

## MODELADO DE UN NETWORK CONTROL SYSTEM CON RETARDOS EN LA TRANSMISIÓN

### MODELING OF A NETWORK CONTROL SYSTEM WITH DELAYS IN TRANSMISSION

Sergio Velásquez\*, Ronny Velásquez y Henry Romero

Centro de Investigación de las Redes Neuronales y la Robótica CIRNAR-UNEXPO,

Ciudad Guayana, Bolívar 8050 Venezuela.

[sergiovelasquezg@gmail.com](mailto:sergiovelasquezg@gmail.com)

Recibido: Enero 27 de 2015 Aceptado: Agosto 25 de 2015

---

#### RESUMEN

En este artículo se presenta un nuevo método de diseño de Modelo de Network Control System (NCS) con retardos en la transmisión. Este método parte de un modelado del NCS usando variables de estado en el dominio del tiempo, en el que se ha revisado todas las posibles interacciones que pueden aparecer en el conjunto operador – maestro– medio– esclavo. El método de diseño se basa en la obtención y resolución de un conjunto de ecuaciones que consiguen la convergencia del estado del esclavo y del maestro, logrando de este modo que el esclavo siga al maestro, así como establecer la dinámica de dicha convergencia y del esclavo. Entre los aportes principales realizados en este artículo se encuentra el modelado de un NCS con retardos en variables de estado contemplando todas las posibles interacciones que pueden existir entre el operador, el maestro, el esclavo y el entorno. Utilización de la aproximación de Taylor de primer orden para obtener un modelo de estado del NCS sin la presencia de términos retardados en el tiempo. El método de diseño que logra la convergencia de estados entre el maestro y el esclavo a pesar de la existencia de retardos, y además es capaz de fijar tanto la dinámica de la convergencia, como la del esclavo, además el método de diseño se reduce simplemente a la resolución de un sistema de ecuaciones para obtener los parámetros de regulación del esquema de control.

**Palabras Clave:** Control, Modelado, Network Control System, Simulación, Taylor.

---

#### ABSTRACT

This paper presents a new design method Model Network Control System (NCS) with transmission delays is presented. This method of modeling the NCS using state variables in the time domain, which has reviewed all possible interactions that may occur in the joint operator - average slave master. The design method is based on obtaining and solving a set of equations that achieve convergence the state of the slave and the master, thus achieving the slave to follow the master, and to establish the dynamics of this convergence and slave. Among the major contributions made in this paper is the modeling of a NCS with delays in state variables considering all possible interactions that may exist between the operator, the master, the slave and the environment. Using the Taylor approximation of first order to obtain a state model without the presence of NCS delayed terms in time. The design method that achieves convergence of states between the master and slave despite the existence of delays, and it is capable of binding both the dynamics of convergence, as the slave also ell design method reduces simply to solving a system of equations to obtain the control parameters of the control scheme.

**Keywords:** Control, Modeling, Network Control System, Simulation, Taylor.

---

## I. INTRODUCCIÓN

G. Canata *et al.* en 1996 propusieron un método de diseño por aproximación de estados, método efectivo a lo largo de los años, pero en este artículo se ha utilizado la aproximación de Taylor para modelar el retardo existente en la transmisión, lo cual constituye una idea original en el modelado y diseño de de Network Control System (NCS) con retardos.

En publicación de Rasmussen en 2005, se describe un problema en el diseño cada vez mayor y los sistemas intensivos en software de construcción para la exploración del espacio que los métodos tradicionales de ingeniería no se mantienen al día con la complejidad de los tipos de sistemas que se están concibiendo. Aunque el diseño riguroso se aplica generalmente a la ingeniería de sistemas de hardware y subsistemas, lo mismo no se hace generalmente para el software, a pesar de que el software se encarga de una parte creciente de los esfuerzos de ingeniería y costo, y el software se encarga de la realización de funciones cada vez más importantes en formas cada vez más sutiles.

Su solución a esta situación es una metodología rigurosa ingeniería de sistemas, Análisis, y una arquitectura de software orientada al control basado en el Sistema de la Misión de Datos de Jet Propulsion Laboratory según su manual estándar (NASA,1998) . Este documento presenta relación con esta tesis debido a que se busca una solución a la presente situación proponiendo al menos una especie de metodología de ingeniería, Análisis, y proponer una arquitectura orientada al control NCS.

La importancia y novedad del método de diseño propuesto en este artículo radica en la posibilidad de la obtención de un esquema de control para que la dinámica del esclavo, así como la dinámica de la convergencia de estados del maestro y del esclavo, tengan el comportamiento deseado algo diferente a lo expuesto en 1998 por Fujimoto y Tanaka, los cuales realizan la convergencia en sistemas bilaterales a través de compensación de parada y ganancia (H.S. *et al.*, 1998), a partir del retardo existente en la comunicación, de la constante de reflexión de esfuerzos y de las características dinámicas del maestro, del esclavo y del entorno.

En primer lugar se va exponer el modelado en representación interna del NCS con retardos en la transmisión. Para explicar el modelado y el método de diseño se considerará un NCS de 1 GDL en el que el maestro y el esclavo están representados por ecuaciones diferenciales de segundo orden. Se hará especial énfasis en el modelado del entorno y en la utilización de la aproximación de Taylor para modelar el retardo. Una vez presentado el modelado, se presentará el método de diseño del sistema de control mediante convergencia de estados.

El artículo está estructurado de la siguiente manera: en la sección II se presenta el desarrollo de la investigación: variables de estado y polinomio de Taylor Sistemas NCS. En la sección III se presentan los resultados de los experimentos usando el software y discusión en relación al experimento, en la sección IV se presentan las conclusiones y en la sección V las Referencias Bibliográficas

## II. DESARROLLO.

El modelado del NCS maestro – esclavo con retardos en la transmisión se ha realizado en representación interna considerando todas las posibles interacciones que pueden aparecer en el conjunto operador – maestro – esclavo – entorno (Ambike, 2009). Este modelado se muestra en la Figura 1.

