Ciencia e Ingeniería
Revista Interdisciplinar de Estudios en Ciencias Básicas e Ingenierías.
Año 2021, Julio- Diciembre, Vol. (8) N° (2), e5715500, ISSN 2389-9484.
Universidad de La Guajira, Facultades de Ciencias Básicas y Aplicadas e Ingeniería.
La Guajira-Colombia.
Revista en Línea http://revistas.uniguajira.edu.co/index.php/cei
Este documento fue depositado en Zenodo. DOI: https://www.doi.org/10.5281/zenodo.5715500

FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO MEDIANTE EL USO DE LA HOJA DE CÁLCULO COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN SUPERIOR

STRENGTHENING MATHEMATICAL THINKING THROUGH THE USE OF THE SPREADSHEET AS A TEACHING TOOL IN FIRST CYCLE HIGHER EDUCATION STUDENTS

Julio Cesar Romero Pabón[1], Diana Carolina Hincapie Torres[2], Gabriel Mauricio Vergara Ríos[3].

1Doctor en Ciencias de la Educación Mención Matemáticas. Profesor Titular. Universidad del Atlántico. Grupo de investigación de Sistemas Dinámicos y EDO. julioromero@mail.uniatlantico.edu.co
2 Especialista en Matemática Aplicada. Ingeniera industrial. dchincapie@poligran.edu.co
3Doctor en Ciencias de la Educación Mención Matemáticas. Profesor Titular. Universidad del Atlántico. Grupo de investigación de Sistemas Dinámicos y EDO. gabrielvergara@mail.uniatlantico.edu.co
Barranquilla. Colombia.

Recibido: febrero 11 de 2021 Aceptado: Mayo 13 de 2021

RESUMEN

La andragogía se define como todas aquellas técnicas de enseñanza orientadas a educar personas adultas. En la actualidad se evidencia que la educación no solo está enfocada a niños y jóvenes, sino que las personas adultas hacen parte de este proceso de educación continua. De acuerdo con Bernard la andragogía se puede ver como una ciencia y como un arte, esto debido a que trata no solo aspectos psicológicos sino también como un arte que involucra una práctica social a través de actividades educativas organizadas especialmente para adultos. De acuerdo con la teoría de las inteligencias múltiples de Howard Gardner, la inteligencia espacial es esencial para el pensamiento científico, debido a que se usa para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. Es por esto que la investigación tiene como objetivo potenciar el pensamiento matemático mediante el uso de la hoja de cálculo de Excel y sus funciones como herramienta didáctica en los estudiantes. Las actividades evaluativas que se desarrollan durante cada cohorte están enfocadas en preguntas por competencias, competencias definidas dentro del núcleo temático, es por esto que la teoría de referencia para la solución de problemas fue el modelo de Guzmán, el cual se basa en los modelos de Polya y Schoenfeld y en su propia introspección, de esta manera se introducen refuerzos afectivos que ayuden a eliminar los bloqueos que a veces se producen a la hora de solucionar problemas.

Palabras clave: Andragogía, pensamiento matemático, educación virtual, Excel, competencias.

ABSTRACT

Andragogy is defined as all those teaching techniques aimed at educating adults. At present it is evident that education is not only focused on children and young people, but that adults are part of this continuous education process. According to Bernard, andragogy can be seen as a science and as an art, this because it deals not only with psychological aspects but also as an art that involves a social practice through educational activities organized especially for adults. According to Howard Gardner's theory of multiple intelligences, spatial intelligence is essential for scientific thinking, because it is used to represent and manipulate information in learning and problem solving. This is why the research aims to enhance mathematical thinking through the use of the Excel spreadsheet and its functions as a teaching tool for students. The evaluative activities that are developed during each cohort are focused on questions by competencies, competencies defined within the thematic nucleus, that is why the reference theory for solving problems was the Guzmán model, which is based on the models of Polya and Schoenfeld and in their own introspection, in this way affective reinforcements are introduced that help to eliminate the blocks that sometimes occur when solving problems.

Key words: Andragogy, mathematical thinking, virtual education, Excel, skills

I. INTRODUCCIÓN

En este documento se presenta una investigación sobre el fortalecimiento del pensamiento matemático mediante el uso de la hoja de cálculo como herramienta didáctica en los estudiantes de matemática I, esta investigación surge a partir de una serie de observaciones realizadas en donde se verifica el problema que motiva el desarrollo de este trabajo: dificultad en el desarrollo de problemas aplicados asignados a las actividades evaluativas, en el cual se evalúan situaciones o problemas a través de preguntas por competencia en donde se plantean situaciones que abarcan los diferentes pensamientos matemáticos, adicional a esto a través del trabajo realizado en el foro trabajo colaborativo, en donde de forma aleatoria se crean grupos de trabajo, y a cada grupo se le asigna un problema, para que durante un tiempo estimado se generen diálogos académicos entre los estudiantes, trabajo que lleva consigo un acompañamiento por parte del docente como moderador para que el foro sea un espacio de diálogo y desarrollo del problema planteado.

Cabe resaltar que los foros asociados a canvas LMS cuentan con un editor de escritura matemática, el editor wiris, el cuál es una herramienta didáctica para la escritura matemática y es de mucha utilidad en los espacios virtuales. Se caracteriza porque guarda las ecuaciones y símbolos utilizados en barras de herramientas personalizadas. Adicionalmente permite configurar las preferencias de MathType para cambiar rápidamente aspectos de acuerdo con el tipo de documento y es gustosa porque se puede copiar o convertir a Látex.

La sustentación del trabajo colaborativo se habilita durante una semana, esta actividad consta de 4 preguntas abiertas en la cual los estudiantes no tienen un número definido de intentos para realizar la presentación de esta actividad, y tiene un tiempo para desarrollar de 90 minutos, en cada intento los valores de las variables cambian, ya sean de longitud o costo, entre otros. Lo que implica que, si el estudiante opta por realizar cada intento de forma manual, deberá iniciar desde cero sus operaciones y de acuerdo al número de decimales que esté tomando en su desarrollo puede no estar dentro de la respuesta correcta, la cual tiene un intervalo de error de más o menos cinco por ciento.

Como se habla de un modelo educativo andragógico y de una modalidad en la que cada uno de los estudiantes debe ser organizado para cumplir con las fechas asignadas, además del desarrollo del trabajo colaborativo, cada semana se abarca temática, por lo que los estudiantes tienen un número de encuentros sincrónicos con el tutor del módulo para trabajar el desarrollo de problemas basados en esta temática, es por esto que estos encuentros sincrónicos quedan guardados para futuras consultas por partes de los estudiantes, y adicionalmente se brindan asesorías blackboard en diferentes horarios, con diferentes tutores para que los estudiantes adapten sus horarios.

El tratamiento experimental, se aplicó a los estudiantes de matemática I, en el cual se tomará tiempo adicional de los encuentros sincrónicos para reforzar las aplicaciones de los temas que se están trabajando de acuerdo con la temática cada semana, fortaleciendo la exploración de la hoja de cálculo, de tal manera que el estudiante sea el constructor de su diseño tanto para desarrollar el núcleo temático del módulo, así como su aporte al trabajo colaborativo y su respectiva para su sustentación.

El pensamiento matemático consiste en la sistematización y la contextualización del conocimiento de las matemáticas. Este tipo de pensamiento se desarrolla a partir de conocer en origen y la evolución de los conceptos y las herramientas que pertenecen al ámbito matemático.

Cuando una persona desarrolla este pensamiento, alcanza una formación matemática más compleja, la cual le permite contar con un conocimiento amplio para tomar decisiones, es decir permite a las personas obtener capacidad de razonamiento, reflexión, análisis y lo llevara a tomar decisiones.

De acuerdo con Álvarez, Colorado & Ospina (2010). Los conceptos que se manejan en la matemática están clasificados en cinco pensamientos: El pensamiento numérico y los sistemas numéricos, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos. A continuación, se describen cada uno de ellos:

1. El pensamiento numérico y los sistemas numéricos

El pensamiento numérico hace referencia al concepto de número, sus relaciones, propiedades, operaciones, características y situaciones problémicas, Los números son utilizados para medir, bien sea en condición de cardinal, de código o de símbolo; con ellos, se pueden realizar operaciones básicas como adición, sustracción, multiplicación, división, entre otras. Con los números se establecen relaciones de orden, de equivalencia, de proporcionalidad; se utilizan, además en proceso como contar, repartir, agrupar, seriar, generalizar (Álvarez et al., 2010).

Mcintosh et al. (1992), afirmó que el pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones.

Con esto se ratifica la importancia de usar los números en diferentes contextos.

El pensamiento numérico se desarrolla a lo largo de tres ejes:

- Aspectos conceptuales del número
- Estructuras aritméticas (campo aditivo y campo multiplicativo)
- Numeración y cálculo.

2. Aspectos conceptuales del número.

Se llama Número a la colección de varias unidades de la misma especie. Los números se forman por la agregación sucesiva de una unidad a otra. De esta formación de los números se desprende que existan en número indefinido, puesto que siempre podremos concebir la adición de una unidad a uno formado por grande que sea su magnitud (Tuñon, 1866).

Partiendo de esta premisa de que los números sean infinitos, se ve necesario darles un nombre o caracterizarlos para facilitar su conocimiento, de aquí el origen de la numeración, y según Tuñón (1866) se define como el arte de formar y representar los números.

Cuando se quiere dar una definición al concepto de número, se debe tener en cuenta que este está asociado al uso, al sentido y al significado como tal de los números.

A partir de estas situaciones cotidianas el número toma diferentes significados:

- Cardinal: Cuando el número describe la cantidad de elementos de un conjunto ya sea finito o infinito.
- Medidor: Cuando el número describe la cantidad de unidades de medidas que una magnitud contiene.
- Ordinal: Cuando este describe la posición relativa de un elemento en un conjunto, el cual se caracteriza por discreto y estar totalmente ordenado.
- Código: Cuando se utiliza para distinguir clase de elementos, casos como los números de celular, los códigos de barras, asignar un número a un atributo.

3. Estructuras aritméticas (campo aditivo y campo multiplicativo)

De acuerdo con Vergnaud (1990). El conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias adiciones o sustracciones, y el conjunto de los conceptos y teoremas que permiten analizar esas situaciones como tareas matemáticas. Son de esta forma constitutivos de las estructuras aditivas los conceptos de cardinal y de medida, de transformación temporal por aumentos o disminución (perder o ganar dinero), de relación de comparación cuantificada (tener 3 dulces o 3 años más que), de composición binaria de medidas, (¿Cuánto en total?), de composición de transformaciones y de relaciones, de operación unitaria, de inversión, de número natural y de número relativo, de abscisa, de desplazamiento orientado y cuantificado.

Para Vergnaud (1994). El campo conceptual de las estructuras multiplicativas es a la vez el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones, y el conjunto de los conceptos y teoremas que permiten analizar esas situaciones: proporción simple y proporción múltiple, función lineal y no lineal, relación escalar directa e inversa, cociente y producto de dimensiones, combinación lineal y aplicaciones lineales, fracción, razón, número racional, múltiplo divisor, etc.

4. Numeración y cálculo

En este punto es importante tener claridad sobre el concepto implícitos de los sistemas numéricos

Para Flores y Fautsh (1981) los Sistemas numéricos son el modo o estructura que pueden emplearse para representar las cantidades numéricas.

Para Tuñón (1866), es el conjunto de leyes, palabras y signos destinados a la enumeración y representación de los números.

Al momento de enseñar acerca de las técnicas del cálculo y la aplicación de los algoritmos convencionales. La fortaleza del cálculo mental radica en la estimulación del pensamiento numérico, ya que le permiten al sujeto determinar que procedimiento es más útil y práctico de acuerdo con la situación.

De acuerdo con Sowder (1992). Existen tres procesos claves que caracterizan a los buenos estimadores:

La reformulación: es el proceso de alterar datos numéricos para producir una forma más manejable mentalmente, pero dejando la es

La traslación: se cambia la estructura matemática del problema a otra mentalmente más manejable.

La compensación: se realizan ajustes que reflejan las variaciones numéricas resultado de la reformulación o traslación realizada.

Adicionalmente, Sowder (1992), sostiene que los buenos estimadores son individuos que tienen la habilidad de usar los tres procesos, tienen un buen conocimiento de hechos básicos numéricos, del valor de posición, y de las propiedades aritméticas; son hábiles en cálculo mental; son conscientes y tolerantes del error; y pueden usar y cambiar fácilmente de estrategias.

5. Conjuntos numéricos

Los números que se utilizan habitualmente en el análisis matemático son los números reales y los números complejos. El contenido temático de esta investigación está enfocado en el conjunto de números reales.

