

El juego de las pirámides¹

The pyramid's game

BORIS SALAZAR TRUJILLO

*Profesor del Departamento de Economía, Universidad del Valle
bosalazar@gmail.com*

ANA MARÍA FRANCO ESCOBAR

*Estudiante de Maestría en Economía Aplicada, Universidad del Valle
anfe87@hotmail.com*

Recibido: 17.04.09
Aprobado: 08.06.09

Resumen

El auge y el colapso de las pirámides son explicados a través de un modelo de redes sociales, en el que la pirámide es el componente más grande de la red social en la que nace. Dado que todo componente es conexo (para cada uno de sus pares de nodos hay por lo menos un camino que los une), a través de sus caminos fluye la información correspondiente al pago o no pago de intereses a los inversionistas, lo cual permite la formación de conjeturas colectivas acerca de la viabilidad de la pirámide. La misma estructura social que explica el auge de las pirámides está en la base de su estrepitosa caída.

Palabras clave: Redes, Pirámides, Conjeturas, Convergencia, Componente Conexo.

Abstract

We exploit the fact that a pyramid is the largest component of the social network within which is born to explain its boom and fall. As any component is connected (there is at least one path connecting every one of its pairs of nodes), information about the payment or not payment of interests over capital flows through its paths allowing for the emergence of collective beliefs with respect to the pyramid's viability. The same social structure that explains the pyramids' boom is behind its catastrophic fall.

Key words: Networks, Pyramids, Beliefs, Convergence, Connected component.

JEL Classification: D83, D84, D85.

1 Este artículo hace parte del proyecto de investigación "Modelos de acción colectiva y georreferenciación", financiado por la Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad del Valle. Los autores agradecen los comentarios y observaciones de María del Pilar Castillo, así como de los miembros del grupo Conflicto, Aprendizaje y Teoría de Juegos que participaron en la discusión de versiones anteriores de este artículo, y de un evaluador anónimo.

La rápida, casi irresistible, expansión de las pirámides en varios departamentos de Colombia y su colapso espectacular un año después vuelven a colocar en el escenario las preguntas de siempre: ¿Cómo fue posible? ¿Hay acaso alguna explicación racional para conducta, en apariencia, tan irracional? En este artículo presentamos, desde la perspectiva de las redes sociales y de la teoría de juegos, una explicación provisional para el ascenso y la caída de las pirámides en varios departamentos del sur del país. Un primer indicio de lo que debemos explicar está en el tamaño alcanzado por las pirámides en Nariño, Putumayo y Huila: en los dos primeros, casi toda la población en edad de invertir lo hizo, en el tercero más de la mitad. ¿Por qué allí y no en otros lugares del país? ¿Qué las hizo irresistibles en el sur y por qué no lo fueron en el resto del país?

La fórmula de estas estructuras es en apariencia sencilla: ofrecer rendimientos altos sobre los recursos captados. Los primeros agentes en unirse a las pirámides tenían una alta probabilidad de recuperar su dinero con una ganancia, mientras que los situados en la base de la pirámide, dado el carácter especulativo del negocio, tenían una probabilidad más alta de perder su inversión al desmoronarse el sistema. En otras palabras, con el dinero captado todos los días los agentes situados en el nodo raíz de la pirámide pagaban los intereses prometidos a los primeros inversionistas, lo cual aumentaba su credibilidad, y captaban nuevos inversionistas, hasta que los flujos entrantes dejaban de ser suficientes para pagar las obligaciones contraídas.

¿Cómo explicar el auge inusitado y masivo de esta modalidad de captación de dinero en el suroccidente de Colombia, a pesar de las advertencias realizadas por las autoridades, de las múltiples caídas de algunas de estas “empresas” en el pasado y de la existencia de agentes racionales que, en teoría, nunca apostarían en un juego tan riesgoso? Veamos la mejor evidencia disponible en el momento para entender mejor lo que ocurrió.

Entre el 9 y el 16 de septiembre de 2008 la Superintendencia Financiera de Colombia realizó una visita a DRFE, la más grande de las pirámides del sur de Colombia. El objeto de la visita era estudiar la situación de Proyecciones DRFE, cuyo propietario era Carlos Alfredo Suárez, para establecer si las actividades de la firma incluían o no la captación ilegal de dineros. Los resultados de la visita constituyen la mejor evidencia existente hasta ahora de la muy rápida evolución de la pirámide de DRFE y de la confianza que el pago cumplido de intereses y de capitales generó en los inversionistas reales y potenciales.

Tabla 1. Evolución de las inversiones en Pasto, Cali y Popayán.

Ciudades	Pasto		Cali		Popayán	
	Inversiones	Valor	Inversiones	Valor	Inversiones	Valor
Abril	0	0	0	0	0	0
Mayo	0	0	0	0	0	0
Junio	0		3	7.230.000	1	200.000
Julio	21.277	74.470.556.547	1.927	7.201.993.380	883	2.836.297
Agosto	29.014	134.029.883.697	7.087	29.196.909.875	6.444	33.153.494
Septiembre	0	0	4.464	20.276.881.414	6.444	49.731.256
Total	50.291	208.500.420.244	13.451	56.683.014.669	14.235	85.721.248

Fuente: Informe de la visita de la Superintendencia Financiera de Colombia al comerciante Carlos Alfredo Suárez, 9 a 16 de septiembre, 2008. (13)

Es fácil observar que Pasto, la ciudad en la que emergió primero la pirámide, es en donde el número de inversiones creció más rápido, y en donde cayó primero también. Mientras en agosto alcanzó un pico de casi 30,000 inversiones, en septiembre –al menos hasta el momento de la visita de la Superintendencia– no se registraron inversiones. No ocurrió lo mismo en Cali, en donde el crecimiento fue menos dramático y en septiembre aún había más de 4,000 inversiones; ni en Popayán, en donde el número de inversiones permaneció estable en agosto y septiembre, con un valor mucho menor del más alto alcanzado en Pasto. Recuerden ahora que Pasto fue el nodo espacial en el que se originó la pirámide. Al activar sus redes, recurriendo a sus vecindades, los organizadores iniciaron el proceso de difusión de inversiones con ganancias muy por encima de lo normal. La difusión inicial fue más rápida en Pasto y en otros municipios de Nariño, cubiertos por las redes sociales activadas por los organizadores. La presencia de amigos y familiares en Popayán, Santander de Quilichao y Cali llevó a su expansión hacia esas ciudades. Sin embargo, su difusión y la magnitud de las inversiones obtenidas nunca fueron iguales a las alcanzadas en Nariño. Crecen, pero crecen mucho menos y alcanzan un cierto límite compatible con el alcance del componente de la red social activada por los organizadores en Nariño².

¿Por qué creció más y más rápido en una ciudad como Pasto, mucho más pequeña que Cali? ¿Por qué no creció más rápido en Cali, con casi cuatro veces el número de habitantes de Pasto? La no correspondencia entre el número de habitantes de cada ciudad y la penetración de la pirámide se debe al mayor cubrimiento del componente original en Nariño y Putumayo, con proporciones relativas y absolutas mucho menores en Cali, Popayán y Santander de Quilichao. Es más, el alcance del componente de la red activada en Pasto se acercó a su límite hacia el norte en Cali, al alcanzar 7,067 inversiones en agosto de 2008. Nótese también que la información acerca del no pago o de las dificultades para pagar intereses y capital se difundió primero en Pasto, llevando a que en septiembre ya no hubiera inversiones y a que en noviembre ocurriera la caída catastrófica de DRFE.

