y modos de pensamiento algebraico**

Los patrones de repetición se configuran como una puerta de entrada al mundo del pensamiento algebraico. Cuando hablamos de patrón en este artículo, nos referimos a secuencias con una regularidad replicable (Papic et al., 2011), es decir, con una unidad mínima de iteración denominada unidad de repetición (Threlfall, 1999). Si bien en la literatura la definición de patrón varía, la revisión de Wijns et al. (2019) hace visible dos características que normalmente convergen en su conceptualización: regularidad y previsibilidad. La regularidad otorga un orden que permite que un patrón se repita o se modifique de acuerdo a una regla intrínseca que genera previsibilidad (Sarama y Clements, 2009). Desde esta premisa, algunos autores como Lüken y Sauzet (2020), McGarvey (2012) y Wijns et al. (2019) han constatado que, en el contexto de patrones de repetición, es posible predecir usando de manera recursiva las relaciones que se establecen entre los elementos que conforman el patrón, y que dicha previsibilidad permite avanzar hacia el pensamiento funcional.

Llegados a este punto de conceptualización, es necesario puntualizar que existen diferentes tipos de patrones atendiendo a las características de su estructura. De acuerdo con la naturaleza del patrón, estos pueden presentar: 1) unidades que se repiten, 2) núcleos que se ordenan de manera simétrica o, 3) estructuras que crecen o decrecen (Bock et al., 2018). Los elementos de dichas unidades o núcleos pueden contener números, formas,

colores, objetos, etc. En la Tabla 1 se muestran ejemplos de los patrones anteriormente descritos.

Tabla 1. Tipos de patrones de acuerdo con Bock et al. (2018)

Tipo de patrón	Ejemplo
<b>Patrón de repetición</b>	
<b>Patrón simétrico</b>	
<b>Patrón de crecimiento</b>	

*Nota.* Fuente: Elaboración propia.

De manera general, los patrones que se enseñan en la educación infantil son los de repetición, ya que otorgan un orden a lo que los niños perciben como colecciones caóticas de elementos dispares (Bock et al., 2018). Precisamente, la enseñanza de patrones de repetición a niños pequeños consiste en ayudarlos a ser conscientes de que una seriación se basa en una regla interna que permite crear y descubrir patrones isomorfos, independientemente de los elementos que la conformen. Por tanto, la comprensión de patrones de repetición requiere, por un lado, de la capacidad del alumno para detectar la regularidad de una secuencia; y, por el otro, de la habilidad para identificar y analizar la estructura mínima de repetición, avanzando así hacia la generalización e inicios del pensamiento algebraico.

Es importante destacar que las habilidades para hacer patrones (*patterning skills*) se pueden abordar a través de diversas tareas matemáticas (*mathematics tasks*) teniendo en cuenta si requieren o no conocimiento de la estructura o regla subyacente del patrón. Si bien en la literatura sobre patrones de repetición algunas veces los términos “tarea” y “habilidad” significan prácticamente lo mismo (p. ej., “copiar” un patrón es una tarea y “duplicar un patrón” es una habilidad que implica repetir algo), en este artículo se asume que, cuando hablamos de tareas, nos referimos a aquellas actividades que orientan sobre el “cómo”, y las habilidades sobre el “qué”, considerando la relación estrecha que existe entre ambos términos.

Acosta et al. (2022), para analizar la presencia de tareas con patrones en libros de texto de educación infantil, consideraron como tareas: 1) duplicar el patrón; 2) encontrar el elemento faltante; 3) ampliar la secuencia; 4) construir el mismo patrón con diferentes elementos; 5) identificar la unidad de repetición; y 6) inventar un patrón. Para estos autores, las tareas anteriores movilizan las habilidades de 1) copiar; 2) interpolar; 3) extender; 4) abstraer o traducir; 5) reconocer la unidad de repetición; y 6) crear, respectivamente.

Si bien es cierto que la literatura no otorga un orden consensuado de abordaje en la práctica, ni una nomenclatura coincidente en todas las habilidades y tareas, sí que se muestra acuerdo en considerar que las habilidades que movilizan el reconocimiento de la unidad de repetición son las precursoras del inicio del pensamiento funcional (Bock et al., 2018; Clements y Sarama, 2015; Collins y Laski, 2015; Lüken y Sauzet, 2020; McGarvey, 2012; Rittle-Johnson et al., 2015; Warren y Cooper, 2006; Wijns et al., 2019).

En la Figura 1 se muestra una línea de tiempo con la finalidad de visibilizar algunas de las caracterizaciones sobre las habilidades para hacer patrones que han servido de base para proponer la secuenciación longitudinal que se propone en este artículo.

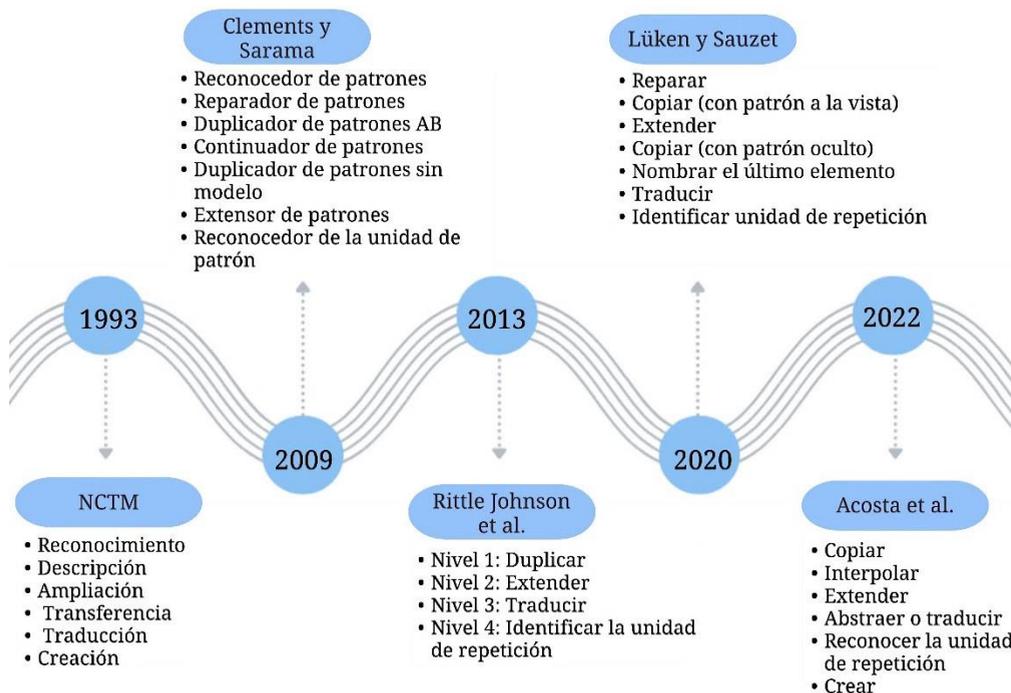


Figura 1. Caracterización de las habilidades para hacer patrones de repetición según algunos autores e instituciones

*Nota.* Fuente: Elaboración propia.