5.1 Los números naturales

Los números naturales son aquellos que se usan para contar y numerar. Se caracteriza porque presenta el 1 como primer elemento, pero no tiene último elemento.

Su notación es:

$$N:\{1,2,3,\ldots\}$$

Algunas propiedades importantes son:

El conjunto de los números naturales es un conjunto discreto porque entre dos números naturales siempre hay un número finito de números naturales-

Todo número natural a, tiene su sucesor a+1

Tanto la suma como el producto de números naturales es un número natural, en cambio no sucede lo mismo con la resta y la división.

Un número natural se puede expresar como producto de otros números naturales, que se llaman factores o divisores del primero (UNSJ, s.f.).

5.2 Los números enteros

El conjunto de los números enteros es una ampliación del conjunto de los números naturales. Es decir, es la unión de los números opuestos a los números naturales (llamados enteros negativos), el cero y los números naturales.

$$\mathrm{Z}: Números\ enteros \begin{cases} Números\ naturales: N \\ 0\ (cero) \\ Números\ enteros\ negativos \end{cases}$$

Algunas propiedades importantes:

- El conjunto de los números enteros no tiene primero ni último elemento, cada número tiene un antecesor y un sucesor.
- El conjunto de los números enteros es un conjunto discreto.
- Todo número entero a tiene si opuesto –a, tal que a+(-a)=0
- Al realizar las operaciones de suma, resta y multiplicación de números enteros, siempre se obtiene como resultado un número entero. (UNSJ, s.f.).

5.3 Los números racionales

Son aquellos usados para expresar una parte de un todo, son todos los números que se pueden escribir de la forma a/b, donde a y b son enteros y b≠0, a se denomina numerador y b denominador.

$$\mathbb{Q}: Números\ racionales \begin{cases} \mathrm{Z}: Números\ enteros \begin{cases} Números\ naturales: N \\ 0\ (cero) \\ Números\ enteros\ negativos \end{cases} \\ Números\ Fraccionarios \end{cases}$$ Algunas

Algunas propiedades importantes:

- Entre dos números racionales existen infinitos racionales, por eso se dice que es un conjunto denso. Dado lo anterior, no puede hablarse de números racionales consecutivos.
- El conjunto de los números racionales no tiene ni primer ni último elemento.

5.4 Los números irracionales

Los números irracionales se caracterizan por tener infinitas cifras decimales no periódicas. Adicionalmente, no se pueden expresar como el cociente o la razón de dos números enteros.

El conjunto de números reales

El conjunto de números reales se define como la unión de los números racionales y los irracionales.

$$\mathcal{R}\text{: Números reales} \begin{cases} \mathbb{Q}\text{: Números racionales} \begin{cases} \text{Z: Números enteros} \begin{cases} \text{Números naturales: } N \\ 0\ (cero) \\ \text{Números enteros negativos} \end{cases} \\ \text{Números Fraccionarios} \end{cases} \\ I\text{: Números iraacionales} \end{cases}$$

6. El pensamiento espacial y los sistemas geométricos.

De acuerdo con lo que se establece en los lineamientos curriculares “en los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considero como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales”. Dicha observación apunta a la forma como el sujeto interactúa con los objetos situados en el espacio (Álvarez et al., 2010).

De acuerdo con lo anterior, los sistemas geométricos se construyen a través de las relaciones que existen entre los objetos del espacio, la ubicación y las relaciones entre el individuo con respecto a los anteriores, así como la exploración activa de este espacio, tanto de los objetos en movimiento como en reposo.

Esto requiere del estudio de conceptos y propiedades de los objetos en el espacio físico y de los conceptos y propiedades del espacio geométrico en relación con los movimientos del propio cuerpo y las coordinaciones entre ellos y con los distintos órganos de los sentidos (Álvarez et al., 2010).

Howard Gardner, en su teoría de las inteligencias múltiples plantea que una de estas inteligencias corresponde a la espacial, añade que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial.

7. Geometría activa

Cuando se pretende lograr el dominio sobre el espacio se sugiere el enfoque la geometría activa, la cual parte de la actividad del alumno y su confrontación con el mundo. Aquí se le da prioridad a la actividad sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos, también a las operaciones sobre las relaciones y los elementos de los sistemas, así como la importancia de las transformaciones. La idea básicamente trata de implementar a través de movimientos, juegos y construcciones lograr conceptualizarlos, es decir se parte del principio del lenguaje ordinario, y cuando el lenguaje este construido en los estudiantes, ellos mismos son capaces de proponer y evaluar posibles definiciones y simbolismos formales.

Entonces se puede concluir que la geometría activa es una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio.

8. Cuerpos, superficies y líneas

Una superficie puede ser considerada como la película infinitamente delgada que separa dos regiones del espacio. Si una superficie encierra una región finita del espacio entonces hablamos de un cuerpo. A los cuerpos geométricos, se les puede asignar propiedades físicas, como la masa o la densidad.

La intersección de dos superficies de orden m y n es una curva alabeada de orden mxn. De aquí se deduce que la sección plana de una superficie es del mismo orden que ésta. Así, la sección plana de un plano es una recta, la de una cuadrática es una cónica, etc.

9. Desarrollo del pensamiento geométrico

El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes dividiéndolo en cinco niveles consecutivos:

La visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor, los cuales se repiten con cada aprendizaje nuevo (Vargas, 2012).

Nivel 1: Reconocimiento o visualización.

En este nivel el individuo reconoce las formas geométricas por su forma como un todo, no diferencia partes ni componentes de la figura. Puede, sin embargo, producir una copia de cada figura particular o reconocerla. Como no es capaz de reconocer o explicar las propiedades determinantes de las figuras, las descripciones son principalmente visuales y las compara con elementos familiares de su entorno. No hay un lenguaje geométrico básico para referirse a figuras geométricas por su nombre.

Nivel 2: El individuo puede ya reconocer y analizar las partes y propiedades particulares de las figuras geométricas y las reconoce a través de ellas, pero no le es posible establecer relaciones o clasificaciones entre propiedades de distintas familias de figuras. Establece las propiedades de las figuras de forma empírica, a través de la experimentación y manipulación. Como muchas de las definiciones de la geometría se establecen a partir de propiedades, no puede elaborar definiciones.

Nivel 3: El individuo determina las figuras por sus propiedades y reconoce cómo unas propiedades de derivan de otras, construye interrelaciones en las figuras y entre familias de ellas. Establece las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir las figuras geométricas, por lo que las definiciones adquieren significado. Sin embargo, su razonamiento lógico sigue basado en la manipulación. El individuo ubicado en el nivel 2 no es capaz de entender que unas propiedades se deducían de otras, lo cual si es posible al alcanzar el nivel 3.

Nivel 4: Ya en este nivel el individuo realiza deducciones y demostraciones lógicas y formales, al reconocer su necesidad para justificar las proposiciones planteadas. Comprende y maneja las relaciones entre propiedades y formaliza en sistemas axiomáticos, por lo que ya entiende la naturaleza axiomática de las matemáticas.

Nivel 5: En este nivel el individuo está capacitado para analizar el grado de rigor de varios deductivos y compararlos entre sí. Puede apreciar la consistencia, independencia y completitud de los axiomas de los fundamentos de la geometría. Capta la geometría en forma abstracta.

Gutiérrez y Jaime (1991) sostienen que solo se desarrolla en estudiantes de la Universidad, con una buena capacidad y preparación en geometría.

Estos niveles son vistos como una aproximación aceptable a las posibles etapas en las evoluciona el pensamiento geométrico, es por esto que los docentes deben ser críticos frente a ellos, es por esto que se resalta la geometría activa, partiendo de la experimentación, llevando a la construcción de sistemas conceptuales para la codificación y el dominio del espacio, aunque no coincide con la descripción de Van Hiele, sino que esta más enfocado a la didáctica clásica de la geometría euclidiana.

10. Representación bidimensional del espacio tridimensional

La exploración activa del espacio tridimensional hace parte importante del pensamiento tridimensional. Al respecto Lappan y Winter afirman: A pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que proporcionamos a nuestros niños son bidimensionales. Nos valemos de libros bidimensionales para presentar las matemáticas a los niños, libros que contienen figuras bidimensionales de objetos tridimensionales. A no dudar de tal uso de dibujos de objetos le supone al niño una dificultad adicional en el proceso de comprensión. Es empero, necesario que los niños aprendan a habérselas con las representaciones bidimensionales de su mundo. En nuestro mundo moderno, la información seguirá estando diseminada por libros y figuras, posiblemente en figuras en movimiento, como la televisión, pero que seguirán siendo representaciones bidimensionales del mundo real (Hoyos y Hernán, 2012).

11. El pensamiento métrico y los sistemas de medidas

Los sistemas de medida están conformados por varios conceptos entre ellos, medida, métrica y espacio. Estos sistemas cuantifican en forma numérica las dimensiones o magnitudes de los objetos externos o modelos geométricos que son construidos (Álvarez et al., 2010).

Con el propósito de que los estudiantes adquieran este pensamiento, es necesario propiciar espacios en donde sean ellos quienes le den sentido a las relaciones como equivalencia, semejanza, proporcionalidad entre medidas o entre figuras, así como analizar medidas asociadas a formas geométricas, a movimientos asociados a estas figuras, asi como también analizar las condiciones invariantes de las formas, como también las operaciones que le sean propias.

Es importante el manejo del espacio, conservación y reorganización de áreas o perímetros.

11.1 Construcción de magnitudes

Regularmente se designa como una magnitud a una cualidad o atributo de una serie de objetos que pueden varias en forma cuantitativa y continua o en forma cuantitativa y discreta; en el primer caso, se habla de magnitudes continuas como son la longitud, el peso, el tiempo, etc. En segundo caso se habla de magnitudes discretas como son las colecciones de objetos o personas.

Algebraicamente se define la magnitud como un semigrupo conmutativo y ordenado, formado por clases de equivalencia que son sus cantidades de magnitud.

11.2 Tipo de magnitudes

A partir de la manipulación de objetos se pueden determinar aquellas cualidades o atributos medibles.

Es por ello que la tipología de las magnitudes, sus medidas, unidades de medida y sus sistemas de medición se hace atendiendo más a ese carácter intuitivo, y desde el punto de vista físico, más que desde el punto de vista algebraico.

11.3 Magnitudes fundamentales y magnitudes derivadas.

Las magnitudes fundamentales, son aquellas que se definen por sí mismas en el proceso de medición; usando sus respectivas unidades de medida son también llamadas indefinidas o primarias. De acuerdo con el Sistema Internacional (SI) se definen las magnitudes:

- Longitud (metro)
- Masa (Kilogramo)
- Tiempo (Segundos)
- Intensidad de corriente eléctrica (Amperio)
- Temperatura termodinámica (Kelvin).
- Cantidad de sustancia (Mol)
- Intensidad Luminosa (Candela).

Las magnitudes derivadas, se derivan a partir de otras (fundamentales), o que no son medibles directamente, por ejemplo, la velocidad, la cual se define a partir de la longitud o distancia y en tiempo. De acuerdo con el Sistema Internacional, ejemplos de magnitudes complementarias son: el ángulo plano, que se mide en radianes, el ángulo sólido cuya unidad básica es el estereorradián.

11.4 Conservación de las magnitudes

Cuando se hace referencia a la conservación de una magnitud se hace referencia al reconocimiento que frente a determinados cambios de los objetos la magnitud puede conservase. Por ejemplo, la superficie de una figura respecto a traslaciones, giros o “reacomodaciones” de sus partes, como en el caso de las diversas figuras que se pueden formar con fichas específicas de un tangrama (Rojas, 2001).

11.5 Relación entre la magnitud y el número

De acuerdo con Rojas, (2001). la relación entre la magnitud y el número asume una unidad de medida para asignar un valor, en tanto la acción de medir supone la repetición de una unidad de medida. Por ejemplo, esta mesa tiene un metro de altura y pesa como 2 kilos. (aunque exista una tendencia, especialmente en los maestros, a considerar soólo medidas exactas).

12. El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos

Este pensamiento hace referencia a la interpretación y uso de los datos estadísticos, lo cual es importante en el desarrollo de los datos estadísticos, lo cual es importante en el desarrollo de las ciencias, en la cultura y en la resolución de situaciones problemáticas. (Álvarez et al., 2010).

Algunos de los conceptos que el docente debe desarrollar para trabajar este pensamiento son:

- Representación de interpretación de datos estadísticos a través de tablas y gráficas.
- Medidas de tendencia central
- Arreglos y combinaciones
- Probabilidad y ocurrencia de eventos.

