

# SISTEMA Y TECNOLOGÍA DE TRANSPORTE EN UN MODELO INTRA-METROPOLITANO ESTÁTICO DE LOCALIZACIÓN RESIDENCIAL\*

Harvy Vivas Pacheco\*\*

## Resumen

Este artículo propone un modelo intra-metropolitano estático de localización residencial que incluye de manera explícita una función de costo generalizado de viaje, recurriendo a los aportes ya clásicos de los diversos autores que contribuyeron a edificar las teorías del lugar central. La propuesta integra los principales aportes de Wingo (1961) con los micro-fundamentos de la moderna economía urbana.

## Abstract

According to the classical theories of the central place, this article proposes a static metropolitan model of residential localization which includes explicitly a function of total cost of travel. This proposal conjugates the main contributions of Wingo (1961) with the micro-foundations of the modern urban economy theory.

**Palabras clave:** Sistema de Transporte, Tecnología de Transporte, Localización Residencial, Renta de Posición

**Key words:** System of Transport, Technology of Transport, Residential Localization, Bid Rent.

**JEL classification:** R2, R00, R41, O18

---

\* Supported by the Programme Alan, European Union Programme of High Level Scholarships for Latin America, IN: E03D25353CO. Universitat Autònoma de Barcelona (Spain). Agradezco los comentarios del profesor Rafael Boix (Universitat Autònoma de Barcelona) a una versión preliminar de este artículo en el Seminario de Economía Urbana impartido por la profesora Roberta Capello, Doctorado de Economía Aplicada, UAB, Barcelona 2005. Artículo recibido el 27 de Marzo de 2008, aprobado el 15 de Mayo de 2008.

\*\* Ph.D. Economía, Profesor del Departamento de Economía, Universidad del Valle e investigador del Centro de Investigaciones Socioeconómicas CIDSE (Grupo de Economía Regional y Ambiental reconocido por Colciencias). Dirección electrónica: [directorcidse@univalle.edu.co](mailto:directorcidse@univalle.edu.co).

## Introducción

Este artículo desarrolla un modelo intra-metropolitano estático de localización residencial que incluye de manera explícita una función de costo generalizado de viaje por motivos laborales. El modelo planteado conduce a una solución de equilibrio parcial que se edifica sobre la base de los aportes clásicos de los autores que contribuyeron al cuerpo teórico de las teorías del lugar central. En particular se destacan los modelos monocéntricos en la tradición de Alonso (1960, 1964) y Wingo (1961) que hicieron posible modelar el efecto del sistema y la tecnología de transporte en las decisiones de localización de los agentes económicos.

No deja de asombrar que a pesar de la vertiginosa aparición en las dos últimas décadas de poderosos artefactos analíticos que intentan explicar las estructuras internas de las ciudades y de las áreas metropolitanas, su evolución hacia configuraciones policéntricas, así como la configuración de sistemas de ciudades, todavía persisten muchos rasgos del acervo conceptual de autores ya clásicos en el campo de la economía regional y urbana. Sobresalen autores como Clark (1951) con sus aportes sobre las funciones de densidad, los retoques agudos de Berry y Garrison (1958) en la sistematización de las teorías del lugar central a partir de los aportes de Von Thünen, el ordenado y sistemático tratamiento de Wingo (1961<sup>a</sup>, 1961<sup>b</sup>) sobre los problemas de congestión y accesibilidad en el interior de las áreas urbanas y los desarrollos de Mills (1972) en el análisis de la estructura urbana.

Una mirada sistemática a estas contribuciones permite distinguir rasgos de crucial importancia como el papel que juegan el sistema y la tecnología de transportes en la configuración urbana y en las decisiones de localización residencial que enfrentan las familias. En este orden de ideas, el artículo se centra en el análisis estático del sector familiar urbano, tomando como base los planteamientos de Wingo (1961a y 1961b), los principales aportes de Alonso (1960) sobre localización residencial y las variantes sugeridas a partir de los desarrollos recientes de la ciencia urbana y regional.

El modelo planteado es intra-metropolitano en razón de que se ocupa de las decisiones de localización en el interior del área urbana y estático en la medida que no considera la dinámica del proceso de ajuste locacional, tal como sí lo hacen los desarrollos de Fujita, Krugman y Mori (1999) desde otra perspectiva analítica. El trabajo realiza algunos ejercicios de estática comparada, en un marco de equilibrio parcial, que permiten observar los efectos que sobre la renta de localización tendrían las variables asociadas al sistema y a la tecnología de transporte (medidos a través de la capacidad del sistema y una función de tiempo de espera).

## Estructura del Modelo

El modelo teórico toma como punto de partida un área metropolitana circular con un centro único en el que se localizan todas las oportunidades de empleo. Los agentes realizan viajes por motivo trabajo incurriendo en costos de pendularidad que se expresan en una función de costo generalizado de viaje (CGV) que incluye costos monetarios (CM)

y no monetarios (CNM), estos últimos asociados a una función de valor marginal del ocio (VMO).

Las distancias y la noción de espacio definidos en el modelo es euclidiano y la estructura interna de la red de transporte es radial: el sistema de transporte es descentralizado y consta de  $F$  radios de desplazamiento que se superponen a una red rectilínea que converge hacia el distrito central.

El modelo supone la existencia de un sistema saturado con fricción en las horas pico que determina unas velocidades efectivas de los medios de transporte, mientras que en las horas valle el sistema opera en condiciones de velocidad libre. La capacidad del sistema está determinada por la existencia de cuellos de botella o puntos de congestión que generan colas de espera para aproximarse a los respectivos lugares de trabajo en donde rige una jornada laboral de duración única.

El espacio urbano es iso-mórfico e iso-trópico en la medida que no existen ventajas naturales de localización. Las decisiones de localización de las familias están regidas por las necesidades de desplazamiento del jefe del hogar. La unidad de análisis es la familia y se define  $(n_k)$  como la subpoblación de familias del grupo  $(k)$  con hábitos de consumo, valor marginal del ocio y funciones de preferencia de espacio y de características ambientales y culturales similares.