Las habilidades que se muestran en la Figura 1 permiten fomentar los inicios de modos de pensamientos que se anidan dentro del pensamiento algebraico. Desde el contexto de patrones de repetición, seguidamente abordaremos el pensamiento recursivo, el pensamiento relacional y el pensamiento funcional.

Cuando los infantes escogen dos colores y los alternan con la finalidad de construir una torre o diseñar un collar, por ejemplo, amarillo-azul-amarillo-azul, se están iniciando en un tipo de tarea que investigaciones recientes han considerado como fundamental para su desarrollo cognitivo (McGarvey, 2012; Pasnak et al., 2015). Una primera aproximación al trabajo con patrones de repetición en educación infantil es a través de este tipo de patrones simples de dos elementos, donde mediante el emparejamiento de un elemento a la vez, conocido como estrategia de alternancia, los niños pequeños pueden, por ejemplo, copiar un patrón realizando comparaciones constantes entre dos elementos (Collins y Laski,

2015; Fyfe et al., 2015). A partir de los 3 años aproximadamente, el pensamiento recursivo permite a los niños ser capaces de observar la relación entre los elementos consecutivos de una secuencia pudiendo predecir el elemento desconocido que prosigue. De acuerdo con Lüken y Sauzet (2020) y Wijns et al. (2019) pensar recursivamente implica anticipar solo el elemento sucesor (el +1) de una secuencia.

El pensamiento relacional o pensamiento centrado en las relaciones se define ampliamente como el proceso de hacer comparaciones y reconocer similitudes y diferencias para discernir estructuras y patrones significativos que subyacen a la información (Dumas et al., 2013). Para ser consciente de la estructura que subyace en el patrón de repetición, es necesario centrar la atención en las relaciones que se producen entre los elementos de la unidad de repetición, en lugar de simplemente percibir las características individuales (Lüken y Sauzet, 2020; Miller et al. 2016).

De acuerdo con Borriello et al. (2022), las habilidades que centran su atención en la estructura representan una forma de pensamiento relacional, concebido como la capacidad para comparar e identificar semejanzas y diferencias entre elementos y situaciones. Por ejemplo, para ser capaz de reconocer la unidad mínima que conforma la estructura de una seriación, los niños deben considerar los elementos que la componen e identificar cómo se relacionan entre sí (Borriello et al., 2022; Miller et al., 2016).

Desde esta óptica, cuando los niños pueden ver la estructura subyacente a un patrón de dos o tres elementos, es decir, identificar el núcleo o la unidad de repetición, avanzan hacia el desarrollo del pensamiento funcional (Wijns et al., 2019). Este último se vincula como predecesor de la capacidad de entender cómo varían dos cantidades (Blanton y Kaput, 2011), cuando se inicia, por ejemplo, el trabajo con patrones de crecimiento y, posteriormente, las funciones en grados posteriores.

Cabe destacar que la transición entre el pensamiento recursivo y el pensamiento funcional es un hito importante en el desarrollo del pensamiento algebraico, puesto que impulsa el progreso de habilidades tempranas para hacer patrones (Acosta et al., 2022).

A modo de síntesis, podemos constatar que las tareas que movilizan las habilidades de copiar, interpolar y extender focalizan la mirada en la disposición recursiva de los elementos, mientras que las habilidades que promueven la toma de consciencia de la regla subyacente del patrón son las de abstraer o traducir, reconocer la unidad de repetición y crear (Lüken

y Sauzet, 2020; McGarvey, 2012). Desde esta perspectiva, asumimos que la consciencia de la estructura del patrón promueve un aprendizaje temprano de las matemáticas, y es que aprender matemáticas es precisamente comprender patrones, interpretar estructuras y establecer relaciones (Lüken y Sauzet, 2020).

### **3. ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE PATRONES DE REPETICIÓN EN EDUCACIÓN INFANTIL**

En este estudio asumimos por estrategia didáctica el conjunto de acciones pedagógicas que caracterizan el proceso de instrucción en el aula, a partir de objetivos, contenidos, recursos de enseñanza, metodologías, preguntas intencionadas, etc., que conduzcan a la adquisición del aprendizaje de los estudiantes. Estamos de acuerdo con Hinojosa Becerra y Córdova Cando (2020), cuando plantean que gestionar dichas estrategias permite el progreso óptimo e integral de los infantes.

Desde esta perspectiva, para abordar la enseñanza de los patrones de repetición en educación infantil se requiere de la implementación de tareas que contribuyan al desarrollo del pensamiento recursivo, relacional y funcional, a partir de estrategias didácticas que atiendan a las distintas habilidades para hacer patrones. Para ello, se debe tener en cuenta el momento evolutivo en el que los niños son capaces de comprender la estructura interna de una seriación, es decir, la unidad de repetición (Clements y Sarama, 2015; Rittle-Johnson et al., 2015). Con base en estos planteamientos, se presentan estrategias didácticas contextualizadas para abordar, por un lado, las habilidades y tareas para hacer patrones de repetición que promueven el pensamiento recursivo y, por otro lado, las que fomentan el pensamiento relacional y funcional. En todo este andamio de estrategias, se concibe al docente como una figura que guía e incita el aprendizaje mediante preguntas intencionadas (NCTM, 2014) que invitan a generar conocimiento compartido con el grupo de iguales. En este sentido, tal como expresan Acosta y Alsina (2022, p. 171) “deben evitarse preguntas que no impliquen razonamiento, ni argumentación por parte de los escolares y que se contesten con un ‘sí’ o un ‘no’”.

#### **3.1. Habilidades y tareas que promueven el pensamiento recursivo (a partir de 3 años)**

Seguidamente se muestra una propuesta para las habilidades de copiar, de interpolar y de extender que se acompaña con transcripciones de diálogos que se han producido durante la implementación. Las intervenciones docentes se codifican con D y para salvaguardar la identidad de los escolares participantes, se asigna una E seguida de un número a sus intervenciones.

### 3.1.1. Habilidad de copiar

Tabla 2. Tarea matemática para duplicar un patrón

<b>“Los pasos de peatones de mi ciudad”</b>	
<b>Objetivos</b>	<b>Contenido matemático</b>
<p>Descubrir seriaciones en situaciones reales.</p> <p>Reproducir una serie sencilla a partir de la regularidad observada en el paso de peatones.</p>	<p>Observación y reconocimiento de regularidades del entorno con el fin de reproducir una serie.</p>

### Material necesario

El material necesario se muestra en la Figura 2.