Figura 1. Modelado de NCS con retardos en la transmisión

El sistema maestro y esclavo, respectivamente, se representan en el espacio de estados de la siguiente forma.

$$\begin{aligned}\dot{x}_m(t) &= A_m x_m(t) + B_m u_m(t) \\ y_m(t) &= c_m x_m(t) \\ \dot{x}_s(t) &= A_s x_s(t) + B_s u_s(t) \\ y_s(t) &= c_s x_s(t)\end{aligned}$$

dónde:

- $x_m$  y  $x_s$  son las variables de estado,
- $y_m$  y  $y_s$  representan las salidas,
- $A_m$  y  $A_s$  son las matrices de estado,
- $B_m$  y  $B_s$  son las matrices de entrada,
- $C_m$  y  $C_s$  son las matrices de salida.

Las matrices que aparecen en el modelo son las siguientes:

G2: Define la influencia de la fuerza ejercida por el operador sobre el maestro en el esclavo.

Rm: Define la interacción esclavo – maestro.

Rs: Define la interacción maestro – esclavo.

Km: Matriz de realimentación de estado del maestro.

Ks: Matriz de realimentación de estado del esclavo.

Cabe resaltar que la topología de NCS que se muestra en Figura 1 en la que se consideran todas las posibles interacciones que pueden aparecer en el conjunto operador – maestro – esclavo – entorno, supone una idea innovadora en el modelado de sistemas

de control NCS con retardos.

### Análisis del modelo

Se va a realizar el análisis suponiendo que el maestro y el esclavo constan de un único grado de libertad, ver Figura 2. El modelo dinámico de un elemento de un único grado de libertad es el siguiente:

$$J\ddot{\theta}(t) + b\dot{\theta}(t) + mgl \sin \theta(t) = u(t)$$

dónde:

$J = \frac{1}{3}ml$  es la inercia del elemento,  $b$  es el coeficiente de rozamiento viscoso,  $l$  es la longitud del elemento,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $m$  es la masa del elemento,  $\theta(t)$  representa la posición (ángulo girado) en el instante  $t$  y  $u(t)$  es el par de control aplicado en el instante  $t$  (H.P., 1999).

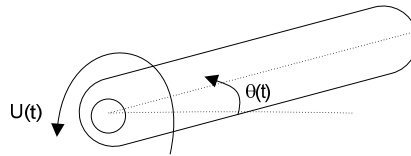


Figura 2. Modelo simplificado de un robot de 1 GDL.

Para efectuar el análisis, se va a considerar el modelo dinámico simplificado lineal:

$$J\ddot{\theta}(t) + b\dot{\theta}(t) = u(t)$$

Se va a expresar el modelo dinámico en el espacio de estados mediante las ecuaciones:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}$$

dónde el vector de estados es de la forma:

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Para modelar el sistema en el espacio de estados se van a elegir variables de estado con sentido físico. En concreto se van a considerar como variables de estado la posición y la velocidad del elemento.

Sea  $x_1(t) = \theta(t)$  y  $x_2(t) = \dot{x}_1(t) = \dot{\theta}(t)$ , es decir, el estado  $x_1$  representa la posición del elemento, y el estado  $x_2$ , la velocidad. A partir de la ecuación (6) se va a calcular la ecuación de estados (Ferrel, 1986; García *et al.*, 2000 y Lían *et al.*, 2007).

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) = \dot{\theta}(t)$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_2(t) &= \dot{x}_1(t) = \ddot{\theta}(t) \\
 &= -\frac{b}{J}\dot{\theta}(t) + \frac{1}{J}u(t) \\
 &= -\frac{b}{J}x_2(t) + \frac{1}{J}u(t) \\
 y(t) &= x_1(t)
 \end{aligned}$$

Por tanto, el modelado en variables de estado con sentido físico del sistema es:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} u(t) \\
 y(t) &= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

De esta forma, la representación en el espacio de estados del sistema maestro es (Coiffet, 1990):

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{x}_{m1}(t) \\ \dot{x}_{m2}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b_m}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{m1}(t) \\ x_{m2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_m} \end{bmatrix} u_m(t) \\
 y_m(t) &= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_{m1}(t) \\ x_{m2}(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

La representación en el espacio de estados del sistema esclavo es:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{x}_{s1}(t) \\ \dot{x}_{s2}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b_s}{J_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{s1}(t) \\ x_{s2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_s} \end{bmatrix} u_s(t) \\
 y_s(t) &= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_{s1}(t) \\ x_{s2}(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

De forma simplificada se representará el sistema maestro y esclavo, respectivamente, del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_m(t) &= A_m x_m(t) + B_m u_m(t) \\
 y_m(t) &= C_m x_m(t) \\
 \dot{x}_s(t) &= A_s x_s(t) + B_s u_s(t) \\
 y_s(t) &= C_s x_s(t)
 \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned}
 A_m &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b_m}{J_m} \end{bmatrix} & B_m &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_m} \end{bmatrix} \\
 C_m &= [1 \quad 0] & x_m(t) &= \begin{bmatrix} x_{m1}(t) \\ x_{m2}(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$A_s = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b_s}{J_s} \end{bmatrix} \quad B_s = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_s} \end{bmatrix}$$

$$C_s = [1 \quad 0] \quad x_s(t) = \begin{bmatrix} x_{s1}(t) \\ x_{s2}(t) \end{bmatrix}$$

La estructura del resto de matrices que aparecen en el modelo es la siguiente:

$$K_m = [k_{m1} \quad k_{m2}]$$

$$K_s = [k_{s1} \quad k_{s2}]$$

$$R_m = [r_{m1} \quad r_{m2}]$$

$$R_s = [r_{s1} \quad r_{s2}]$$

$$G_2 = g_2$$

A partir del modelo puede observarse que la señal de control del maestro,  $u_m(t)$ , y del esclavo,  $u_s(t)$ , vienen dadas por:

$$u_m(t) = K_m x_m(t) + R_m x_s(t - T) + F_m(t)$$

$$u_s(t) = K_s x_s(t) + R_s x_m(t - T) + G_2 F_m(t - T)$$

Si se sustituye la señal de control en las ecuaciones de estado (20) y (21) por las expresiones (27) y (28) se obtienen las siguientes ecuaciones de estado:

$$\dot{x}_m(t) = [A_m + B_m K_m] x_m(t) + B_m R_m x_s(t - T) + B_m F_m(t)$$

$$\dot{x}_s(t) = [A_m + B_m K_m] x_m(t) + B_m R_m x_s(t - T) + B_m G_2 F_m(t - T)$$

### Modelado del entorno

Un NCS en la realización de sus tareas suele interactuar de algún modo con el entorno, por ejemplo agarrando objetos o proyectando algún tipo de material. La dinámica de esta interacción debe considerarse en el diseño del sistema de control para contemplar las fuerzas de reacción que se generan. Por lo tanto es necesario contemplar un modelo del entorno (Buttazzo, 1997).

