

Análisis de la estabilidad transitoria en sistemas eléctricos de potencia por el método de Runge-Kutta

Analysis of the transient stability in electric power systems by the Runge-Kutta method

Jonathan Fernando Quisilema-Quiñaluiza¹

Resumen: Este documento presenta una breve introducción y desarrollo de un método de integración numérica conocido como Runge-Kutta, con el fin de estudiar el comportamiento en el estado transitorio de los sistemas de energía eléctrica, teniendo en cuenta que existen múltiples métodos para la resolución de este problema. Sin embargo, se han considerado las ventajas de usar el método mencionado: alta velocidad de convergencia en comparación con métodos como Euler o el Euler modificado. Al enfatizar sus características y su baja tasa de error, nos permiten encontrar una solución viable a los problemas inherentes al comportamiento de los sistemas de energía eléctrica. Además, debe tenerse en cuenta que la naturaleza de este artículo radica en el modelado clásico de un generador, esto para dar paso al análisis que se llevará a cabo, teniendo en cuenta los componentes clave en el caso a estudiar, y considerando los efectos que ocurren cuando este modelado permite que el método actúe para conocer un comportamiento en relación con los tipos de fallas que pueden ocurrir, como salidas de línea, problemas de carga, índices dañinos dentro de los parámetros operativos, problemas de generación (vinculados a él cambios desde los ángulos de los motores y los tiempos de corrección para volver a un estado estable) y componentes relacionados con el concepto de la barra infinita.

Palabras clave: Estabilidad del sistema de potencia, Estabilidad transitoria.

¹ Ingeniero eléctrico, Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador. jquisilemaq@est.ups.edu.ec

Abstract: This document presents a brief introduction and development of a numerical integration method known as Runge-Kutta, to study the behavior in the transient state of electric power systems, taking into consideration that there are multiple methods for the resolution of this issue. However, the advantages of using the mentioned method have been considered: high convergence speed compared to methods such as Euler's or the modified Euler. Emphasizing their characteristics and low error rate, they allow us to find a viable solution to the problems inherent in the behavior of electrical power systems. In addition, it should be noted that the nature of this article lies in the classic modeling of a generator, this in order to give way to the analysis to be carried out, taking into account the key components in the case to be studied, and considering the effects that they occur when this modeling allows the method to act to know a behavior in relation to the types of failure that may occur, such as line outputs, load problems, harmful indices within the operating parameters, generation problems (linked to it shifts from the angles of the motors and the correction times to return to a stable state) and components related to the concept of the infinite bar.

Keywords: Power system stability, Transient stability.

1. Introducción

Dentro de los distintos fenómenos en los sistemas eléctricos de potencia, se puede dar claro énfasis a la estabilidad angular, la falla en las instalaciones de transmisión, pérdida de generación o pérdida de una carga grande [1], mucho más aún, considerando las complejidades que los sistemas eléctricos de potencia presentan hoy en día [2], tanto por las tecnologías como por su estructura.

La clasificación de los parámetros críticos del modelo de carga garantiza resultados precisos de simulación del sistema de potencia con menos esfuerzo [3], lo cual es muy beneficioso para un análisis viable. Este fenómeno depende de la capacidad de restaurar el equilibrio entre el par electromagnético

y el par mecánico de cada generador sincrónico en el sistema, luego de haberse producido una falla o perturbación.