Figura 2. Material de la actividad: a) imagen de un paso de peatones; b) listones transparentes y de color blanco; y c) alfombra con circuito de ciudad

## Experiencia

- Iniciar un diálogo con todo el grupo-clase sobre los pasos de peatones.
- Mostrar una imagen de un paso de peatones e invitar a los escolares a describir lo que observan en la imagen.
- Presentar el circuito de la ciudad y dar a los escolares elementos manipulativos (listones transparentes y de color blanco) con el fin de que reproduzcan su paso de peatones, siguiendo el patrón AB (blanco-negro). Es necesario guiar a través de buenas preguntas el desarrollo de la actividad. El modelo del patrón podrá estar visible según consideración del docente.
- Fomentar, a través de un diálogo conjunto, las acciones realizadas durante la actividad.

## Preguntas intencionadas

- Si ahora tenemos una franja negra, una blanca y una negra, ¿qué franja colocaremos a continuación?
- ¿De qué color es la franja que está en medio de dos franjas blancas?  
¿Y entre dos negras?
- Antes de una franja blanca, ¿de qué color es la franja?

## Evidencias de la implementación



Figura 3. Los escolares duplican la seriación

E1: Yo pongo uno blanco y uno transparente que parece negro.

D: Entonces después de uno transparente, ¿cuál viene?

E2: Después viene uno blanco, así: blanco-negro, blanco-negro, blanco-negro...

D: Muy bien. Y ahora una pregunta difícil, a ver quién lo adivina. ¿De qué color es la franja que está en medio de dos franjas blancas?

E1: Transparente

E2: Negro

D: ¡Excelente!

De acuerdo con la interacción mostrada en la Figura 3, podemos apreciar cómo los niños y niñas reproducen la seriación de tipo AB utilizando la estrategia de alternancia. Es decir, emparejando cada elemento de manera correspondiente con el modelo dado, avanzando así hacia una manera recursiva de pensar.

### 3.1.2. Habilidad de interpolar

Tabla 3. Tarea matemática para encontrar elementos faltantes de una secuencia

“Reparando secuencias”	
Objetivos	Contenido matemático
<p><b>Completar los elementos faltantes en la seriación presentada siguiendo la secuencia propuesta.</b></p>	<p>Identificación del elemento que falta de los patrones AB, AAB y ABB.</p>

### Material necesario

El material necesario se muestra en la Figura 4.

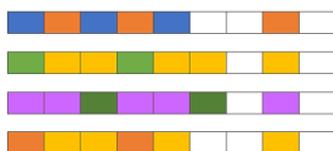


Figura 4. Cartulinas plastificadas (izda.) y pinzas de ropa diferentes (dcha.)

## Experiencia

- Poner el material al alcance de los escolares y proponerles colocar en el espacio en blanco de la cartulina la pinza del color que correspondería para seguir la seriación.
- Observar y documentar si los escolares son capaces de reparar el patrón AB, AAB y ABB.
- Invitar a los escolares a describir la seriación completada.

## Preguntas intencionadas

- ¿Cómo sabías cuál era el color que tocaba?
- Después de dos espacios con los colores iguales, ¿viene otro espacio de igual color o diferente?

## Evidencias de la implementación



Figura 5. La niña encuentra los elementos faltantes de su secuencia

D: ¿Cómo sabías cuál era el color que tocaba?

E: Porque los verdes van de la mano. Ves, aquí le faltaba su amigo.

D: Entonces, después de dos espacios con dos colores que son iguales, ¿cuál toca?

E: El que va solo.

D: ¿Y después del que no va con amigos, cuál viene?

E: Los amigos verdes.

A partir de la intervención docente, se observa cómo se incita a la alumna de la Figura 5 a reflexionar sobre la estructura de la secuencia que está interpolando, es decir, encontrando los elementos faltantes.

### 3.1.3. Habilidad de extender

Tabla 4. Tarea matemática para ampliar una secuencia

<b>“Hasta el infinito y más allá”</b>	
<b>Objetivos</b>	<b>Contenido matemático</b>
Ampliar una seriación con el material propuesto siguiendo el patrón indicado en la tarjeta.	Seriaciones a partir de la alternancia y combinación de figuras geométricas según los patrones AB, AAB y ABB.

### Material necesario

El material necesario se muestra en la Figura 6.

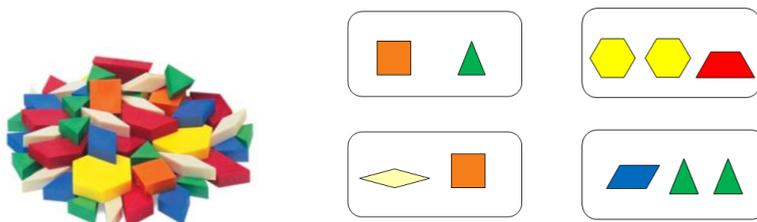


Figura 6. Pattern Blocks o geomosaico (izda.) y tarjetas con patrones (dcha.)

### Experiencia

- Se presenta a los escolares una bolsa sorpresa llena de figuras geométricas mezcladas y se ponen a su alcance para que jueguen libremente.
- Transcurrido 10 minutos, se propone a los escolares construir seriaciones a partir de los patrones AB, AAB o ABB que indican las tarjetas.

- A través de buenas preguntas se guía la ejecución de la propuesta según el patrón seleccionado (■ ▲); (◊ ■); (◈ ◈ ▲) y (■ ▲ ▲).
- Se finaliza la sesión con 10 minutos de manipulación libre, donde se propone a los escolares hacer seriaciones siguiendo los patrones que ellos deseen. Se documentan sus acciones y se promueve un diálogo conjunto para iniciar la familiarización con el concepto patrón.

### Preguntas intencionadas

- Si eliges el patrón (■ ▲), ¿Cuáles son las piezas que deberás utilizar? ¿De qué color es la figura que hay entre dos triángulos verdes?
- En el patrón (■ ▲ ▲) ¿dónde colocaremos el cuadrado naranja?

### Evidencias de la implementación



Figura 7. Los escolares 1, 2 y 3 amplían la seriación guiándose por el patrón ofrecido en las tarjetas.

E1: El mío es naranja y casi blanco, naranja y casi blanco, naranja y casi blanco.

D: ¿De qué color es la figura que hay entre dos cuadrados naranjas?

E1: No hay dos cuadrados naranjas.

D: ¿Seguro? Observa tu seriación a ver qué ves.

E1. Muchos naranjas.

D: Entonces entre dos naranjas, ¿cuál colocamos?

E1: ¡Ah! Ya sé. Este, el casi blanco.

E2: Yo no tengo casi blanco.

D: ¿Cómo es tu seriación?

E2: Verde-verde y azul, verde-verde y azul, verde-verde y azul.

D: Entonces entre dos azules, ¿cuál colocamos?