Las aplicaciones del pensamiento aleatorio para asignaturas como matemática I, se enfoca hacia el primer aspecto, interpretación de datos estadísticos a través de tablas y gráficas, de esta manera se introduce al razonamiento y el manejo de razones y proporciones. El análisis de graficas circulares permite al estudiante asociar estas razones con su interpretación porcentual, de esta manera se da interpretación a una variedad de problemas.

13. El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

El pensamiento variacional y Sistemas algebraicos y analíticos involucra conceptos y procedimientos interestructirados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre con sustrato de ellas (Álvarez et al., 2010).

Para lograr trabajar con los estudiantes este pensamiento es importante promover el concepto de variación, ya que, en los diferentes contextos, la variación se observa cuando hay dependencia entre variables o cuando una misma cantidad varia. A partir de esto se logra desarrollar actitudes de observación, reconocimiento de diversos elementos asociados a situaciones de variación.

De acuerdo con el contenido expuesto para el curso de matemática I, los conceptos que se desarrollaran en este pensamiento son:

- Concepto de variable
- Variables continuas y discretas.
- Funciones (lineales y cuadráticas).

13.1 Concepto de Variable

Una variable es en principio un concepto que determina una cualidad de un objeto, es un atributo que puede variar de una o más maneras y que sintetiza conceptualmente lo que se quiere conocer acerca del objeto de investigación. Es un símbolo que representa un elemento no especificado de un conjunto dado.

Una variable es un número que puede tomar una cantidad ilimitada de valores. En algebra, las variables suelen representarse por las últimas letras del alfabeto: x, y y z. Las constantes se representan generalmente por las letras iniciales a, b, y c. En física, Geometría, Electricidad, y Mecánica, las variables se representan casi siempre por la inicial del nombre del concepto que representan, así la base se representa por b, el voltaje por V, la velocidad por v, etc.

13.2 Variables continuas y discretas

Las variables discretas, son las que pueden tomar valores enteros, ya sea contando o enumerando todos los posibles valores de un determinado experimento. Por ejemplo, el número de habitantes de una ciudad en particular o el número de fallas de una máquina de producción, mientras que, las variables continuas son las que pueden tomar cualquier valor de una escala continua. Por ejemplo, el tiempo que se requiere para la elaboración de algún producto o el peso de algún paquete. Estas variables sí toman fracciones de eventos: puede haber medio minuto o un cuarto de kilo asociado a un evento (Lagos, 2006).

14. Funciones (lineales y cuadráticas).

En geometría y el álgebra elemental, una función lineal es una función polinómica de primer grado; es decir, una función cuya representación en el plano cartesiano es una línea recta. Esta función se puede definir como

$$f(x)=mx+b$$

Donde m y b son constantes reales y x es una variable real. La constante m es la pendiente de la recta, y b es el punto de corte de la recta con el eje y. Si se modifica m entonces se modifica la inclinación de la recta, y si se modifica b, entonces la línea se desplazará hacia arriba o hacia abajo.

14.1 Función Cuadrática:

Una función cuadrática de una variable es una función polinómica definida por:

$$y= ax^2+bx+c \quad \text{con } a\neq 0$$

Cuando hablamos de la representación analítica, hay tres formas de escribir una función cuadrática, aplicables según el uso que se le quiere dar a la función.

14.2 Función Polinómica:

La forma polinómica de una función cuadrática corresponde a la del polinomio de segundo grado, escrito convencionalmente como:

$$f(x)= ax^2+bx+c \quad \text{con } a\neq 0$$

- Forma factorizada

La forma polinómica de una función cuadrática corresponde a la del polinomio de segundo grado, escrito convencionalmente como:

$$f(x)=a\,(x-x_1)(x-x_2)$$

Siendo a el coeficiente principal de la función, y x_1; x_2 las raices de f(x)

- Forma canónica:

Toda función cuadrática puede ser expresada mediante el cuadrado de un binomio de la siguiente manera:

$$f(x)=a\,(x-h)^2+k$$

Siendo a el coeficiente principal y el par ordenado (h,k) las coordenadas del vértice de la parábola.

15. Aprendizaje Significativo

De acuerdo con Murillo (2004). Las ventajas del aprendizaje significativo para la enseñanza de la matemática son:

El estudiante tiene una retención más duradera del concepto matemático, este tipo de aprendizaje modifica la estructura cognitiva del estudiante mediante reacomodos de la misma para integrar a la nueva información; el estudiante puede adquirir nuevos conocimientos de la matemática con mayor facilidad, relacionando los ya aprendido con los nuevos en forma significativa, ya que al estar claramente presentes en la estructura cognitiva se facilita su relación con los nuevos contenidos; la nueva información sobre los conceptos matemáticos, se conserva y no se olvida fácilmente pues, ha sido de interés para el estudiante.

Teniendo en cuenta lo anterior el aprendizaje se toma personal, puesto que el que el aprendizaje sea o no significativo depende de los recursos cognitivos que tenga cada estudiante, así como sus necesidades, sus intereses y claramente su realidad.

16. Hoja de Excel como herramienta de cálculo

16.1. Ambiente de la Herramienta

Los programas computarizados de hojas de cálculo parecen haber sido una de las innovaciones más fundamentales y permanentes de la práctica contable desde principio de la década de los 80. Hoy todavía se conoce, relativamente muy poco, sobre su verdadero origen, no sólo entre los usuarios, sino inclusive en círculos académicos de la contabilidad y las ciencias matemáticas y de la información. La hoja de cálculo proviene de dos raíces: la partida doble de la contabilidad y la noción matemática de matrices. El lógico matemático Morgan en 1846 introdujo una estructura de matriz para la contabilidad en la cual se apreciaban columnas para representar débitos y finas para representar créditos.

Para 1979, Daniel Bricklin junto con su colaborador Bob Frankston desarrollan la aplicación de la hoja de cálculo en los ordenadores, a la cual decidieron llamar VisiCalc. Este fue el primer programa al que se empezó a denominar hoja de cálculos electrónica, esto debido a su notorio parecido con las hojas de cálculo en papel. Esto, permitía imitar la organización de los datos en celdas con filas y columnas, permitía realizar cambios en los valores registrados en las celdas, y el inmediatamente recalculaba teniendo en cuentas las fórmulas que se almacenaran en las celdas que hacen referencias a otras también permitía hacer scroll hacia los lados. Al verse vistos por problemas legales, los desarrolladores de VisiCalc, se distrajeron y se tornaron lentos para adaptarse a los IBM PC, frente a esto Mitch Kapor creó la empresa Lotus Development Corporation, con la que desarrollo su propia hoja de cálculo a la que llamo Lotus 1-2-3.

Lotus logró consiguió llamar la atención de las empresas para que estas comenzaran a introducir equipos ofimáticos en su actividad laboral, logrando destronar a VisiCalc. Sin embargo, como pasó con su predecesor, Lotus inició su declive al no saber adaptarse a otra revolución informática, la que supuso la irrupción del sistema operativo Windows. En un principio trataron de mantener el programan fiel a MSDOS. Para septiembre del 85 se lanza la primera versión de Excel, esta versión fue lanzada para Macintosh y posteriormente para Windows, cuyo lanzamiento ocurrió para el año 1987.

Excel ofrecía una interfaz de usuario que mantenía la esencia y las premisas que este tipo de programas incorporaban desde VisiCalc, con celdas organizadas en filas y columnas, cada uno pudiendo tener datos, fórmulas, referencias relativas, absolutas o mixtas a otras celdas. Uno de sus grandes logros fue la primera en permitir definir su apariencia cambiando fuentes, atributos y celdas.

La hoja de cálculo Excel es la más utilizada debido a su interfaz, la cual es intuitiva y amigable para todos los usuarios. Excel es una herramienta que permite a los usuarios con conocimientos en matemática y estadística, conocimientos de cualquier nivel, reflexionar y tomar decisiones a través de fórmulas operativas, adicionalmente sus complementos permiten resolver modelos para la toma de decisiones, sus complementos como herramientas estadísticas, solver, crystal ball, lo hacen aún más atractivo para estas áreas.

Sus características permiten guardarse en formatos como csv, de esta manera la información es compatible con los LMS, para manejar volumen de datos.

16.2 Definición de la hoja de cálculo Excel

De acuerdo con Microsoft (2020), Microsoft Excel es un programa de hojas de cálculo que permite realizar cálculos, contiene herramientas de gráficos, tablas dinámicas y soporte para lenguajes de programación de macros, compatibles con los sistemas operativos de Windows y Mac. Una hoja de cálculo es una aplicación diseñada para manipular datos y números. Su desarrollo está basado en el concepto de hoja tabular, y se utiliza básicamente para resolver cálculos matemáticos en distintas disciplinas y para realizar el despliegue gráfico o la forma tabular de los resultados (Toro, 2012.).

A través de la hoja de cálculo se puede calcular, ordenar, combinar, entre otras cosas, por tanto, se puede decir que Excel, es una de las hojas de cálculo con mayor éxito en el mercado por su facilidad de manejo para cualquier tipo de usuario.

De acuerdo con lo anterior Excel es considerado una herramienta exequible, simple y efectiva tanto para los negocios como para el análisis de grandes cantidades de información, de esta manera poder organizarla a través de tablas, listas o cuadros. Se considera una herramienta estándar, porque permite la creación de una tabla hasta tareas más complejas hasta realizar análisis estadístico.

16.3 Uso de las hojas de cálculo

Las hojas de cálculo se crearon pensando en satisfacer la necesidad de manejar volúmenes de datos para las áreas económicas y contables. Con el transcurrir del tiempo, profesionales de otras disciplinas las han incorporado en sus áreas, lo que la hace una herramienta atractiva.

La acogida ha sido tan grande que se ha involucrado en las diferentes áreas de la educación, incluida las matemáticas. Dentro de los usos más comunes que se le da a hoja de cálculo se tiene el análisis y almacenamiento de datos, esto debido a que permite analizar grandes cantidades de datos para descubrir tendencias. A través de gráficos y tablas, se pueden resumir los datos por categorías y guardarlos para futuras consultas.

El uso de tablas dinámicas permite clasificar y filtrar la información, también permite de forma sencilla resolver problemas matemáticos complejos de una forma sencilla.

Adicionalmente la herramienta cuenta con gran cantidad de fórmulas para implementar diversas operaciones.

16.4 Aplicación de la hoja de cálculo.

El consejo Nacional de Profesores de Matemática (NCTM, por sus siglas en inglés) declara que la tecnología es una herramienta básica para la enseñanza y el aprendizaje efectivo de las matemáticas que se pueden enseñar y mejoran el aprendizaje de los estudiantes.

Parra ello justifica si uso diciendo que: “Las calculadoras, el software de herramientas del computador, y otras tecnologías ayudan en la recolección, grabación, organización y análisis de datos. Aumentan además la capacidad de hacer cálculos y ofrecen herramientas convenientes, precisas y dinámicas que dibujan, grafican y calculan. Con estas ayudas, los estudiantes pueden extender el rango y la calidad de sus investigaciones matemáticas y enfrentarse a ideas matemáticas en ambientes más realistas. Por lo general los docentes utilizan Excel para el desarrollo de tablas, formas, cuadros, herramientas de datos y fórmulas, y de esta manera enseñan a sus alumnos de una forma más didáctica.

Se considera que esta es una herramienta de aprendizaje poderosa ya que, si los estudiantes tienen acceso a computadores, deben utilizarla. Argumenta que desarrolla en los estudiantes habilidades para:

- Organizar datos (ordenar, categorizar, generalizar, comparar y resaltar los elementos claves);
- Realizar diferentes tipos de gráficas que agreguen significado a la información ayudando en la interpretación y análisis.
- Utilizar gráficas para reforzar el concepto de porcentaje.
- Identificar e interpretar para un conjunto de datos, el máximo y mínimo, media, mediana y moda;
- Utilizar elementos visuales concretos con el fin de explorar conceptos matemáticos abstractos (inteligencia visual y espacial).
- Descubrir patrones
- Comprender conceptos matemáticos básicos como conteo, adición y sustracción;
- Semilunar las capacidades mentales de orden superior mediante el uso de fórmulas para responder a preguntas condicionales del tipo “si…entonces”;
- Solucionar problemas y Usar fórmulas para manipular números, explorar cómo y qué formulas se pueden utilizar para resolver un problema y cómo cambiar el resultad.

El autor resalta las bondades de la aplicación de la hoja de cálculo, y se denota que tras todo esto hay una estimulación de las capacidades mentales, ya que una de las aplicaciones a nivel matemático es la solución de problemas, la manipulación de la información, y cuál formula se puede usar de acuerdo al problema determinado y analizar en caso de un cambio de variables cómo esto afectaría el resultado.

