



## TAREAS DE ENSEÑANZA CON PATRONES DE REPETICIÓN: FORTALEZAS Y DEBILIDADES EN PROYECTOS EDITORIALES DE EDUCACIÓN INFANTIL

Yeni Acosta  
Nataly Pincheira  
Ángel Alsina  
Universitat de Girona

### Resumen

Se exploran, a través del análisis de contenido, las habilidades para hacer patrones de repetición en cinco proyectos editoriales de Educación Infantil de Chile y España: copiar, interpolar, extender, abstraer, reconocer la unidad, crear. Se analizan 49 tareas, mostrando una mayor presencia de la habilidad “extender”. Se concluye que es necesario que los libros de texto ofrezcan tareas de patrones con un nivel de dificultad creciente desde “copiar” a “crear”, para desarrollar los inicios del pensamiento algebraico.

Palabras clave: *patrones de repetición, habilidades para hacer patrones, libros de texto.*

### Abstract

We explore, through content analysis, the skills of making repetition patterns in five editorial projects of Early Childhood Education in Chile and Spain: copying, interpolating, extending, abstracting, recognising the unit, creating. Forty-nine tasks are analysed, showing a greater presence of the skill "extend". It is concluded that it is necessary for textbooks to offer pattern tasks with an increasing level of difficulty from "copy" to "create", in order to develop the beginnings of algebraic thinking.

Keywords: *repetition patterns, patterning skills, textbooks.*

## **Introducción**

Numerosas investigaciones han informado que el estudio de los patrones de repetición y su estructura influyen de manera positiva en el desarrollo matemático temprano, proporcionando una base esencial para fomentar el pensamiento algebraico (Mulligan et al., 2020; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2006; Rittle-Johnson et al., 2013; Wijns et al., 2019).

Papic (2015) sugiere la necesidad de promover la conciencia de los niños sobre los patrones para estimular el desarrollo estructural, la comprensión relacional y la generalización desde una edad temprana. Sin embargo, Tirosh et al. (2017) detectaron que el profesorado de infantil no apuesta por actividades que se centren en la estructura de los patrones. Por consiguiente, es necesario cuestionarse si la enseñanza de los patrones de repetición y el álgebra de los planes de estudio de matemáticas se basa en la estrategia de alternancia de colores exclusivamente, en lugar de la identificación de los elementos del patrón y del número de repeticiones (Papic y Mulligan 2007). Resulta importante destacar que las habilidades para hacer patrones (*patterning skills*) se pueden abordar a través de diversas tareas teniendo en cuenta si requieren o no conocimiento de la estructura o regla subyacente del patrón.

Acosta y Alsina (2020, 2021) señalan que la enseñanza de patrones de repetición se inicia en situaciones concretas hasta formalizarse en experiencias abstractas. Desde este prisma, compartimos el Enfoque de los Itinerarios de la Enseñanza de las Matemáticas (EIEM, de ahora en adelante) propuesto por Alsina (2019, 2020), que focaliza la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades a partir de secuencias estructuradas que nacen en contextos informales (situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos), prosiguen en contextos intermedios (recursos literarios y tecnológicos) y finalizan en contextos

formales (recursos gráficos). Teniendo en cuenta, pues, los planteamientos del EIEM (Alsina, 2019, 2020), la enseñanza de las matemáticas se formaliza en contextos gráficos haciendo uso de procedimientos y notaciones convencionales en libros de texto y/o cuadernos.

Si bien es cierto que la enseñanza en Educación Infantil debería adoptar un carácter más concreto que abstracto, según el informe TIMSS (Hooper et al., 2015), los docentes de muchos países continúan confiando en los libros de texto como un recurso de apoyo de sus decisiones curriculares. En España, por ejemplo, durante el curso 2019-2020 se vendieron 5.667.910 ejemplares de libros de texto para Educación Infantil según recoge el informe de la Asociación Nacional de Editores de Libros y Material de Enseñanza [ANELE] (2020). Ante este panorama, Braga y Belver (2016) sugieren que el libro de texto, como mediador del aprendizaje, debe ser analizado para valorar la calidad didáctica de sus aspectos formales. Wijns et al. (2019) constatan que queda pendiente estudiar si las tareas con patrones que se implementan, promueven de forma óptima todo su potencial para así fomentar el desarrollo de la percepción algebraica de los niños.

Por tanto, nuestro propósito es valorar el proceso de formalización de los patrones de repetición que llevan a cabo los niños de 3 a 5 años, a través de los libros de texto.