Una pirámide no es más que un conjunto creciente, pero acotado, de inversionistas conectados por una red que brinda los caminos para que un núcleo inicial de adherentes se expanda a través de la vinculación de amigos, conocidos y familiares quienes, a su vez, vinculan a los suyos en un proceso que se repite hasta alcanzar ciudades enteras, y en ocasiones países completos, como fue el caso de Albania en 1997. Pero la pirámide no es la red social. Al estar incrustada en ella se expande a través de sus caminos, aprovechando las secuencias de vínculos que unen a un individuo con otro en su red social. Su motor económico son los altos intereses ofrecidos sobre el capital: más altos que los de cualquier otra alternativa financiera disponible en el mercado. Su motor

2 Esta hipótesis es compatible con la migración del sur del país hacia el suroccidente de Colombia: los que salen de Nariño y Putumayo se localizan en ciudades intermedias, como Santander de Quilichao y Popayán, situadas en el camino que lleva hacia el Cali –el centro urbano más grande del suroccidente. De allí la forma decreciente de la expansión de la pirámide. En una presentación de este trabajo, Harold Banguero llamó la atención acerca de la similitud de los dos procesos.

social está en la estructura de la red en la que engancha a sus primeros inversionistas y crece hasta que las expectativas de sus clientes lo permitan. Una pirámide, entonces, es una estructura social temporal incrustada en una red social más amplia, a la que “explota”, en términos de contactos y de información, para crecer.

¿Cómo crece la pirámide? A través de los caminos que unen a los individuos de la red social en la que nace. La información que anuncia rentabilidades muy altas pasa a través de los vínculos familiares, amistosos y jerárquicos que unen a los individuos en su red social.³ Como se trata de una inversión que involucra riesgo, los vínculos no pueden ser casuales o débiles: el que pasa la información elige al que la recibe y el que la recibe debe confiar en quien la entrega. El primero no pasa la información a cualquiera y el segundo no confía en su veracidad a menos que se trate de alguien cercano o con quien lo unen lazos de confianza. Por lo tanto, los vínculos deben ser fuertes. Lo que no excluye, por supuesto, la existencia de puentes que unan aglomeraciones separadas.

Por esos caminos que unen a los individuos que forman la pirámide no sólo circula información con respecto a la existencia de ganancias por encima de lo normal. También circulan conjeturas respecto al estado de la inversión realizada. Cada uno, de acuerdo con lo que observa en su vecindad, conjetura si invierte o deja de invertir en la pirámide. Si en un momento del tiempo en una vecindad particular alguien ha dejado de percibir los intereses correspondientes, esa información circulará por la pirámide, y hará cambiar las conjeturas de los participantes en cuanto a la viabilidad de sus inversiones. La convergencia de las conjeturas hacia la no inversión, debido al no pago de intereses en algún punto de la estructura, llevará a que la pirámide colapse más o menos rápido. Si, por el contrario, los intereses están siendo pagados y la información correspondiente circula a través de los caminos que unen a los individuos, la pirámide sobrevivirá al menos por un periodo más.

¿Cuáles son los elementos requeridos para construir una explicación analítica? Primero, la estructura de la red social en la que la pirámide podría crecer o no crecer, mantenerse en el tiempo o colapsar. Es decir, el tamaño del componente más grande generado por los primeros inversionistas de la pirámide. Segundo, la estructura y las propiedades de red de la pirámide resultante, y su dinámica en el tiempo. Tercero, las expectativas que sostienen o hacen colapsar la pirámide, en particular las expectativas asociadas con su auge y con su caída. Todo esto, naturalmente, conduce a estudiar las condiciones en las que se forman las conjeturas de los participantes con respecto a invertir o no invertir.

¿Cuál es la estructura del negocio de la pirámide? Aquí es necesario distinguir entre el proceso de evolución de la pirámide dentro de la red social y la forma de la pirámide en sí misma. El primero es un proceso de interacción social dentro de una red social,

3 Los vínculos fuertes no cubren en forma exclusiva a los vínculos de consanguinidad. También incluyen vínculos de amistad y de jerarquía que impliquen confianza en el que da la información o posiciones asimétricas en la jerarquía social. La consanguinidad sola no garantiza el flujo de la información y la emergencia de las inversiones. La cultura, la densidad de las relaciones, la existencia de puentes creíbles entre aglomeraciones distintas también contribuyen al paso de la información y al crecimiento del número de inversionistas.

cuyo límite está definido por el tamaño del componente más grande de la red social en la que se encuentran los iniciadores de la pirámide. El tamaño real alcanzado por la pirámide depende de su expansión a través de la red social. Conocemos el tamaño del componente más grande, pero no el del componente real que acaba cubriendo la pirámide: este es un hecho empírico que sólo puede aproximarse a través de una investigación de ese tipo. Por ahora, la evidencia conocida sugiere que en Nariño y Putumayo la expansión de las pirámides se aproximó al tamaño del componente más grande contenido en esas redes sociales.

La segunda es una forma de presentar el ingreso de los inversionistas al negocio. Esa estructura toma la forma de un árbol creciente, cuyos nodos son los jugadores que deciden invertir, y cuyos vínculos son los intercambios de inversión por altas ganancias esperadas. Vamos a usar la definición clásica de árbol: un árbol es un grafo conectado acíclico, en el que hay un único camino simple entre cualquier par de nodos. El árbol de la pirámide tiene algunas características que es necesario mencionar. La primera es que aunque el número de sus nodos es finito, sabemos por observación que es un número grande con respecto al tamaño de la red social en la que está inscrito. La segunda es que se trata de un árbol con raíz, en el que uno de sus nodos (el inicial) ha sido designado como tal y todos los vínculos se desprenden de la raíz, y crecen en número en la medida en que se alejan del nodo raíz.

La tercera es que todo nodo es hijo de un nodo anterior o antecesor. El sentido de esta descendencia es temporal: el nodo antecesor, o “padre” es el que se ha vinculado al negocio antes que el *hijo* que lo sucede. Vamos a denominar *hijo* de un nodo v en un árbol con raíz a un nodo que es el inmediato sucesor de v en un camino desde la raíz. En términos intuitivos, la raíz está conformada por los organizadores del negocio, aquellos que conforman el nodo inicial, o vértice de la pirámide. Los hijos son todos los inversionistas que han llegado al negocio a través de vínculos con un inversionista que lo ha hecho *antes* que ellos.

A los nodos que no tienen hijos los vamos a denominar *hojas* y representan a los últimos inversionistas en haber entrado al juego de la pirámide. En árboles convencionales la relación fundamental es el número de hijos por nodo interno. En las pirámides, la condición básica de supervivencia es que el juego se haga infinito: una vez que un jugador ha invertido y recibido la ganancia correspondiente debe entrar otra vez como jugador y engrosar el número de jugadores en la base de la pirámide. Para cumplir esta condición no se requiere que haya nuevos inversionistas en el sentido estricto de la palabra. Basta con que los antiguos decidan mantener su inversión o realicen inyecciones adicionales de capital.

Aquí apareció una disyuntiva en el diseño del proceso: ¿Debemos interpretar a los jugadores que no retiran sus ganancias y las reinvierten en el negocio como los mismos jugadores con inversiones más grandes, o como nuevos jugadores que pasan a engrosar la base de la pirámide? Si elegimos la primera alternativa, el número de jugadores no ha cambiado, sólo sus inversiones lo han hecho. Si elegimos la segunda, el número de jugadores estaría aumentando y cada nueva reinversión podría ser interpretada como un nuevo jugador que se suma y mantiene la confianza en su carácter indefinido. La clave está en que el juego se vuelva infinito y no termine nunca. ¿Es posible? Es muy

poco probable y allí está la fragilidad esencial del juego. Sólo puede ocurrir por periodos limitados de tiempo, en ciertas situaciones de euforia o de extremo optimismo sustentadas en expectativas que tienden a retroalimentarse en el tiempo a través de la circulación de cierto tipo de información por la red social.