Adicionalmente definimos  $(q)$  como el *espacio residencial por familia*, de tal forma que la *densidad residencial neta* es  $(1/q) = q^{-1}$ , indicador que condensa las características de la demanda de espacio.

La oferta de espacio, por su parte, es una función de la distancia y está limitada por la longitud del área metropolitana:  $S^s(s) \leq S$ .

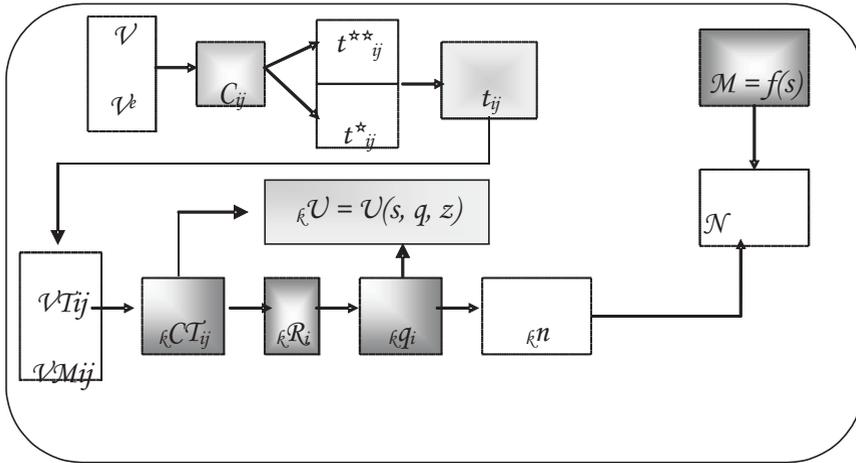
La naturaleza del modelo es determinística en el mismo sentido que le confieren a los modelos de demanda de espacio residencial Alonso (1960) y Wingo (1961<sup>a</sup>). Las variables de entrada, que no se determinan en el interior del sistema, son las siguientes: población, oferta de espacio, sistema y tecnología de transportes, precios de los inputs de transporte, tales como combustible, carburantes, neumáticos, tarifas de parqueo, etc.

Las variables de salida son la variación de la densidad de una población  $(n_k)$  y la decisión locacional de las familias como unidades de observación. El modelo conduce a la configuración de espacios residenciales que se segregan de acuerdo con diferentes niveles de rentas de localización.

El conjunto de relaciones del modelo se expresa a través de las funciones de densidad, congestión, costos generalizados y demanda de espacio residencial, teniendo en cuenta la estructura de preferencias y el vector de características de cada tipología de familias  $k$ : valor marginal del ocio, características de la demanda de espacio residencial neto por familia, preferencias ambientales y culturales. Algunas de estas relaciones se expresan con

una base de geometría funcional.

El esquema lógico-operativo del modelo se resume en el siguiente diagrama:



**Figura 1. Esquema lógico y operativo del modelo**

Nomenclatura

---

$\mathcal{V}$	velocidad libre de circulación (sin fricciones)
$\mathcal{V}_e$	velocidad efectiva
$C_{ij}$	Capacidad del sistema de transporte
$t^{**}_{ij}$	Tiempo medio de congestión o pérdida media por
$t^*_{ij}$	Tiempo puro de circulación
$t_{ij}$	Tiempo total de pendularidad
$M = f(s)$	Función de densidad residencial (s: distancia)
${}_k \mathcal{U} = \mathcal{U}(s, q, z)$	Función de utilidad de la familia con estructura de Preferencias k
$\mathcal{N}$	Población teórica
${}_k n$	Subpoblación
$\mathcal{V}T_{ij}$	Valor del tiempo consumido por desplazamiento
$\mathcal{V}M_{ij}$	Valor Monetario de los desplazamientos por motivo trabajo
${}_k R_i$	Renta de posición
${}_k q_i$	Demanda de espacio residencial neto por familia

---

## Estructura de preferencias y equilibrio locacional

Existen diferentes vías para formalizar la decisión individual de las familias, desde la perspectiva formal del modelo de Alonso (1964) hasta la exposición de Straszheim (1987, pp. 117-119) o la formulación sintética de Capello (2004, pp. 80-86) y la de Fujita (1989, pp. 11-30).

De acuerdo con la nomenclatura utilizada en este artículo la función de utilidad de la familia con estructura de preferencias  $k$  (como subíndice izquierdo) viene expresada de la siguiente manera:

$$(Exp. 1) \quad {}_k U = U(s, q, z)$$

De tal modo que la función es creciente, continua, diferenciable, estrictamente cuasiconcava, decreciente con la distancia  $s$  y con utilidades marginales  $\{U_q, U_z\} > 0$  y  $U_s < 0$ . Los costos de transporte desde la localización de los hogares del grupo  $k$  hasta el distrito central son crecientes con la distancia,  $(CT/s) > 0$ . Los precios de alquiler unitario  $\{r\}$  también decrecen con la distancia al distrito central:  $(r/s) < 0$ .

El programa de optimización se expresa mediante:

$$(Exp. 2) \quad \begin{aligned} \text{Max } {}_k U &= U(s, q, z) \\ \text{s.a. } z + r \cdot q + s \cdot Y & \end{aligned}$$

En donde  $(Y)$  representa la renta agregada de la unidad de decisión que pertenece al grupo de preferencias  $k$ .

Obsérvese que  $CT(s) = \dots$ , con  $\dots$  denotando el costo unitario de transporte.

Suponemos que el precio del bien agregado,  $z$  - que opera como numerario - es la unidad.

Las condiciones de primer orden permiten definir el equilibrio locacional el cual implica un trade off entre costos de desplazamiento y costos del suelo o de alquiler.

