

EJERCICIOS CON POLINOMIOS

Jorge Vargas

1) Sea $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ una función racional a coeficientes racionales, tal que $f(n)$ es un entero para cada entero n . Probar que f es un polinomio.

2) Sean (b_1, \dots, b_q) (a_1, \dots, a_r) dos uplas de naturales tal que para cada subconjunto L de $\{a_1, \dots, a_r\}$ de longitud s es posible encontrar s elementos b_j de $\{b_1, \dots, b_q\}$ del tipo

$$b_j = \sum_{a_i \in L} \gamma_{ij} a_i$$

donde γ_{ij} son enteros no negativos.

Probar que

$$f(t) = \prod_{j=1}^q (1 + t + \dots + t^{b_j-1}) / \prod_{i=1}^r (1 + t + \dots + t^{a_i-1})$$

es un polinomio de coeficientes enteros no negativos.

J. VARGAS, FaMAF, U.N.C.