La inestabilidad se puede ver como un incremento de las oscilaciones de los ángulos de algunas máquinas [4], que llegan a perder su sincronismo. En régimen permanente, si el par mecánico de entrada y el par electromagnético de salida se encuentran equilibrados, la velocidad permanece constante. Las curvas potencia-ángulo son usadas para investigar los mecanismos de la estabilidad transitoria [5], también pueden mencionarse como ejemplo de los tipos de perturbaciones que se pueden presentar a los niveles de tensión fuera de sus límites pueden ser causantes de severas contingencias tales como daños en equipos [6], ausencia de electricidad, pérdida total o parcial del suministro, lo que a su vez se traduce en pérdidas económicas [7]. Cuando se produce una perturbación se rompe ese equilibrio y existen variaciones de velocidad en los rotores de las máquinas. Se puede dividir la estabilidad angular en dos subcategorías:

Estabilidad angular de pequeña perturbación: Esto hace referencia a la capacidad del sistema para mantener el sincronismo bajo pequeñas perturbaciones. Se considera que una perturbación es pequeña si las ecuaciones que describen la respuesta resultante del sistema se pueden linealizar para fines de análisis [8] [1]. En los sistemas de potencia prácticos actuales, el problema de estabilidad de señal pequeña (small-signal) suele ser uno de los amortiguamientos insuficientes de las oscilaciones del sistema. El análisis de señales pequeñas utilizando técnicas lineales proporciona información valiosa sobre las características dinámicas inherentes del sistema de potencia y ayuda en su diseño.

Estabilidad transitoria: La estabilidad transitoria o del ángulo del rotor de gran perturbación, se refiere a la capacidad del sistema para mantener el sincronismo cuando en el sistema existe una perturbación que provoca grandes excursiones de los ángulos del rotor [9] con referencia directa a la evasión de fallas

en cascada [10], también puede mencionarse como la habilidad del sistema eléctrico de potencia para mantener el sincronismo [1], evitando así condiciones tales como los blackouts [11]. Esto depende del estado inicial de operación del sistema, la severidad de la falla y el tiempo en que la misma es eliminada. La inestabilidad aparece como una separación angular aperiódica debido al insuficiente par sincronizante. Para sistemas muy grandes, la inestabilidad podría ocurrir con la primera oscilación del ángulo y además con una superposición de un modo de oscilación lento entre áreas y un modo de oscilación local. La inestabilidad transitoria aparece, como máximo, luego de 2 o 3 segundos de ocurrida la falla [12].

Los sistemas de potencia son sistemas rígidos típicos. Las soluciones de tales sistemas requieren un método adecuado de integración numérica. Los métodos de integración convencionales generalmente se clasifican como métodos implícitos o explícitos, dependiendo de si se requieren o no solo valores previos para calcular nuevos valores de las variables de estado. Desafortunadamente, la mayoría de los métodos explícitos son estables condicionalmente y, por lo general, no son adecuados para sistemas rígidos. Por otro lado, los métodos implícitos tienen el peligro de cálculo; a saber, la región de estabilidad absoluta para un algoritmo no es igual a la estabilidad de la región del sistema, aunque pueden ser inestable [13].

Para poder describir el comportamiento de un sistema eléctrico de potencia como tal, es necesario tener presente las características que pueden estar inmersas en el mismo al momento de realizar un análisis, teniendo así:

- Cuánto carga el generador.
- La salida del generador durante la falla. Esto depende de la ubicación y el tipo de falla.

- El tiempo de eliminación de fallas.
- La reactancia del sistema de transmisión posterior al fallo.
- La reactancia del generador. una reactancia más baja aumenta la potencia máxima y reduce el ángulo inicial del rotor
- La inercia del generador. cuanto mayor es la inercia, más lenta es la tasa de cambio de ángulo. esto reduce la energía cinética obtenida durante la falla.
- La magnitud del voltaje de inercia del generador (E'). esto depende de la excitación del campo
- La magnitud de voltaje del bus infinito E_g . [1]

2. Estabilidad con métodos de integración numérica

2.1. Modelo dinámico del sistema eléctrico

En los programas de simulación de sistemas eléctricos para estudios de estabilidad transitoria, el esfuerzo de computación suele ser elevado [14]. Para saber si los generadores síncronos de un sistema permanecen en sincronismo después de una perturbación, normalmente se simulan entre 10 y 30 segundos. Teniendo en cuenta que el tamaño de las redes de transporte simuladas asciende frecuentemente a varios miles de nudos, es natural que los modelos utilizados traten de preservar tan sólo aquellos fenómenos relevantes para la estabilidad del sistema, y que desprecien aquellos fenómenos cuyo efecto sobre la estabilidad es muy pequeño. En particular, despreciar fenómenos muy rápidos ayuda a reducir el esfuerzo de computación, puesto que permite emplear pasos de integración mayores [15][16].

