

Sección de Problemas


por Juan Pablo Rossetti

Los siguientes problemas están pensados para un público amplio. El 2do es un gran desafío, muy lindo. Esperamos que los piensen, que no se den por vencidos fácilmente, y sobre todo ¡que los disfruten! Partes de las soluciones se encuentran en la página siguiente.




 **Problema 1.** VELOCIDAD MEDIA. Un hombre va todos los días de Córdoba a Villa María por autopista, con la suerte que en el horario que viaja puede fijar la velocidad de su auto y hacer todo el recorrido a velocidad constante. Siempre la fija en $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, para consumir menos combustible. Un martes 13, algo nervioso porque era triscaidecafóbico, se equivocó y puso la velocidad cruceo en el camino de ida a $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Preocupado porque no debía llegar tarde a la vuelta, decidió aumentar la velocidad para su regreso. Pensó que volviendo a $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, sin dudas llegaría a la hora de siempre. En Córdoba, se encontró con que había llegado tarde, más tarde de lo previsto, lo cual le significó un serio problema, que no debía volver a ocurrir. El hombre sospechaba que la demora podría haber ocurrido por alguna influencia nefasta del martes 13. . .

Sin embargo, cuando un mes más tarde volvió a cometer el mismo error de fijar la velocidad a la ida en $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, tuvo buen criterio y decidió consultar a un profesor de matemática, quien le supo decir lo que ocurría y la velocidad a la que debía regresar. *¿Cuál es la velocidad que le dijo el profesor?*

 **Problema 2.** ADIVINAR LA QUINTA CARTA. Emilio es un gran jugador de póker y ha logrado ponerse de acuerdo con su compañero Ángel para que éste pueda adivinar su última carta antes de que sea dada vuelta. Es decir, Emilio recibirá 5 cartas de un mazo de 52, las verá, y las pondrá en fila, boca abajo, ordenadas, para que las vayan dando vuelta de a una en el orden que él estableció. Las cinco cartas se irán volteando, la primera, la segunda, la tercera, y después que den vuelta la cuarta carta, Ángel ya deberá ser capaz de saber cuál es la quinta carta de Emilio. *¿Cómo es posible lograr esto?*

[Nota: mientras juegan no hay comunicación alguna entre los jugadores, sino que la única información que podrá usar Ángel es la de saber cuáles son las 4 primeras cartas.]

 **Problema 3.** CACHORRITOS. Cuando nacen cachorritos, cada uno puede ser macho o hembra con la misma probabilidad. Esta mañana una perra tuvo 4 cachorritos. *¿Qué es más probable, que le nazcan dos machos y dos hembras o que nazcan tres de un sexo y uno de otro?*

Respuestas

✓ **Solución 1.** Regresó a $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. No es a $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ porque no hay que hacer la media aritmética de las dos velocidades; al tratarse de una distancia fija se anda más tiempo a la velocidad menor. En este caso, la razón entre las velocidades $\frac{80}{60} = \frac{4}{3}$ debe ser sumada a otra fracción para que dé dos. Así aparece el $\frac{2}{3}$ y se debe buscar la velocidad que al dividirla por 80 dé $\frac{2}{3}$, de donde sale el 120.

✓ **Solución 2.** No haremos una solución completa aquí, sino solo daremos una idea. Una forma de saber el palo de la quinta carta es que al ser 5 cartas, hay al menos un par del mismo palo, y se podrían elegir esas dos cartas como primera y quinta, entonces Ángel al ver la primera carta ya sabría que la quinta es del mismo palo. Para saber el número, es más difícil, pero una pista es que se puede poner un orden total al mazo de las 52 cartas (por ejemplo, por el número, y a igual número, elegir un orden en los 4 palos) y usar este orden para hacer permutaciones con las cartas 2da, 3ra y 4ta, y usar esta info. Con esto ya se está muy cerca del final.

✓ **Solución 3.** Contrario a lo que se puede pensar, es más probable que nazcan 3 de un sexo y 1 de otro. Esto sale de analizar que hay 16 casos en total y son 8 casos con tres de un sexo y uno del otro mientras que son solo 6 casos con dos y dos. La probabilidad se calcula dividiendo los casos favorables sobre los casos totales, cuando todos los casos son igualmente probables.

¡Sucesiones al toque!

¿Cuál creés que es el próximo número en las siguientes sucesiones $\{a_n\}$ y por qué? ¿Te animás a encontrar más términos de estas sucesiones? ¿Y una fórmula general?

1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ...

2, 5, 11, 17, 23, 31, 41, ...

6, 10, 14, 15, 21, 22, 26, 33, 34, ...

0, 4, 18, 48, 100, 180, 294, ...

Podés encontrar las soluciones en la página $n + 2$, donde n es el tercer número de Kaprekar en base 10; es decir $n^2 = (ab)_{10}$ y $a + b = n$. Por ejemplo, 9 es de Kaprekar, pues $9^2 = 81$ y $8 + 1 = 9$. Si la querés más fácil, n es el quinto número hexagonal. Mucho más fácil aún, $n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$ (el noveno número triangular).