16.5 Enseñanza de la hoja de Excel en la educación superior

Cuando se piensa en la educación superior y la modalidad virtual se deja de hablar de pedagogía para hablar de Andragogía. Su recurso Malcolm Knowles explica las características fundamentales en el aprendizaje adulto, entre las cuales hace referencia al autoaprendizaje, autodirección y la responsabilidad que asume el individuo frente a la toma de decisiones.

Galvis et al. (1998) mencionan que la andragogía se basa en los siguientes postulados para encausarse en el aprendizaje en los adultos: (1). Los adultos necesitan conocer por qué ellos necesitan aprender algo. Esta afirmación confirma la naturaleza del individuo adulto, a partir de esto, la hoja de cálculo se vincula para potencializar el uso de las TIC y las aplicaciones desde el uso en temas personales (como organización de finanzas), laborales (manejo de bases de datos) y académicos (aprendizaje de la estadística y las matemáticas). (2). Los adultos necesitan aprender experimentalmente. Las interacciones con la hoja de cálculo permiten al estudiante involucrarse con ella, ser curioso, explorar sus herramientas, lo que hace que finalmente el aprendizaje sea significativo, y al ser una herramienta robusta, generará esa sensación de querer saber más sobre ella e involucrar todas las extensiones, por ejemplo, Crystal Ball.

Los adultos se aproximan al aprendizaje como una situación de resolución de problemas. En este sentido, cuando el individuo adulto está en capacidad de dar solución a un problema, ya sea de orden personal, laboral o en este caso académico su autoestima alcanza un elevado grado de motivación, lo que lo motiva a adquirir nuevos conocimientos, mejorando su capacidad de análisis, de comprensión y argumentación.

Ibidem señala que los adultos aprenden mejor cuando los tópicos son evaluados inmediatamente. Teniendo en cuenta lo anterior el estudiante adulto siempre está en confrontación con lo que sabe y lo que aprende, por eso exigen que todo el tiempo estar en constante retroalimentación con lo que se hace, es por esto que al momento de usar la hoja de cálculo se abre a las posibilidades de las diferentes propuestas o formas que cada estudiante expresa para darle solución a un problema.

De acuerdo con este modelo educativo y la modalidad, se rompe el esquema clásico del profesor frente a un tablero, se hacen uso de las TIC, para que los estudiantes cambien el rol de espectadores a protagonistas, donde los encuentros sincrónicos estén contenidos de problemas cuyo propósito contenga los temas estimados para la unidad pero que permita al estudiante diversificar las formas de plantear y dar solución mediante la hoja de cálculo.

En lo que respecta a la enseñanza de la hoja de cálculo, Lewis (2006). Recomienda que:

El profesor explique la lección antes de que los alumnos empiecen las actividades asignadas, ya sea en una computadora conectada a un proyector o que los estudiantes presten su atención a una computadora persona. Sin embargo, los estudiantes crearán, desarrollaran y diseñaran a medida que realizan cada lección en una hoja de cálculo nueva. Los estudiantes tomarán sus propias decisiones en cuanto a dónde comenzar y cómo proceder a medida que resuelven el problema de cómo crear un producto final. Cuando un estudiante domina una actividad, se puede convertir en un asistente para ayudar a que los otros estudiantes realicen el trabajo.

Por lo anterior es importante que el profesor explique los componentes fundamentales, así como los nombres de los diferentes elementos de la hoja de cálculo:

Las barras: barrra de título, barra de acceso rápido, barra de opciones, barra de fórmulas, barra de etiquetas, barra de desplazamiento.

Movimientos rápidos en las hojas:

- Celda abajo: Flecha abajo
- Celda arriba: Flecha arriba
- Celda derecha: Flecha derecha
- Celda izquierda: Flecha izquierda
- Pantalla Abajo: AVPAG
- Pantalla Arriba: REPAG
- Primera celda columna activa: FIN FLECHA ARRIBA
- Última celda columna activa: FIN FLECHA ABAJO
- Primera celda fila activa: FIN FLECHA IZQUIERDA
- Última celda fila activa: FIN FLECHA DERECHA

17. Entrada de variables

En cada una de las celdas de la hoja de Excel, es posibles introducir textos, números o fórmulas. En cualquiera de los casos, se debe situar el curso sobre la celda donde se van a introducir los datos y digitarlos.

Excel proporciona adicionalmente la opción de agregar datos en la barra de la fórmula, por tanto, no importa si se selecciona la celda o se hace clic en la barra la fórmula directamente, sin importar la forma el valor registrado quedara guardado en la celda.

El tipo de dato que se introduce es de valor constante, es decir, es un dato que se introduce directamente en una celda. Puede ser un número, una fecha u hora o ya sea un texto.

En este caso los valores a introducir en las celdas corresponden a números reales.

18. Salida de variables

Las variables de salida corresponden a datos de tipo numérico, simbólico y/o texto, y se ejecutan mediante fórmulas. Las fórmulas, se entiende como una secuencia formada por: valores constantes, referencias a otras celdas, nombres, funciones u operadores. Es una técnica básica para el análisis de datos. Esta se escribe en la barra de fórmulas y debe empezar por el signo =.

El libro propuesto presenta la formulación de algoritmos con la solución de la temática abarcada en matemática I, las hojas de cálculo están marcadas con su temática para que así el estudiante tenga visible el tema que aborda cada hoja, dentro de ella se separan las diferentes situaciones o escenarios que se presentan con el tema. La celda de salida estará acompañada con una celda de texto que le indicará el elemento calculado a que elemento de la temática pertenece.

19. Cuadro de textos.

En la hoja de cálculo uno de los tipos de datos que se pueden introducir son los llamados valores constantes, hacen referencia a un número, a una fecha, una hora o en su defecto un texto, en este caso los cuadros de texto usados, indican al estudiante a que elementos del tema de cada una de las hojas corresponde el valor de entrada y de salida. Con esto el estudiante está en la capacidad de interpretar la solución de acuerdo con el problema que este resolviendo y la temática que este trabajando.

20. Gráficas

Un gráfico Excel es una representación gráfica de ciertos valores que nos permite hacer una comprobación comparativa de manera visual. Es por ello que son una de las herramientas más potentes que ofrece el paquete de Microsoft para hacer informes, análisis de datos, entre otros.

Entre los tipos de gráficos que podemos realizar con la hoja de cálculo se tienen:

Gráficos de columnas y barras: columnas agrupadas, columnas agrupadas con varias series, columnas apiladas, columnas apiladas al 100%, gráfico de barras, gráfico de barras apiladas, gráfico de barras apiladas al 100%.

- Gráficos circulares
- Gráfico de áreas
- Gráficos de líneas
- Gráficos de dispersión
- Gráfico combinado
- Gráfico de araña
- Gráficos estadísticos
- Gráficos de cascada

Los gráficos que se trabajan en la temática 1 corresponden a las gráficas de funciones lineales y cuadráticas, por ende se habla de gráficos de dispersión XY, en donde la hoja de cálculo reconoce a la variables dependiente e independiente, adicionalmente, la gráfica permite el ingreso de series para dar reconocimiento a los elementos que caracterizan a las funciones:

- Función lineal
- Corte con el eje x
- Corte con el eje y
- Pendiente
- Termino independiente.
- Función cuadrática
- Corte con el eje x

- Corte con el eje y
- Concavidad
- Vértice

21. Operaciones o procesos

21.1. Operaciones básicas con los sistemas numéricos

Cuando se trabaja con el conjunto de los números reales se debe tener presente que la hoja de cálculo permite realizar operaciones como:

Suma: Está fórmula permite sumar los valores de las celdas en su interior. Soporta celdas separadas como intervalo y la fórmula se pueden introducir la celda separa del signo más o =suma () y en su interior se introduce el rango de celdas que se desea sumar.

Restas: A diferencia de la suma, la resta se aplica usando = y añadiendo el signo resta "- "entre los valores de las celdas a restar.

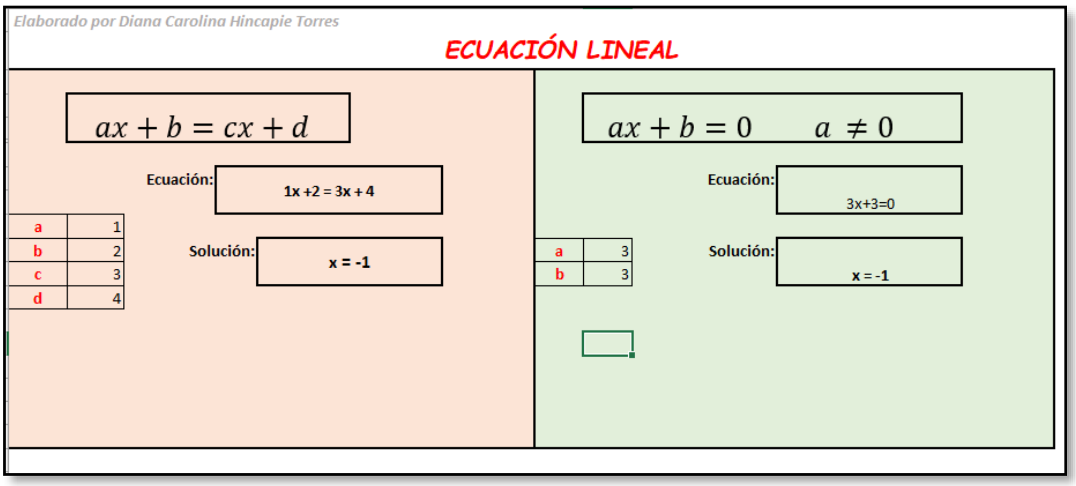
Multiplicación: En la multiplicación se debe escribir "=" y el asterisco debe intercalado entre los valores que se quiera multiplicar o las celdas donde están estos valores. Por ejemplo: = 3*2*4 o = A1*A3*A5 seguido de la tecla enter.

División: En la disivsión los valores o valores de las celdas deben ir separados con "/". Por ejemplo: =4/2 o = A3/B3

Es importante tener presente que Excel respeta el orden lógico de las operaciones matemáticas (multiplicaciones y divisiones primero, luego sumas y restas) y ejecuta el uso de los paréntesis para dar prioridad a unas operaciones sobre las otras.

Por ejemplo: =(A4+B7)*C4/19- (D3-D1)

Adicionalmente a las operaciones básicas Excel tiene otras fórmulas como máximo, mínimo, contar, contar. Si, entre otras.



22.. Solución de Ecuaciones lineales

La hoja de cálculo a través de la función concatenar une la información registrada para los parametros a, b,c y d.

$$ax+b=cx+d$$

$$ax+b=0$$

Adicionalmente, tiene una casilla llamada solución en donde a través de la función concatenar une a x con igual seguido de la respuesta.

Entonces para el primer caso se tiene que

$$x=(d-b)/(a-c)$$

Para el segundo caso se tiene que:

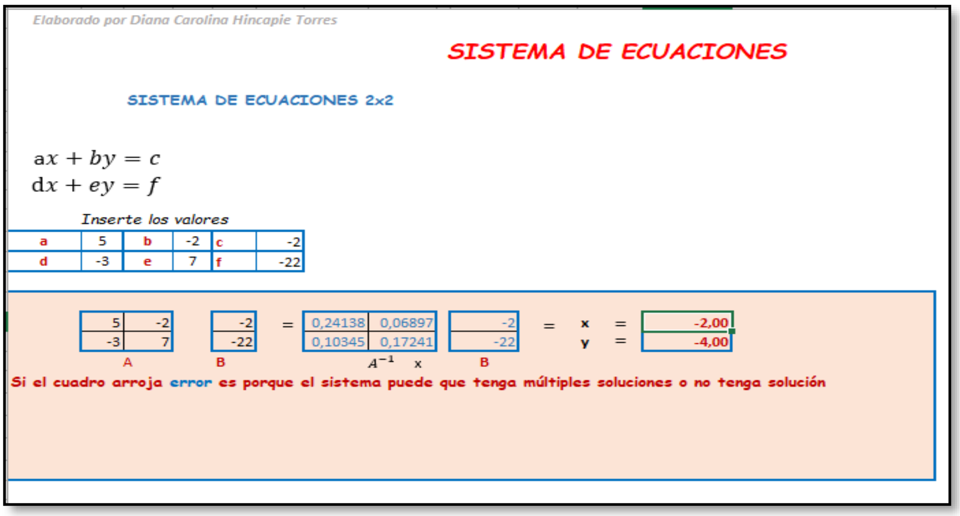
$x=-b/a$

23. Solución de sistemas de ecuaciones

Para entablar la solución de un sistema de ecuaciones 2x2 es importante tener presente que el sistema puede tener única solución, múltiples soluciones o no tener solución.