Con el fin de reducir los tiempos de simulación y la ocupación de memoria, y dado que su influencia sobre la estabilidad del sistema es muy pequeña, los programas informáticos de simulación dinámica para estudios de estabilidad desprecian los transitorios electromagnéticos en las reactancias y capacidades

de la red. Esto quiere decir que suponen que los transitorios en estos elementos ocurren infinitamente rápido, o, dicho de otro modo, que las corrientes en las bobinas y las tensiones en los condensadores alcanzan inmediatamente su régimen permanente [17]. De esta forma las variables eléctricas pueden representarse mediante fasores, de manera que, por ejemplo, la reactancia serie de una línea no impone la ecuación $u = L \, di/dt$, sino la ecuación $U = \omega LI$. Así se sustituye una ecuación diferencial con una constante de tiempo pequeña por una ecuación algebraica en números complejos, con el consiguiente ahorro de esfuerzo computacional. Una consecuencia de esta práctica es que la corriente en las bobinas y la tensión en los condensadores puede variar instantáneamente durante la simulación [18][19]. En resumen, las siguientes afirmaciones respecto a los programas para estudios de estabilidad transitoria son equivalentes, aunque a primera vista parezcan distintas:

- Desprecian los transitorios electromagnéticos en la red.
- Sólo representan la componente fundamental de 50 Hz de las variables eléctricas.
- Representan la red mediante fasores.

2.2. Métodos de integración numérica

Las ecuaciones diferenciales para resolver durante el análisis dinámico de la estabilidad de un sistema eléctrico son ecuaciones diferenciales ordinarias de la forma:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t) \quad (1)$$

donde x es el vector de las variables de estado y t es la variable independiente (el tiempo). Las condiciones iniciales x_0 , t son conocidas y corresponden, bien a un régimen permanente antes de la perturbación calculado mediante un flujo de cargas, bien al estado final de una simulación anterior.

Los métodos empleados para resolver la ecuación 1 son variados [20].

En general, pueden agruparse en dos categorías: métodos implícitos y métodos explícitos.

Los métodos explícitos permiten calcular el vector de variables de estado en cada instante en función de las variables en instantes anteriores. El método más sencillo es el de Euler, que aplicado a una única ecuación (1) consiste en calcular en cada instante

$$x_{n+1} = x_n + \frac{dx}{dt} \Big|_x = x_n \Delta t \quad (2)$$

Dado que las propiedades del método de Euler son insatisfactorias tanto respecto a exactitud como a estabilidad numérica, en la práctica se usan otros métodos explícitos más avanzados, por ejemplo, de tipo Runge-Kutta o Predictor-Corrector. La formulación precisa de estos métodos puede encontrarse fácilmente en textos especializados en ecuaciones diferenciales ordinarias [21].

Los métodos explícitos son los más utilizados por su facilidad de programación. Sin embargo, conviene señalar su limitación a la hora de representar simultáneamente fenómenos rápidos y lentos. La presencia en un sistema de constantes de tiempo pequeñas obliga a emplear pasos de integración pequeños para preservar la estabilidad de la integración numérica, mientras la presencia de constantes de tiempo

grandes obliga a simular periodos de tiempo largos para observar la respuesta del sistema [22]. La presencia simultánea de constantes de tiempo pequeñas y grandes conduce a sistemas matemáticamente “rígidos”, que consumen grandes recursos de computación [23].