Nuestra hipótesis es que el tamaño de la pirámide tiene un límite natural en el tamaño del componente más grande de la red social en la que nace y crece. El que las pirámides del suroccidente de Colombia hayan crecido hasta ocupar todo el sur, para luego no crecer más y colapsar está en sintonía con lo que tratamos de plantear en este artículo: tanto su tamaño final como su avance geográfico dependieron en forma estricta del tamaño y contenido de las redes sociales del sur de Colombia. El contraste con la localización y el alcance de la red de DMG es evidente: esta tenía contactos mucho más amplios, que alcanzaban la capital de la República y otros países de Suramérica.

Para entender el comportamiento de los inversionistas de la pirámide es necesario subrayar la importancia del pago o no pago de intereses sobre el capital invertido. En cada momento del tiempo algunos de los miembros del conjunto de inversionistas reciben los intereses correspondientes al capital invertido. No todos lo hacen, pero sí una fracción de ellos. Este pago de intereses es independiente de si siguen invirtiendo o no. En realidad, es la forma más efectiva de mantener la confianza de los clientes: al recibir intereses altos, o por encima de la rentabilidad promedio del mercado, la confianza de los inversionistas crece y las expectativas optimistas se mantienen. De igual forma si los intereses dejan de ser pagados, las consecuencias son desastrosas para la pirámide: los que no lo hacen dejarán de invertir y difundirán la información en sus vecindades conduciendo así a la rápida caída de la pirámide. Pagar o no pagar intereses en forma puntual, dependiendo de los acuerdos realizados con cada uno de los inversionistas, es la acción que genera la información fundamental para tomar la decisión de invertir o dejar de invertir. En cambio, la decisión individual de dejar de invertir, sin importar las condiciones del juego, no genera información para los demás inversionistas, pues es casi siempre una acción secreta.

El tamaño y la supervivencia de una pirámide dependerán entonces de dos factores: del tamaño del componente más grande de la red social en la que nace y se desarrolla y de las decisiones de los participantes con respecto a si invierten (*I*) o no (*NI*) en el juego, y a si retiran (*R*) o no retiran (*NR*) su inversión. El primero implica conocer qué tan conectada es la red social en la que los primeros inversionistas inician el juego. El segundo supone modelar las decisiones de los agentes con respecto a invertir y a continuar en el juego. Los dos están interrelacionados: el tamaño del componente más grande es un límite superior para el crecimiento del juego y los resultados de las interacciones de los agentes en la red social determinan, incluso, si el juego llega a comenzar y por cuánto tiempo sobrevivirá. La duración de una pirámide va a depender en forma estricta de la existencia de caminos entre todos los inversionistas y de la velocidad con la que la información con respecto al pago o no pago de intereses circule a través de la red en la que existe. La velocidad de la circulación y de la convergencia de sus conjeturas sobre las alternativas de invertir o no invertir dependerá de la longitud de los caminos existentes entre los distintos individuos en la red social. La

dificultad de pasar de la información y las conjeturas locales a las globales es superada por los caminos que provee el componente más grande en el que existe la pirámide. *Los caminos que llevan a su crecimiento son los mismos que conducen a su colapso.* Es lo que intentamos mostrar en este artículo haciendo uso de la teoría de las redes sociales y de la formación de conjeturas en redes conectadas.

Procederemos así. Primero vamos a presentar algunos enfoques teóricos y heurísticos con filiaciones cercanas al problema que intentamos explicar aquí. Después plantearemos el modelo, los resultados correspondientes y algunas conclusiones.

2. Trabajos cercanos

Antes de presentar nuestro modelo vamos a reseñar cuatro enfoques alternativos que podrían ayudar a explicar el fenómeno de las pirámides. Ninguno de ellos fue construido con ese fin. Todos, sin embargo, tienen conexiones heurísticas y teóricas con el problema que estamos tratando. El primero de ellos es el de la racionalidad inductiva, introducido por un célebre artículo de Brian W. Arthur (Arthur, 1994). La similitud entre el juego de la pirámide y el célebre juego de la minoría o de El Farol es, a primera vista, natural. El juego de la minoría (Arthur, 1994) se origina en la situación creada por el bar de música irlandesa El Farol, en Santa Fe, Nuevo México, que solía llenarse los jueves hasta el punto de hacer incómoda la asistencia al lugar. El problema estaba en cómo predecir si el bar iba a estar lleno o no. Si alguien predecía que iba a estarlo, y los demás pensaban igual, entonces nadie asistía y todos quedaban deseando haber ido. Pero si una mayoría pensaba que iba a ir muy poca gente y decidían ir a El Farol, el lugar terminaba lleno e incómodo. El problema se convirtió entonces en cómo mantenerse dentro de la *minoría* o cómo encontrar un método para predecir cuándo se va a producir una mayoría y no pertenecer a ella. Noten que los agentes del problema de El Farol tenían en sus manos los resultados de asistencia de una serie de jueves anteriores, y que con ellos podían inducir algún tipo de solución estratégica para el problema de estar siempre en la minoría.

El problema de la pirámide es otro: ¿sobre qué base puedo predecir que un número suficientemente grande de nuevos clientes se van a sumar a la pirámide después de que yo lo he hecho? Sería, entonces, un juego de la *multitud por llegar*, o de la *mayoría esperada*, y no un juego de la minoría. Sin embargo, el que ningún agente –sin importar el tipo de racionalidad que lo guía– pueda construir expectativas racionales *correctas* acerca de la formación *futura* de esa mayoría esperada una vez que él, o ella, ha entrado en el juego, lo sitúa en la misma línea *inductiva* del juego de la minoría. El giro en el juego de la pirámide es que la decisión de invertir (*I*) sitúa a los que lo hacen en la mayoría que sigue jugando el juego. Mientras sean mayoría y todo el mundo crea que después de ellos habrá un número suficiente de inversionistas la pirámide no colapsará.

La dificultad asociada a la toma de decisiones en la pirámide es mayor que la derivada del juego de la minoría. Observen que cada uno de los agentes que decide invertir en la pirámide no sabe, y no puede saber, que el número de clientes futuros será lo suficientemente grande como para que él, o ella, pueda obtener ganancias. No hay, en principio, ningún método, ni inductivo ni deductivo, que los pueda acer-

car a una predicción precisa del tamaño de la multitud por venir. ¿O si lo hay? Una aproximación provisional viene de las redes sociales complejas. Supongan que todos los clientes potenciales de las pirámides viven en vecindades en las que hay, o habrá, al menos una persona que ya ha entrado en la pirámide y en la que en este momento t hay un flujo de nuevos inversionistas, invitados por los clientes iniciales de la pirámide. Supongan también que entre las distintas vecindades hay algunos puentes que hacen fluir la información más rápido. Un agente promedio podría hacer la siguiente reflexión: si en mi vecindad está creciendo el número de clientes y yo mismo estoy consiguiendo nuevos clientes para la pirámide, lo mismo debe estar ocurriendo en otras partes, y es probable entonces que el número de clientes que entre después que yo lo hice sea lo suficientemente grande como para que yo pueda obtener ganancias.