Pensando en lo anterior, la hoja de cálculo de Excel, permite resolver sistemas de ecuaciones a través de la función MINVERSA. La función MINVERSA devuelve la matriz inversa de una matriz almacenada en una matriz.

Adicionalmente a través de la función Si y el condicional y, se entablan las relaciones para determinar en qué casos el sistema no tiene solución y cuando tiene múltiples soluciones, por lo que en el momento en que la matriz no encuentre la inversa, analice el condicional las situaciones e imprima en pantalla una de las siguientes opciones: “El sistema tiene múltiples soluciones” o “El sistema no tiene solución”.



24. Solución de ecuación cuadrática

La ecuación cuadrática tiene la estructura

x=(-b ±√(b^2-4ac))/2a

Podemos encontrar las siguientes soluciones

Si b^2-4ac<0, como se está trabajando en el conjunto de números Reales, decimos que no tiene solución

Si b^2-4ac>0, entonces tenemos dos respuestas.

x_1=(-b+ √(b^2-4ac))/2a

x_2=(-b-√(b^2-4ac))/2a

Si b^2-4ac=0, tenemos una sola respuesta

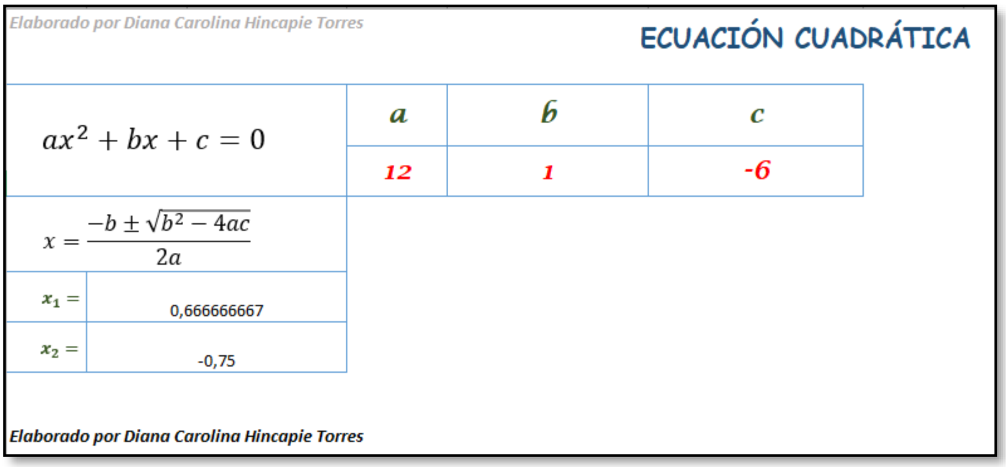
x=(-b)/2a

De acuerdo con lo anterior, a través de visual basic se crean las fórmulas

RAIZ 1 y RAIZ 2 asi:

```
Function RAIZ1(a, b, c)

    RAIZ1 = ((-1 * b + ((b ^ 2) - 4 * a * c) ^ (1 / 2))) / (2 * a)

End Function

Function RAIZ2(a, b, c)

    RAIZ2 = ((-1 * b - ((b ^ 2) - 4 * a * c) ^ (1 / 2))) / (2 * a)

End Function
```

Cada celda tiene la fórmula y como se observa en el código los parámetros de entrada de la función son respectivamente a,b y c. Adicionalmente se antepone la formula Si. Error, paraque en el caso de que la raiz sea negativa, cambie ese error por “No tiene solución” y cuando las dos celdas tengan el mismo valor, es porque cae en la tercera opción, única respuesta.


Elaborado por Diana Carolina Hincapie Torres

ECUACIÓN CUADRÁTICA

$ax^2 + bx + c = 0$	a	b	c
	12	1	-6

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$x_1 =$	0,666666667
$x_2 =$	-0,75

Elaborado por Diana Carolina Hincapie Torres

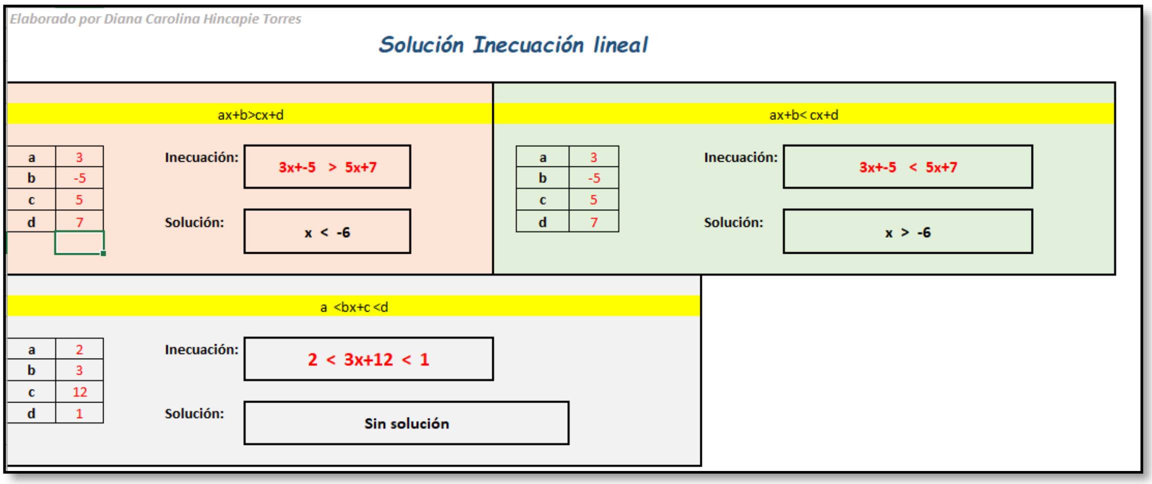
25. Solución de inecuaciones lineales

La hoja de cálculo para las iniciaciones lineales contempla los siguientes escenarios:

ax+b>cx+d
ax+b<cx+d
a<bx+c<d

A través de la función concatenar los valores que el estudiante contemple en los parámetros a,b,c y d, está lo rescribirá y la casilla solución, arrojara el intervalo solución, estas cásilla contienen escenarios que se contemplan en las inecuaciones de tipo lineal, es decir el cambio de signo y de sentido cuando el parámetro que acompaña a la variable x es negativo.

Adicionalmente, para indicar en el escenario 3 cuando no tenga solución se hace uso de la fórmula =SI.ERROR(), para especificar con que valores la inecuación no tiene solución e imprimir “No tiene solución”.


Elaborado por Diana Carolina Hincapie Torres

Solución Inecuación lineal

ax+b>cx+d

a	3
b	-5
c	5
d	7

Inecuación: 3x+-5 > 5x+7

Solución: x < -6

ax+b< cx+d

a	3
b	-5
c	5
d	7

Inecuación: 3x+-5 < 5x+7

Solución: x > -6

a <bx+c <d

a	2
b	3
c	12
d	1

Inecuación: 2 < 3x+12 < 1

Solución: Sin solución

26. Solución de inecuaciones no lineales

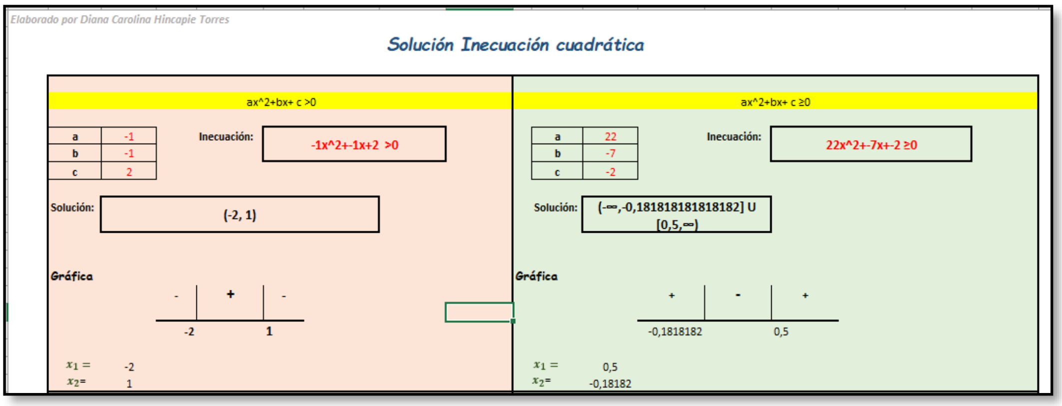
Las inecuaciones de tipo no lineal, se dividen en:

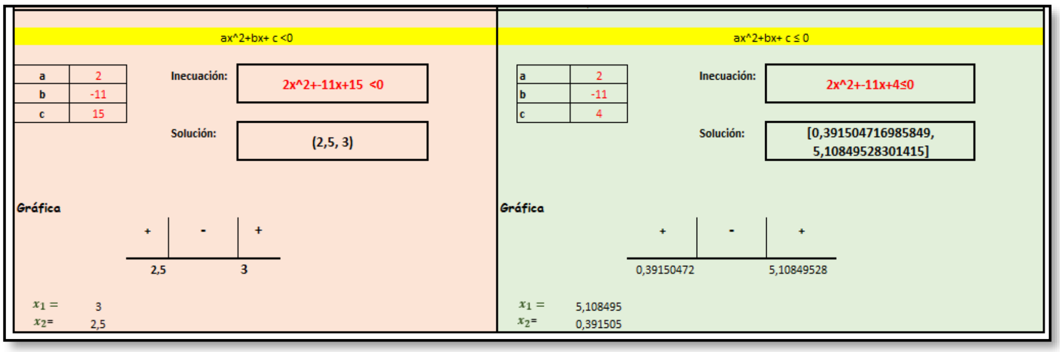
Inecuaciones cuadráticas

La hoja consta de cuatro escenarios divididos del a siguiente manera:

〖ax〗 ^2+bx+c>0
〖ax〗 ^2+bx+c≥0
〖ax〗 ^2+bx+c<0
〖ax〗 ^2+bx+c≤0

El estudiante introduce los valores de a,b y c respectivamente. Cada escenario cuenta con su gráfica, y con el intervalo solución que se relaciona con la gráfica, entonces aparecen nuevos símbolos como “(“, “[“, “(“, “]”.



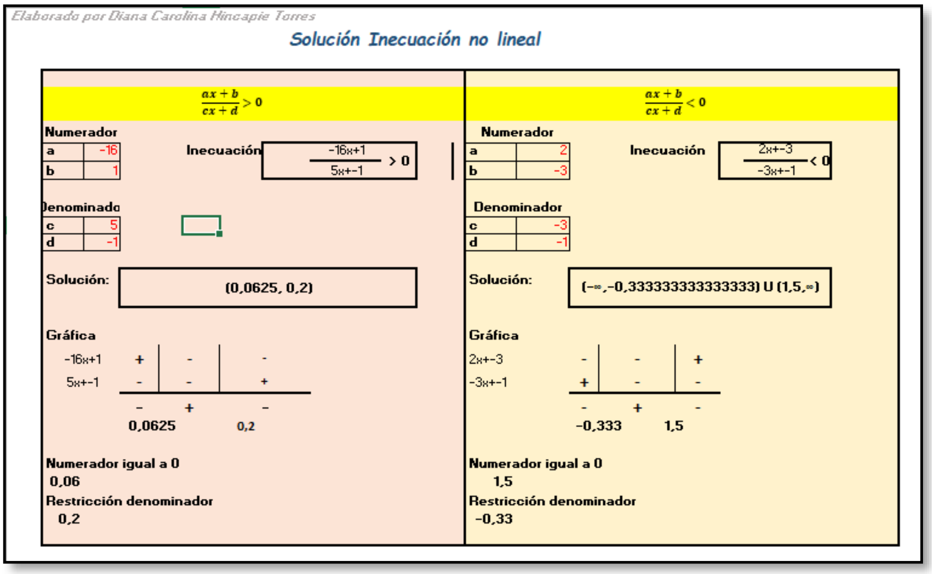


Inecuaciones racionales

Esta hoja cuenta con dos escenarios:

(ax+b)/(cx+d)>0
(ax+b)/(cx+d)<0

En ambos escenarios el estudiante introduce los valores de a, b, c y d respectivamente, la hoja muestra su análisis gráfico, además, señala la restricción que es el valor que hace al denominador 0 y muestra el intervalo solución.