Los métodos implícitos surgen como respuesta al problema de la representación de sistemas matemáticamente rígidos. El más conocido es la regla trapezoidal, cuya aplicación a una única ecuación diferencial (1) consiste en el planteamiento de la ecuación de forma integral:

$$x_1 = x_0 + \int_{t_0}^{t_1} f(x, \tau) d\tau \quad (3)$$

y la posterior solución de la integral mediante su aproximación por trapecios de anchura Δt . Así, el primer paso de integración sería

$$x_1 = x_0 + \frac{\Delta t}{2} [f(x_0, t_0) + f(x_1, t_1)] \quad (4)$$

Como puede observarse, la incógnita x_1 no está despejada y aparece en ambos miembros de la ecuación, razón por la que este tipo de métodos se llaman “implícitos”. La rigidez del sistema a representar no afecta a la estabilidad de estos métodos de integración.

3. Método Runge-Kutta (R-K)

El método Runge Kutta aproxima la solución de las series de Taylor, sin embargo, diferente a la solución formal de las series de Taylor, el método R-K no requiere una evaluación explícita de derivadas más altas que la primera. Los efectos de grandes derivadas son incluidos por algunas evaluaciones de la

primera derivada. Dependiendo del número de términos efectivamente retenidos en las series de Taylor, se tiene métodos R-K de diferente orden.

3.1. Método R-K de segundo orden

Refiriéndose a la ecuación (1), la fórmula del método R-K de segundo orden para el valor de x a $t = t_0 + \Delta t$ es

$$x_1 = x_0 + \Delta x = x_0 + \frac{k_1 + k_2}{2} \quad (5)$$

Donde

$$k_1 = f(x_0, t_0)\Delta t \quad (6)$$

$$k_2 = f(x_0 + k_1, t_0 + \Delta t)\Delta t \quad (7)$$

Este método es equivalente a la primera consideración y los términos de la segunda derivada en las series de Taylor, el error está en el orden de Δt^3 .

Una fórmula general dando el valor de x para el $(n + 1)^{st}$ paso es

$$x_{n+1} = x_n + \frac{k_1 + k_2}{2} \quad (8)$$

Donde

$$k_1 = f(x_n, t_n)\Delta t \quad (9)$$

$$k_2 = f(x_n + k_1, t_n + \Delta t)\Delta t \quad (10)$$

3.2. Método R-K de cuarto orden

La fórmula general dada para el valor de x para el $(n + 1)^{st}$ paso es

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (11)$$

Donde

$$k_1 = f(x_n, t_n)\Delta t \quad (12)$$

$$k_2 = f\left(x_n + \frac{k_1}{2}, t_n + \frac{\Delta t}{2}\right)\Delta t \quad (13)$$

$$k_3 = f\left(x_n + \frac{k_2}{2}, t_n + \frac{\Delta t}{2}\right)\Delta t \quad (14)$$

$$k_4 = f(x_n + k_3, t_n + \Delta t)\Delta t \quad (15)$$

La interpretación típica a la solución anterior es como lo siguiente:

$k_1 =$ (pendiente al comienzo del paso de tiempo) Δt

$k_2 =$ (primera aproximación a la pendiente a medio paso) Δt

$k_3 =$ (segunda aproximación a la pendiente de medio paso) Δt

$k_1 =$ (pendiente al final del paso) Δt

$$\Delta x = 1/6(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Así Δx es el valor incremental de un x dado para el promedio ponderado de estimaciones basadas en pendientes al comienzo, punto medio y final del paso de tiempo.

Este método es equivalente a la consideración de los términos de la cuarta derivada de la expansión de las series de Taylor. Este tiene un error en el orden de Δt^5 .