De igual modo si diferenciamos la función de utilidad respecto a la distancia y mantenemos el nivel de utilidad constante se obtiene la curva de renta ofertada o *bid rent* del modelo original de Alonso. Esta curva también se deduce de las condiciones de primer orden a través de la relación  $U'_q/U'_z = r(s)$ <sup>1</sup>

Una manera alternativa de abordar el problema reside en la especificación de una función de utilidad que introduzca como argumentos el costo de desplazamiento y el valor del alquiler agregado - en el espacio de preferencias  $k$ - La especificación quedaría entonces:

<sup>1</sup> Es preciso observar que el Lagrangiano del programa de optimización toma la forma:

$$L = U(s, q, z) - [z + r \cdot q + s \cdot Y]$$

$$\text{(Exp. 2')} \quad U = U(-s, -q \cdot r)$$

$$U/s = -q \cdot (r/s) = 0$$

De donde se obtiene que  $(r/s) = [-U/q]$

La curva de renta ofertada o bid rent, representa así la renta máxima por unidad de suelo que la familia está dispuesta a pagar por residir a la distancia  $i$  del distrito central y disfrutar de un nivel de utilidad fija.

Tal como lo expresa Fujita (1989, p. 14) y Capello<sup>2</sup> (2004, p. 83, nota 2.4) esta renta puede expresarse matemáticamente como:

$$\text{(Exp. 3)} \quad (r,s) = \text{Min} \{ (Y - z - s) / q(s) \}^3$$

s.a.  $U(q,z,s) = U^*$

Valga anotar, como aportación histórica, que el trabajo de Wingo (1961<sup>3</sup>) (nota 1, capítulo V) alude al trabajo previo de Alonso en su disertación en la Universidad de Pensilvania, todavía no publicado hasta aquel momento, como una “*curva de precio de demanda*” que representa un conjunto de precios del suelo y de distancias (a partir del centro), entre los cuales el individuo se halla indiferente y la utiliza como función paramétrica que considera de manera explícita los precios del suelo.

Wingo introduce en su análisis de transporte y suelo urbano una especificación linealizada que luego utiliza para evaluar las decisiones de localización con fines residenciales, aunque formulando de manera explícita una función de demanda de elasticidad constante: “Alonso no se apoya en una expresión formal de la demanda, puesto que ésta se sobrentiende en la curva de precio de demanda” (Wingo, 1961, p. 92, n. 1).

No obstante, llama la atención como el mismo Wingo llega a la deducción de una curva de renta ofertada como la denominamos hoy a partir de una ruta completamente diferente a la de Alonso en su trabajo de 1964.

---

<sup>2</sup> Se trata de una curva que traspone la tradicional representación de indiferencia en el espacio de consumo a una curva de indiferencia en el espacio urbano, tal y como lo señala Capello (2004, p. 83).

<sup>3</sup> Agradezco a Carlos Andrés Pérez de la Maestría en Economía Aplicada por su anotación al dual del programa de optimización.

## Densidades residenciales y distribución poblacional

De acuerdo con la tradición analítica proveniente de los aportes de Clark (1951) si definimos  $M$  la densidad y  $s$  la distancia al centro con una estructura monocéntrica en la tradición de von Thünen, de tal modo que:

$$\text{(Exp. 4)} \quad M = f(s), \text{ con } (dM/dS) < 0$$

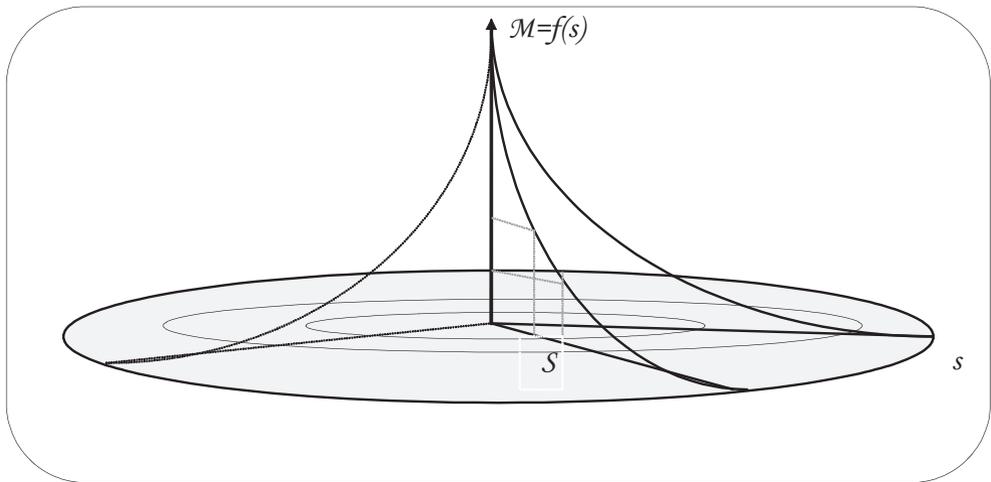
En la formulación de Clark se supone una relación funcional con decrecimiento exponencial continuo a medida que nos alejamos del centro:

$$\text{(Exp. 4')} \quad M = M_0 e^{-gs},$$

con  $g$  el gradiente de densidad y  $M_0$  la densidad en el centro de la ciudad. Obsérvese que en este caso particular:

$$\text{(Exp. 4'')} \quad (dM/dS) = -gM_0 e^{-gs}$$

Su representación corresponde a un cono de densidades (figura 2) con un área generatriz que depende de la pendiente de la curva en cada punto.



**Figura 2. Cono exponencial negativo de Densidades**

La población teórica de la ciudad en un radio  $S_1$  se estima mediante:

$$\text{(Exp. 5)} \quad N^* = 2Sf(s) ds, \text{ evaluado entre } 0 \text{ y } s_1$$

Esta expresión permite apreciar que la población total del área metropolitana dentro de un radio de  $s$  unidades de distancia (millas o kilómetros) viene definida por el volumen generado por la rotación de las distintas densidades en torno al punto central, lo que desde

la perspectiva de la geometría funcional corresponde a un sólido de revolución.

Su volumen se determina como el producto entre el área generatriz y el trayecto de revolución. En la figura anterior se puede apreciar que el área es  $\int_0^S M_i^* S$  y el trayecto de giro es  $2 \int_0^S S$ . La expresión discreta de la población teórica es entonces:  $N^* = 2 \int_0^S M_i^* S$ , que en el caso continuo corresponde a la expresión 5.