Haciendo uso de las redes sociales y de la teoría de juegos, Stephen Morris construyó un elegante modelo de contagio en distintas estructuras de redes sociales. Lo hizo con dos grandes bloques interrelacionados: un juego de coordinación de mejor respuesta entre n jugadores que disponen de dos acciones, 0 y 1, y eligen una de las dos dependiendo de la proporción mínima de vecinos q que juegan una de ellas, y una plataforma de estructuras de red, que trata de captar el carácter colectivo de ciertos fenómenos sociales a través del uso de una red subyacente que representaría el efecto de las relaciones sociales sobre fenómenos colectivos como el contagio (Morris, 2000). Usando estructuras de red de distinto grado promedio y diferentes dimensiones, Morris logró algunos resultados con respecto al valor de q que permitiría el contagio de una de las dos acciones a toda la red. Como lo plantea Jackson, sin embargo, las estructuras sugeridas no son muy plausibles como representación de redes del mundo real (Jackson, 2008: 296). Aun así, el trabajo de Morris es importante para lo que queremos hacer aquí. Su combinación de un juego de coordinación, que da cuenta de las interacciones estratégicas entre agentes, y de una estructura de red que representa la plataforma en la que actúan es una heurística potente para tratar fenómenos colectivos, como el de las pirámides, en los que se combinan las decisiones individuales y la acción colectiva en redes sociales complejas.

Siguiendo en el mismo enfoque de pensar ciertos fenómenos sociales como el desarrollo de procesos de contagio, una pirámide puede ser pensada como una epidemia social que se expande a través de los contactos de los infectados e infecciosos (aquellos que ya invirtieron en la pirámide y tratan de reclutar nuevos inversionistas en forma activa) con los susceptibles (los que tienen una relación directa con alguien que ya invirtió). Mientras los infecciosos logren contactar nuevos susceptibles, la pirámide seguirá creciendo hasta el punto en el que número de los que han retirado su inversión de la pirámide y no intentan reclutar a nadie (los removidos) sea tan grande que lleve a su colapso. Si la tasa de contagio es el ritmo al que se están agregando nuevos inversionistas y la tasa de remoción el ritmo al cual se están retirando, la dinámica de una pirámide está determinada por la diferencia entre las dos. Una explicación analítica del fenómeno de las pirámides debe dar cuenta del proceso mediante el cual el negocio capta nuevos inversionistas, de acuerdo con la red social en la que se esté incrustado, y pierde otros hasta generar un resultado en términos de su colapso o de su permanencia en el tiempo.

Los modelos de epidemias en redes complejas tienen la ventaja de ser construidos en contextos de redes complejas, en los que la estructura de la interacción y su dinámica dependen de las propiedades de la red social compleja subyacente. La idea central es que el fenómeno visible de la epidemia sólo puede ser explicado si conocemos la estructura profunda de las relaciones sociales en las que la epidemia empezó, se desarrolló y llegó a un punto de máxima infección. Tratar de conocer esa estructura profunda conduce, en últimas, al tamaño del componente más grande de la red social en la que se encuentran los primeros inversionistas. En su libro sobre la estructura y dinámica de las redes, Barabási, Newman y Watts presentan una reseña muy completa y profunda del estado del arte en el campo de la modelación de epidemias y cascadas informativas, además de una selección de los mejores artículos escritos en ese campo (Barabási *et al.*, 2006).

Una aplicación natural y efectiva del concepto de componentes puede ser apreciado en la forma en que Ball, Mollison y Scalia-Tomba modelaron los umbrales y el tamaño final de epidemias con dos niveles de mezcla:

Un grafo no dirigido puede ser particionado en componentes conexos, y el conjunto de aquellos infectados durante la epidemia consistirá precisamente del componente (o componentes) conectado(s) a los que los inicialmente infectados pertenecen. (Ball *et al.*, 2006: 51)

El problema de modelar la expansión de una pirámide tiene varios elementos decisivos en común con el de modelar una epidemia: ambos son fenómenos sociales colectivos cuyo tamaño y dinámica dependen de la forma en que estén conectados los primeros infectados (inversionistas) con el resto de la población; en ambos el máximo tamaño que pueden alcanzar está limitado por el tamaño del componente conexo más grande de la red social en la que está incrustado el fenómeno; ambos enfrentan barreras naturales para su expansión en la remoción de puentes o de puntos de corte que detienen su crecimiento.

Pero hay tres diferencias básicas entre los dos. Mientras que en las epidemias el simple contacto entre infecciosos y susceptibles de serlo es suficiente para que los segundos cambien de estado, en las pirámides el simple contacto entre un inversionista activo y uno potencial no garantiza el cambio de estado del segundo. Para que ello ocurra se requiere que los inversionistas potenciales crean que en todas las vecindades hay, y habrá, muchos como ellos invirtiendo en la pirámide. Este factor psicológico no tiene ningún impacto, por supuesto, en las epidemias, y hace de las pirámides un fenómeno social situado en la frontera incierta y cambiante entre el comportamiento individual y el colectivo. La segunda es que la remoción de puntos de corte y de puentes es el resultado, en el caso de las pirámides, de las decisiones deliberadas de los inversionistas activos y potenciales, mientras que en las epidemias es el resultado de políticas externas de cuarentena o de aislamiento de los ya infectados. Por último, las conjeturas acerca del comportamiento de los demás tienen un papel fundamental en las pirámides y ninguno en las epidemias.

Peter DeMarzo, Dimitri Vayanos y Jeffrey Zwiebel publicaron un artículo fundamental para entender la formación de opiniones convergentes en un contexto de influencia

social o de redes sociales conectadas (DeMarzo *et al.*, 2003). En forma provisional podemos denominarlo como el enfoque de formación de opiniones bajo influencia social. Aunque su objeto de estudio es la formación de opinión en redes sociales conectadas y no el surgimiento y caída de pirámides de inversión, la sofisticada técnica propuesta por ellos permite caracterizar y obtener resultados con respecto a la convergencia de opiniones o de conjeturas en redes sociales conectadas. Lo nuevo no es la técnica en sí misma, derivada del uso del álgebra lineal para calcular el número de caminos de longitud k en redes representadas por matrices de $n \times m$ sino su aplicación a la formación dinámica de conjeturas en redes conectadas. El impacto del trabajo de DeMarzo *et al.* es evidente en el uso de su propuesta técnica por parte de investigadores influyentes en el campo de las redes sociales y económicas, como Calvó Armengol y Joan De Martí (2007) y de Benjamin Golub y Matthew O. Jackson (2008). En el modelo de DeMarzo *et al.*, los agentes actualizan sus opiniones a través de las conexiones (caminos) existentes entre ellos en una “matriz de escucha”, o de conversación, cuyo contenido puede expresarse mediante la relación iRj en la que R denota “escucha a ”; la expresión iRj se lee como “ i escucha a j ”. La relación básica de nuestro modelo no será la de escuchar, sino el intercambio de información con respecto al pago o no pago de intereses.

Un último enfoque es la teoría de los grupos en teoría de juegos de Michael Bacharach. La teoría de Bacharach parte de su sorpresa ante la ausencia de una teoría de los grupos en la teoría de juegos. En su libro póstumo, Bacharach intentó trazar los fundamentos de una teoría de los grupos en el contexto de la teoría de juegos (Bacharach, 2006). Desde su enfoque uno debería preguntarse: ¿Forman un grupo los inversionistas de las pirámides? A juzgar por las masivas movilizaciones de sus asociados en el sur del país, aun después del colapso de las pirámides, la respuesta tendría que ser afirmativa. Si tuviéramos en cuenta la cooperación evidente que lograron a lo largo de los casi dos años de actividad de las pirámides, también deberíamos responder en forma afirmativa. Sin embargo, si tratáramos de encontrar identidades o afinidades más profundas o preferencias comunes la respuesta sería más ambigua. Aun así, durante el desarrollo del juego y en las respuestas de los inversionistas a la intervención del Gobierno y al colapso de las pirámides es posible discernir la creación de grupos temporales que cooperaron alrededor de las expectativas generadas por las altas ganancias ofrecidas por las pirámides. Esos grupos surgieron de grupos sociales existentes y se superpusieron a ellos durante cierto tiempo. En cierto sentido, se vieron involucrados en lo que Golub y Jackson denominan “aprendizaje ingenuo en redes sociales” (Golub y Jackson, 2008).