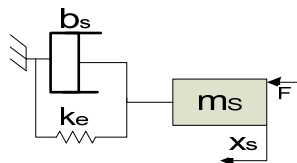


Figura 3. Modelo de entorno tipo Kelvin.

El modelo de entorno más utilizado en robótica es el modelo de entorno tipo Kelvin (T.I. *et al.*, 2000), Este entorno se representa como una rigidez en paralelo con un

elemento de disipación viscoso, ver Figura 3. La ecuación que define su comportamiento ante una fuerza externa  $F$  es:

$$F = k_e x_e(t) + b_e \dot{x}_e(t) + m_e \ddot{x}_e(t)$$

donde  $k_e$  es la rigidez del entorno,  $b_e$  es el coeficiente de rozamiento viscoso,  $m_e$  es la masa equivalente, y  $x_e(t)$  indica el desplazamiento del entorno. Para incorporar en el modelo del NCS mostrado en la Figura 1 la interacción del esclavo con el entorno, será necesario que la matriz  $K_s$  tenga la siguiente estructura:

$$\begin{aligned} k_s = [k_{s1} \quad k_{s2}] &= [k'_{s1} - k_e \quad k'_{s2} - b_e] \\ &= [k'_{s1} \quad k'_{s2}] - [k_e \quad b_e] \\ &= k'_s - [k_e \quad b_e] \end{aligned}$$

De este modo la señal que se obtiene al multiplicar el estado del esclavo por la matriz  $K_s$  será (Francis, 2004):

$$\begin{aligned} K_s x_s(t) &= [k_{s1} \quad k_{s2}] \begin{bmatrix} x_{s1}(t) \\ x_{s2}(t) \end{bmatrix} \\ &= K'_s(t) - [k_e \quad b_e] x_s(t) \\ &= K'_s x_s(t) \\ &\quad - [k_e \quad b_e] \begin{bmatrix} x_{s1}(t) \\ x_{s2}(t) \end{bmatrix} \\ &= K'_s x_s(t) \\ &\quad - [k_e \quad b_e] \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix} \\ &= K'_s x_s(t) - (k_e \theta_s(t) \\ &\quad + b_e \dot{\theta}_s(t)) \\ &= k'_s x_s(t) - f_s(t) \end{aligned}$$

Por lo tanto, la señal de control de entrada al esclavo será:

$$\begin{aligned} u_s(t) &= K_s x_s(t) + R_s x_m(t - T) \\ &\quad + G_2 F_m(t - T) \\ &= K'_s x_s(t) - f_s(t) \\ &\quad + R_s x_m(t - T) + G_2 F_m(t \\ &\quad - T) \end{aligned}$$

Si se desea realimentar hacia el maestro la fuerza de contacto del esclavo con el entorno, la estructura de la matriz  $R_m$  debe ser la siguiente:

$$K_s x_s(t) = [r_{m1} \quad r_{m2}] = [k_f k_e \quad k_f b_e]$$

donde  $k_f$  es la constante de reflexión de esfuerzos considerada. De esta forma la señal que se realimenta del esclavo hacia el maestro es:

$$\begin{aligned}
 R_m x_s(t - T) &= [r_{m1} \quad r_{m2}] \begin{bmatrix} x_{s1}(t - T) \\ x_{s2}(t - T) \end{bmatrix} \\
 &= k_f k_e \quad k_f b_e \begin{bmatrix} \theta_1(t - T) \\ \theta_2(t - T) \end{bmatrix} \\
 &= \\
 &= k_f (k_e \theta_s(t - T) \\
 &\quad + b_e \theta_s(t - T)) \\
 &= k_f f_s(t - T)
 \end{aligned}$$

Como puede comprobarse, con esta estructura de la matriz  $R_m$  se consigue realimentar la fuerza de contacto del esclavo con el entorno hacia el maestro. Como se deduce será necesario conocer una estimación adecuada de la constante de rigidez  $k_e$  y del coeficiente de rozamiento viscoso  $b_e$  para que el modelo del entorno con el que interactúa el esclavo reproduzca fielmente el entorno real y, de este modo, el sistema de control permita controlar de forma correcta el NCS real (Ferre, 1997).

#### *Aproximación del retardo*

Como se puede apreciar en las ecuaciones de estado (29) y (30), aparecen términos afectados por el retardo existente en la comunicación, en la ecuación (29) aparece el estado del esclavo retardado  $T$  segundos:  $x_s(t - T)$ ; mientras que en la ecuación (30) aparecen el estado del maestro y la fuerza ejercida por el operador retardados  $T$  segundos:  $x_m(t - T)$  y  $F_m(t - T)$ . Para eliminar el retardo de estas ecuaciones de estado, de forma que no aparezcan términos en función del tiempo retardado  $T$  segundos, se va a utilizar la aproximación de Taylor de primer orden. El empleo de la aproximación de Taylor para eliminar el retardo de las ecuaciones de estado del NCS, y poder, de este modo, abordar el diseño del esquema de control utilizando las ecuaciones de estado sin la presencia de términos retardados (Ferre, 1997).