E2: Entre dos azules... entre azul y azul...no, azul y azul no van juntos.

D: Correcto, no van juntos, ¿en medio de ellos qué piezas has colocado?

E2: ¡Ah!, ¿verde-verde?

E1: El mío no tiene dos colores juntos, siempre es uno y otro, uno y otro, uno y otro.

E2: El mío es uno-uno y otro, uno-uno y otro.

E3: El mío también es uno-uno y otro, uno-uno y otro.

Resulta interesante observar que, a través de las preguntas del docente, los escolares implicados en este relato que acompaña la Figura 7 establecen relaciones de igualdad y diferencia a partir de un reconocimiento inicial de la estructura que subyace en la secuencia.

### 3.2. Habilidades y tareas que promueven el pensamiento relacional y funcional (a partir de 4 años)

A continuación, se exponen propuestas para las habilidades de abstraer o traducir, de reconocer la unidad de repetición, y de crear.

#### 3.2.1. Habilidad de abstraer o traducir

Tabla 5. Tarea matemática para construir el mismo patrón con diferentes elementos

<b>“Un jardín especial”</b>	
<b>Objetivos</b>	<b>Contenido matemático</b>
Identificar patrones en situaciones reales.	Observación y reconocimiento de seriaciones del entorno con el fin de recrear el mismo patrón con elementos diferentes.
Recrear una seriación siguiendo el patrón identificado.	

## Material necesario

El material necesario se muestra en la Figura 8.



Figura 8. Imagen de un enjardinado (izda) y plastina (dcha.)

## Experiencia

- Iniciar un diálogo con todo el grupo-clase sobre las características y colocación de los arbustos que se observan en las imágenes.
- Invitar a los escolares a describir cómo están colocados los arbustos.
- Proponer a los escolares que representen el enjardinado modelando con la plastilina el patrón identificado (arbusto bajo-bajo-alto).
- Fomentar, a través de un diálogo conjunto, las acciones que han desarrollado.

## Preguntas intencionadas

- Si ahora colocamos dos arbustos bajos, uno alto, dos bajos y uno alto, ¿cuál deberíamos colocar a continuación?
- ¿Cómo es el arbusto que colocaremos después de dos que son bajos?

## Evidencias de la implementación



Figura 9. La alumna construye el mismo patrón del enjardinado con plastilina, asignando diferentes formas a los elementos que componen la seriación

E: Yo lo hago así, una bola-una bola y un palo, una bola-una bola y un palo.

D: ¿Por qué lo haces así?

E: Había dos árboles pequeños y uno gigante hasta el cielo, dos árboles pequeños y uno gigante hasta el cielo.

D: Entonces, los dos árboles pequeños, aquí en tu seriación de plastilina, ¿cuáles son?

E: Estos (señalando las dos bolas de plastilina).

D: Si ahora colocamos dos bolas y un palo, dos bolas y un palo. ¿Cuál deberíamos colocar a continuación?

E: ¿Un palo?

D: ¿Recuerdas cómo era el enjardinado?

E: Sí. Pequeño-pequeño, gigante, pequeño-pequeño gigante.

D: Si tenías dos arbustos pequeños y uno gigante, entonces después de dos bolas y un palo, dos bolas y un palo, ¿Cuál viene?

E: ¡Ya lo sé! De nuevo dos bolas y un palo, dos bolas y un palo.

De acuerdo con la transcripción de la Figura 9, se aprecia que la alumna abstrae la regularidad del patrón para construir una nueva seriación utilizando diferentes elementos. Se observa como en este proceso de traducción y transferencia, el docente guía la acción a través de preguntas que permiten aprovechar el conocimiento de la alumna fortaleciendo la comprensión.

### 3.2.2. Habilidad de reconocer la unidad de repetición

Tabla 6. Tarea matemática para identificar la unidad de repetición

<b>“Cazadores de patrones”</b>	
<b>Objetivos</b>	<b>Contenido matemático</b>
Identificar seriaciones presentes en el patio de la escuela.	Identificación y análisis de seriaciones presentes en un entorno cotidiano: el patio.
Leer y analizar los elementos de la seriación, para poder identificar la unidad mínima del patrón.	
Representar en un papel alguna de las seriaciones encontradas en el patio.	

#### **Material necesario**

Cámara de fotos para documentar las seriaciones encontradas.

#### **Experiencia**

- Iniciar un dialogo con todo el grupo-clase para introducir la propuesta de ir a “cazar” patrones al patio de la escuela.
- Documentar cada seriación identificada e invitar a los escolares a analizar los elementos que la conforman.
- Proponer a los escolares el reto de representar en un papel alguna de las seriaciones encontradas, utilizando únicamente figuras geométricas o símbolos.
- Fomentar, a través de un diálogo conjunto, el análisis y descubrimiento de la unidad mínima que se repite y que da lugar a la seriación.

#### **Preguntas intencionadas**

- ¿Cómo están colocadas las jardineras del patio? ¿Siguen alguna regularidad?
- ¿Vemos alguna seriación en los juguetes del patio?

- ¿Cómo son las palas del arenal? ¿Las podemos guardar siguiendo algún patrón? ¿Cuál?

### Evidencias de la implementación



Figura 10. Los escolares descubren patrones en los objetos del patio y se les animan a construir seriaciones con la misma unidad de repetición

Unas alumnas construyen una seriación con las palas del patio y entre ellas debaten si es igual el patrón verde-azul hecho con palas y el rojo-azul construido con los cubos de arena. La docente interviene y les pregunta si son iguales o diferentes. Una de ellas argumenta que son diferentes porque verde y rojo no son iguales y justifica su razonamiento alegando que si los cubos rojos fueran verdes, entonces sí que serían iguales. La otra compañera le explica que sí que son iguales porque ambos tienen un color de cada. Seguidamente, se les invita a reconocer la unidad de repetición de ambos y construir una nueva seriación con ese mismo núcleo de iteración. Los escolares deciden representar el patrón utilizando su propio cuerpo: un estudiante sentado-uno de pie.

#### 3.2.3. Habilidad de crear

Tabla 7. Tarea matemática para inventar un patrón

<b>“Un mandala gigante”</b>	
<b>Objetivos</b>	<b>Contenido matemático</b>
Construir un mandala gigante con el material propuesto siguiendo el patrón que se decida de manera colectiva.	Seriaciones a partir de la combinación de atributos cualitativos y cuantitativos del material reciclado y estructurado propuesto.

## Material necesario

Pattern Blocks (Geomosaico), tapas de botellas, círculos de madera, pompones de colores, depresores de madera, platos de colores... y papel de embalar en forma de círculo, de 1 metro de diámetro aproximadamente.