Desde esta perspectiva nos formulamos la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué tareas y habilidades para hacer patrones de repetición se evidencian en libros de textos de Educación Infantil, de Chile y España, para niños de 3, 4 y 5 años de edad?

De esta pregunta se deriva el siguiente objetivo de investigación:

Analizar las habilidades para hacer patrones de repetición en una colección de cinco libros de texto de Educación Infantil (3 a 5 años) de Chile y España.

### **Marco teórico**

Los patrones de repetición se constituyen por un núcleo constante de elementos que se repiten con una regularidad replicable, es decir por una unidad de repetición (Papic y Mulligan, 2007, Papic et al., 2011). El reconocimiento de dicha unidad de repetición establece un orden de dificultad creciente en consonancia con el pensamiento recursivo y funcional. Wijns et al. (2019a) subrayan que

Los niños que piensan de manera recursiva solo ven la relación entre elementos consecutivos en un patrón y, por lo tanto, solo pueden predecir el siguiente (es decir, el +1), mientras que aquellos que son capaces de pensar funcionalmente pueden ver la estructura subyacente de un patrón y, por lo tanto, predecir cualquier patrón (p. 147).

En esta línea, Björklund y Pramling (2014) constatan en su estudio que desarrollar el concepto de patrón consiste en percibir la regla abstracta, para luego poder identificarla y señalarla de una forma más voluntaria y funcional. Desde esta perspectiva, autores como Clements y Sarama (2015); Lüken y Sauzet (2020), Rittle-Johnson et al. (2013); Wijns et al. (2019), entre otros, determinan una serie de habilidades para hacer patrones directamente vinculadas con la capacidad para identificar o no la unidad de repetición y de esta manera dejar de entender el patrón como “una alternancia de dos colores, una sucesión de colores con cierta regularidad” (Lüken, 2018, p. 9), para centrar la mirada en los núcleos que lo conforman (Papic et al., 2011). Dichas habilidades se definen como un conjunto de competencias que se configuran como predictoras del rendimiento matemático en etapas posteriores (Rittle-Johnson et al., 2013). Por tanto, en el diseño de tareas con patrones de repetición, las habilidades más frecuentes son: a) copiar, b)

interpolación, c) extender, e) abstraer o traducir, f) reconocer la unidad de repetición, y e) crear. Las tareas que promueven estas habilidades se detallan a continuación: 1) duplicar el mismo patrón; 2) encontrar elementos faltantes de una secuencia; 3) ampliar la secuencia; 4) construir el mismo patrón con diferentes materiales; 5) identificar la unidad de repetición; e 6) inventar un patrón, respectivamente.

De acuerdo con Mcgarvey (2012, p.334), las tareas que movilizan las habilidades de copiar, interpolar y extender (...) “enfatan la organización recursiva de elementos en lugar de repetir unidades”. En cambio, las que permiten a los niños ser conscientes de la regla subyacente del patrón son las de abstraer o traducir, reconocer la unidad de repetición y crear (Lüken y Sauzet, 2020).

En los últimos años los resultados de diversos estudios han comenzado a reflejarse en los currículos de matemáticas para la primera infancia en diferentes países. En Estados Unidos, por ejemplo, el NTCM (2006) establece los puntos focales en torno a los cuales deben centrarse los procesos de enseñanza y aprendizaje del álgebra desde los tres hasta los seis años aproximadamente, destacando el reconocer y extender patrones auditivos y numéricos, y analizar el comportamiento de los patrones utilizando representaciones pictóricas y verbales específicas. En Australia, la Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority [ACARA] (2015) en relación con el álgebra y los patrones, sugiere que los niños de cuatro años ordenen y clasifiquen objetos familiares, explicando el motivo de la clasificación realizada, copiando, creando y ampliando patrones con objetos, dibujos o material manipulable, así como reforzando su capacidad de observar e identificar patrones naturales encontrados en su entorno. Por último, en Nueva Zelanda, el currículo Te Whāriki-Early childhood (2017) apuesta por la capacidad de reconocer una amplia gama de patrones y regularidades en el

entorno que les impulsen a explorar, descubrir y evaluar todo aquello que encuentren de interés.