27. Análisis de funciones

Función lineal

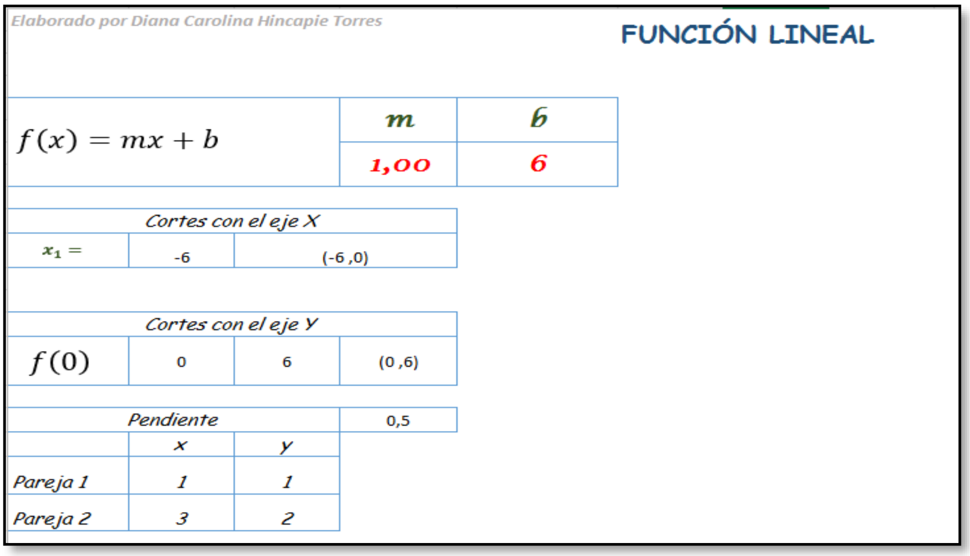
La hoja de calculo permite calcular los cortes con los ejes definiendo la función de la forma:

y=mx+b

En donde el estudiante ingresa los valores de m y b,

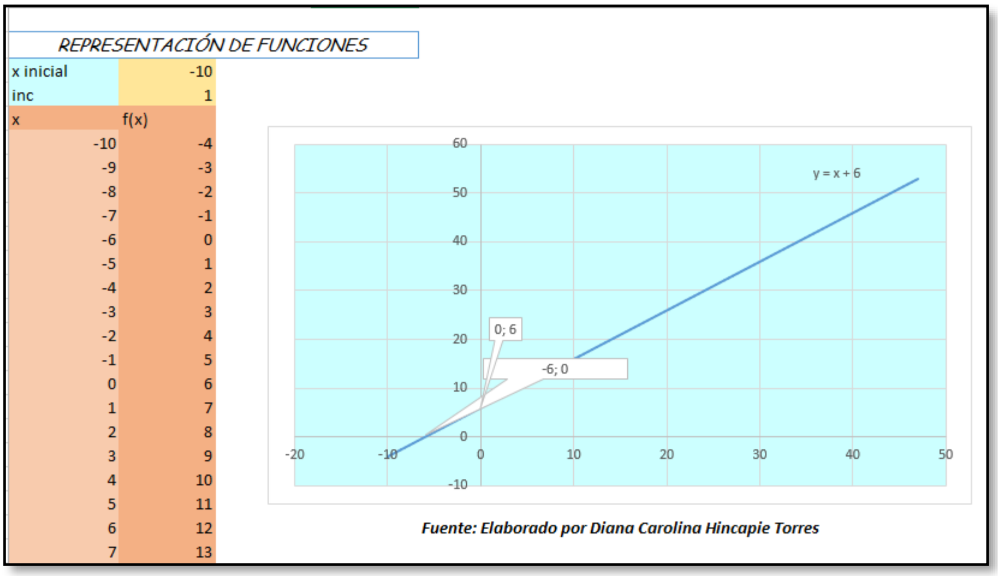
Adicionalmente, realiza la gráfica de la función y señala en su gráfico la función que la representa y los puntos de corte, como también una tabla en donde se ve reflejado el comportamiento de la función.

Adicionalmente, dados dos puntos (x,y) establece la pendiente de la recta de dichos puntos.


Elaborado por Diana Carolina Hincapie Torres

FUNCIÓN LINEAL

$f(x) = mx + b$	m	b	
	1,00	6	
Cortes con el eje X			
$x_1 =$	-6	(-6 ,0)	
Cortes con el eje Y			
$f(0)$	0	6	(0 ,6)
Pendiente			0,5
	x	y	
Pareja 1	1	1	
Pareja 2	3	2	


REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES

x inicial	-10
inc	1
x	f(x)
-10	-4
-9	-3
-8	-2
-7	-1
-6	0
-5	1
-4	2
-3	3
-2	4
-1	5
0	6
1	7
2	8
3	9
4	10
5	11
6	12
7	13

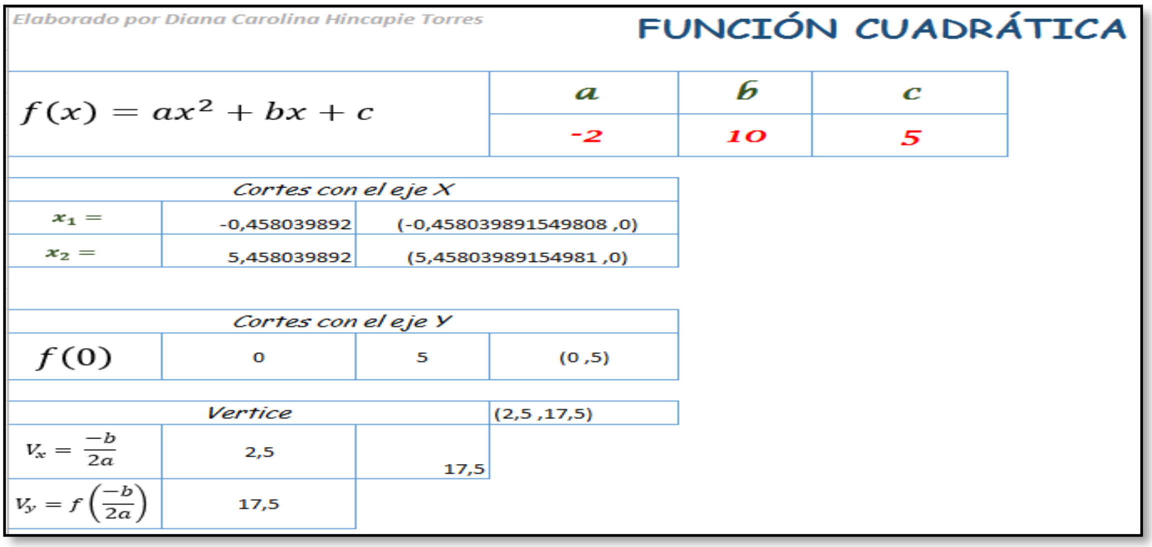
Fuente: Elaborado por Diana Carolina Hincapie Torres

28. Función cuadrática

La hoja de cálculo permite calcular los cortes con los ejes definiendo la función de la forma:

$$y= 〖ax〗^2+bx+c$$

En donde el estudiante ingresa los valores de a , b y c. Adicionalmente, realiza la gráfica de la función y señala en su gráfico la función que la representa , los puntos de corte, el vértice así como también una tabla en donde se ve reflejado el comportamiento de la función.



Elaborado por Diana Carolina Hincapie Torres

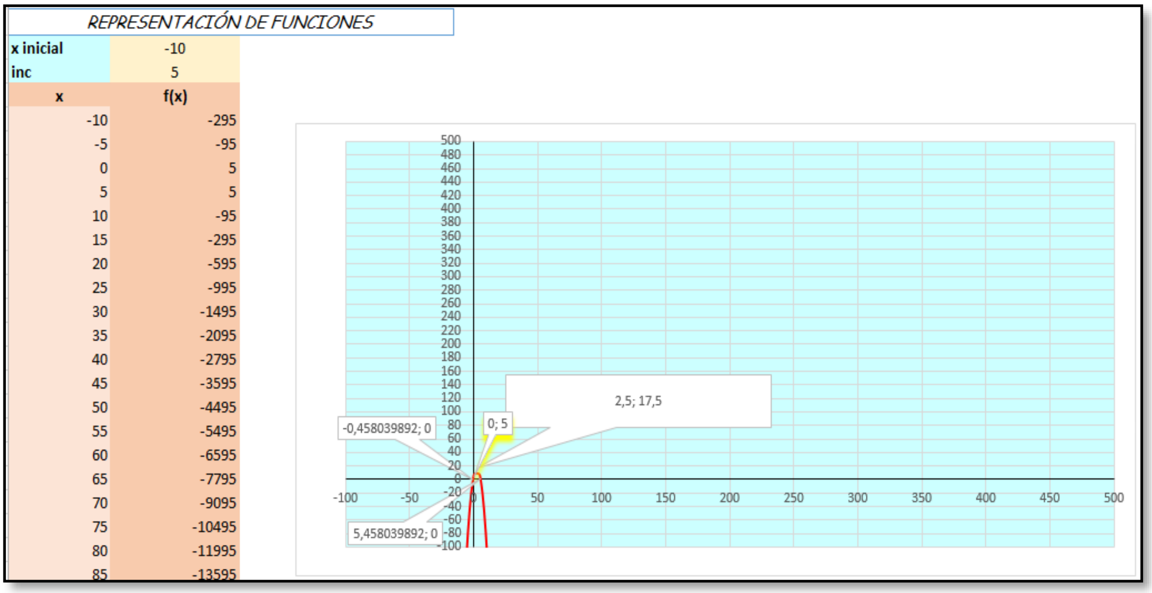
FUNCIÓN CUADRÁTICA

$f(x) = ax^2 + bx + c$	a	b	c
	-2	10	5

Cortes con el eje X		
$x_1 =$	-0,458039892	(-0,458039891549808 ,0)
$x_2 =$	5,458039892	(5,45803989154981 ,0)

Cortes con el eje Y			
$f(0)$	0	5	(0 ,5)

Vertice		(2,5 ,17,5)
$V_x = \frac{-b}{2a}$	2,5	17,5
$V_y = f\left(\frac{-b}{2a}\right)$	17,5	



REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES

x inicial	-10
inc	5
x	f(x)
-10	-295
-5	-95
0	5
5	5
10	-95
15	-295
20	-595
25	-995
30	-1495
35	-2095
40	-2795
45	-3595
50	-4495
55	-5495
60	-6595
65	-7795
70	-9095
75	-10495
80	-11995
85	-13595

29. Resolución de problemas ámbito matemático

De acuerdo con Woods (1985), se ha definido problema como una situación estimulante para la cual el individuo no tiene respuesta, es decir, el problema surge cuando el individuo no puede responder inmediata y eficazmente a la situación.

Esta definición da lugar a la distinción entre dos tipos básicos de situaciones no resueltas: según Garrett (1986), los problemas serían “situaciones donde el paradigma existente no puede aplicarse o incluso puede no existir solución” y “aquellas situaciones donde se conoce o asume que puede resolverse con un paradigma dado recibirían el nombre de puzles.

- Entre los modelos propuestos por matemáticos destaca:

Polya. Cabe recordar lo que dice Polya (1975): "Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la resolución de todo problema hay un cierto descubrimiento". Su modelo se basó en las observaciones que había realizado como profesor de matemáticas y la obra de los gestaltistas.

El enfoque Gestalt responde a las siguientes preguntas:

¿Qué se aprende? Estructuras

¿Cómo se aprende? Reorganizando la relación existente entre los elementos

- Tipos de Tareas: Productivas y Creativas

Detalles de la teoría: vagos

- Rol del sujeto cognocente: Activo, Explorador Constructor.

A partir de lo anterior surge que la resolución de problemas está basada en los procesos cognitivos que tienen como resultado encontrar una salida a una dificultad, una vía alrededor de un obstáculo, alcanzando un objetivo que no es inmediatamente alcanzable.

Este modelo consta de cuatro fases que, a su vez, tiene otras subfases, y que él explica así:

- Comprender el problema.

Concebir un plan. Esto implica determinar la relación entre los datos y la incógnita. De no encontrarse una relación inmediata, puede considerar problemas auxiliares. Para obtener finalmente un plan de solución.

Ejecutar el plan.

- Examinar la solución obtenida.

Cada uno de estos los descompone de tal manera que se sugieran estrategias individuales (considerando las estrategias como una técnica general para resolver problemas, que no garantiza que se encuentre la solución, pero constituye una guía para resolver el problema) a las que se podría recurrir en momentos adecuados como: (Como se cita en didáctica de las matemáticas, (Rodríguez et al.. 2017)

Si no se es posible resolver el problema propuesto, búsquese un problema similar apropiado que si sepa resolver.