## Experiencia

- Invitar a los alumnos a sentarse alrededor del papel de embalar e iniciar un diálogo sobre los mandalas.
- Con la ayuda del proyector mostrar algunos ejemplos en la pizarra digital.
- Proponer crear un mandala gigante siguiendo un patrón ideado de manera colectiva y cooperativa.
- Documentar y registrar las interacciones que se producen durante la toma de decisiones.

## Preguntas intencionadas

- ¿Qué piezas utilizaremos para definir el patrón central?
- En un patrón AAB, ¿cómo debe ser la pieza que va después de dos iguales?
- En un patrón ABC, ¿cómo son las 3 primeras piezas?
- Si ponemos una hilera de tapas así: blanco-verde-rojo, blanco-verde-rojo, ¿qué patrón sigue la seriación?
- En un patrón ABB hay una pieza diferente y dos iguales, y en un patrón AAB, ¿cómo son las piezas?

## Evidencias de la implementación

Uno de los grupos de trabajo decidió utilizar diferentes tipos de patrones para diseñar su mandala. Uno de sus integrantes propone construir uno muy difícil (haciendo referencia a un patrón del tipo ABC con depresores de colores lila-blanco-verde). Paralelamente, otro niño agrupa las tapas amarillas y blancas y decide crear un patrón AAB, y finalmente se escoge de manera conjunta y unánime el patrón AB construido con platos rojos y palos de helado.



Figura 11. Los escolares inventan patrones para diseñar un mandala

### 3.3. IMPLICACIONES PARA LA PRÁCTICA DOCENTE DE LAS HABILIDADES PARA HACER PATRONES DE REPETICIÓN EN EDUCACIÓN INFANTIL

El nivel de comprensión de los patrones varía en cada niño (Mulligan y Mitchelmore, 2009; Papic et al., 2011), pero una enseñanza de patrones eficaz, con la adecuada intervención docente, es posible (Lüken y Kampmann, 2018; Mulligan et al., 2020). Sin embargo, a menudo se proponen tareas a los infantes que no aprovechan todo su potencial, debido a que otorgan poca importancia al reconocimiento implícito de la unidad de repetición, provocando así una enseñanza limitada de los patrones como trampolín del álgebra temprana. Por tanto, es aconsejable que el profesorado: 1) contemple tareas que movilicen habilidades para hacer patrones que comporten una dificultad de abstracción creciente; 2) acompañe la transición del pensamiento recursivo al funcional y, 3) considere que ciertas habilidades están condicionadas al momento evolutivo del infante.

La dificultad del patrón con una estructura de repetición radica en la complejidad de la unidad que se repite de manera periódica (Lüken y Sauzet, 2020). Estos autores consideran que los patrones simples AB son los más fáciles y que la dificultad aumenta de manera proporcional con el incremento de elementos que conforman dicha unidad de repetición, por ejemplo, ABC; rojo, verde, amarillo, azul; ABCDE. Sarama y Clements (2009) consideran, además, que la repetición de elementos individuales del núcleo de repetición (por ejemplo, AAB) también aumenta la complejidad del patrón. Por este motivo, de manera orientativa, se propone una presentación gradual y combinada de los tipos de patrones, tal como se muestra en la Figura 12.

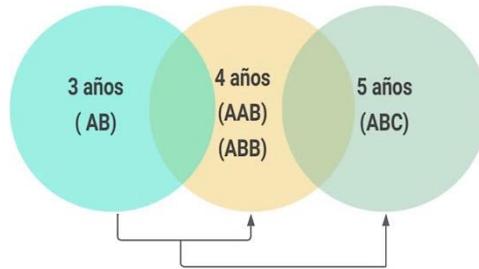


Figura 12. Introducción longitudinal de diversos tipos de patrones de repetición con una dificultad creciente.

*Nota.* Fuente: Elaboración propia.

Se propone introducir un tipo de patrón en cada edad sin dejar de abordar los que se han tratado en años anteriores. Por tanto, los infantes de 5 años realizarán también tareas con patrones de núcleo AB, AAB y ABB.

En un intento por ofrecer orientaciones al profesorado de infantil para abordar la enseñanza de los patrones de repetición en el aula, en la Figura 13 se propone un itinerario longitudinal vinculado con las habilidades para hacer patrones que se han abordado tanto de manera teórica como práctica en este artículo. La propuesta que se presenta pretende ser una herramienta para guiar el diseño e implementación de tareas que permitan avanzar de manera consolidada hacia maneras más sofisticadas de pensar algebraicamente en la educación infantil.

De acuerdo con la información que se muestra en la Figura 13, las habilidades de copiar, interpolar y extender no implican un reconocimiento previo de la unidad de repetición, puesto que los niños pueden hacer uso de la estrategia de alternancia, es decir, la correspondencia término a término para atender y resolver tareas de duplicar, encontrar elementos faltantes o ampliar una secuencia. Estas habilidades son propias del pensamiento recursivo, ya que los niños analizan la seriación como una entidad de elementos ordenados con cierto ritmo o regularidad, sin ser capaces de abstraer la regla intrínseca. Autores como Clements y Sarama (2015) han podido comprobar en sus estudios que este tipo de tareas son fáciles de resolver para niños de 3-4 años.

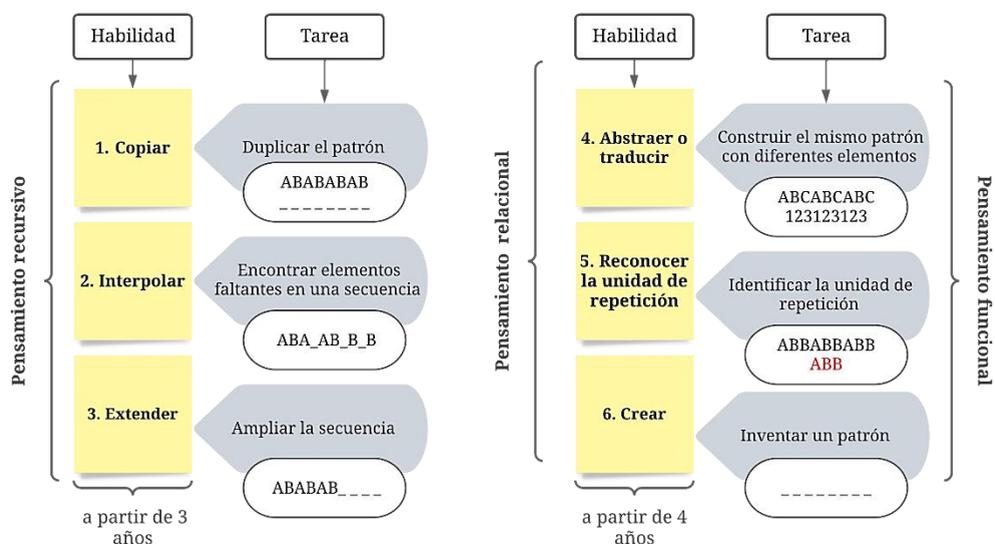


Figura 13. Propuesta de itinerario longitudinal sobre habilidades para hacer patrones de repetición.