En Chile, en el currículo para la Educación Infantil (MINEDUC, 2018), se propone abordar de manera específica la seriación e identificación de patrones a partir de los 4 años mediante el objetivo: “Crear patrones sonoros, visuales, gestuales, corporales u otros, de dos o tres elementos” (p. 98). En España, sin embargo, no se apuesta por unas indicaciones concretas en relación con la enseñanza de patrones de repetición, en su lugar se apuesta por habilidades matemáticas relacionadas con la identificación de atributos y cualidades, “(...) estableciendo relaciones de agrupamientos, clasificación, orden y cuantificación (...) pasando así de la manipulación a la representación, origen de las incipientes habilidades lógico matemáticas.” (Real Decreto 1630/2006, pp. 474-479).

## **Método**

De acuerdo con el propósito del estudio se ha adoptado un enfoque cualitativo (Creswell, 2009), utilizando como técnica el análisis de contenido (López-Noguero, 2002). La muestra fue intencionada y escogida a través de los siguientes criterios: ediciones completas, vigentes y desarrolladas por editoriales de prestigio. A continuación, se detallan los dos proyectos editoriales seleccionadas para Chile y España.

<b>País</b>	<b>Código</b>	<b>Edad</b>	<b>Título</b>	<b>Editorial</b>	<b>Año</b>
Chile	T1	4 años	Saber Hacer Comprensión del entorno 4 años	Santillana	2019
	T2	5 años	Saber Hacer Comprensión del entorno 5 años	Santillana	2019
España	T3	3 años	Mate+: Matemáticas manipulativas 3 años	Santillana	2021

T4	4 años	Mate+: Matemáticas manipulativas 4 años	Santillana	2021
T5	5 años	Mate+: Matemáticas manipulativas 5 años	Santillana	2021

Tabla 1. Colecciones consideradas para el análisis. Elaboración propia

Para llevar a cabo el análisis de contenido, se ha adaptado la estructura para el análisis de libros de texto que propone Cobo (2003) abordando las siguientes etapas:

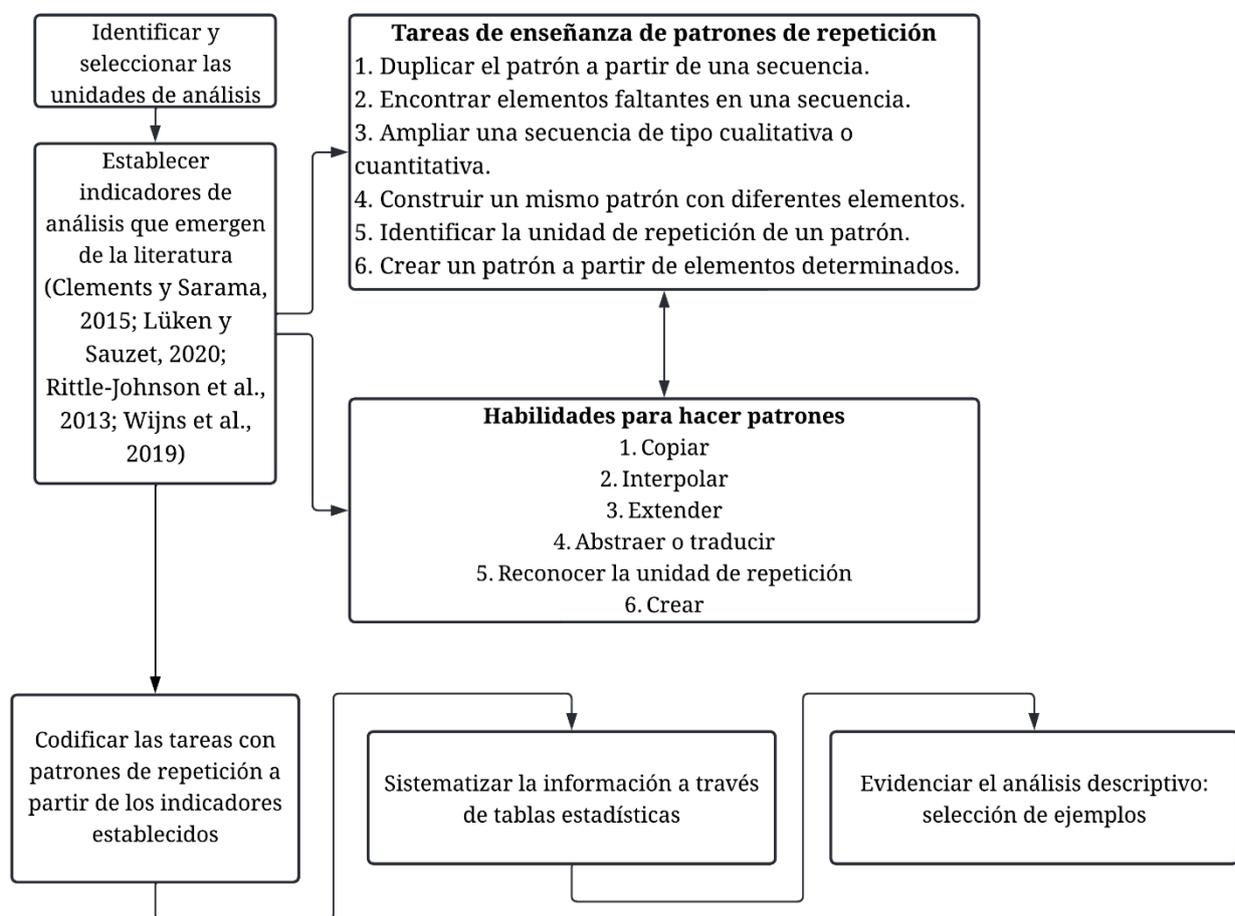


Figura 1. Etapas del análisis de contenido. Elaboración propia

Durante la codificación de los datos se han asignado las siguientes puntuaciones: i) en caso de presencia (1 punto); y ii) ausencia (0 puntos).

## **Resultados**

Los resultados obtenidos muestran presencia de tareas con patrones. En total se analizaron 260 tareas matemáticas, de las cuales 56 corresponden al estudio de patrones de repetición. Cabe destacar que de las tareas encontradas en los libros de texto de España se descartan, atendiendo al enfoque de recursos gráficos que define el EIEM (2019, 2020), 7 propuestas que para su resolución requieren del uso de material manipulativo. Por consiguiente, nuestras unidades de análisis se conforman por 49 tareas matemáticas, 15 de Chile y 34 de España.

A continuación, se muestran las tareas categorizadas para ambos países, destacando que una misma propuesta puede movilizar más de una habilidad para hacer patrones.

	<b>Indicador</b>	<b>3 años (n=0)</b>	<b>4 años (n=9)</b>	<b>5 años (n=6)</b>
<b>Chile</b>	1	0	0	0
	2	0	1	1
	3	0	4	3
	4	0	0	0
	5	0	3	2
	6	0	3	2

*Tabla 2. Categorización de las tareas encontradas en los libros de texto de Chile (T1 y T2). Elaboración propia*

En la Tabla 2, se observa que en los libros de texto de Chile predominan las tareas que movilizan la habilidad de a) extender, representando un 46.7%, seguida de las habilidades de b) reconocer la unidad de repetición, y c) crear, ambas con una 33.3%. Las tareas que responden a estas habilidades son: ampliar la secuencia de tipo cualitativa o cuantitativa; identificar la unidad repetición; e inventar un patrón, respectivamente. Destacar además la ausencia de: i) tareas con patrones de repetición en la edad de 3 años y, ii) tareas que promueven, de manera longitudinal, la habilidad de copiar y abstraer o traducir.

España	Indicador	3 años (n=1)	4 años (n=15)	5 años (n=18)
	1	0	0	0
	2	0	7	2
	3	0	8	16
	4	1	0	0
	5	1	0	0
	6	0	0	0

Tabla 3. Categorización de las tareas encontradas en los libros de texto de España (T3, T4 y T5). Elaboración propia

En la Tabla 3 se observa que, en los libros de texto de España, la habilidad para hacer patrones es mayoritariamente la de a) extender, representando un 70.6%, seguida de b) interpolar con un 26.5%. Para estas habilidades las tareas que se plantean son: ampliar una secuencia de tipo cualitativa o cuantitativa y encontrar elementos faltantes de una secuencia, respectivamente. Se localizan vacíos longitudinales en las habilidades de copiar y crear.

A continuación, se muestran ejemplos de las propuestas señaladas anteriormente (Tabla 4).

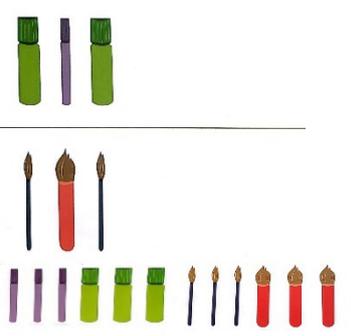
 <p>Figura 3. Tarea de extender (3 años). Fuente: T3 (2021, p.19).</p>	 <p>Figura 4. Tarea de reconocer la unidad repetición y crear (4 años). Fuente: T1 (2019, p.58).</p>	 <p>Figura 5. Tarea de interpolar (5 años). Fuente: T5 (2021, p.3)</p>
---	---	--

Tabla 4. Ejemplos de tareas con patrones de repetición. Elaboración propia

De manera general, las tareas más frecuentes son las que ponen de manifiesto las habilidades de extender, seguido en menor medida de las de reconocer la unidad de repetición, crear e interpolar.