Ahora bien, utilizando la forma funcional exponencial decreciente y conociendo que:  $d(U^*V) = U^*dV + V^*dU$ , de donde  $UV = \int Udv + \int VdU$   $Udv = UV - \int VdU$ .

Si  $U = S$  (distancia) y  $dV = e^{-gs} ds$ , entonces:

$$(Exp. 5') \quad Udv = -(S/g) * e^{-gs} + (1/g) \int e^{-gs} ds$$

Resolviendo llegamos a una expresión sintética de la población teórica en función de la distancia, el gradiente y la densidad en el centro:

$$(Exp. 5'') \quad N^* = 2 \int_0^S M_0 (1/g^2) [1+gs] e^{-gs} ds$$

Ahora bien, de acuerdo con las consideraciones anteriores de las unidades de decisión y su distribución teórica en el espacio urbano, es preciso avanzar hacia la consideración integral de las decisiones efectivas de localización y de demanda de espacio residencial neto por familia ( $q$ ).

### Estructura y Análisis de las decisiones de localización

Las piezas teóricas aportadas por los micro-fundamentos de la función genérica de utilidad y el patrón de distribución de acuerdo con la distancia euclidiana al distrito central, permite dilucidar la trama de decisiones de localización residencial de acuerdo con la tipología de preferencias, representadas por el subíndice  $k$ .

Como ( $r$ ) es el precio de la unidad espacial o el alquiler unitario (por ejemplo en  $m^2$ ) y  ${}_k q_i$  es la cantidad de espacio consumido por una familia que pertenece al grupo  $k$  y que se ubica en el punto del espacio urbano  $i$ , podemos decir que el espacio demandado por familia en  $i$  se expresa por:

$$(Exp. 6) \quad {}_k q_i = D^k r_i$$

suponiendo la existencia de elasticidades de demanda constantes en el interior de cada grupo de preferencias  $k$ .

$D$  es el parámetro de escala de demanda y  $\epsilon$  la elasticidad precio de la demanda de espacio en el grupo  $k$ . El valor del alquiler unitario (real o inputado) se expresa con " $r$ ".

La (Exp. 6) en forma lineal queda:

$$(Exp. 6') \quad \ln ({}_k q_i) = \ln (D) + c \cdot \ln (r_i), \text{ con } c < 0$$

De otra parte sabemos que el gasto total en los servicios que presta el espacio residencial viene dado por la siguiente expresión, tal como lo expresa la (Exp. 2') :

$$(Exp. 7) \quad {}_k R_i = ({}_k r_i) \cdot ({}_k q_i),$$

R corresponde al arriendo total de espacio, sin embargo desde una perspectiva microeconómica este valor representa una **RENTA DE POSICIÓN** de una familia típica del grupo k ubicada a la distancia i del lugar central o.

De la anterior expresión despejamos la demanda de espacio y obtenemos:  ${}_k q_i = R_i \cdot r_i^{-1}$ , cuya forma lineal es la siguiente:

$$(Exp. 8) \quad \ln ({}_k q_i) = \ln (R) - \ln (r)$$

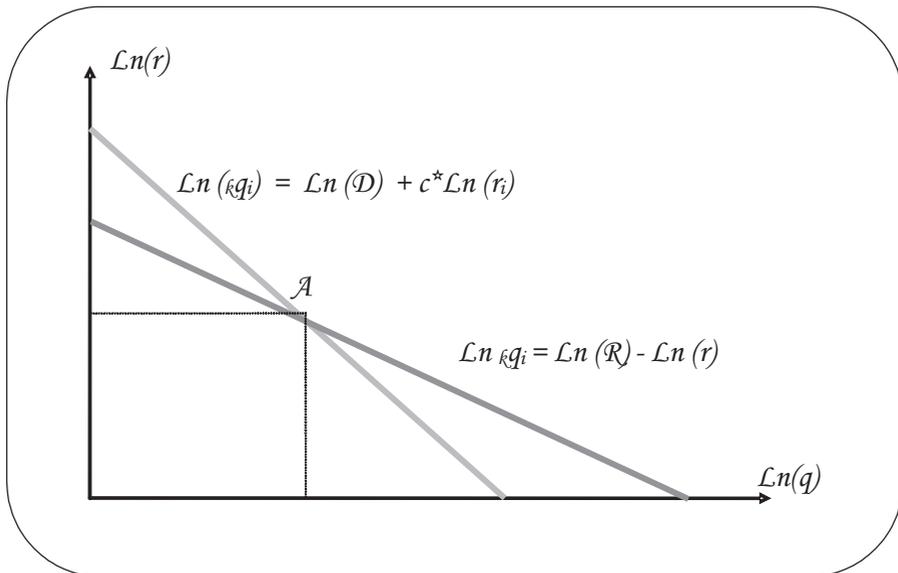
Igualando las dos ecuaciones en su forma lineal se obtiene:

$$(Exp. 9) \quad \ln (D) + c \cdot \ln (r) = \ln (R) - \ln (r)$$

$$\ln (r) = [\ln (R) - \ln (D)] / (1 + c)$$

Al aplicar exponenciales se obtiene la siguiente ecuación:

$$(Exp. 10) \quad {}_k r = e^{[\ln (R) - \ln (D)] / (1 + c)}$$



Las dos formas linealizadas se representan en la figura 3:

**Figura 3. Renta y demanda de espacio residencial neto por familia.**

Manteniendo el supuesto de que la localización de la familia se asocia a la decisión de los jefes de los hogares y que la jornada laboral diaria en el distrito central es  $w$  para todos los trabajadores (expresada en horas),  $w$  la tasa salarial horaria de mercado, y  $W$  el salario diario de mercado, podemos expresar ésta última - de acuerdo con Wingo (1961<sup>b</sup>) como:

$$(Exp. 11) \quad W = w^*$$

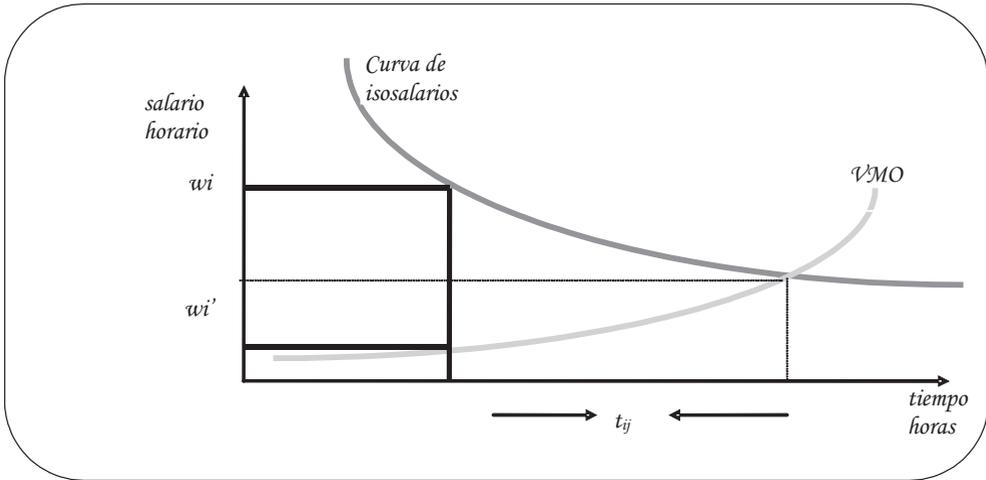
Si consideramos que este salario diario es la compensación por el trabajo y tiempo de desplazamiento o de pendularidad del trabajador ( $t$ ), entonces podemos expresar la anterior ecuación de la siguiente forma:

$$(Exp. 11') \quad W = w' (c + t)$$

De tal modo que  $w'$  es un salario diferente al de mercado - no observable directamente - en la medida que tiene en cuenta el tiempo inmutable al desplazamiento que obligatoriamente debe realizar el trabajador para cumplir con sus obligaciones contractuales.<sup>4</sup> Igualando las dos expresiones y despejando  $w'$  se obtiene

$$(Exp. 12) \quad \begin{aligned} w' &= (w \cdot c) / (c + t) \\ &= W / (c + t) \end{aligned}$$

<sup>4</sup> A mi modo de ver este es un aporte crucial que Wingo realizó en su trabajo pionero y que de manera curiosa no ha recibido mayor atención en la literatura posterior. Establecer la diferencia entre el **salario manifiesto** ( $w'$ ), tal como lo denomina Wingo y el **salario de mercado** resulta de suma relevancia en aquellos países o regiones que no cuentan con sistemas de subsidio de transporte para trabajadores de bajos ingresos y que finalmente reciben un castigo mayor por la fricción de distancia a sus puestos de trabajo. Tal como se demuestra más adelante, aún con un sistema de compensación por la vía de las tarifas de transporte, los trabajadores marginales o aquellos que no gozan de una localización cercana a su puesto de trabajo perderían en términos de bienestar al menos que su salario manifiesto se aproximara al salario horario de mercadocosa que sucede solamente en el caso límite de obicuidad representado por el límite de la expresión 12'.



**Figura 4. Salario horario de mercado y salario manifesto según Wingo (1960<sup>b</sup>)**

Cuando  $t$  toma un valor cercano a cero los dos salarios tienden a igualarse, mientras que si el trabajador se localiza distante al lugar de trabajo el **salario manifesto** disminuye:

(Exp. 12')  $\{ \lim_{t \rightarrow 0} W / (w + t) = 0 \text{ y } \lim_{t \rightarrow \infty} W / (w + t) = w \text{ (el salario horario de mercado)} \}$

Tomando como referencia una función de valor marginal del ocio (valor de la hora marginal) y un curva de isosalarios se puede representar gráficamente el anterior argumento:

Obsérvese que el valor marginal del ocio viene determinado por  $w'(t)$  y no por  $(w + t)$  como lo suponen los modelos microeconómicos convencionales (aespaciales).

Ahora bien, sea  ${}_k CT_{ij}$  el costo total de los viajes por motivo de trabajo para una familia con estructura de preferencias  $k$  en sus desplazamientos por motivo trabajo desde  $i$  hasta  $j$ .

${}_k VT_{ij}$  el valor del tiempo consumido (según la hora marginal) en los desplazamiento de una familia típica del grupo  $k$  desde  $i$  hasta  $j$ .

${}_k VM_{ij}$  representa el costo monetario de los desplazamientos a lo largo de los ejes de comunicación con el distrito central.

De este modo el costo total tiene dos componentes claramente diferenciados que se resumen en la siguiente expresión:

$$(Exp. 13) \quad {}_k CT_{ij} = {}_k VT_{ij} + {}_k VM_{ij}$$

De lo anteriormente desarrollado podemos concluir que el valor del tiempo consumido en los desplazamientos se expresa de la forma siguiente:

$$(Exp. 14) \quad {}_kVT_{ij} = w'(t) - (w)$$

Si definimos el trabajador marginal (denotado con el subíndice  $m$ ) como aquel que tiene los mayores costos de desplazamiento en cada anillo concéntrico de localización, se deduce de inmediato que este trabajador determina el salario diario relativo para cada grupo de preferencias  $k$ , de tal manera que los trabajadores no marginales reciben un **premio** que correspondería tanto en el modelo de Alonso (1960, 1964), como en el de Wingo (1960) a la **RENTA DE POSICIÓN**.

Con base en los resultados anteriores podemos entonces definir el costo total de los viajes o costo generalizado de viaje por motivo trabajo mediante la siguiente ecuación:

$$(Exp. 15) \quad {}_kCT_{ij} = w'(t) - (w) + {}_kVM_{ij}$$

### El Sistema y la Tecnología de transporte

Hasta este momento falta dilucidar el segundo componente de los costos totales de desplazamiento. Los costos monetarios de los movimientos pendulares de los trabajadores tienen, por una parte, un componente que depende de la distancia recorrida y que se expresa en gastos monetarios en carburante, neumáticos, combustible, desgaste por efectos de fricción de las piezas que componen el vehículo.

El otro componente de estos costos no depende de la distancia sino del número de viajes que realicen los miembros de la unidad de análisis, tales como las tarifas de parqueo y los peajes ubicados en el interior del área metropolitana.