La teoría de Bacharach plantearía otra pregunta: ¿cuál es el mecanismo específico que hace de las pirámides un grupo, si lo fuera? La respuesta a esta pregunta va más allá de la especificación de las expectativas de los inversionistas de las pirámides y tiene unas implicaciones evolutivas que desbordan de lejos los objetivos de este artículo.

3. El modelo

Nuestra hipótesis fundamental es la siguiente: *toda pirámide tiene como su límite natural de crecimiento el tamaño del componente más grande de la red social en la que nace y se desarrolla.*

Los jugadores potenciales tienen que decidir primero si juegan o no juegan. Jugar es invertir en la pirámide. Por tanto, su primera decisión es *I* (invertir) o *NI* (no invertir). Esta decisión depende del número de vecinos del jugador *i* que ya hayan invertido n_i del tamaño de su vecindad $N_i(g)$. Definimos la vecindad del jugador *i* como $N_i(g) = \{j; g_{ij} = 1\}$, es decir, todos los jugadores *j* distintos de *i* que tienen relaciones con él. Observen que muchas vecindades tenderán a superponerse y a compartir vecinos. Si $n_i=0$ en la vecindad de *i*, entonces la probabilidad de que *i* decida *I*, $p(I)$ es igual a 0. La implicación es obvia, y no sin consecuencias: en una vecindad en la que nadie ha invertido, la probabilidad de que alguien lo haga será igual a cero.

¿Qué ocurre cuando $n_i > 0$? Es evidente que ahora la probabilidad de invertir en la pirámide es positiva y $p(I) > 0$. ¿Es posible determinar $p(I)$ para cada periodo del proceso de expansión de la pirámide? ¿Qué tan probable es que si sólo uno de mis vecinos ha invertido yo también lo haga? Para responder esta pregunta es necesario ir más allá del aspecto local de la decisión de cada individuo. ¿De qué tipo son los vínculos a través de los cuales pasa la información concerniente a la pirámide? No pueden ser vínculos casuales o temporales. Nadie invertiría en una pirámide si un desconocido se le acercara en la calle y le dijera que hay una inversión en la que puede obtener ganancias fabulosas en muy corto tiempo y sin ninguna condición –salvo la de arriesgar su dinero–. Se requieren vínculos *fuertes*, basados en la confianza y en la pertenencia a grupos sociales más grandes: la familia cercana, los amigos, los paisanos asociados a través de la familia o amigos cercanos. El clásico mecanismo del rumor de boca en boca no puede funcionar en estos casos. Se requiere confianza y credibilidad para que el vínculo entre dos personas se convierta en un vínculo de inversión en la pirámide.

Un ejemplo claro del papel de la confianza en este tipo de esquemas está en lo ocurrido con el esquema de Ponzi administrado por Harry Maddoff durante varios años en Wall Street⁴. Casi todos los inversionistas de su esquema eran miembros de la muy exclusiva sociedad que se movía alrededor del club campestre de West Palm Beach. Pertenecer a tan exclusivo grupo garantizó la confianza y la seguridad necesarias para que todos quisieran invertir en donde sus amigos cercanos y compañeros de golf y de champaña ya estaban haciendo una fortuna. Nadie podía quedar por fuera de la fiesta y todos invirtieron a la ciega y no tuvieron dudas mientras sus intereses fueron pagados con cumplimiento y prontitud.

Para que la pirámide sea vista como una empresa exitosa debe ser percibida por sus miembros potenciales como en permanente crecimiento. La pregunta local se transforma en: ¿cuántos individuos más estarán tomando la misma decisión en este momento, en otras vecindades, y cuántos la tomarán más tarde? Es decir, ¿qué tan grande es la multitud que cada jugador cree que invertirá en la pirámide una vez que él lo haya hecho? Nótese que en lo local el número de los que invierten está limitado

4 O con el ejemplo más nuestro de la pirámide creada por una ex-presentadora de televisión y su esposo: todo su círculo social y los contactos de su círculo social invirtieron en su esquema con total confianza –la confianza de muchos años de conocerlos y de pertenecer al mismo grupo social.

en forma severa por el tamaño de cada vecindad. Como todo el mundo no puede conocer a todo el mundo, en algún momento la pirámide dejará de crecer. A menos, por supuesto, que todos lo que invirtieran en el pasado siguieran reinvertiendo sus ganancias.

Todo esto configura un problema de expectativas. Para que alguien invierta hoy debe creer que más personas también lo harán y seguirán haciéndolo en el futuro. ¿En qué fundamentarse unas expectativas tan optimistas? En la idea de que en otras vecindades está ocurriendo algo similar a lo que está ocurriendo en la mía. Hay una especie de proyección o de extensión *telescópica* de lo que está ocurriendo en la vecindad de cada uno a las demás vecindades. Cada uno de los participantes proyectaría el estado de su vecindad hacia todas las vecindades, haciendo con ello que el mundo exterior sea una extensión del mundo local en el que vive. El resultado de esa expansión telescópica hacia el conjunto de las demás vecindades es la red global sobre la que debería descansar una pirámide exitosa. Esa extensión telescópica tiene una base real en el hecho de que las distintas vecindades están conectadas, es decir, hay caminos entre todas ellas y hay caminos entre todos los pares de individuos pertenecientes a las vecindades que estamos estudiando.

¿Es posible caracterizar estas expectativas optimistas en términos analíticos? Una alternativa razonable es hacerlo desde la teoría de las redes y de los grafos. Desde ese enfoque las expectativas optimistas o eufóricas estarían fundadas sobre el *descubrimiento del componente más grande en la red social en la que se ha iniciado el proceso de crecimiento de la pirámide y sus consecuencias*. Un componente no es más que un subconjunto de nodos en el que existe una caminata entre cualquier par de ellos. Si además no está contenido en ningún otro subconjunto de la red es, entonces, el componente más grande de nodos dentro de una red en la que puede haber otros componentes.

Cuando los primeros inversionistas de la pirámide comienzan a buscar nuevos clientes lo hacen entre sus amigos, conocidos, familiares y socios. En una palabra, entre sus vecinos en la red social. Si tienen éxito, cada uno de sus vecinos buscará a sus vecinos y amigos más cercanos y tratará de engancharlos a la pirámide. Si lo logran, la pirámide seguirá creciendo en la medida que las expectativas optimistas se mantengan y en que la conectividad del componente no se haya agotado. Este proceso ocurre a través de la difusión de información a lo largo de los caminos que conforman el componente más grande descubierto por la pirámide.