### Discusiones y conclusiones

En este estudio se ha analizado las habilidades para hacer patrones de repetición en una colección de cinco libros de texto de Educación Infantil (3 a 5 años) de Chile y España.

Los datos obtenidos han puesto de manifiesto que las tareas más frecuentes de manera longitudinal, tanto para Chile como para España, son las de ampliar una secuencia de tipo cualitativa o cuantitativa (indicador 3). Dicha habilidad no requiere de reconocimiento de la unidad repetición para abordar la resolución. De acuerdo con Rittle-Johnson et al. (2013), se supone que estas tareas son más fáciles de resolver (Rittle-Johnson et al., 2013) y, por ende, podrían no contribuir al desarrollo de la percepción algebraica de los alumnos (Wijns et al., 2019). No podemos obviar que ser capaz de comprender el componente cognitivo, relacionado con el conocimiento de la estructura; y el meta-cognitivo, asociado a la capacidad de búsqueda y análisis de patrones (Mulligan y Mitchelmore, 2009), favorece la generalización y apoya el razonamiento multiplicativo en etapas posteriores (Papic et al., 2011; Warren y Cooper, 2007).

Si bien es cierto que, en algunas las tareas con patrones de repetición de Chile, se apuesta por un reconocimiento de la unidad de repetición, es importante tener en cuenta que, sin una intervención directa del docente, los niños de 4 años

no identifican de manera autónoma el patrón que origina la seriación (Papic, et al., 2011), puesto que es una habilidad que puede resultar difícil incluso para niños de 9 años (Warren y Cooper, 2007). En esta línea, Rittle-Johnson et al. (2013) confirman en su estudio que es necesario el uso de explicaciones instructivas para reforzar la abstracción del patrón y que este hecho se evidencia de manera exitosa a partir de los 4-5 años.

Por tanto, si de manera longitudinal los libros de texto incluyen mayoritariamente tareas que movilizan habilidades previas a la identificación de la unidad de repetición, promueven ampliamente el pensamiento recursivo, lo que consideramos una fortaleza. No obstante, al promover únicamente este tipo de tareas, se genera una debilidad en el proceso de formalización de los patrones de repetición, provocando una barrera en la transición del pensamiento recursivo al funcional, puesto que los niños y las niñas pierden oportunidades de centrar la mirada en otras habilidades que requieran un mayor grado de abstracción. Desde esta perspectiva y como futura línea de investigación sería conveniente analizar como el profesorado de Educación Infantil compensa esta debilidad haciendo usos de otros contextos educativos.

En este marco, apostamos por una enseñanza de patrones de repetición en los libros de texto que se desarrolle en el marco de un criterio de dificultad creciente, tanto de manera longitudinal (entre niveles) como transversal (en un mismo nivel), para así promover el aprendizaje de habilidades cada más complejas para hacer patrones, desarrollando de manera eficaz los inicios del pensamiento algebraico.

## **Agradecimientos**

Este trabajo fue respaldado por el Ministerio de Educación, Cultura y Deportes de España bajo la Subvención para Formación de Profesorado Universitario (FPU16-01856) y por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo del Gobierno de Chile (ANID) mediante una beca de doctorado en el extranjero, Folio N.º 72200447.

## **Referencias bibliográficas**

- Acosta, Y. y Alsina, Á. (2020). Learning patterns at three years old: Contributions of a learning trajectory and teaching itinerary. *Australasian Journal of Early Childhood*, 45(1), 14-29.
- Acosta, Y., y Alsina, Á. (2021). Aprendiendo patrones en Educación Infantil: ¿Cómo influye el contexto de enseñanza? En P.D. Diago, D.F. Yáñez, M.T. González-Astudillo y D. Carrillo. (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 101-108). Valencia: SEIEM.
- Alsina, Á. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas de 6 a 12 años*. Graó.
- Alsina, Á. (2020). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-159. <http://10.30612/tangram.v3i2.12018>
- Asociación Nacional de Editores de Libros y Material de Enseñanza [ANELE] (2020). *El libro educativo en España. Curso 2019-2020*. Cedro.
- Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority [ACARA]. (2015). *The Australian Curriculum: Mathematics*.
- Braga, G., y Belver, J.L. (2016). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. *Revista Complutense de Educación*, 27(1), 199-218. [http://dx.doi.org/10.5209/rev\\_RCED.2016.v27.n1.45688](http://dx.doi.org/10.5209/rev_RCED.2016.v27.n1.45688)
- Björklund, C., y Pramling, N. (2014). Pattern discernment and pseudo-conceptual development in early childhood mathematics education. *International*