La expresión 16 condensa estos componentes básicos del sub-modelo de costos monetarios:

$$(Exp. 16) \quad {}_kVM_{ij} = s_o P_s X_s + P_h X_h$$

Costos monetarios de los inputs que dependen de la distancia (carburantes, combustibles, etc)	Costos monetarios que no dependen de la distancia sino del número de viajes (peajes urbanos, parqueadero, etc)
---	--

S la distancia recorrida, P los precios y X las respectivas cantidades de los inputs.

Lo anterior permite re-escribir la expresión 15 desglosando cada uno de estos últimos componentes:

$$(Exp. 15') \quad {}_kCT_{ij} = w'(t) - (w) + s_{io}P_sX_s + P_hX_h$$

Debe anotarse aquí que el modelo supone que los precios de los inputs son exógenos en la solución del sistema.

Ahora bien, tal como lo anotamos al principio del artículo, si el sistema opera en condiciones de saturación (esto es, sin capacidad inutilizada) implica que de manera ineludible aparecen colas de espera que están determinadas por los puntos de congestión y de restricciones de capacidad.

Esta consideración apunta directamente hacia los determinantes de los tiempos de pendularidad que enfrentan los agentes en sus desplazamientos ( $t_{ij}$ ).

Estos costos de tiempo se pueden desglosar en dos componentes, siguiendo el aporte de Wingo:

a) Un tiempo puro o de circulación libre

$$(Exp. 17) \quad t_{ij}^* = S_{io} \cdot V^{-1}$$

En donde V denota la velocidad libre o sin fricciones a lo largo de los ejes de desplazamiento hacia el distrito central.<sup>5</sup>

b) Los costos de entrada que son función de la demanda y de la capacidad del sistema.

La **capacidad** se define por la velocidad y anchura de las vías en el punto más estrecho (cuellos de botella)<sup>6</sup> y la **demand**a se define por el número de unidades que deben llegar antes o en el momento de entrada al distrito central. Este es un aspecto crucial del modelo planteado y que goza de poca atención en la literatura de la economía urbana posterior a los aportes de Wingo.

<sup>5</sup> Expresión que corresponde a una de las ecuaciones fundamentales de las leyes cinemáticas.

<sup>6</sup> En términos estrictos la capacidad del sistema global alude al número de unidades que pueden acomodarse por unidad de tiempo y se asocia a la velocidad de flujo de vehículos (Wingo, 1960<sup>a</sup>, p. 47). “La capacidad global de un sistema está gobernada por su menor capacidad en un punto cualquiera. Estos “estrangulamientos” de la capacidad dan origen a una forma pura de pérdida de congestión que tienen lugar en cualquier punto en el cual la capacidad sea inferior que en el segmento anterior del sistema”. Abi disminuye el ritmo de flujo y las unidad forman cola esperando para pasar a través del estrangulamiento (...) En este caso, la longitud de la cola máxima y la pérdida por congestión se relacionan con la pérdida por ingresión determinada por la capacidad del estrangulamiento” (Wingo, 1960<sup>a</sup>, Apéndice A, p. 131).

Este eje analítico representa un punto de contacto con la ingeniería de tráfico que, a juicio de este artículo, no está suficientemente ponderado en la mayoría de trabajos de localización residencial y que podría constituir una buena línea de investigación para trabajos posteriores en los que se introduzcan elementos dinámicos o de evolución de las estructuras urbanas.

Los apéndices A y B del trabajo original de Wingo (1960)<sup>7</sup> hace una corta pero incisiva reflexión y análisis de la ingresión y la congestión a lo largo de las rutas de transporte, no obstante su aporte queda incompleto en la solución final del modelo que es precisamente lo que se intenta realizar en el presente artículo mediante la inclusión de los refinamientos de micro-fundamentación desarrollados en la primera parte.

Si por comodidad se supone que la demanda del sistema es equivalente a la población  $N$ , entonces por efecto de la cola de espera tenemos que el número de unidades de entrada sucedáneas a la  $n$ -ésima podría expresarse en el límite:

$$(Exp. 18) \quad t^{(e)} = (N-n) / C$$

Ecuación que corresponde a la función de tiempo de espera y  $(N-n)$  el número de unidades siguientes a la  $n$ -ésima.  $C$  es la capacidad del sistema en movimiento. Recordando que  $N$  representa la población teórica antes deducida en la expresión 5, de lo anterior podemos obtener el **costo medio de congestión** o pérdida media de accesibilidad como:<sup>7</sup>

$$(Exp. 19) \quad t^{**} = 1/2(N/C) \quad ^8$$

La conjugación de las (Exp. 17) y (Exp. 19) permiten obtener el tiempo total de pendularidad entre el lugar de residencia ( $i$ ) y el lugar de trabajo ( $o$ ) para cada grupo con estructura de preferencias  $k$ :

$$(Exp. 20) \quad {}_k t_{io} = t_{io}^* + {}_k t_{io}^{**}$$

Sustituyendo cada una de las expresiones, el tiempo total de pendularidad queda representado mediante la siguiente ecuación:

$$(Exp. 21) \quad {}_k t_{io} = S_{io} \cdot V^{-1} + 1/2(N/C)$$

<sup>7</sup> Siempre y cuando  $N$  y  $C$  sean suficientemente grandes. Aquí es preciso anotar que la pérdida de tiempo expresada mediante la ecuación de acceso que como se aprecia de inmediato afecta los tiempos totales de pendularidad implica que con factores de riesgo fijo (no considerado explícitamente en este artículo) solo puede disminuir si aumenta la capacidad instantánea de carriles del sistema o mediante la modificación de los atributos tecnológicos del sistema.

<sup>8</sup> Esto último teniendo en cuenta que la cantidad de pérdida por las fricciones de acceso que experimente la  $i$ -ésima unidad de entrada no es más que:  $y_{n-i} = i/C$  o también  $y_i = [n-i]/C$ .