3.1. La ilusión de una red creciente

Vamos a llamar a este efecto *ilusión de una red creciente*. Podríamos definirlo así: todo individuo i de vecindad $N_i(g) = \{j: g_{ij} = 1\}$ que tiene al menos un vecino que ya invirtió en la pirámide cree que los individuos localizados en las demás vecindades están en la misma situación y que, por tanto, el número de personas que invertirá en la pirámide, $n_{i,t+1}$ no puede dejar de crecer en el futuro, de forma que $n_{i,t+1} > n_{i,t}$ y él elegirá I en t . De no ser así, no tendría sentido que se molestara en invertir: no habría suficiente base de apoyo para conseguir una ganancia. Sólo expectativas muy optimistas podrían sostener una pirámide. Cualquier desviación con respecto a ellas

puede conducir al colapso de una ya formada, o a la imposibilidad de continuar una apenas en formación. O son optimistas en exceso y creen que en todas partes está ocurriendo lo mismo y por lo tanto invierten, o no lo son y no participan del juego de la pirámide. El fuerte optimismo necesario para la viabilidad de la pirámide está basado en la existencia de *vínculos fuertes* entre los que ya invirtieron y los que apenas lo van a hacer. Relaciones de consanguinidad, amistad y compadrazgo son indispensables para que la decisión de invertir se extienda por la red social⁵.

La hipótesis de la *red creciente* es, por supuesto, en extremo optimista con respecto a la conectividad de las redes sociales en una ciudad, región o país. Requiere de la inserción paralela de clientes en todas las vecindades, o al menos en un conjunto de vecindades lo suficientemente conectado por puentes y caminos indirectos como para generar un efecto global en una ciudad o región. Pero no todas las ciudades cuentan con redes sociales de tan alta conectividad, ni es plausible que en todas las vecindades pueda haber al menos un cliente de la pirámide. Esto permitiría proponer una primera partición de las ciudades o regiones de acuerdo con su grado de conectividad o con su densidad interior y con sus conexiones con el mundo exterior. Redes sociales muy densas en su interior, pero poco conectadas hacia fuera, favorecerán la formación de pirámides que cubren casi toda la red local, pero que no se expanden hacia otros clústers o mundos. Hablando en el lenguaje de las epidemias, diríamos que la epidemia (pirámide) no tiene un frente o una frontera lo suficientemente grande como para avanzar hacia otros mundos y clústers. Duncan J. Watts lo plantea con precisión:

[...] Un clúster creciente de infecciosos consiste en realidad de dos tipos de nodos –aquellos en el interior del clúster (que no pueden infectar a ningún susceptible) y aquellos en la frontera, o *frente de la enfermedad*–. No importa qué tan grande sea la población infectada, el tamaño del frente de la enfermedad permanece fijo; por lo tanto, la tasa de crecimiento *per cápita* de la población infectada inevitablemente decrece en la medida en que la infección se expande (Watts, 2002: 175, énfasis en el original).

Este tipo de pirámides crece mucho en su interior y alcanza a cubrir ciudades y hasta departamentos y países enteros, pero no se expande hacia otros lugares. El resto del mundo (las otras ciudades y regiones en las que la pirámide nunca despegó), que es siempre más grande, no deja de serle esquivo. Podríamos caracterizarlo por redes menos densas en su interior, con más puentes entre una y otra, pero con escasas conexiones con los mundos en los que las pirámides avanzan más rápido. Es probable que la partición tenga una fuerte dimensión cultural y cognitiva. Los agentes que viven en las redes del resto del mundo tienen una mayor aversión al riesgo y le otorgan una probabilidad muy baja, cercana a cero, a que una pirámide pueda expandirse sin límite.

5 La biología y la dinámica evolutivas han encontrado fundamentos y evidencias muy fuertes que justifican el papel de los vínculos de consanguinidad en la emergencia de cooperación entre humanos. Ver los trabajos de Nowak (2006) y Bowles (2006).

La existencia de los dos mundos es otra forma de plantear la misma hipótesis básica de nuestro artículo: el tamaño del componente más grande que podría conformar la pirámide está limitado por las fronteras naturales de las redes sociales en las que está incrustada. Como lo plantea Arthur, siguiendo a John Holland, la solución al juego de El Farol no está en la racionalidad individual, sino en la *ecología* formada por las hipótesis de los agentes con respecto a la evolución de la asistencia a El Farol (Arthur, 1994) (Aquí *ecología* quiere decir un ambiente en el que se forman espontáneamente hipótesis con respecto al comportamiento a seguir en una cierta situación). En el caso de las pirámides, la aplicación parece más natural aun: el ambiente natural en el que se formarían las hipótesis que sostendrían la existencia de las pirámides serían las redes sociales que unen a sus clientes y su grado de conectividad. Pero son redes cuyo tamaño y capacidad de expansión están fundamentados en el componente más grande que tienen en su interior y en la ilusión de una red creciente.

3.2 Expectativas y supervivencia

En cada momento del tiempo $t \in T$, $T = 1, \dots, T$, los n jugadores dentro del alcance del componente en el que está incrustada la pirámide deben elegir entre dos alternativas: I (invertir) o NI (no invertir). Esta decisión cubre tanto las decisiones de los que por primera reciben información con respecto a la posibilidad de invertir en la pirámide como las de los que ya han invertido y tienen que decidir si van a retirar o no el capital invertido. La única información de la que disponen los inversionistas es si sus vecinos, o los vecinos de sus vecinos, y así sucesivamente en t “rondas” de longitud k , han recibido o no los intereses esperados sobre su capital.

Aquí vale la pena detenernos un poco. El procedimiento normal en redes sociales busca todos los caminos de longitud k a través de las potencias de la matriz de adyacencia correspondiente. En el caso de las pirámides, en cada ronda estamos avanzando hacia los vecinos de los vecinos de los vecinos y así sucesivamente, hasta alcanzar un resultado común en materia de conjeturas. Cada agente recibe, entonces, una señal de sus vecinos indicando si los que ya han invertido en la pirámide han recibido o no los intereses prometidos. Lo que debemos encontrar es si hay algún proceso de actualización de las conjeturas de los agentes que asegure su convergencia con respecto a la decisión de invertir o no invertir en la pirámide. Creemos que sí lo hay. Es un proceso fundamentado en el carácter conexo del componente más grande generado, o “encontrado”, por la pirámide y en la existencia, por tanto, de caminos de longitud k entre todos los miembros de la pirámide. A través de esos caminos la información correspondiente fluirá y las conjeturas serán actualizadas en procesos de distinta duración temporal. Es natural que el valor de la información producida en vecindades lejanas disminuya con la distancia, o la longitud del camino, que la separa del receptor. Sin embargo, lo que nos interesa es el proceso recursivo que lleva a la expansión del mismo tipo de conjetura por toda la red social.

He aquí el proceso. Como los agentes no disponen de ningún otro tipo de información que la proveniente de la señal que indica si los intereses han sido pagados o no, una vez recibida la señal con respecto al pago de intereses, cada uno de los agentes enviará esa información a través de los caminos existentes. En una primera

ronda esa información llegará a los vecinos inmediatos; en una segunda, a los vecinos de sus vecinos; en una tercera, a los vecinos de los vecinos de los vecinos, y así sucesivamente hasta cubrir a todos los miembros de la pirámide. En cada momento, los agentes actualizarán sus expectativas con respecto a invertir o no invertir de acuerdo con la información recibida. La red en la que ocurre el proceso está representada por un grafo no dirigido que registra si hay o no hay un vínculo entre un agente i y un j . En su modelo, DeMarzo *et al.* usan un grafo dirigido, indicando si un agente i escucha a uno j (DeMarzo *et al.*, 2003). En nuestro caso no es necesario hacer esa precisión: la información fluye en cualquier dirección.