*Nota.* Fuente: Elaboración propia.

En cambio, las habilidades de abstraer o traducir, reconocer la unidad de repetición y crear requieren de la comprensión del núcleo de iteración para poder llevar a cabo tareas de construir el mismo patrón con diferentes elementos, identificar de la unidad repetición, e inventar un patrón. Desde los Estados Unidos, Rittle-Johnson et al. (2015) confirman que la comprensión de la regla subyacente del patrón, es decir, de la unidad mínima de repetición, se comienza a evidenciar de manera exitosa a partir de los 4-5 años, y que es necesario el uso de explicaciones instructivas para reforzar dicha abstracción del patrón. Todas estas habilidades permiten desarrollar el concepto de patrón de una manera más consciente y voluntaria, para así avanzar hacia el pensamiento funcional, mejorar la cognición de los niños y promocionar el razonamiento de conceptos y procedimientos matemáticos (Björklund y Pramling, 2014; Bock et al., 2018).

Sin embargo, todo este aprendizaje sería imposible de consolidar sin una intervención docente eficaz (Acosta y Alsina, 2022). Por tanto, en este sentido, es importante ofrecer espacios de diálogo para preguntar a los niños cómo llegaron a la solución de las tareas propuestas, favoreciendo así: 1) escenarios de co-aprendizaje entre pares; 2) oportunidades para

externalizar a través del lenguaje su comprensión, y 3) un debate co-constructivo sobre las estrategias utilizadas.

#### 4. CONSIDERACIONES FINALES

Los patrones de repetición se consideran uno de los conocimientos centrales del álgebra temprana dado que, por un lado, sientan las bases para desarrollar el pensamiento algebraico y, por otro, se configuran como una manera de involucrar a los niños y niñas en la observación, el razonamiento y la comprensión de las estructuras matemáticas abstractas (Blanton y Kaput, 2005, 2011). Además, autores como Björklund y Pramling (2014) constatan en sus estudios que reconocer patrones es fundamental para muchos dominios del conocimiento como la lectura, las matemáticas o las artes, ya que aportan significado y cohesión. Este tipo de patrones, los de repetición, resultan ser los más accesibles para los niños pequeños (Rittle-Johnson et al., 2013), puesto que presentan intrínsecamente un ritmo, regularidad y un orden.

En este artículo se han aportado una serie de estrategias didácticas para trabajar los patrones de repetición en educación infantil a partir del desarrollo de las distintas habilidades para hacer patrones que deberían movilizar los niños de 3 a 6 años: 1) copiar, 2) interpolar, 3) extender, 4) abstraer o traducir, 5) reconocer la unidad de repetición y 6) crear. Para ello, se han propuesto tareas matemáticas contextualizadas que fomentan, a nivel general, los inicios del pensamiento algebraico y, de manera específica, el pensamiento recursivo, relacional y funcional a medida que se profundiza en el desarrollo y sofisticación longitudinal de dichas habilidades.

Lüken y Sauzet (2020) plantean que la comprensión de la estructura del patrón parece ser fundamental en el desarrollo del pensamiento algebraico temprano de los niños, para trascender de un tipo de pensamiento que permite establecer relaciones predictivas entre elementos sucesivos a otro más sofisticado que promueve la abstracción de la regla subyacente de la seriación.

En esta línea consideramos que las tareas para hacer patrones pueden abordarse haciendo uso de diferentes contextos de enseñanza que permitan a los escolares manipular, explorar y experimentar con patrones, ya que no solo es válido el uso tradicional de papel y lápiz para abordar este contenido (Pincheira et al., 2022). Por ende, debemos apostar por la

incorporación y uso de contextos como situaciones reales, materiales manipulativos, lúdicos, tecnológicos, literarios... para acercar un contenido abstracto a situaciones concretas y familiares de los niños y las niñas y favorecer su enseñanza, sin dejar de contemplar al docente como la figura que guía y conduce dicho proceso de aprendizaje (Alsina, 2022b). Desde nuestro punto de vista, el profesorado debe tener un amplio conocimiento sobre cuáles son las habilidades que atienden a la identificación de la unidad de repetición y cuáles no lo hacen. De ahí que en este artículo se proponga un itinerario longitudinal sobre las tareas a implementar en cada edad y una propuesta para introducir diferentes tipos de patrones de repetición, siguiendo un principio creciente de dificultad, con la finalidad de proporcionar herramientas que permitan a los docentes compensar las falencias de un currículo oficial poco alineado con las orientaciones internacionales.

Por consiguiente, alentamos al profesorado de educación infantil a generar oportunidades didácticas que permitan interactuar, opinar, discutir, reflexionar y co-construir conocimiento compartido, haciendo uso de preguntas y contra-preguntas intencionadas que favorezcan la exteriorización de la manera en que los niños y niñas han comprendido las tareas con patrones de repetición. Consideramos también importante gestionar el error como una oportunidad de enriquecimiento y aprendizaje entre iguales, donde se promueva la creación de un ambiente dialógico constructivo.

Llegados a este punto de reflexión, animamos a los docentes a diseñar propuestas dinámicas enmarcadas en contextos multimodales, apostando por tareas consecuentes con los aportes teóricos sobre las habilidades para hacer patrones, para de esta manera establecer puentes significativos entre la teoría y la práctica de aula.

## **AGRADECIMIENTOS**

Este trabajo fue respaldado por el Ministerio de Educación, Cultura y Deportes de España bajo la Subvención para Formación de Profesorado Universitario (FPU16-01856) y por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo del Gobierno de Chile (ANID) mediante una beca de doctorado en el extranjero, Folio N.º 72200447. Los autores desean agradecer a los directores de la revista y a los revisores por su ayuda en la mejora del artículo.