Aproximación de Taylor de una función real  $f(x)$ : Si  $f(x)$  y sus  $n$  derivadas son continuas en un intervalo que contiene a  $x = a$ , se puede aproximar el valor de la función en  $x = a$  por

$$\begin{aligned}
 f(x) &= f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x - a) \\
 &\quad + \frac{f''(a)}{2!} (x - a)^2 \\
 &\quad + \frac{f'''(a)}{3!} (x - a)^3 + \dots
 \end{aligned}$$

Si se sustituye en la expresión (37)  $x$  por  $t - T$  y  $a$  por  $t$  se obtiene que el valor de una función retardada  $T$  segundos puede aproximarse por:

$$\begin{aligned}
 f(t - T) &= f(t) - T f'(t) + \frac{T^2}{2!} f''(t) \\
 &\quad + \frac{(T)^3}{3!} f'''(t) + \dots
 \end{aligned}$$

De esta forma, las señales retardadas  $T$  segundos del esquema de control se pueden



modelar, utilizando la aproximación de Taylor de primer orden, del siguiente modo:

$$\begin{aligned}x_s(t - T) &= x_s(t) - T\dot{x}_s(t) \\x_m(t - T) &= x_m(t) - T\dot{x}_m(t) \\F_m(t - T) &= F_m(t) - T\dot{F}_m(t)\end{aligned}$$

Por lo tanto, si se sustituye las señales retardadas que aparecen en las ecuaciones de estado (29) y (30), por las expresiones mostradas en (39) se obtiene:

$$\begin{aligned}\dot{x}_m(t) &= [A_m + B_m K_m]x_m(t) + B_m R_m \dot{x}_s(t) + B_m F_m(t) \\ \dot{x}_s(t) &= [A_s + B_s K_s]x_s(t) + B_s R_s x_m(t) \\ &\quad + T B_s R_s \dot{x}_m(t) - B_s G_2 \dot{F}_m(t)\end{aligned}$$

Si se considera que la fuerza que ejerce el operador es constante, entonces  $\dot{F}_m(t) = 0$  por lo que las ecuaciones (40) y (41) se convierten en:

$$\begin{aligned}\dot{x}_m(t) &= [A_m + B_m K_m]x_m(t) + B_m R_m \dot{x}_s(t) + B_m F_m(t) \\ \dot{x}_s(t) &= [A_s + B_s K_s]x_s(t) + B_s R_s x_m(t) \\ &\quad + T B_s R_s \dot{x}_m(t) - B_s G_2 F_m(t)\end{aligned}$$

En el siguiente apartado se continuará con el desarrollo de las ecuaciones expuestas en este apartado, solo que se orientara su desarrollo a los resultados y su explicación nos llevara a la comprensión de las ecuaciones para propiciar una discusión al respecto de sus resultados.

### III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el apartado anterior se presentaron las ecuaciones de estado que se obtenían al modelar el retardo utilizando la aproximación de Taylor de primer orden. Las ecuaciones que se obtuvieron fueron (42) y (43). En dicho apartado se consideró que la fuerza que ejercía el operador era constante, de forma que  $\dot{F}_m(t) = 0$  ahora bien Si se sustituye la expresión (43) en (42) y también se sustituye la expresión (42) en (43) se obtienen las siguientes ecuaciones en forma matricial (Yook *et al.*, 2002):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_s(t) \\ \dot{x}_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(A_s + B_s K_s - T B_s R_s B_m R) \\ M(B_m R_m - T B_m R_m (A_s + B_s R_s)) \\ + \begin{bmatrix} S(B_s G_2 - T B_s R_s B_m) \\ M(B_m - T B_m R_m B_s G_2) \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

donde:

$$M = (I - T^2 B_m R_m B_s R_s)^{-1}$$

$$S = (I - T^2 B_s R_s B_m R_m)^{-1}$$

De forma simplificada vamos a representar esta ecuación matricial como:

$$\dot{x}_s(t) = Ax(t) + B_1 F_m(t) + B_0 \dot{F}_m(t)$$

A partir de esta ecuación se va a obtener una ecuación de estado donde no aparezca la derivada de la fuerza del operador, sino simplemente aparezca la fuerza del operador, así se podrá aplicar al nuevo sistema el método para diseñar el esquema de control presentado en la figura 1. Para eliminar la derivada de la fuerza del operador en la ecuación (40) se va a realizar el siguiente cambio de variable tal como se indica en (Ferre, 1997):

$$\hat{x}(t) = x(t) - B_o F_m(t)$$

Al efectuar las simulaciones considerando tres NCS distintos. El primero corresponde a un NCS típico en el que el maestro es menor que el esclavo (NCS I). El segundo corresponde a un sistema en el que el maestro y el esclavo son idénticos (NCS II), y por último, se ha considerado un NCS en el que el esclavo es menor que el maestro (NCS III). Los parámetros del maestro y del esclavo, junto con la constante de reflexión de esfuerzos ( $k_f$ ), considerados en cada NCS se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros considerados de cada NCS

Característica	Maestro	Esclavo	$k_f$
NCS I $m < s$	$J_m = 1.5 \text{ kgm}^2$ $b_m = 11 \text{ Nm/(rad/s)}$	$J_s = 2 \text{ kg m}^2$ $b_s = 15 \text{ Nm/(rad/s)}$	0.1
NCS II $m = s$	$J_m = 1.5 \text{ kg m}^2$ $b_m = 11 \text{ Nm/(rad/s)}$	$J_s = 1.5 \text{ kg m}^2$ $b_s = 11 \text{ Nm/(rad/s)}$	1
NCS III $m > s$	$J_m = 2 \text{ kg m}^2$ $b_m = 15 \text{ Nm/(rad/s)}$	$J_s = 1.5 \text{ kg m}^2$ $b_s = 11 \text{ Nm/(rad/s)}$	10

Tal como se explicó previamente, para poder diseñar el control de cada NCS, es necesario indicar cuál es la dinámica deseada del esclavo y cuál es la dinámica deseada del error entre el maestro y el esclavo. Se va a considerar que en todos los casos se desea fijar tanto los polos del esclavo como del error en  $s = -11$ , es decir, se desea que el polinomio característico del esclavo y del error sea (Slotine *et al.*, 1998):

$$p(s) = q(s) = s^2 + 22s + 121$$

La razón de ubicar los polos del esclavo y del error en  $s = -11$  se debe a que los reguladores que se obtienen con estas dinámicas proporcionan un comportamiento satisfactorio de los tres NCS cuando el retardo es de 0.1 s. Con los distintos parámetros considerados de maestro y esclavo, así como retardo existente y tipos de entornos, se pretende validar sobre un amplio abanico de configuraciones, el método de diseño aportado en la presente artículo. Para todas las configuraciones se calculará el valor de los reguladores según el procedimiento de diseño y posteriormente se simulará el NCS con los valores obtenidos.

