Curiosidades del 2017

Todos los números tienen alguna curiosidad, aquí compartimos algunas de 2017.

Primos

- 2017 es primo.
- $\frac{2017+1}{2}$ y $\frac{2017+2}{3}$ son primos.
- $2017\pi = 6336,59...$ y, redondeando, obtenemos 6337 que es primo.
- $2017e = 5482,77...$ y, redondeando, obtenemos 5483 que es primo.
- Estos son el primo anterior y el primo posterior a 2017

$$2011 = 2017 + (2 - 0 - 1 - 7),$$
$$2027 = 2017 + (2 + 0 + 1 + 7).$$

- Si agregamos un 7 entre dos dígitos consecutivos de 2017 obtenemos tres primos

$$20177, \quad 20717, \quad 27017.$$

- 20170123456789 es primo.
- El 2017-ésimo primo (o sea el primo que ocupa el lugar 2017) es 17359 y el número

$$201717539$$

también es primo.

- $2017^2 - 2017 + 1 = 4.066.273$ es primo .

Cuadrados y cubos

- 2017 forma la terna pitagórica $(1855, 792, 2017)$, es decir

$$792^2 + 1855^2 = 2017^2.$$

- 2017 no puede ser escrito de la forma $n^2 + 5 \cdot m^2$ (m, n enteros). Sin embargo:

$$\begin{array}{ll}
2017 = 44^2 + 1 \cdot 9^2, & 2017 = 29^2 + 6 \cdot 14^2, \\
2017 = 37^2 + 2 \cdot 18^2, & 2017 = 15^2 + 7 \cdot 16^2, \\
2017 = 17^2 + 3 \cdot 24^2, & 2017 = 37^2 + 8 \cdot 9^2, \\
2017 = \ \ 9^2 + 4 \cdot 22^2, & 2017 = 44^2 + 9 \cdot 3^2.
\end{array}$$

- $2017 = 11^3 + 7^3 + 7^3$ y $2017 = 15^3 - 11^3 - 3^3$.
- $2017 = 12^3 + 6^3 + 4^3 + 2^3 + 1^3$. No todo número se puede escribir como suma de 5 cubos.

Sumas

- Hay 305 números primos impares menores o iguales que 2017. La suma de todos ellos
$$3+5+7+11+\cdots+2011+2017=283.079$$
es primo.

- La suma de los cubos de las diferencias de primos consecutivos hasta 2017
$$(3-2)^3+(5-3)^3+(7-5)^3+\cdots+(2017-2011)^3=258.569$$
es primo.

Más sofisticados

- $2017=2^{11}-2^5+1$. O sea, 2017 es un primo de Solinas (de la forma $2^a\pm 2^b\pm 1$).

- Si p_n es el n-ésimo primo, entonces $2017=2^{11}-p_{11}$.

- Si $\varphi(n)$ es la función de Euler, es decir que $\varphi(n)$ el número de enteros positivos menores que n y coprimos con n, entonces
$$\varphi(2017)=\varphi(2016)+\varphi(2015)=\varphi(2016)+2\varphi(2018).$$

- También en base 8 es primo, es decir $(2017)_8=2\cdot 8^3+0\cdot 8^2+1\cdot 8+7\cdot 8^0=1039$ es primo.

- 2017 es capicúa en base 31 y 32. En efecto, como $2017=2\cdot 31^2+3\cdot 31+2$ y $2017=32^2+31\cdot 32+1$ se tiene
$$(2017)_{31}=232 \qquad \text{y} \qquad (2017)_{32}=(1\mathrm{V}1).$$
Además, 2017 es el menor número que es capicúa en ambas bases.

- Los enteros de Gauss son los números complejos de la forma $a+ib$ con $a,b\in\mathbb{Z}$. 2017 no es un primo Gaussiano pues
$$2017=(44+9i)(44-9i)$$

Geométricos y sorprendentes

- Si se traza una recta en el plano, se obtienen 2 regiones.
Si se trazan 2 rectas, se obtienen como máximo 4 regiones.
Si se trazan 3, como máximo 7 regiones; si se trazan 4, como máximo 11 regiones; .... y si se trazan 63 rectas, se obtienen como máximo 2017 regiones.
¿Cuántas regiones se obtienen como máximo trazando n rectas en el plano?

- ¿De cuántas formas se pueden ubicar los números $1,2,3,\ldots,n^2$ en un tablero de $n\times n$ de modo que todas las filas, todas las columnas y las dos diagonales (de izquierda a derecha) sean crecientes?
Si $n=2$ hay una sola forma:

1	3
2	4

Si $n = 3$ hay 9 maneras:

$$\begin{array}{c|c|c} 1 & 4 & 7 \\ \hline 2 & 5 & 8 \\ \hline 3 & 6 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c|c} 1 & 4 & 6 \\ \hline 2 & 5 & 8 \\ \hline 3 & 7 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c|c} 1 & 4 & 6 \\ \hline 2 & 5 & 7 \\ \hline 3 & 8 & 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c} 1 & 3 & 7 \\ \hline 2 & 5 & 8 \\ \hline 4 & 6 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c|c} 1 & 3 & 6 \\ \hline 2 & 5 & 8 \\ \hline 4 & 7 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c|c} 1 & 3 & 6 \\ \hline 2 & 5 & 7 \\ \hline 4 & 8 & 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c} 1 & 2 & 7 \\ \hline 3 & 5 & 8 \\ \hline 4 & 6 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c|c} 1 & 2 & 6 \\ \hline 3 & 5 & 8 \\ \hline 4 & 7 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c|c} 1 & 2 & 6 \\ \hline 3 & 5 & 7 \\ \hline 4 & 8 & 9 \end{array}$$

Y si $n = 4$ ... ¡hay 2017 maneras! Notar que son muy pocas comparadas con el número total de formas de ubicar los 16 números uno en cada casilla, que es $16! = 16 \times 15 \times \cdots \times 3 \cdot 2 = 20.922.789.888.000$. En realidad, si nos damos cuenta el 1 y el 16 deben ir siempre en las casillas arriba-a-la izquierda y abajo-a-la-derecha, así que el número total sería $14! = 87.178.291.200$, que igualmente es muy grande. Podés ver esta sucesión https://goo.gl/Q31zEu y otras en /https://oeis.org/

- Formamos un espiral con los números impares desde el 1 en el sentido del reloj,

$$\begin{array}{ccccccc} 85 & 87 & 89 & 91 & 93 & 95 & 97 \\ 83 & 41 & 43 & 45 & 47 & 49 & 51 \\ 81 & 39 & 13 & 15 & 17 & 19 & 53 \\ 79 & 37 & 11 & 1 & 3 & 21 & 55 \\ 77 & 35 & 9 & 7 & 5 & 23 & 57 \\ 75 & 33 & 31 & 29 & 27 & 25 & 59 \\ 73 & 71 & 69 & 67 & 65 & 63 & 61 \end{array}$$

Si bajamos verticalemente desde el 1, encontramos al 7, 29, 67 y en la fila 16 por debajo del 1 ¡encontraremos al 2017! ¿Tiene esto alguna relación con el problema de las rectas?