- Trate de avanzar
- Restrinja las condiciones.
- Busque un contraejemplo.
- Tantee

29. Cambie el enfoque conceptual

Schoenfeld, su trabajo juega un papel importante en la implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Fundamenta su propuesta en la denominada adopción de un “microcosmo matemático” en el salón de las clases. Esto es, propiciar en el aula condiciones similares a las condiciones que los matemáticos (gente que produce matemáticas) experimentan en el proceso del desarrollo de las matemáticas.

Se inspira en las ideas de Polya, y diseña uno de los modelos más completos, sobre todo en estrategias heurísticas, la cual se basa en una observación minuciosa del proceso de resolución de problemas por sujetos reales y a posteriori, construye bloques de conductas más o menos homogéneos, que se dan en un período de tiempo, y así califica los bloques de modo que especifique su función en la globalidad del proceso.

Sus fases son: Análisis, exploración, ejecución y comprobación.

En el análisis se traza un diagrama si es posible, se examinan casos particulares (ejemplificando el problema, explorando las distintas posibilidades o buscando secuencias), probar a simplificar el problema.

Adicionalmente añade que en la exploración se revisan problemas equivalentes, ya sea sustituyendo las condiciones, recombinando los elementos, introduciendo elementos auxiliares y replanteando el problema. En la fase de ejecución se deben analizar problemas equivalentes.

Por último, debe llevarse a cabo la comprobación, en donde se debe dar respuesta a preguntas como: ¿Utiliza todos los datos pertinentes? ¿Es acorde con las predicciones? ¿Se puede obtener la misma solución por otro método? ¿Está acorde con las predicciones? ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?

Goldin (1998), influenciado por Polya, edita su obra en torno al análisis especifico de las variables sintácticas, de contenido y de contexto, estructurales y heurísticas que inciden en la dificultad de las tareas matemáticas. Análisis que pone de manifiesto la utilidad del conocimiento y del control de estas variables por partes del profesorado para, por ejemplo, crear problemas de estructura matemática isomórfica variando la sintaxis, el contenido y el contexto (Arrieta, 1989, p.65).

A lo anterior se puede añadir que muchos alumnos necesitan “imaginar” la situación del problema para poder resolverse. Es por eso que Goldin utiliza la palabra “imagen” para referirse no sólo a imágenes visuales, sino también a imágenes de palabras. Con lo anterior, el alumno estaría en mejores condiciones para pasar a un sistema de representación en el procesamiento de la notación formal.

De acuerdo con Rodríguez, et al. (2017). Una gran parte del aprendizaje de matemáticas va encaminado al dominio de una notación formal. Ahora bien, si los alumnos utilizan simultáneamente los anteriores sistemas de representación, aumenta la comprensión de los conceptos matemáticos (p.46).

Mayer et al. (1993), asocian distintos tipos de conocimientos con cada una de las fases de la resolución de problemas matemáticos. Añade que en la fase de identificación y definición del problema se encontraría implicados:

El conocimiento lingüístico o conocimiento del idioma en que está expresado el enunciado;

El conocimiento semántico o conocimiento sobre los hechos del mundo representados en las palabras del enunciado y;

El conocimiento esquemático o conocimiento del tipo de problema al que pertenece el enunciado. Este conocimiento no sólo interviene en la comprensión del problema, sino que facilita su solución al proporcionar pistas para la actuación ante el problema. (Pérez et al., 2013)

Uno de los últimos modelos publicados es el De Guzmán (1991), que sobre las cuatro fases de Polya, orienta y anima al resolutor para que avance:

- Familiarizarse con el problema.
- Trata de entender a fondo la situación
- Con paz, con tranquilidad, a tu ritmo
- Juega con la situación, enmárcala, trata de determinar el arte del problema, piérdele el miedo.
- Búsqueda de estrategias:
- Empieza por lo fácil
- Experimenta
- Haz un esquema, una figura o un diagrama.
- Escoge el lenguaje apropiado, una notación apropiada.
- Busca un problema semejante.
- Inducción.
- Supongamos el problema resuelto.
- Supongamos que no.
- Lleva adelante tu estrategia:
- Selecciona y lleva adelante las mejores ideas que se te hayan ocurrido en la fase anterior.
- Actúa con flexibilidad.

Examina a fondo el camino que has seguido. ¿Cómo has llegado a la solución? O bien ¿Por qué no llegaste?

- Trata de entender no sólo que la cosa funciona., sino por qué funciona.
- Mira si encuentras un camino más simple.
- Mira hasta dónde llega el método.
- Reflexiona sobre tu propio proceso de pensamiento y saca consecuencias para el futuro

De lo anterior se puede decir el modelo de Guzmán se basa en los modelos de Polya y Schoenfeld y en su propia introspección, de esta manera se introducen refuerzos afectivos que ayuden a eliminar los bloqueos que a veces se producen.

Y como señala Alonso (1988), la mayoría de esos modelos son modelos formales, construidos a expensar de un priori, que el proceso ideal, conceptual o lógico, si se quiere, para resolver problemas.

30. Desde la psicología

Dewey, psicólogo y pedagogo funcionalista, quien se destaca por su “teoría de interés”, quien presentó, a finales del siglo pasado, un modelo para resolver problemas (Rodríguez et al, 2017) con las seis fases siguientes:

- Identificación de la situación problemática
- Definición precisa del problema.
- Análisis medios-fines. Plan de solución
- Ejecución del plan
- Asunción de las consecuencias
- Evaluación de la solución. Supervisión. Generalización.

Este modelo, está enfocado hacia problemas en general, entonces se puede encontrar una secuencia que se va a repetir sin cambios significativos.

Wallas (1926) en el “Tthe Art of Thought” muestra un modelo para resolver problemas con cuatro fases:

- Preparación: Recolección de la información e intentos preliminares de solución.
- Incubación: Dejar el problema de lado para realizar otras actividades o dormir.
- Iluminación: Aparece la clave para la solución.
- Verificaicón: Se comprueba la solución para estar seguro de que funciona.

El pensar se realiza por cuanto el individuo agrupa, reorganiza, estructura y está referido al todo, es decir, que el problema requiere solución. El descubrimiento no es un resultado nuevo, sino más bien que una situación es percibida de una forma distinta y más profunda, ellos implican un proceso de clausura en el cual un campo es reestructurado para restaurar la armonía y obtener el equilibrio; el pensamiento creativo es la construcción de modelos deficientes en su estructura, dar forma acabada a aquello que no la tiene (Wikidot, 2016).

Los trabajos de Duncker van encaminados a cómo orientar el proceso para conseguir el “insight”. Insiste en el doble proceso que hay que realizar para resolver un problema: el procesamiento desde arriba, que parte desde el análisis de los objetivos y del replanteamiento del problema; y el procesamiento desde abajo, que parte desde el análisis de los elementos para llegar al objetivo del problema.

Mason, Burton y Stacey, este modelo analiza el pensamiento y la experiencia matemática en general, que engloba como un caso particular la resolución de problemas (Ávila, 2017).

Las emociones de quien resuelve el problema, son elementos indispensables en el proceso de razonar matemáticamente, que considera motivado por una situación en la que se mezclan contradicciones, tensión y sorpresa en una atmósfera de preguntas, retos y reflexiones.

Este modelo consta de tres fases:

- Fase 1: Abordaje, está encaminada a comprender, interiorizar y familiarizarse con el problema. Responde a interrogantes como:

¿Qué es lo que sé?

¿Qué es lo que quiero?

¿Qué es lo que puedo usar?

- Fase 2: Ataque, es la fase más compleja ya que pretende asociar y combinar toda la información de la fase anterior.

Los procesos matemáticos que aparecen en esta fase son: la inducción, la deducción

- Fase 3: Revisión, cuando se consigue una solución es conveniente revisarla e intentar generalizarla a un contexto más amplio, por lo que es necesario:
- Comprobar la solución de cálculos, el razonamiento y que la solución corresponda al problema.
- Generalizar a un contexto más amplio, buscar otra forma de resolverlo o modificar los datos iniciales.
- Redactar la solución dejando claro qué es lo que se ha hecho y por qué

El método ideal es otro modelo de resolución, el cual fue creado por Bransford y Stein. Las letras de la palabra IDEAL indican los elementos del método. Sus fases son:

1. I= Identificación del problema

2. D=Definición y representación del problema.

3. E= Exploración de posibles estrategias.

4. A= Actuación, fundada en las estrategias.

5. L= Logros, observación y evaluación de los efectos de nuestras actividades.

La primera fase pretende ayudar a identificar problemas. A manera general, los libros pasan por alto esta fase y cargan el acento en la resolución de problemas prefabricados, en vez de detectar y utilizar problemas cotidianos.

En el segundo aspecto se define y se representa el problema con el mayor cuidado y precisión que sea posible.

El tercero, está enfocado a la exploración de distintas vías o métodos de resolución, lo que requiere de un análisis para revisar cómo estamos reaccionando ante el problema y de esta manera considerar otras estrategias que podrían ser válidas.

Las dos últimas fases, actuación y logros, son las que permiten al resolutor actuar y comprobar los logros alcanzados.

Ahora, nos referimos a las teorías basadas en el procesamiento de la información, se distinguen tres fases:

- Fase 1: Preparación

La preparación supone de un análisis e interpretación de los datos disponibles inicialmente y de las restricciones. Además, una identificación del criterio de solución, esto desde la comprensión hasta el desarrollo del plan.

- Fase 2: Producción.

Esta fase comprende diversas operaciones que están relacionadas con la recuperación, el almacenamiento, la exploración y transformación de la información hasta llegar a una solución.

- Fase 3: Juicio

En el enjuiciamiento se evalúa la solución generada, en contraste con el criterio de solución, con el propósito de comparar el resultado.

En la década de los sesenta, Allen Newell y Herbert Simón dirigiendo un grupo de investigación universitaria de Carnegie-Mellon, dieron lugar a la teoría modelo por ordenador del Solucionador General de Problemas (GPS); un sistema de procesamiento humano de información con la capacidad para aprender y adaptarse a las exigencias de un contexto de tareas.

En 1983, Mayer, desde la óptica del pensamiento de la información, analiza los conocimientos necesarios para la resolución de problemas matemáticos. Considera dos estados y cada uno de ellos con su respectivo tipo de conocimiento.

Estadio:

- Traducción
- Tipo de conocimiento:
- Lingüístico
- Semántico
- Esquemático
- Solución
- Tipo de conocimiento:
- Operativo
- Estratégico

De acuerdo con Rodríguez, J. et all. (2017), se definen estos conocimientos así:

- Conocimiento lingüístico o conocimiento de lengua en que está redactado el problema.
- Conocimiento semántico: conocimiento del significado de las palabras.
- Conocimiento esquemático: conocimiento de los distintos tipos de problemas.
- Conocimiento operativo: Conocimiento sobre las operaciones, ecuaciones, etc.
- Conocimiento estratégico: Saber acerca de técnicas heurísticas o tener habilidades para saber utilizar los conocimientos disponibles para resolver un problema.

Kulm (1979), presenta un esqueleto teórico mostrando cómo las variables de la tarea pueden influir sobre el proceso de resolución de un problema dividido en fases. También creó una clasificación similar a la de Mayer, de las variables que influyen en el proceso resolución de un problema:

- Variables Sintácticas, que describen la estructura gramatical y la complejidad del enunciado del problema.
- Variable de contenido y de contexto, que engloban todos los aspectos semánticos, tanto matemáticos como no matemáticos.
- Variables de la estructura, los cuales describen las características de la representación formal del problema y los procedimientos algorítmicos.
- Variables de conducta heurística, que incluyen los procesos heurísticos que son aplicables al problema y las consecuencias de aplicarlos.

II. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos muestran que la hoja de cálculo es una herramienta que fortalece el pensamiento matemático y desarrolla las competencias que los estudiantes deben adquirir teniendo en cuenta el núcleo temático de la asignatura matemática de primer semestre de educación superior.

Al enfatizar el uso, la creación y el manejo de fórmulas, se estimulan los contenidos inductivos y deductivos, por tanto al darle uso desde el primer ciclo universitario en asignatura como matemática I y II que son transversales, contribuye a la estimulación del pensamiento crítico, además de fortalecer el manejo de una herramienta que es una competencia para la vida laboral.

Al pensar en Excel como una herramienta de uso cotidiano, y cuyo manejo sea una competencia básica en el mundo laboral es importante que se introduzca su manejo desde la educación media y los primeros ciclos de educación superior, mostrando la versatilidad, no solo para el análisis de bases de datos, sino para el desarrollo de los pensamientos matemáticos, para la creación de macros y contenidos que desarrollen una herramienta creativa para la solución de problemas, temática que puede fortalecer las habilidades tanto de los estudiantes como los docentes, y todo esto, debido a la globalización, el manejo de las TIC, y las implicaciones que tienen en los modelos de educación en donde el soporte a través de los LMS juega un papel fundamental.