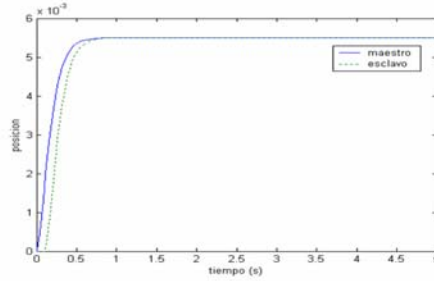


Figura 4. Posición maestro ( $x_{m1}(t)$ ) y esclavo ( $x_{s1}(t)$ );

En la Figura 4 se muestra la simulación del NCS, considerando que el operador ejerce una fuerza constante de 1Nm, cuando el retardo existente en la comunicación es de 0.1 s y el entorno con el que interactúa ( $k_e = 10Nm/rad, b_e = 0.1 Nm/(rad/s)$ ). Como puede observarse en las figuras (4) y (5) la posición y velocidad del esclavo ( $x_{s1}(t)$  y  $x_{s2}(t)$ ) siguen respectivamente la posición y velocidad del maestro ( $x_{m1}(t)$  y  $x_{m2}(t)$ ).

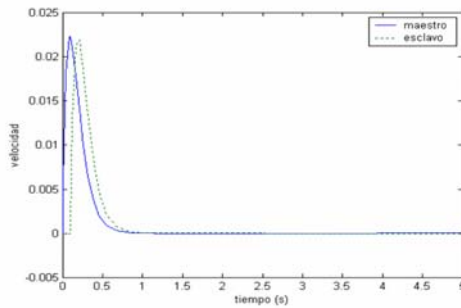
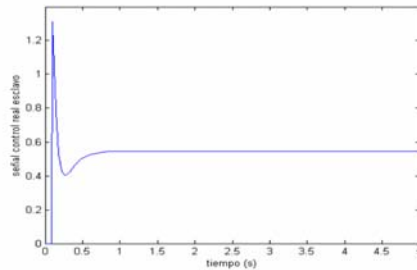


Figura 5. Velocidad maestro( $x_{m2}(t)$ )y esclavo ( $x_{s2}(t)$ )

En la Figura 6 se muestra la señal de control real del esclavo (a) y la fuerza de interacción del esclavo con el entorno (b). Como puede apreciarse en (a), la señal de control del esclavo toma el mismo valor final que la fuerza de interacción del esclavo con el entorno, de este modo el esclavo no sigue su interacción con el entorno.



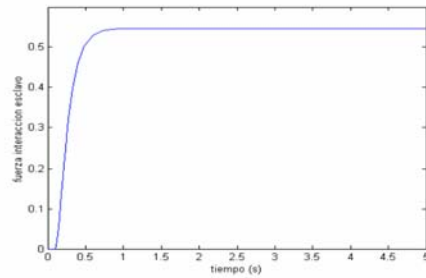


Figura 6. La señal de control real del esclavo (a) y la fuerza de interacción del esclavo con el entorno (b).

Si se simula el NCS con los reguladores obtenidos en el caso de que el retardo existente en la comunicación es de 0.5 a 0.98 s y el entorno con el que interacciona el esclavo ( $ke = 10 \text{ Nm/rad}$ ,  $be = 0.1 \text{ Nm/(rad/s)}$ ), se obtienen los resultados que se muestran en la Figura 7. Como puede observarse, a pesar de la existencia del retardo, la posición y velocidad del esclavo siguen la posición y velocidad del maestro.

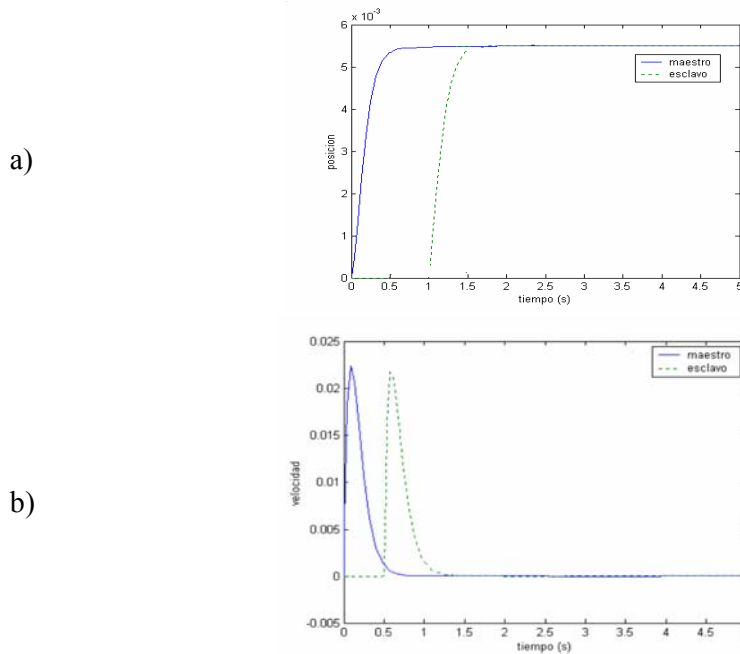


Figura 7. Simulación del NCS I considerando un retardo de 0.5 a 0.98s y un entorno ( $ke = 10 \text{ Nm/rad}$ ,  $be = 0.1 \text{ Nm/(rad/s)}$ ). (a) Posición maestro ( $x_{m1}(t)$ ) y Esclavo ( $x_{s1}(t)$ ); (b) Velocidad maestro ( $x_{m2}(t)$ ) y esclavo ( $x_{s2}(t)$ ).

En la Figura 8 se muestra la simulación del NCS, considerando que el operador ejerce una fuerza constante de 1 Nm, cuando el retardo existente en la comunicación es de 0.1 s y el entorno con el que interacciona ( $ke=10 \text{ Nm/rad}$ ,  $be = 0.1 \text{ Nm/(rad/s)}$ ). Como puede observarse en (a) y en (b) la posición y velocidad del esclavo ( $x_{s1}(t)$  y  $x_{s2}(t)$ ) siguen respectivamente la posición y velocidad del maestro ( $x_{m1}(t)$  y  $x_{m2}(t)$ ).