Si utilizamos adicionalmente la ecuación de la población teórica obtenida en la (Exp. 5'') - bajo el supuesto de una función de densidad exponencial negativa, tal y como lo he formulado en este artículo - la última expresión en un sistema saturado puede escribirse de la siguiente manera:

$$(Exp. 22) \quad {}_k t_{io} = S_{io} / V + 1/2 \{ [2M_o (1/g^2) (1+gS_{io})e^{-gS_{io}}] / C \}$$

Estos últimos resultados muestran que la introducción de estímulos tecnológicos exógenos en el sistema de transporte (tramos de metro, tranvía o sistemas articulados de carril exclusivo para buses, etc.) ocasionará reacciones de relocalización residencial, comercial y de servicios que modificarán el paisaje y la trama urbana, teniendo en cuenta variables críticas como la renta de posición de las familias y los factores de capacidad y congestión del sistema de transporte. El modelo así planteado permite realizar ejercicios de simulación estática con modificaciones alternativas en el sistema y en la tecnología de transporte.

### Solución del modelo en la Renta de Posición

A partir del conjunto de resultados obtenidos debe observarse que una familia con estructura de preferencias  $k$  y con valoraciones marginales del ocio idénticas presentaría salarios de mercado iguales, pero dependiendo de su localización residencial los salarios manifiestos revelan la existencia de rentas de posición.

Anotamos anteriormente que aquellas familias con localización en los bordes de los anillos concéntricos representan observaciones marginales ( $m$ ) con costos de desplazamiento más elevados en el interior de su grupo. De esta manera, las familias no marginales reciben un premio de localización que queda representado en la renta de posición ( $R_k$ ) que en principio correspondía al costo del espacio residencial neto por familia ( ${}_k q$ ).

Formalmente tenemos entonces que las funciones de costo generalizado de viaje para familias marginales y no marginales presentan la siguiente relación, de acuerdo con las expresiones 15 y 15':

$$(Exp. 23) \quad {}_k CT_{mo} > {}_k CT_{io}$$

$$(Exp. 23') \quad {}_k w_m'({}_k t_{mo}) - (w_m) + {}_m s_{mo} P_s X_s + {}_m P_h X_h > {}_k w_i'({}_k t_{io}) - (w_i) + {}_i s_{io} P_s X_s + {}_i P_h X_h$$

De aquí se deduce que la renta de posición expresa las diferencias en los costos generalizados de viaje entre las unidades marginales y las no marginales:

$$(Exp. 24) \quad R_k = {}_k CT_{mo} - {}_k CT_{io}$$

$$(Exp. 24') \quad R_k = {}_k w_m'({}_k t_{mo}) - (w_m) + {}_m s_{mo} P_s X_s + {}_m P_h X_h - {}_k w_i'({}_k t_{io}) + (w_i) - {}_i s_{io} P_s X_s - {}_i P_h X_h$$

Un caso particular suponiendo que el segundo componente de los costos monetarios es el mismo para familias marginales y no marginales lleva de inmediato a una expresión simplificada de la renta de posición:

(Exp. 24")

$${}_k R_i = \{ {}_k w_m' (t_{mo}) - {}_k w_i' (t_{io}) \} + \{ {}_m s_{mo} P_s X_s - {}_i s_{io} P_s X_s \}$$

Si reagrupamos términos llegamos a la expresión básica de la renta de posición:

(Exp. 25) 
$${}_k R_i = \{ ({}_k w_m' - {}_k w_i') \cdot t_{mo} + ({}_k w_m' \cdot t_{mo} - {}_k w_i' \cdot t_{io}) \} + \{ {}_m s_{mo} P_s X_s - {}_i s_{io} P_s X_s \}$$

Finalmente, si sustituimos en esta última expresión la (Exp. 21) de tiempos de pendularidad, la renta de posición queda representada mediante la siguiente ecuación:

(Exp. 26)

$${}_k R_i = \{ ({}_k w_m' - {}_k w_i') \cdot t_{mo} + [{}_k w_m' \cdot (S_{mo} \cdot V^{-1} + 1/2(N/C)) - {}_k w_i' \cdot (S_{io} \cdot V^{-1} + 1/2(N/C))] \} + \{ {}_m s_{mo} P_s X_s - {}_i s_{io} P_s X_s \}$$

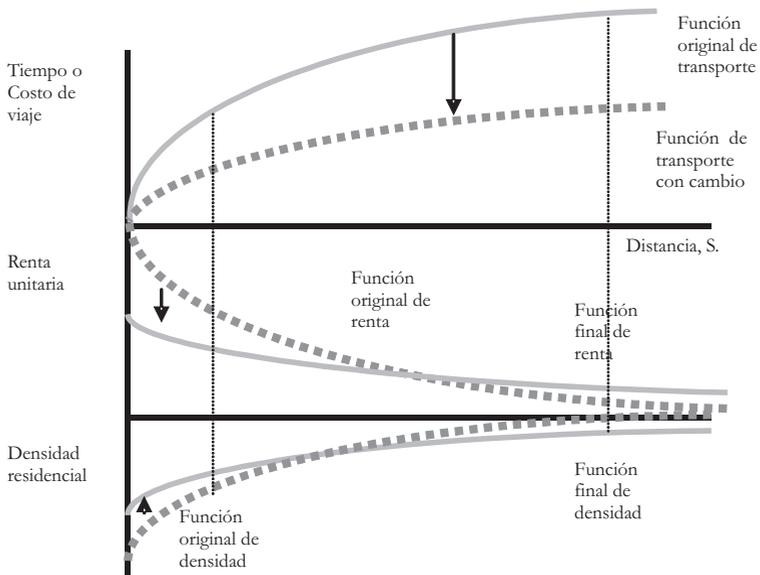
Esta ecuación permite observar con claridad que la renta de posición de una familia típica localizada en  $i$  con estructura de preferencias  $k$  depende de los salarios manifiestos, la distancia al distrito central, la capacidad del sistema, la velocidad del sistema sin fricción y los precios y cantidades de los inputs utilizados en la generación de viajes. Una ventaja de la formulación aquí utilizada reside en que permite apreciar de manera explícita el efecto que sobre las rentas de posición y las decisiones de localización tienen los costos de acceso implicados en el sistema.