III. LITERATURA CITADA

Alonso A.M. (1988). Los efectos de la verdad: nuevas presentaciones del pasado y la imaginación de la comunidad.Journal Historical Sociology. https://doi.org/10.1111/j.1467-6443.1988.tb00003.x

Álvarez, D., Colorado, H. & Ospina, L. (2010). *Didáctica de las matemáticas-Una experiencia pedagógica moderna*. Ediciones Elizcom. https://books.google.com.co/books?id=LXjbdpezl_IC&pg=PT36&dq=pensamientos+matematicos&hl=es-419&sa=X&ved=0ahUKEwixk_ji4JXpAhUvc98KHftZCHgQ6AEIKDAA#v=onepage&q=pensamientos%20matematicos&f=false

Arrieta Gallastegui, J. (1989). La resolución de problemas y la educación matemática. Hacia una mayor interrelación entre investigación y desarrollo curricular. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 7* (1), 63-71. https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/51176

Arnau, J. & Bono, R. (2008). Estudios longitudinales de medidas repetidas: Modelos de diseño y análisis. *Escritos de Psicología, 2*(1), 32-41. http://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1989-38092008000300005&lng=es&tlng=es

Ávila, G. (2017). *Modelo de Mason – Burton – Stacey* [Presentación de PowerPoint]. Universidad Pedagógica Experimental Libertador Instituto Pedagógico "Rafael Alberto Escobar Lara", Doctorado en Educación Matemática. https://upeldem.files.wordpress.com/2017/02/modelo-teorico-mason-burton-stace.pdf

Bueno, E. (2017). *Efectos de la enseñanza de la hoja de cálculo Excel en el pensamiento lógico en universitarios de los primeros ciclos* [Tesis de Maestría en psicología educativa]. Universidad de San Martin de Porres. https://repositorio.usmp.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12727/2796/BUENO_OE.pdf?sequence=3&isAllowed=y

Campos, A. (2018). *Aplicación del programa Excel en la resolución de ejercicios de matrices de la asignatura de matemática II en los estudiantes del instituto superior Daniel A. Carrión* (Tesis de Maestría en educación con mención en informática y tecnología educativa). Universidad de San Martin de Porres. https://repositorio.usmp.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12727/3923/campos_mam.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Cuadra, B. & Tadeo, R. (2019). *Aplicación del programa informático Excel en el área de Matemática de los estudiantes del primer grado de secundaria-IEPE GUE José Faustino Carrión* [Tesis de Maestría en Educación con mención en Docencia Universitaria y Gestión Educativa]. Universidad San Pedro. http://repositorio.usanpedro.edu.pe/bitstream/handle/USANPEDRO/6391/Tesis_59897.pdf?sequence=1&isAllowed=y

De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Revista Iberoamericana De Educación, 43, 19-58. https://doi.org/10.35362/rie430750

Flores y Fautsch (1981). Temas selectos de matemáticas. Editorial Progreso.

Goldin G. (1998), Representational systems, learning, and problem solving in mathematics, The Journal of Mathematical Behavior, Volume 17, Issue 2, Pages 137-165, ISSN 0732-3123, https://doi.org/10.1016/S0364-0213(99)80056-1

Guía 5: Creación y formateo de hojas electrónicas, uso de fórmulas y funciones en Excel 2013. (s/f). En Emprematica (pp. 1-28). Universidad Don Bosco. https://docplayer.es/53578341-Tema-creacion-y-formateo-de-hojas-electronicas-uso-de-formulas-y-funciones-en-excel-2013.html

Chaucanés-Jácome, A., Escorcia-Mercado, J., Therán-Palacio, E., & Medrano-Suárez, A. (2014). Estrategias didácticas para potenciar el pensamiento matemático a partir de situaciones del entorno métrico-Teaching strategies to enhance mathematical thinking from environmental situations metric. Revista Científica, 20(3), 12–25. https://doi.org/10.14483/23448350.7685

Garrett (1986). El problema con la gramática: ¿Qué tipo puede usar el estudiante de idiomas?. The Modern Lenguaje Jurnal. https://doi.org/10.1111/j.1540-4781.1986.tb05257.x

Gallo, O., Gutiérrez, J., Jaramillo, C., Monsalve, O., Munera, J., Obando, G., Posada, F., Silva, G & Vanegas, M (2006). Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas. Universidad de Antioquia. Recuperado de: http://www.galileodidacticos.com/sites/default/files/M%C3%93DULO%203%20PENSAMIENTO%20M%C3%89TRICO.pdf

García Aretio, L. (1994). *Educación a distancia hoy*. UNED.

González, M. (2012). *La evaluación del aprendizaje: la evaluación formativa y la evaluación por competencias.* Editorial Universitaria.

Galvis, A., Hernández, A., Mendoza, P. & Marenco, E. (1999). Ambientes virtuales de aprendizaje: enseñanza del proyecto Oll&t. *Informática Educativa*, *12* (2), 271-294.

Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1991). El Modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. Un ejemplo: Los Giros. Educación Matemática 3(2),49-65.

Hoyos, E., Hernán, J. 2012. Representación de objetos tridimensionales utilizando multicubos. Software: multicubos, geoespacio, explorando el espacio 3D. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/2638/1/Representaci%C3%B3nHoyosAsocolme2012.pdf

Hoyos, E. & Aristizábal, J. (2012). Representación de objetos tridimensionales utilizando multicubos: software de multicubos, geoespacio, explorando el espacio 3D. En Obando, Gilberto (Ed.), Memorias del 13er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, 922-928. Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín.

Hurtado de Barrera, J. (2012). Metodología de la investigación: guía para una comprensión holística de la ciencia. Cuarta Edición. Ediciones Quirón, Venezuela.

Kulm, G. (1979). The classification of Problem - Solving Research Variables. In G. A. Golding & C. E. McClintock (Ed.), Task Variables in Mathematical Problem Solving, (pp. 1-22). Retrieved from http:// files.eric.ed.gov/ fulltext/ ED178366.pdf

Lagos, J. (2006). Matemáticas II álgebra. Universidad de Guadalajara. Pearson Educación de México.

Mayor, J., Suengas, A, y González, 1. (1993). Estrategias metacognitivas. Aprender a aprender y aprender a pensar. Madrid: Síntesis

Mcintosh,A.; Reys, B.J. Y Reys, R. E.,A (1992). Proposedframework For Examining Basicnumbersense.Forthelearning Of Mathematics 12, 3, Flm Publishingassociation,White Rock, Britishcolumbia, Canadá, 1992

Microsoft. (2020). Aplicaciones de Office. Recuperado de: https://docs.microsoft.com/es-es/office365/servicedescriptions/office-applications-service-description/office-applications

Murillo, F.J. (2004). Un marco comprensivo de mejora de la eficacia escolar. Revista Mexicana de Investigación Educativa, 21, 319-360

Myers, D. (2006), Psicología 7ma edición. Editorial Médica Panamericana:Madrid

Navarro, G. (2015). Desarrollo del pensamiento crítico a partir de las matemáticas. (Tesis de Maestría). Universidad de los Andes. Colombia. Recuperado de: https://repositorio.uniandes.edu.co/bitstream/handle/1992/13152/u714220.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Palacio,A., Solarte,S.(2013). Estudio de la resolución de problemas matemáticos no rutinarios de docentes de matemáticas en formación: Una aproximación a las estrategias Heuristicas. Licenciatura en educación con énfasis en matemáticas. Universidad del Valle

Pérez Campillo, Yosajandi y Chamizo Guerrero, José Antonio (2013). El Abp Y El Diagrama Heurístico Como Herramientas Para Desarrollar La Argumentación Escolar En Las Asignaturas De Ciencias. Ciência & Educação (Bauru), 19 (3), 499-516. ISSN: 1516-7313. Disponible en: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=251028539009

Orrego, G., Joe, E. (2017). Enseñanza de algunos tópicos de análisis multivariante y procedimientos no paramétricos aplicados a pronósticos deportivos para estudiantes de estadísticas de la universidad Tecnológica de Pereira. (Tesis de Maestría). Universidad Tecnológica de Pereira. Colombia. Recuperado de: http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/9378/T519.5071%20O75.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Paguatin, E. (2016). Tipos de investigación: Investigación aplicada vs Investigación básica. Recuperado de: https://es.slideshare.net/ingpaguatiant2/tipos-de-investigacin-investigacin-aplicada-vs-investigacin-bsica

Peri, L. (2017). Efectos de la enseñanza de la hoja de cálculo Excel en el pensamiento lógico en universitarios de primeros ciclos. Tesis de Maestría en psicología educativa. Escuela Profesional de psicología. Obtenido de: http://www.repositorioacademico.usmp.edu.pe/bitstream/usmp/2796/3/BUENO_OE.pdf

Polya George (1975). Cómo plantear y resolver problemas [título original: How To Solve It?]. México: Trillas. 215 pp .. Entreciencias: Diálogos en la Sociedad del Conocimiento, 3 (8), 419-420. ISSN:. Disponible en: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=457644946012

Politécnico Grancolombiano. (2018). Rol del tutor en escenarios para el aprendizaje virtual.

Rodarte, R. (2014). Uso de las TIC en los profesores de tiempo completo en la Licenciatura en Música DE LA Universidad Veracruzana.

Rodríguez Contreras, J.l, Romero J.C., Vergara Rios J. M. (2017). Importancia De Las Tic En Enseñanza De Las Matemáticas Revista del programa de matemáticas. Universidad del Atlantico vol 4 n2 2017.http://investigaciones.uniatlantico.edu.co/revistas/index.php/MATUA/article/view/1861/1904

Rojas, P. 2001. Pensamiento métrico: Construcción del concepto de medida. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/2418/1/Rojas2001Pensamiento.pdf

Rumbaut, F. (2017). Las tecnologías de la información y las comunicaciones en la asignatura métodos numéricos para cursos de ingeniería en la enseñanza superior. Las tecnologías de la información y las comunicaciones para cursos de ingeniería.

Sánchez, J. (2016). Estrategias didácticas para el tratamiento del cálculo en Educación Infantil. (Tesis de Pregrado). Universidad de Valladolid.España. Recupertada:

https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/18588/TFG-O%20763.pdf;jsessionid=DCC6E3A86F3A774ADB77BE5280D61520?sequence=1

Sowder, J. (1992). Estimación y sentido numérico. En D, A, Grouws (Ed.), Manual de investigación sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, págs. 371-389, Nueva York: Macmillan.

Supo, J. (2012). Seminario de investigación científica: Metodología de la investigación científica para las ciencias de la salud. Bioestadistico.com.Recuperado de: http://red.unal.edu.co/cursos/ciencias/1000012/un1/pdf/seminv-sinopsis.pdf

Toro, F. (2012). Gestión de proyectos con enfoque PMI: Project y Excel. Biblioteca Nacional de Colombia. Obtenido de: https://books.google.com.co/books?id=AXDZAQAAQBAJ&pg=PR7&dq=Definici%C3%B3n+de+la+hoja+de+calculo+Excel&hl=es-419&sa=X&ved=0ahUKEwjFraCrgJHpAhXImeAKHQ1DC1c4ChDoAQg0MAI#v=onepage&q=Definici%C3%B3n%20de%20la%20hoja%20de%20calculo%20Excel&f=false

Tuñón y Lara, M. (1866). Sobre los diferentes sistemas de numeración y la teoría de números primis. Madrid.: Imprenta de Manuel Minuesa.

Vergnaud Gérard (1990). LA TEORÍA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES. Université René Descartes. Recherches en Didáctique des Mathématiques, Vol. 10,nº 2, 3, pp. 133-170, 1990. http://www.ecosad.org/laboratorio-virtual/images/biblioteca-virtual/bibliografiagc/teoria-de-campos-conceptuales-vergnaud-1990.pdf

Vargas, G. (18 de Octubre de 2012). EL MODELO DE VAN HIELE Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/15162/1/Vargas2013El.pdf

Veiga,J., De la Fuente, E & Zimmermann (2012). Modelos de estudios en investigación aplicada: conceptos y criterios para el diseño.Recuperado de: http://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0465-546X2008000100011

Wallas, G. (1926). El arte del pensamiento. J. Cape: Londres.

Woods, DD, 1985). Desarrollo basado en el conocimiento de sistemas de visualización gráfica. Actas de la Human Factor Society, 28ª reunión anual , Baltimore, Maryland.

Zambrano, S. (2010). Diseño pre experimental. Recuperado de: https://es.slideshare.net/solanghyz/diseo-preexperimental-4298863