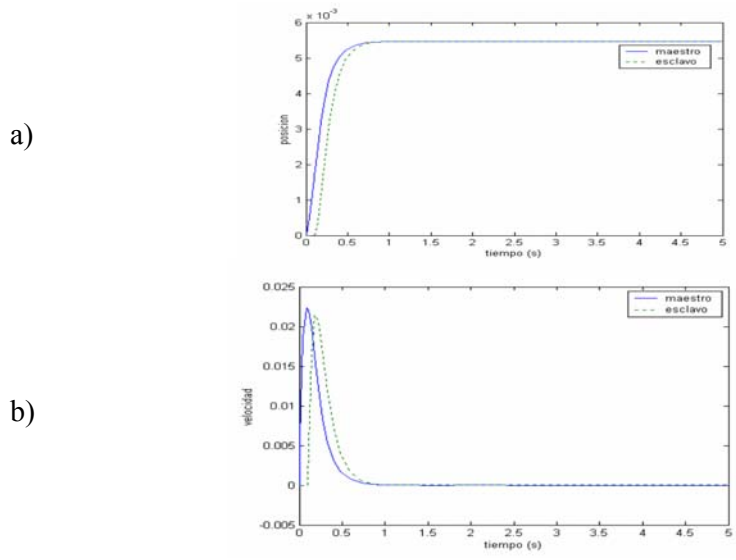


Figura 8. Simulación del NCS II considerando un retardo de 0.1 s y un ( $ke = 10$  Nm/rad,  $be = 0.1$  Nm/(rad/s)). (a) Posición maestro ( $x_{m1}(t)$ ) y esclavo ( $x_{s1}(t)$ ) (b) Velocidad maestro ( $x_{m2}(t)$ ) y esclavo ( $x_{s2}(t)$ ).

Por último, si se simula el NCS con los reguladores obtenidos cuando el retardo es de 0.5 segundos y el entorno con el que interacciona ( $ke = 100$  Nm/rad,  $be = 1$  Nm/(rad/s)), se observa en la Figura 9 que el NCS se vuelve inestable. Es decir, a pesar de diseñar el NCS para que el esclavo siga al maestro y, además establecer sus polos en la parte izquierda del plano  $s$ , no se logra que el sistema sea estable.

Como se recordará, el NCS diseñado con un retardo de 0.5 segundos, pero con un entorno ( $ke = 10$  Nm/rad,  $be = 0.1$  Nm/(rad/s)), no se desestabilizaba, ver Figura 4 y 5. Es decir, en el caso de que el entorno de contacto fuese más suave, ha sido posible diseñar el esquema de control de forma satisfactoria.

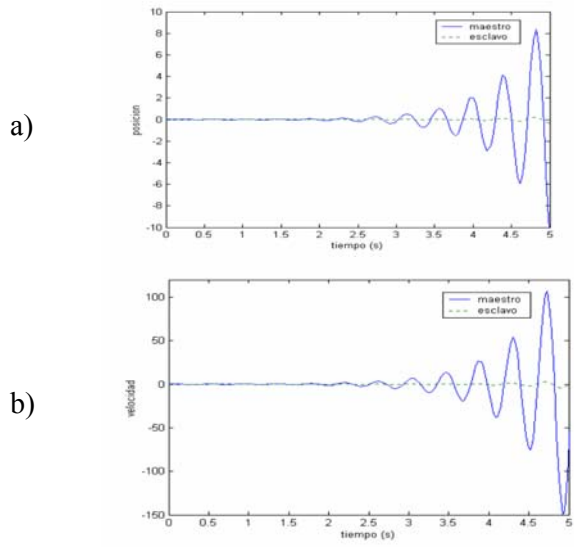


Figura 9. Simulación del NCS II considerando un retardo de 0.5 s y ( $ke=100$  Nm/rad,  $be=1$  Nm/(rad/s)). (a) Posición maestro ( $x_{m1}(t)$ ) y esclavo ( $x_{s1}(t)$ ), (b) Velocidad maestro ( $x_{m2}(t)$ ) y esclavo ( $x_{s2}(t)$ ).

En la Figura 10 se muestra la simulación del NCS, considerando que el operador ejerce una fuerza constante de 1 Nm, cuando el retardo existente en la comunicación es de 0.1 s y el entorno con el que interacciona el esclavo es suave ( $ke = 10$  Nm/rad,  $be = 0.1$  Nm/(rad/s)). Como puede observarse en (a) y en (b), la posición y velocidad del esclavo ( $xs1(t)$  y  $xs2(t)$ ) siguen respectivamente la posición y velocidad del maestro ( $xm1(t)$  y  $xm2(t)$ ).