**BIBLIOGRAFÍA**

- Acosta, Y. y Alsina, Á. (2020). Learning patterns at three years old: Contributions of a learning trajectory and teaching itinerary. *Australasian Journal of Early Childhood*, 45(1), 14-29. <https://doi.org/10.1177/1836939119885310>
- Acosta, Y. y Alsina, Á. (2022). Influencia del contexto de enseñanza en la representación de patrones en educación infantil. *Alteridad*, 17(2), 166-179. <https://doi.org/10.17163/alt.v17n2.2022.01>
- Acosta, Y. Pincheira, N. y Alsina, Á. (2022). Tareas y habilidades para hacer patrones de repetición en libros de texto de educación infantil. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 22, 91-110. <https://doi.org/10.35763/aiem22.4193>
- Alsina, Á. (2022a). Los contenidos matemáticos en el currículo de Educación Infantil: Contrastando la legislación educativa española con la investigación en educación matemática infantil. *Épsilon*, 111, 67-89.
- Alsina, Á. (2022b). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (3-6 años)*. Graó.
- Björklund, C. y Pramling, N. (2014). Pattern discernment and pseudo-conceptual development in early childhood mathematics education. *International Journal of Early Years Education*, 22(1), 89-104. <https://doi.org/10.1080/09669760.2013.809657>
- Blanton, M. L. y Kaput, J. J. (2005). Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446. <https://doi.org/10.2307/30034944>
- Blanton, M. L. y Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Early*

- algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 5-23). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_2)
- Bock, A. M., Cartwright, K. B., McKnight, P. E., Patterson, A. B., Shriver, A. G., Leaf, B. M., Mohtasham, M. K., Vennergrund, K. C. y Pasnak, R. (2018). Patterning, Reading, and Executive Functions. *Frontiers in Psychology*, 9(1802). <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01802>
- Borriello, G. A., Flynn, M. E. y Fyfe, E. R. (2022). Developmental differences in children's and adults' strategies on a repeating pattern task. *Early Childhood Research Quarterly*, 59, 300-310. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2021.12.012>
- Carpenter, T. P., Franke, M. L. y Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Heinemann.
- Carraher, D. W. y Schliemann, A. D. (2019). Early algebraic thinking and the US mathematics standards for grades K to 5. *Journal for the Study of Education and Development*, 42(3), 479-522. <https://doi.org/10.1080/02103702.2019.1638570>
- Cetina-Vázquez, M. y Cabañas-Sánchez, G. (2022). Estrategias de generalización de patrones y sus diferentes formas de uso en quinto grado. *Enseñanza de las Ciencias*, 40(1), 65-86. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3096>
- Clements, D. H. y Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad: El enfoque de las trayectorias de aprendizaje*. Learning Tools.
- Collins, M. A. y Laski, E. V. (2015). Preschoolers' strategies for solving visual pattern tasks. *Early Childhood Research Quarterly*, 32, 204-214. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.04.004>
- Dreyfus, T. (2002). Advanced Mathematical Thinking Processes. En D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 25-41). Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1\\_2](https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_2)

- Dumas, D., Alexander, P. A. y Grossnickle, E. M. (2013). Relational Reasoning and Its Manifestations in the Educational Context: A Systematic Review of the Literature. *Educational Psychology Review*, 25(3), 391-427. <https://doi.org/10.1007/s10648-013-9224-4>
- Fox, J. (2005). Child-Initiated Mathematical Patterning in the Pre-Compulsory Years. En H. L. Chick y J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 313-320). PME.
- Fyfe, E. R., McNeil, N. M. y Rittle-Johnson, B. (2015). Easy as ABCABC: Abstract Language Facilitates Performance on a Concrete Patterning Task. *Child Development*, 86(3), 927-935. <https://doi.org/10.1111/cdev.12331>
- Hinojosa Becerra, M. y Córdova Cando, D. (2020). El nivel inicial, base para fortalecer el desarrollo infantil. *Voces de la Educación*, 5(10), 13-21.
- Hunter, J. y Miller, J. (2022). The use of cultural contexts for patterning tasks: Supporting young diverse students to identify structures and generalise. *ZDM – Mathematics Education*, 54(6), 1349-1362. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01386-y>
- Kahneman, D. (2011). *Thinking, fast and slow*. Macmillan.
- Kaput, J. J. (2000). *Transforming Algebra from an Engine of Inequity to an Engine of Mathematical Power by “Algebrafying” the K-12 curriculum*. <https://eric.ed.gov/?id=ED441664>
- Kaput, J. J., Carraher, D. W. y Blanton, M. L. (2008). *Algebra in the early grades*. Lawrence Erlbaum Associates/NCTM.
- Kidd, J. K., Pasnak, R., Gadzichowski, K. M., Gallington, D. A., McKnight, P., Boyer, C. E. y Carlson, A. (2014). Instructing First-Grade Children on Patterning Improves Reading and Mathematics.

- Early Education and Development*, 25(1), 134-151.  
<https://doi.org/10.1080/10409289.2013.794448>
- Kieran, C. (2014). Algebra Teaching and Learning. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 27-32). Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8\\_6](https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_6)
- Knuth, E., Stephens, A., Blanton, M. y Gardiner, A. (2016). Build an early foundation for algebra success. *Phi Delta Kappan*, 97(6), 65-68.  
<https://doi.org/10.1177/0031721716636877>
- Lüken, M. M. (2020). Patterning as a Mathematical Activity: An Analysis of Young Children's Strategies When Working with Repeating Patterns. En M. Carlsen, I. Erfjord y P. S. Hundeland (Eds.), *Mathematics Education in the Early Years* (pp. 79-92). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-34776-5\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-030-34776-5_5)
- Lüken, M. M., y Kampmann, R. (2018). The Influence of Fostering Children's Patterning Abilities on Their Arithmetic Skills in Grade 1. En I. Elia, J. Mulligan, A. Anderson, A. Baccaglini-Frank, y C. Benz (Eds.), *ICME-13 Monographs. Contemporary Research and Perspectives on Early Childhood Mathematics Education: Vol. I* (pp. 55-66). Springer.
- Lüken, M. M., y Sauzet, O. (2020). Patterning strategies in early childhood: A mixed methods study examining 3- to 5-year-old children's patterning competencies. *Mathematical Thinking and Learning*, 23(1), 28-48.  
<https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1719452>
- McGarvey, L. M. (2012). What Is a Pattern? Criteria Used by Teachers and Young Children. *Mathematical Thinking and Learning*, 14(4), 310-337. <https://doi.org/10.1080/10986065.2012.717380>
- Miller, M. R., Rittle-Johnson, B., Loehr, A. M. y Fyfe, E. R. (2016). The Influence of Relational Knowledge and Executive Function on Preschoolers' Repeating Pattern Knowledge. *Journal of Cognition*

- and Development*, 17(1), 85-104.  
<https://doi.org/10.1080/15248372.2015.1023307>
- Mulligan, J. y Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21, 33-49. <https://doi.org/10.1007/BF03217544>
- Mulligan, J. T., Mitchelmore, M. C., English, L. D. y Crevensten, N. (2013). Reconceptualizing Early Mathematics Learning: The Fundamental Role of Pattern and Structure. En L. D. English y J. T. Mulligan (Eds.), *Reconceptualizing Early Mathematics Learning* (pp. 47-66). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-6440-8\\_4](https://doi.org/10.1007/978-94-007-6440-8_4)
- Mulligan, J., Oslington, G. y English, L. (2020). Supporting early mathematical development through a 'pattern and structure' intervention program. *ZDM – Mathematics Education*, 52(4), 663-676. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01147-9>
- NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Traducción de Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- NCTM (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C. y Spitler, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 550-560. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003>
- Papic, M. (2015). An Early Mathematical Patterning Assessment: Identifying young Australian Indigenous children's patterning skills. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 519-534. <https://doi.org/10.1007/s13394-015-0149-8>
- Papic, M. y Mulligan, J. (2007). The growth of early mathematical patterning: An intervention study. En J. Watson y K. Beswick (Eds.), *Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics*

*Education Research Group of Australasia. Mathematics: Essential research, essential practice: Vol. II* (pp. 591-600). MERGA.