4. Discusión de resultados

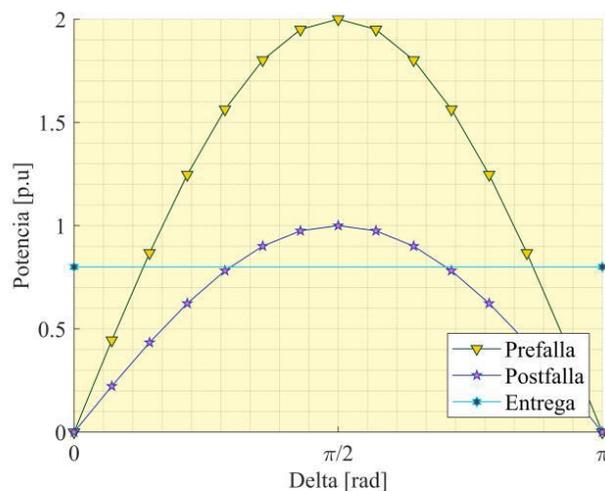


Figura 1. Comportamiento de estabilidad un SEP considerando el modelo base de estudio

Partiendo desde la representación del comportamiento característico obtenido de un sistema de transmisión, se puede apreciar que por el concepto inherente de la reducción de transmisión de potencia,

un criterio clave es la influencia directa del crecimiento de la resistencia en una línea de transmisión, teniendo así que la curva de postfalla indica los índices de reducción de potencia debido a la pérdida de una línea de transmisión, por lo tanto las acciones pertinentes de este caso son tomadas para el comportamiento del ángulo de los rotores, siendo así que hasta la representación de áreas iguales este concepto aún sigue siendo útil, mas no para el desarrollo de sistemas más complejos, esto debido a que partiendo de la ecuación de oscilación, las variables a desarrollarse tienden a demostrar la variación característica de las formas de onda en sistemas más sofisticados.

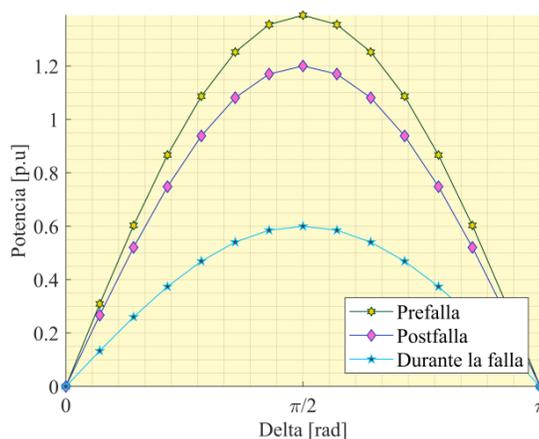


Figura 2. Análisis de un SEP basado en un modelo simple de la ecuación de oscilación

En la figura 2 se puede apreciar la continuación de la figura 1, teniendo además que hay una característica distinta, la cual es la representación del comportamiento del SEP durante la falla, esto debido a que por el criterio de análisis que se tiene, habrá un instante de tiempo en el cual la resistencia de la línea que sigue operativa tienda a ser en exceso grande, por lo cual la potencia transmitida durante ese lapso será muy reducida, teniendo en cuenta que este comportamiento, al no ser corregido de manera inmediata puede provocar la pérdida total de un sistema de transmisión como tal, sin embargo, si se actúa durante un tiempo prudente, la línea puede seguir operativa, más el punto de operación de

los generadores se movería, sin embargo, los criterios de la potencia que entregaría también estarían sujetos a estos parámetros, por lo cual, una acción rápida permitiría al sistema estar operativo, o al menos evitar que se presenten eventos en cascada.