Sea la \mathbf{T} la matriz de $n \times m$ que representa las interacciones entre todos los inversionistas de la pirámide. Tendrá como elementos un 0 si los individuos i, j no tienen relación entre ellos, y 1 si la tienen. Un atributo importante de esta matriz es que cada agente conoce o sabe la información que posee y, por lo tanto, está vinculado consigo mismo, haciendo que la diagonal de la matriz esté compuesta de unos. Cada elemento de \mathbf{T} es
$$T_{ij} = \frac{e_{ij}}{\sum_{k=1}^n e_{ik}}$$

Cada elemento de \mathbf{T} representa, entonces, el peso del vínculo e_{ij} en todos los vínculos de i , o la influencia de la información recibida de cada uno de ellos con respecto al pago o no pago de intereses en su vecindad. Cada uno de los inversionistas de la pirámide forma sus conjeturas de invertir o no invertir de acuerdo con la información recibida con respecto al pago de intereses. Si la información recibida confirma que los intereses están siendo pagados, los agentes conjeturarán y decidirán jugar, I . En caso contrario, su conjetura será negativa y elegirán no invertir, NI . Vamos a suponer que cada agente i forma conjeturas p_i^t , en cada periodo o momento $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$. Las conjeturas p_i^t están en el espacio $[0, 1]$. Las conjeturas de todos los agentes forman en cada periodo t un vector de conjeturas \mathbf{p}^t , con una regla de actualización de las conjeturas definida por:

$$\mathbf{T}\mathbf{p}^{t-1} = \mathbf{p}^t.$$

En el periodo t los agentes actualizan las conjeturas que tenían en el periodo $t-1$ intercambiando la información disponible a través de los caminos que los conectan en la red social. El vector \mathbf{p}^t es la solución única a $\mathbf{T}\mathbf{p}^{t-1} - \mathbf{p}^t$. Si consideramos la regla de actualización desde el momento inicial $t=0$, entonces $\mathbf{T}\mathbf{p}^0 = \mathbf{p}^1$ [Ver: Anexo 1]

La intuición del proceso que estamos describiendo es la siguiente. En un primer periodo los agentes tienen conjeturas con respecto a si están pagando o no los intereses, de acuerdo con la información recibida a través de la red social. Esas conjeturas determinan la acción que realizarán en cada periodo: si están pagando los intereses, invertirán por primera vez o continuarán invirtiendo si ya lo habían hecho. Si no están pagando los intereses, no invertirán y la pirámide no crecerá. Es más: es probable que ni siquiera despegue. Supongamos que en el primer periodo la señal informa que están pagando intereses por encima de lo normal y que la acción correspondiente es

invertir. En el siguiente periodo todos actualizan sus conjeturas de acuerdo con la regla presentada más arriba: como están pagando los intereses, una fracción mayor de agentes creerá que están pagando intereses por encima de lo normal y decidirá invertir en la pirámide. El vector de conjeturas cambiará en el sentido generado por la información que está circulando, y tenderá a reforzar la conjetura del pago de intereses por encima de lo normal. Este proceso continuará sostenido sobre la información que circula a través de los caminos que conectan a la red social. De hecho, es el proceso que explica el auge o crecimiento rápido de las pirámides.

Veamos ahora el proceso de caída de las pirámides. Si en algún nodo, o en varios nodos, aparece información acerca del no pago de intereses, esta información se va a transmitir a través de los caminos existentes en la estructura social en la que existe la pirámide. En cada periodo, otra vez, se actualizarán las conjeturas o expectativas de acuerdo con la información difundida a través de los caminos encontrados en ese periodo. Las conjeturas cambiarán ahora en sentido inverso: la información acerca del no pago de intereses se difundirá a través de la misma red social, y causará que no haya nuevos inversionistas y que los antiguos traten de retirar el capital invertido. Una vez desencadenado el proceso de cambio de las conjeturas, el desmoronamiento de las pirámides es sólo cuestión de tiempo. De muy poco tiempo, en verdad.

La caída de las pirámides no siempre es un proceso endógeno, dependiente de la información producida por la estructura del negocio. Puede ser el resultado de choques externos, como la intervención directa del Estado o la generación de pánico por una probable intervención gubernamental, o por la aparición de rumores sobre su fragilidad o la probable fuga de los organizadores de la pirámide. El tratamiento de los efectos de choques externos sobre la viabilidad de pirámides financieras será objeto de un artículo futuro.

¿De qué depende entonces el auge y la caída de las pirámides? De la influencia de la información en manos de ciertos agentes sobre las conjeturas de los demás agentes conectados por la red social activada por el desarrollo de la pirámide. La influencia de un agente j sobre un agente i , w_{ij} es la suma de su influencia a lo largo de las $t-1$ rondas de intercambio de información. En la primera ronda la influencia vendrá de todos los agentes que están a distancia 1 o conectados a él por caminos de longitud 1. En la segunda ronda, el agente i recibirá la información proveniente de aquellos que han influido sobre los que estaban conectados a él por caminos de longitud 1, es decir, captará la influencia de los agentes unidos a i por caminos de longitud 2 y la influencia estará representada por w_{ij}^2 . El proceso continuará de la misma forma durante t rondas, momento en el que, a través de los caminos de la matriz \mathbf{T} , habrá captado toda la información disponible en la red y recibido la influencia de la red entera. Este proceso tiene una filiación muy clara con las medidas de centralidad de Bonacich y con el uso tradicional de las potencias de matrices de adyacencia para encontrar el número de caminos de longitud k en la teoría de las redes sociales. En nuestro caso, queremos saber si el vector de conjeturas converge después de t rondas de intercambio de información a través de los caminos de la red social conectada.

Si T es conectada, existe un vector de conjeturas con ponderaciones estrictamente positivas $w = (W_1, \dots, W_n)^6$ tal que, en el límite, cuando $t \rightarrow \infty$ la influencia del agente j sobre un agente i converge a w_j y las conjeturas de todos los agentes i convergen a una única conjetura (De Marzo *et al.*, 2003: 924) Las condiciones requeridas para que este tipo de proceso sea convergente son bien conocidas (Golub y Jackson, 2008) en la teoría estándar de las cadenas finitas de Markov. La matriz de transición T debe ser conectada, aperiódica y tener un único vector propio asociado a un valor propio de 1. Si estas condiciones se cumplen el proceso de flujo de información y de actualización de conjeturas, debe conducir a una única conjetura. Si la señal de no pago de intereses aparece en alguna vecindad, se difundirá a todo lo largo de la red a través de los caminos que conectan a sus miembros hasta cambiar sus conjeturas y conducir las pirámides al colapso, vía el retiro (o el intento de hacerlo) de las inversiones realizadas. De hecho, la pirámide deberá colapsar muy rápido cuando la información acerca del no pago se difunda a través de la red y la decisión de NI se imponga.

En ese mismo sentido, la sabiduría popular diría que las malas noticias viajan más rápido y que la emergencia de información acerca del no pago de intereses, en uno o varios puntos de la red, se difunde a una velocidad mayor que la información optimista acerca de su pago. Haciendo uso de los mismos caminos, la conjetura que promueve el pánico y el retiro de las inversiones se cristalizará más rápido que las expectativas optimistas que condujeron al crecimiento de la pirámide.

En el modelo propuesto todos los jugadores, entonces, tienen la oportunidad, en cada periodo de tiempo, de mantener, adicionar o romper vínculos con la pirámide. Esa decisión dependerá de las expectativas que cada uno tenga con respecto a la información que los demás tienen sobre la viabilidad de la pirámide. A primera vista, como cada individuo sólo posee información local, su decisión tendría que estar basada en lo que ocurre en su vecindad, sin ningún conocimiento de lo que ocurre en el resto de la red social. Pero es sólo a primera vista. En realidad, la formación local de expectativas encubre una formación global de conjeturas, garantizada por el carácter conexo del componente descubierto por la pirámide. Para que cada uno construya las expectativas correspondientes sólo se requiere de sus vínculos locales y de los caminos que lo unen a todos los demás miembros del componente. Esa es la clave para entender el auge y la caída de las pirámides.