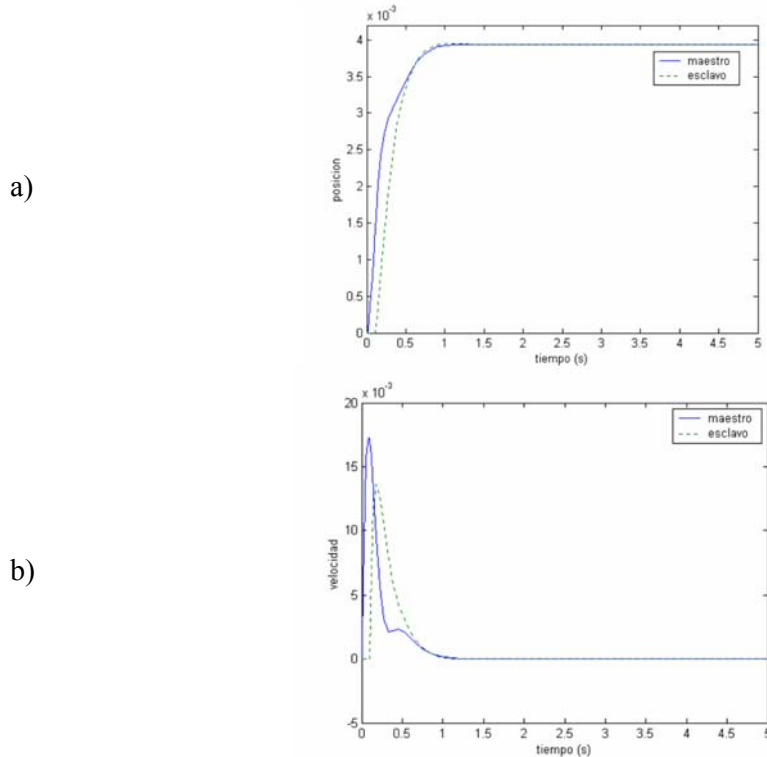


Figura 10. Simulación del NCS III considerando un retardo de 0.1 s y ( $ke = 10$  Nm/rad,  $be = 0.1$  Nm/(rad/s)). (a) Posición maestro ( $x_{m1}(t)$ ) y esclavo ( $x_{s1}(t)$ ), (b) Velocidad maestro ( $x_{m2}(t)$ ) y esclavo ( $x_{s2}(t)$ ).

Se va a considerar que ahora el entorno con el que interactúa ( $ke = 100$  Nm/rad,  $be = 1$  Nm/(rad/s)), de forma que el retardo existente en la comunicación sigue siendo de 0.1 segundos.

Con estos supuestos, utilizando los reguladores obtenidos según el procedimiento de diseño, se obtiene un comportamiento del sistema inestable, tal como se muestra en la Figura 11. Al igual que ocurría con el NCS anterior, en el que el maestro y el esclavo eran idénticos, al aumentar la rigidez del entorno, el sistema se ha vuelto inestable. En este caso el sistema se desestabiliza a pesar de que el retardo existente en la comunicación es de 0.1 segundos. Recordemos que el NCS anterior se volvía inestable cuando el retardo era de 0.5 segundos.

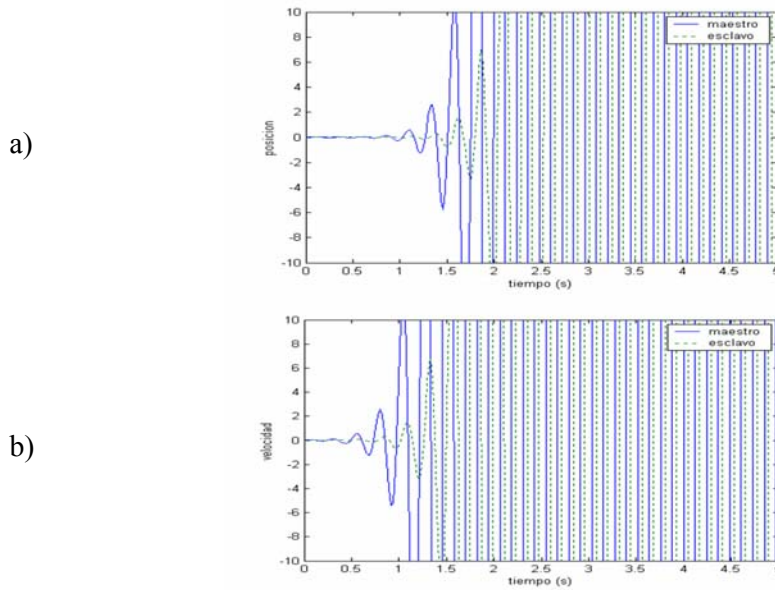
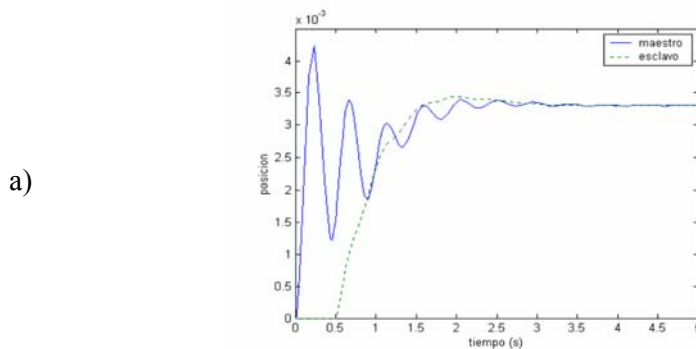


Figura 11. Simulación del NCS III considerando un retardo de 0.1 s y ( $k_e = 100$  Nm/rad,  $b_e = 1$  Nm/(rad/s)). (a) Posición maestro ( $x_{m1}(t)$ ) y esclavo ( $x_{s1}(t)$ ), (b) Velocidad maestro ( $x_{m2}(t)$ ) y esclavo ( $x_{s2}(t)$ ).

Si se simula el NCS con los reguladores obtenidos en el caso de que el retardo existente en la comunicación es de 0.5 s y el entorno con el que interactúa el esclavo es suave ( $k_e = 10$  Nm/rad,  $b_e = 0.1$  Nm/(rad/s)), se obtienen los resultados que se muestran en la Figura 12.

Como puede observarse, la posición y la velocidad del maestro y del esclavo convergen, pero la convergencia tarda mucho más tiempo en producirse que con el sistema diseñado considerando un retardo en la comunicación de 0.1 s y entorno suave, ver Figura 11 (ahora el maestro y el esclavo convergen en aproximadamente 3 s, mientras que antes convergían en aproximadamente 1.25 s).



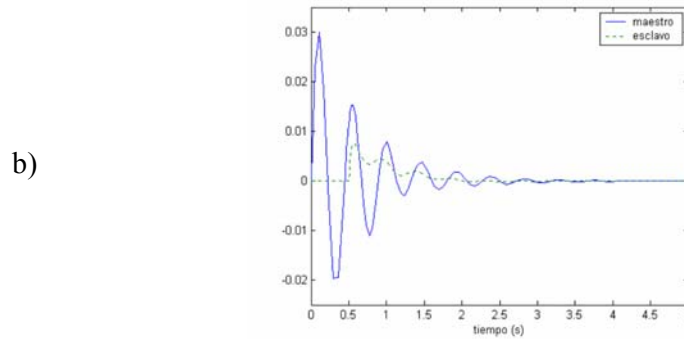


Figura 12. Simulación del NCS III considerando un retardo de 0.5 s y ( $k_e = 10 \text{ Nm/rad}$ ,  $b_e = 0.1 \text{ Nm/(rad/s)}$ ). (a) Posición maestro ( $x_{m1}(t)$ ) y esclavo ( $x_{s1}(t)$ ) (b) Velocidad maestro ( $x_{m2}(t)$ ) y esclavo ( $x_{s2}(t)$ ).