*Journal of Early Years Education*, 22 (1), 9-104.  
<http://10.1080/09669760.2013.809657>

Clements, H.D., y Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad*. Learning Tools LLC.

Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, España.

Creswell, J. W. (2009). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches* (3rd ed.). Sage Publications

Hooper, M., Mullis, I. V., y Ma, M. O. (2015). *TIMSS 2015 context questionnaire framework*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). TIMSS and PIRLS International Study Center, Lynch School of Education.  
[https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/downloads/T15\\_FW\\_Chap3.pdf](https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/downloads/T15_FW_Chap3.pdf)

Lüken, M. M. (2018). Is patterning a mathematical activity? — An analysis of young children's strategies in working with repeating patterns. In *A mathematics education perspective on early mathematics learning* — POEM 2018. Norway: Kristiansand.

Lüken, M.M., y Sauzet, O. (2020). Patterning strategies in early childhood: a mixed methods study examining 3- to 5-year-old children's patterning competencies. *Mathematical Thinking and Learning*.  
<http://10.1080/10986065.2020.1719452>

McGarvey, L. M. (2012). What Is a Pattern? Criteria Used by Teachers and Young Children. *Mathematical Thinking and Learning*, 14, 310-337.  
<https://doi.org/10.1080/10986065.2012.717380>

Ministerio de Educación [MINEDUC] (2018). *Bases Curriculares 2018: Educación Parvularia*. Unidad de Curriculum y Evaluación.

Mulligan, J. T., y Mitchelmore, M.C. (2009). Awareness of Pattern and Structure in Early Mathematical Development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33-49.

Mulligan, J.T., Oslington, G., y English, L. D. (2020) Supporting early mathematical development through a 'pattern and structure' intervention

- program. *ZDM—International Journal of Mathematics Education*, 52, 663-676. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01147-9>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2006). *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence*. National Council of Teachers of Mathematics.
- New Zealand Government. Ministry of Education. (2017). *Te Whāriki: Early Childhood Curriculum*. Ministry of Education.
- Papic, M.M. (2015). An Early Mathematical Patterning Assessment: identifying young Australian Indigenous children's patterning skills. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 519-534. <https://doi.org/10.1007/s13394-015-0149-8>
- Papic, M., y Mulligan, J. (2007). The growth of early mathematical patterning: An intervention study. En J. Watson y K. Beswick (Eds.), *Mathematics: Essential research, essential practice (Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Hobart)* (Vol. 2, pp. 591–600). MERGA.
- Papic, M. M., Mulligan, J. T., y Mitchelmore, M. C. (2011). Assessing the development of pre-schoolers' mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42, 237-268.
- Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación infantil. *Boletín Oficial del Estado*, 4, de 4 de enero de 2007. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2006/12/29/1630>
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., McLean, L. E., y McEldoon, K. L. (2013). Emerging understanding of patterning in 4-year-olds. *Journal of Cognition and Development*, 14(3), 376–396. <http://dx.doi.org/10.1080/15248372.2012.689897>
- Tirosh, D., Tsamir, P., Barkai, R., y Levenson, E. (2017). Preschool teachers' variations when implementing a patterning task. *Paper presented at the 10th Congress of European Research in Mathematics Education (CERME)*, Dublin, Ireland.
- Warren, E., y Cooper, T. (2007). Repeating Patterns and Multiplicative Thinking: Analysis of Classroom Interactions with 9-Year-Old Students that Support the Transition from the Known to the Novel. *Journal of Classroom Interaction*, 41, 7-17.

Wijns, N., Torbeyns, J., De Smedt, B., y Verschaffel, L. (2019). Young children's patterning competencies and mathematical development: A review. En K. Robinson, H. Osana, y D. Kotsopoulos (Eds.), *Mathematical Learning and Cognition in Early Childhood* (pp. 139–161). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-12895-1\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-030-12895-1_9)