4. Conclusiones

Las pirámides son un fenómeno social que nace, crece y desaparece en el contexto de estructuras sociales que definen con claridad su tamaño y su dinámica. Definimos las pirámides como un fenómeno de difusión informativa que alcanza a cubrir el componente más grande de la red social en la que se desarrolló. Como todo componente

6 Este vector w es el mismo vector p establecido más arriba. Cambiamos la notación para subrayar que este vector pondera la influencia que cada agente tiene sobre los otros. Esa influencia decae con la distancia, o con la longitud de los caminos que los une. La presentación de Golub y Jackson (GolubJackson08) no le da importancia a la influencia social, y hace más énfasis en el proceso de convergencia de las conjeturas (*beliefs*).

tiene la propiedad de ser conexo, todos los pares de agentes pertenecientes a él tendrán un camino que los una. Al existir al menos un camino entre todos los pares de inversionistas, la información del pago de intereses en una de las vecindades se expande hacia el resto de la red a través de los caminos disponibles. Los inversionistas deciden invertir o no invertir siguiendo la información que reciben a través de sus relaciones sociales, directas e indirectas. Dependiendo de la velocidad con la que circule la información, más o menos rápida será la convergencia hacia el tamaño máximo de la pirámide o hacia su inevitable colapso.

Los agentes que participan en las pirámides no son irracionales. Actúan guiados por una racionalidad limitada que los lleva a seguir la conducta de sus vecinos en la red social y a conformar con ellos expectativas y conjeturas comunes, a través de procesos de actualización que explotan, sin buscarlo en forma deliberada, la estructura de la red en la que se encuentran. Compartir información limitada y local en estructuras de red conduce, en forma natural, a patrones globales de coordinación muy difíciles de explicar a través de modelos convencionales de racionalidad sustantiva.

En el origen del rápido crecimiento de las pirámides está también la semilla efectiva de su fragilidad y de su colapso. Por los mismos caminos, a través de los cuales se expandió la información del pago de intereses más altos que lo ofrecido en promedio por el mercado, fluirá más tarde la información de la suspensión del pago de esos intereses inusuales, lo cual conduce al colapso de la estructura global del negocio. Esa creación y destrucción masiva de riqueza y de ilusiones es el resultado de la puesta en marcha de redes sociales conectadas en contextos de euforia y de extremo optimismo.

Anexo 1

La descripción del proceso de convergencia de conjeturas requiere del uso de ciertas herramientas matemáticas. Nótese primero que la descripción de las relaciones entre los n agentes mediante una matriz cuadrada de adyacencia \mathbf{T} , en la que cada uno está relacionado consigo mismo, es decir $g_{ii} = 1$, permite hacer uso de los valores y vectores propios. Suponemos que existe un vector de conjeturas (*beliefs*) \mathbf{p}^t que es “enviado” por la matriz de adyacencia \mathbf{T} sobre el mismo vector \mathbf{p}^t multiplicado por el valor propio correspondiente λ , de forma que $\mathbf{T}\mathbf{p}^{t-1} - \lambda\mathbf{I}\mathbf{p}^t = \mathbf{0}$ (1). El valor propio λ es un escalar, o un número, múltiplo del vector propio. Dicho de otra forma, \mathbf{T} envía a un vector propio sobre un escalar múltiplo de ese mismo vector propio.

La ecuación (1) puede escribirse como $(\mathbf{T} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{p}^t = \mathbf{0}$ con \mathbf{I} representando a la matriz identidad. El determinante de $(\mathbf{T} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{p}^t = \mathbf{0}$ es el polinomio característico de \mathbf{T} y sus soluciones son los valores propios correspondientes. Para cada valor λ_t se puede resolver el sistema homogéneo $(\mathbf{T} - \lambda_t\mathbf{I})\mathbf{p}^t = \mathbf{0}$ reduciendo la matriz aumentada. Las soluciones no triviales del sistema homogéneo son los vectores propios de \mathbf{T} que corresponden a λ_t . Y estos vectores propios de \mathbf{T} representan las conjeturas de los agentes con respecto a la viabilidad de la pirámide.

Veamos ahora la dinámica de la formación de conjeturas. Consideren un proceso finito de Markov en el que los estados son las conjeturas de los agentes con respecto

a si están pagando o no los intereses, y la matriz de transición representa la probabilidad de pasar del estado i al estado j , o de un vector de conjeturas a otro. El paso de un estado a otro es equivalente al paso de las conjeturas en $t-1$ a las conjeturas en t . Cada uno de los elementos de \mathbf{T}^t es $(\mathbf{T}^t)_{ij}$, la probabilidad de que pase del estado i al j , equivalente en nuestro caso a que la información de j influya sobre las conjeturas de i . De Marzo *et al.* ([7], 924) lo interpretan como la ponderación de la influencia de los j contactos de i sobre sus opiniones, w^t . La implicación es que w^t converge a w_j , y las conjeturas convergen entonces a unas conjeturas (*beliefs*) de consenso, siempre y cuando el valor del escalar λ_t sea igual a 1.

Para nosotros, la influencia social de los contactos directos e indirectos de cada uno de los agentes sobre sus conjeturas está en el impacto de la información proveniente de sus contactos. Más que opiniones, lo que interesa en nuestro caso es la información con respecto a la viabilidad de la pirámide en el tiempo.

Bibliografía

- Arthur, W. B. (1994). Inductive Reasoning and Bounded Rationality, *American Economic Review*, Papers and Proceedings, **84**: 406-411.
- Bacharach, M. (2006). *Beyond Individual Choice. Teams and frames in Game Theory*. Edited by Natalie Gold and Robert Sugden. Princeton, NJ, Princeton University Press.
- Ball, F., Mollison D y Scalia-Tomba G. (2006). Epidemics with two levels of mixing, in Barabási, Newman and Watts (eds.), *The Structure and Dynamics of Networks*, Princeton, NJ: Princeton University Press, 436-478.
- Barabási, A.L., Newman, M. y Watts, D.J. (2006). *The Structure and Dynamics of Networks*. Princeton, NJ, Princeton University Press.
- Bowles, S. (2006). Group Competition, Reproductive Leveling, and the Evolution of Human Altruism, en: *Science*, **314**: 1569-1572.
- Calvó-Armengol A. and De Martí, J. (2007). Communication Networks: Knowledge and Decisions, en: *American Economic Review*, Papers and Proceedings, **97**: 86-91.
- DeMarzo, P., Vayanos, D. y Jeffrey Zwiebel. (2003). Persuasion, Social Influence, and Unidimensional Opinions, en: *Quarterly Journal of Economics*, August: 909-953.
- Golub B. y Jackson M. (2008). Naïve Learning in Social Networks and the Wisdom of Crowds. Stanford, CA, Stanford University. Mimeo.
- Jackson, M. (2008). *Social and Economic Networks*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Morris, S. (2000). Contagion, en: *Review of Economic Studies* **67**: 57-78.
- Ohtsuki, H., Hauert, C., Lieberman, E. y Nowak, M. A. (2006). "A simple rule for the evolution of cooperation on graphs and social networks", en: *Nature*, **441**: 502-505.
- Nowak, M. A. (2006). "Five Rules for the Evolution of Cooperation", en: *Science*, **314**: 1560-1563.
- Superintendencia Financiera de Colombia. (2008). "Resolución Número 1778 de 2008", Bogotá. Mimeo.
- Watts, D.J. (2002). *Six Degrees. The Science of a Connected Age*. NY, Norton.