No está de más anotar que si regresamos a la expresión básica de demanda de espacio residencial neto por familia:  ${}_k q_i = {}_k R_i \cdot r_i^{-1}$ , queda explícita en el modelo la estructura de decisiones de las familias en términos del tamaño de espacio residencial:

(Exp. 27)

$${}_k q_i = \{ ({}_k w_m' - {}_k w_i') \cdot t_{mo} + [{}_k w_m' \cdot (S_{mo} \cdot V^{-1} + 1/2(N/C)) - {}_k w_i' \cdot (S_{io} \cdot V^{-1} + 1/2(N/C))] \} + \{ {}_m s_{mo} P_s X_s - {}_i s_{io} P_s X_s \} \cdot r_i^{-1}$$

Al considerar el programa de optimización de la (Exp. 1) en esta última ecuación se revela de manera expedita el efecto del sistema y la tecnología de transporte en las decisiones individuales de localización.



Las implicaciones de política que se desprenden del análisis anterior son inmediatas: las inversiones globales en infraestructura de transporte generan un impacto positivo de eficiencia en la medida que aumentan las velocidades de flujo vehicular, ensanchan la capacidad del sistema radial de transporte del área metropolitana y en efecto, mitigan las pérdidas por congestión y colas de espera hacia el distrito central con importantes efectos sobre el bienestar global.

En condiciones de un sistema saturado como el analizado en este artículo, la eliminación o disminución de los cuellos de botella hacen que la pendiente de la función de costo generalizado de viaje disminuya y que las pérdidas medias de acceso se reduzcan hasta los límites naturales impuestos por el nuevo sistema, por la vía de los tiempos de pendularidad.

Este último resultado genera a su vez un sustancial efecto de redistribución poblacional en el área metropolitana que se expresa en la función de densidad y en la demanda de espacio residencial neto por familia, tal y como se puede apreciar en la figura 5.

## Conclusiones

Este artículo planteó un modelo intra-metropolitano estático de localización residencial que considera la función de costo generalizado de viaje y su incidencia en la determinación de las rentas de posición de las familias. El modelo desarrollado -que podría extenderse sin mayores dificultades a los ámbitos regionales- resalta el rol del sistema y la tecnología de transportes en la configuración urbana y en las decisiones de localización residencial que enfrentan las familias, tales como la capacidad, velocidad efectiva y los tiempos de pendularidad en condiciones de congestión por la presencia de colas de espera.

El esquema lógico-operativo del modelo integra un conjunto de variables como la capacidad global del sistema, los costos generalizados de viaje, las densidades residenciales y la estructura de salarios manifiestos de los agentes. El enfoque permite apreciar de manera explícita el efecto que sobre las rentas de posición y las decisiones de localización tienen los costos de acceso implicados en el sistema.

La solución del modelo en las rentas de posición muestra que las inversiones globales en infraestructura de transporte generan un impacto positivo que aumenta las velocidades de flujo vehicular, expandiendo así la capacidad del sistema radial de transporte del área metropolitana y disminuyendo las pérdidas por congestión y las colas de espera hacia el distrito central.

La eliminación o disminución de los cuellos de botella - que determinan la capacidad global del sistema en el punto crítico de máximo estrangulamiento - disminuye la pendiente de la función de costo generalizado de viaje y, en efecto, hace que las pérdidas medias de acceso se reduzcan hasta los límites naturales impuestos por el nuevo sistema. El resultado final se traduce en la redistribución de la población en el interior del área metropolitana por la vía de la función de densidad y la demanda de espacio residencial neto por familia.

Finalmente, este artículo brinda un soporte teórico consistente que permite inferir los impactos positivos que se derivan de las inversiones en infraestructuras o a través de los modelos de intervención sobre el sistema y la tecnología de transporte en el interior de las áreas metropolitanas.

## **Bibliografía**

ALONSO, W :

1960 "A Theory of the urban Land Market", en Papers and Proceedings of the Regional Science Association, N. 6, pp. 149-157.

1964 *Location and Land Use*. Cambridge, Harvard University Press.

BERRY, Brian and GARRISON, Willian (1958). "The functional Bases of the Central Place Hierarchy", Readings in Urban Geography, Mayer and Kohn editores, The University of Chicago Press, pp. 218-228.

CAPELLO, Roberta (2004). *Economía Regionale: Localizzazione, Crescita Regionale e Sviluppo Locale*. Società Editrice Il Mulino, Manuali, Bologna.

CLARK, Colin (1951). *Urban Population Density*. Journal of the Royal Statistical Society, Vol 114.

FUJITA, M., Krugman, P. (1995). 'When is the city monocentric?: von Thunen and Chamberlin unified'. *Regional Science and Urban Economics* 25, 505-528.

KRUGMAN, P., MASAJISA, Fujita and MORI (1999), "On the evolution of hierarchical urban systems". *European Economic Review*, 43, pp. 209-251.

FUJITA, Masahisa (1989). *Urban Economic Theory: Land and Citi Size*. Cambridge University Press. N. Y.

MILLS, E. S:

1972 Studies in the Structure of the Urban Economy. Baltimore, Johns Hopkins University Press.

1987 Handbook of Regional and Urban Economics. Amsterdam, North-Holland.

STRASZHEIM, Mahlon (1987). "The theory of Urban Residential Location". En Handbook of Regional and Urban Economics. Mills, E. S. (Ed), Amsterdam, North-Holland, Vol. 2, p. 717 y ss.

WINGO, Lowndon Jr:

1961<sup>a</sup> Transportation and Urban Land. Washington, D.C. Resources for the Future, Inc. Existe traducción castellana (1972), *Transporte y Suelo Urbano*, Barcelona, Oikostau ediciones, 140p.

1961<sup>b</sup> "An Economic Model of the Utilization of Urban Land for Residential Purposes". Papers and Proceedings of the Regional Science Association, Vol 7. Existe traducción castellana en Secci, B., (1968). *Análisis de las Estructuras Territoriales*, Colección Ciencia Económica, Editorial Gustavo Gili, S.A., Barcelona.