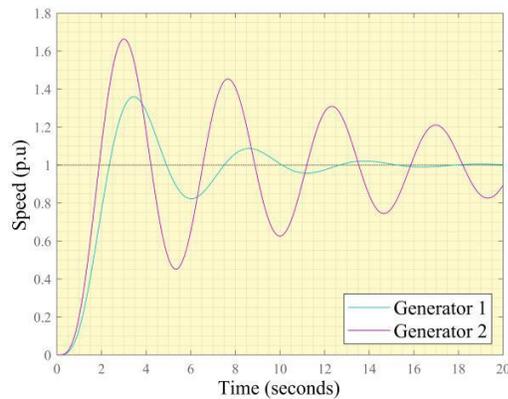


Figura 3. Análisis del comportamiento de dos generadores durante una falla

La figura 3 representa un comportamiento de dos generadores en un sistema de estudio dado, en el cual se puede apreciar su variación con respecto a la presencia de una falla, teniendo así que los desfases pueden estar caracterizados en los ángulos de sus rotores respectivos, pero también acotando que los sistemas tienden a estabilizarse nuevamente, sin embargo sus parámetros de operación pueden estar sujetos a nuevos puntos de operación, esto mientras las acciones de seccionamiento y reconexión sean ejecutadas, además es necesario puntualizar las características del tipo de falla a la cual puede ser sometido el sistema en cuestión.

5. Conclusiones

Con respecto a los resultados, se puede concluir que, en primera instancia la salida de líneas se ajusta a los criterios de transmisión de potencia, mismos que valiéndose de teorías de circuitos fundamentales,

pueden demostrar cuál es el impacto directo de la pérdida de líneas y su afectación como tal en un sistema dado.

Los resultados dados del comportamiento de las líneas durante la falla denotan cuán perjudicial puede ser una salida de líneas, al menos durante instantes muy cortos de tiempo, esto debido a que se afecta de manera directa a los parámetros de operación de los generadores, sometiéndolos así a que tengan que hallar un nuevo punto de operación para satisfacer las condiciones que han quedado luego del evento como tal.

En cuanto a la estabilidad de los generadores, se puede concluir que un comportamiento de falla directo es nocivo para sus componentes de operación, debido a que los nuevos puntos tendrán que someterse a parámetros en los cuales la potencia de entrega puede que no cumpla con los requerimientos y tenga que recurrirse a centrales de reserva mientras el sistema nuevamente es operativo, mas no regresando a las condiciones iniciales, pero sí reconstituyendo en gran medida su funcionamiento óptimo.

Referencias

[1] P. Kundur, "Power system stability and control." 1994.

[2] F. F. Song, T. S. Bi, and Q. X. Yang, "Study on wide area measurement system based transient stability control for power system," 7th Int. Power Eng. Conf. IPEC2005, vol. 2005, pp. 1-4, 2005.

<https://doi.org/10.1109/IPEC.2005.207008>

[3] Y. Zhu and J. V. Milanović, "Efficient identification of critical load model parameters affecting transient stability," Electr. Power Syst. Res., vol. 175, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2019.105929>

- [4] K. Karthikeyan and P. K. Dhal, "Transient Stability Enhancement by Optimal Location and Tuning of STATCOM Using PSO," *Procedia Technol.*, vol. 21, pp. 345-351, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2015.10.046>
- [5] M. Yu, W. Huang, N. Tai, X. Zheng, P. Wu, and W. Chen, "Transient stability mechanism of grid-connected inverter-interfaced distributed generators using droop control strategy," *Appl. Energy*, vol. 210, no. March 2017, pp. 737-747, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2017.08.104>
- [6] J. Zuo, B. Zhang, M. Xiang, Y. Shen, and Y. Chen, "Study of transient voltage stability with transient stability probing method in hunan power grid," 2017 4th Int. Conf. Syst. Informatics, ICSAI 2017, vol. 2018-Janua, no. Icsai, pp. 252-256, 2018. <https://doi.org/10.1109/ICSAI.2017.8248299>
- [7] J. I. Silva, "Caracterización y estudio del modelo IEEE9 orientado hacia el análisis de estabilidad transitoria," pp. 173-190, 2012.
- [8] A. Nedolivko and A. N. Belyaev, "The improvement of intertie transient stability on the basis of wide area measurement system data," *Proc. 2017 IEEE Russ. Sect. Young Res. Electr. Electron. Eng. Conf. ElConRus 2017*, pp. 958-962, 2017. <https://doi.org/10.1109/EIConRus.2017.7910715>
- [9] K. Karthikeyan and P. K. Dhal, "Optimal Location of STATCOM based Dynamic Stability Analysis tuning of PSS using Particle Swarm Optimization," *Mater. Today Proc.*, vol. 5, no. 1, pp. 588-595, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.11.122>
- [10] Z. Liu, X. He, Z. Ding, and Z. Zhang, "A Basin Stability Based Metric for Ranking the Transient Stability of Generators," *IEEE Trans. Ind. Informatics*, vol. 15, no. 3, pp. 1450-1459, 2019. <https://doi.org/10.1109/TII.2018.2846700>