- Papic, M. M., Mulligan, J. T. y Mitchelmore, M. C. (2011). Assessing the Development of Preschoolers' Mathematical Patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(3), 237-268. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.42.3.0237>
- Pasnak, R., Kidd, J. K., Gadzichowski, K. M., Gallington, D. A., Schmerold, K. L. y West, H. (2015). Abstracting Sequences: Reasoning That Is a Key to Academic Achievement. *The Journal of Genetic Psychology*, 176(3), 171-193. <https://doi.org/10.1080/00221325.2015.1024198>
- Perry, B., y Dockett, S. (2008). Young children's access to powerful mathematical ideas. En L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2.<sup>a</sup> ed., pp. 75-108). Routledge.
- Pincheira, N., Acosta, Y. y Alsina, Á. (2022). Incorporación del álgebra temprana en Educación Infantil: Un análisis desde los libros de texto. *PNA*, 17(1), 1-24. <https://doi.org/10.30827/pna.v17i1.24522>
- Pincheira, N. y Alsina, Á. (2021). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Educación Matemática*, 33(1), 153-180. <https://doi.org/10.24844/EM3301.06>
- Pincheira, N., Alsina, Á. y Acosta, Y. (en revisión). *Avances en la didáctica del álgebra en educación infantil: Vinculando conocimientos y modos de pensamiento algebraico*.
- Real Decreto 95/2022, de 1 de febrero, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Infantil. *Boletín Oficial del Estado*, 28, de 02 de febrero de 2022. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/02/01/95>
- Remillard, J. T. (2005). Examining Key Concepts in Research on Teachers' Use of Mathematics Curricula. *Review of Educational*

- Research*, 75(2), 211-246.  
<https://doi.org/10.3102/00346543075002211>
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., Hofer, K. G. y Farran, D. C. (2017). Early Math Trajectories: Low-Income Children's Mathematics Knowledge From Ages 4 to 11. *Child Development*, 88(5), 1727-1742.  
<https://doi.org/10.1111/cdev.12662>
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., Loehr, A. M. y Miller, M. R. (2015). Beyond numeracy in preschool: Adding patterns to the equation. *Early Childhood Research Quarterly*, 31, 101-112.  
<https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.01.005>
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., McLean, L. E. y McEldoon, K. L. (2013). Emerging Understanding of Patterning in 4-Year-Olds. *Journal of Cognition and Development*, 14(3), 376-396.  
<https://doi.org/10.1080/15248372.2012.689897>
- Rittle-Johnson, B., Zippert, E. L. y Boice, K. L. (2019). The roles of patterning and spatial skills in early mathematics development. *Early Childhood Research Quarterly*, 46, 166-178.  
<https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.03.006>
- Rivera, F. D. (2010). Visual templates in pattern generalization activity. *Educational Studies in Mathematics*, 73(3), 297-328.  
<https://doi.org/10.1007/s10649-009-9222-0>
- Rodrigues, M. y Serra, P. (2015). Generalizing repeating patterns: A study with children aged four. En I. Sahn, S. A. Kiray y S. Alan (Eds.), *International Conference on Education in Mathematics, Science y Technology (ICEMST)* (pp. 120-134). ICEMST.
- Sarama, J. y Clements, D. H. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research: Learning Trajectories for Young Children*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203883785>

- Stein, M., Remillard, J. y Smith, M. (2007). How curriculum influences student learning. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Information Age.
- Stephens, A., Blanton, M., Knuth, E., Isler, I. y Gardiner, A. M. (2015). Just Say Yes to Early Algebra! *Teaching Children Mathematics*, 22(2), 92-101. <https://doi.org/10.5951/teacchilmath.22.2.0092>
- Supply, A.-S., Wijns, N., Van Dooren, W. y Onghena, P. (2022). It is probably a pattern: Does spontaneous focusing on regularities in preschool predict reasoning about randomness four years later? *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10187-9>
- Taylor-Cox, J. (2003). Algebra in the early years? Yes! *Young Children*, 58(1), 14-21.
- Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the primary years. En A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 18-30). Cassell.
- Tirosh, D., Tsamir, P., Barkai, R. y Levenson, E. (2018). Engaging young children with mathematical activities involving different representations: triangles, patterns, and counting objects. *CEPS Journal*, 8(2), 9-30. <https://doi.org/10.25656/01:15664>
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E. S., Barkai, R. y Tabach, M. (2017). Repeating patterns in kindergarten: Findings from children's enactments of two activities. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 83-99. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9762-7>
- Vergel, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA*, 9(3), 193-215. <https://doi.org/10.30827/pna.v9i3.6220>
- Warren, E., y Cooper, T. (2006). Using Repeating Patterns to Explore Functional Thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 11(1), 9-14.

- Warren, E., y Cooper, T. (2007). Repeating Patterns and Multiplicative Thinking: Analysis of Classroom Interactions with 9-Year-Old Students that Support the Transition from the Known to the Novel. *Journal of Classroom Interaction*, 42(1), 7-17.
- Wijns, N., De Smedt, B., Verschaffel, L. y Torbeyns, J. (2020). Are preschoolers who spontaneously create patterns better in mathematics? *British Journal of Educational Psychology*, 90(3), 753-769. <https://doi.org/10.1111/bjep.12329>
- Wijns, N., Torbeyns, J., Bakker, M., De Smedt, B. y Verschaffel, L. (2019). Four-year olds' understanding of repeating and growing patterns and its association with early numerical ability. *Early Childhood Research Quarterly*, 49, 152-163. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2019.06.004>
- Wijns, N., Torbeyns, J., De Smedt, B. y Verschaffel, L. (2019). Young Children's Patterning Competencies and Mathematical Development: A Review. En K. M. Robinson, H. P. Osana y D. Kotsopoulos (Eds.), *Mathematical Learning and Cognition in Early Childhood* (pp. 139-161). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-12895-1\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-12895-1_9)
- Wijns, N., Verschaffel, L., De Smedt, B. y Torbeyns, J. (2021). Associations Between Repeating Patterning, Growing Patterning, and Numerical Ability: A Longitudinal Panel Study in 4- to 6-Year Olds. *Child Development*, 92(4), 1354-1368. <https://doi.org/10.1111/cdev.13490>