Curiosidades del 2020

Todos los números tienen alguna curiosidad, aquí compartimos algunas del 2020.

Expresiones con los dígitos

- 2020 puede ser escrito usando solo uno cualquiera de los dígitos:

$$\begin{aligned}
2020 &= (1+1)\times \tfrac{11111-1}{11}\\
&= 2\times(2\times(22^2+22)-2)\\
&= 3+(3+3)\times(333+3)+\tfrac{3}{3}\\
&= 4+(4+4)\times(4^4-4)\\
&= 5^5+55\times(5-5\times 5)-5\\
&= (6-\tfrac{6}{6})\times(\tfrac{6+6}{6}+6\times 66+6)\\
&= \tfrac{77}{7}+7\times(7\times(7\times 7-7)-7)\\
&= (8\times(8\times 8\times 8-8)+8)\times\tfrac{8}{8+8}\\
&= (9+9)\times\tfrac{(\frac{99}{9}+999)}{9}\,.
\end{aligned}$$

- La misma representación usando un único dígito a:

$$2020 = \frac{(aaaaa-a)\times(a+a)}{a\times aa}$$

para cualquier $a \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

- 2020 puede ser escrito con las operaciones elementales en forma ascendente o descendente:

$$\begin{aligned}
2020 &= 12\times 3\times 45+6\times(7\times 8+9)+10\\
&= 10+9+8\times 7+6\times 54\times 3\times 2+1\,,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2020 &= 1^{23}\times 4\times(-5+6+7\times 8\times 9)\\
&= 9\times 8\times 7\times(6-5)\times 4+3+2-1\,.
\end{aligned}$$

- Usando los mismos dígitos en bases y potencias:

$$\begin{aligned}
2020 &= -1^3+3^6-4^1+6^4\\
&= -1^2-2^3+3^6+4^1+6^4\\
&= 1^3-2^7+3^6-4^5+5^1+6^2+7^4\,,
\end{aligned}$$

y usando además dígitos consecutivos:

$$\begin{aligned}2020 &= 0^1 + 1^3 - 2^5 + 3^6 + 4^0 + 5^2 + 6^4\\ &= 0^4 - 1^7 + 2^1 + 3^6 + 4^5 + 5^0 + 6^3 + 7^2\\ &= 0^7 + 1^8 + 2^4 + 3^6 + 4^5 + 5^2 + 6^3 + 7^0 + 8^1\\ &= 0^3 + 1^8 + 2^7 - 3^9 + 4^6 + 5^4 + 6^2 + 7^5 + 8^0 + 9^1\,.\end{aligned}$$

Primos

- 2020 es el menor número que, al mismo tiempo, puede ser escrito como suma de 4 primos consecutivos al cuadrado y como suma de dos cuadrados de dos formas distintas

$$\begin{aligned}2020 &= 17^2 + 19^2 + 23^2 + 29^2\,,\\ 2020 &= 16^2 + 42^2\,,\\ &= 24^2 + 38^2\,.\end{aligned}$$

Cuadrados, cubos y otras potencias

- 2020 como suma de 4 o más cuadrados:

$$\begin{aligned}2020 &= 1^2 + 13^2 + 25^2 + 35^2\\ 2020 &= 3^2 + 21^2 + 27^2 + 29^2\\ 2020 &= 1^2 + 17^2 + 23^2 + 24^2 + 25^2\,,\end{aligned}$$

- como suma de cubos:

$$2020 = 1^3 + 1^3 + 1^3 + 7^3 + 7^3 + 11^3\,,$$

- y como suma de potencias cuartas:

$$2020 = 1^4 + 1^4 + 2^4 + 3^4 + 5^4 + 6^4\,.$$

- 2020 como suma de potencias y sumas con los mismos dígitos:

$$2020 = 1^7 + 44^2 + 74^0 + 82^1 = 17 + 442 + 740 + 821\,.$$

Ternas pitagóricas

- 2020 satisface las siguientes ternas pitagóricas:

$$\begin{aligned}2020^2 &= 400^2 + 1980^2\\ &= 868^2 + 1824^2\\ &= 1212^2 + 1616^2\\ &= 1344^2 + 1508^2\,.\end{aligned}$$

Cuadrados mágicos

Un cuadrado mágico de tamaño n es un arreglo de $n \times n$ donde se colocan los números $1, 2, \ldots, n^2$, de modo tal que todas las filas y columnas y las 2 diagonales principales tienen la misma suma. Permitiremos cuadrados mágicos un poco más generales.

- Cuadrado mágico 5×5 con suma 2020:

395	392	412	410	411
415	405	400	407	393
414	406	404	402	394
399	401	408	403	409
397	416	396	398	413

Este cuadrado está formado por los 25 números consecutivos $392, 393, \ldots, 416$. Notar que además el cuadrado interior 3×3 es otro cuadrado mágico con suma 1212, y que éste formaba la terna pitagórica $(1212, 1616, 2020)$.

- Cuadrado mágico 8×8 con suma 2020:

228	222	282	284	271	233	273	227
225	266	264	237	270	238	240	280
226	236	258	245	248	259	269	279
231	242	251	256	253	250	263	274
281	244	255	252	249	254	261	224
276	262	246	257	260	247	243	229
275	265	241	268	235	267	239	230
278	283	223	221	234	272	232	277

Este cuadrado está formado por los 64 números consecutivos $221, 222, \ldots, 284$. Notar que además los cuadrados interiores 4×4 y 5×5 son también cuadrados mágicos con sumas 1010 y 1515, respectivamente.