- [11] P. Bhui and N. Senroy, "Real-Time Prediction and Control of Transient Stability Using Transient Energy Function," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 32, no. 2, pp. 923-934, 2017.
- [12] F. D. Rinaudo and L. M. Aromataris, "Impacto de la generación eólica en estabilidad transitoria de sistemas eléctricos de potencia," 2014 IEEE Bienn. Congr. Argentina, ARGENCON 2014, pp. 438-442, 2014. <https://doi.org/10.1109/ARGENCON.2014.6868533>
- [13] X. Chang, Y. Wang, and L. Hu, "Power System Transient Stability Simulation Using the Precise Time-Integration Method," vol. 00, pp. 6-9, 2006. <https://doi.org/10.1109/ICPST.2006.321592>
- [14] X. Chen, W. Du, and H. F. Wang, "Power System Angular Stability as Affected by the Reduced Inertia Due to Wind Displacing Synchronous Generators," 2017 2nd Int. Conf. Power Renew. Energy, pp. 402-406, 2017. <https://doi.org/10.1109/ICPRE.2017.8390567>
- [15] Y. Shu, S. Member, Y. Tang, and S. Member, "Analysis and Recommendations for the Adaptability of China's Power System Security and Stability," vol. 3, no. 4, pp. 334-339, 2017. <https://doi.org/10.17775/CSEEJPES.2017.00650>
- [16] R. Singh, "Transient Stability Analysis and Improvement in Microgrid," no. i, pp. 239-245, 2016. <https://doi.org/10.1109/ICEPES.2016.7915937>
- [17] M. Ieee, "Transient Stability of Colombian National Transmission System with Small Hydro Plants," no. Concapan Xxxiv, 2014.
- [18] Y. U. Xianghua, "for Grid-Connected Inverter Considering Droop Coefficient," pp. 1-5.
- [19] Y. Zhu and J. V Milanovi, "Efficient identification of critical load model parameters affecting transient stability," vol. 175, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2019.105929>

- [20] P. Bhui and N. Senroy, "Real Time Prediction and Control of Transient Stability Using Transient Energy Function," vol. 8950, no. c, pp. 1-11, 2016. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2016.2564444>
- [21] Q. Fan et al., "Research and Simulation Analysis on Transient Stability of Wind Power Accessing in Regional Grid," 2018 2nd IEEE Adv. Inf. Manag. Autom. Control Conf., no. Imcec, pp. 389-393, 2018. <https://doi.org/10.1109/IMCEC.2018.8469411>
- [22] L. Liu, Y. Li, Y. Cao, F. Liu, W. Wang, and J. Zuo, "Transient Rotor Angle Stability Prediction Based on Deep Belief Network and Deep Deep Short-term," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 52, no. 4, pp. 176-181, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.08.175>
- [23] S. Izumi, H. Somekawa, X. Xin, and T. Yamasaki, "Electrical Power and Energy Systems Analysis of robust transient stability of power systems using sum of squares programming," *Electr. Power Energy Syst.*, vol. 115, no. March 2019, p. 105401, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.105401>