#### IV. CONCLUSIONES

El método de diseño se ha obtenido a partir de un modelado del NCS en variables de estado en el dominio del tiempo en el que se han considerado todas las posibles interacciones que pueden existir entre el operador, el maestro, el esclavo y el entorno.

El método aportado en el presente artículo proporciona un conjunto de ecuaciones cuya resolución permite obtener los valores de los reguladores del esquema de control del NCS para que el estado del maestro y el del esclavo converjan, consiguiendo de este modo que el esclavo siga al maestro.

Además el método de diseño es capaz de fijar el comportamiento dinámico de la convergencia entre el maestro y el esclavo (comportamiento dinámico del error), así como el comportamiento dinámico del esclavo.

Los aportes principales realizadas en este apartado son:

Modelado de un NCS con retardos en variables de estado contemplando todas las posibles interacciones que pueden existir entre el operador, el maestro, el esclavo y el entorno.

Utilización de la aproximación de Taylor de primer orden para obtener un modelo de estado del NCS sin la presencia de términos retardados en el tiempo. Método de diseño que logra la convergencia de estados entre el maestro y el esclavo, consiguiendo de este modo que el esclavo siga al maestro a pesar de la existencia de retardos, y además es capaz de fijar tanto la dinámica de la convergencia, como la del esclavo.

Procedimiento de diseño claro y conciso del sistema de control de NCS con retardos. El método de diseño se reduce simplemente a la resolución de un sistema de ecuaciones para obtener los parámetros de regulación del esquema de control.

A partir de las distintas pruebas realizadas, se puede concluir que, en general, los polos del polinomio característico del esclavo afectan al comportamiento dinámico del NCS del siguiente modo:

- La posición final del sistema decrece exponencialmente al aumentar la  $\omega_n$  del esclavo, es decir, al alejar los polos del origen.



- La velocidad máxima del maestro y la del esclavo decrecen exponencialmente al aumentar la  $\omega n$  del esclavo, o sea conforme los polos del esclavo se alejan del origen.
- El tiempo de establecimiento ( $t_s$ ) de la respuesta del maestro y del esclavo disminuyen exponencialmente conforme aumenta la  $\omega n$  del esclavo, es decir, a medida que se alejan los polos del origen.
- El tiempo de convergencia entre el maestro y el esclavo disminuye a medida que aumenta el valor de  $\omega n$ , es decir, al alejar los polos del origen.
- El valor absoluto máximo de la señal de control del maestro se incrementa a medida que aumenta  $\omega n$ , o sea, al alejar los polos del esclavo del origen.
- El valor absoluto máximo de la señal de control del esclavo disminuye exponencialmente conforme crece  $\omega n$ , es decir, conforme los polos se sitúan más alejados del origen.

En próximas investigaciones se espera establecer el modelado de sistemas de dos o más grados de libertad así como la cuantificación del tiempo de retardo en redes específicas, proponiendo un esquema o metodología de control óptima para estas aplicaciones.

## V. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Ambike A., 2009«Closed-Loop Real-Time Control on Distributed Networks, Masters' Thesis,» Texas A&M University, College Station, Texas,.
- Buttazzo G., 1997. Hard real-time computing systems, Scuola Superiore S. Anna, Kluwer Academic Publishers,.
- Coiffet, 1990. Teleoperation and Robotics. Evolution and Development, Londres: Kogan Page.
- Francis B. A., 2004.«A Course in  $H_\infty$  Control Theory,» Springer-Verlag, New York,
- Ferre M., 1997«Diseño de Interfaces Avanzadas para Robots Teleoperados. Desarrollo de un Entorno de Teleoperación,» Universidad Politécnica de Madrid, Madrid,
- Ferrell W. R., 1986«Delayed Force Feedback,» *IEEE Transactions on Human*, p. 449 – 455,.
- García C. E., R. Carelli, J. F. Postigo and B. Morales, 2000.«Time Delay Compensation Control Structure for a Robotic Teleoperation System,» de *4th IFAC International Symposium on Intelligent Components and Instruments for Control*,
- G. C. G. C. a. S. R. A. Caiti, 1996. «Proceedings 35th Conference on Decision and Control,» de *The Local Force Control Loop Approach in Bilateral Control of Master-Slave Systems*, Kobe, Japan,
- H. P. a. H.-C. Cho, 1999. «Proceedings IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics,» de *Sliding-Mode Controller for Bilateral Teleoperation with Varying Time Delay*, Atlanta, USA,
- H. F. a. M. T. A. Sano, 1998. «Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation,» de *Gain-Scheduled Compensation for Time Delay of Bilateral Teleoperation Systems*, Leuven, Belgium,
- K. J. A. a. B. Wittenmark, Computer-Controlled Systems, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1984.

- Lian F.-L., J. Moyne, and D. Tilbury, 2007. «Network design consideration for distributed control systems,» *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.*, pp. 297-307,
- Ogata, K. 2003. Ingeniería de control moderna 4ED, Pearson educación,
- NASA, International Space Station 1998: Environmental Control and Life Support System (ECLSS) Astronaut Training Manual, Pasadena : NASA TD-9706,.
- T. I. a. T. Y. Y. Yokokohji, 2000. «Bilateral Control with Energy Balance Monitoring under Time-Varying Communication Delay,» de *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, California, USA,
- Rasmussen R., 2005. «Achieving Control and Interoperability through Unified Model-based Systems and Software Engineering,» *Proceedings of the AIAA Infotech@Aerospace*, pp. AIAA-2005-6918,
- Slotine E.,G. N. a. J.-J. 1998. «Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation,» de *Towards Force-Reflecting Teleoperation over the Internet* , Leuven, Belgium,
- Yook J. K., D. M. Tilbury, and N. R. Soparkar, 2002. «Trading computation for bandwidth: Reducing communication in distributed control systems using state estimators,» *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol*, pp. 503-518.