

# Fracción, razón y número racional en procesos de aproximación para la introducción del cálculo con estudiantes de grado once<sup>1</sup>

Fraction, reason and rational number approximation processes for the introduction of calculation eleventh grade students

Fração, razão e número de processos de aproximação racionais para a introdução de cálculo estudantes décimo primeiro grau

Recibido: mayo de 2013  
Aprobado: agosto de 2013

Jairo Abdel Torres Medina <sup>2</sup>

## Resumen

Este trabajo reporta una experiencia de aula con estudiantes de cálculo de grado once de un colegio oficial del Distrito Capital, en donde se desarrollaron actividades que tienen en cuenta el uso de los conceptos de fracción, razón y número racional; así como los procesos de clasificación y ordenamiento de números racionales en contextos de aproximación. La intervención del profesor buscó proponer actividades matemáticas adecuadas para que los estudiantes interactuaran y comprendieran las nociones de fracción, razón y número racional al utilizarlas en el desarrollo del curso de cálculo.

**Palabras clave:** Fracción; Matemáticas Escolares; Números; Estructuras Numéricas; Números racionales; procesos de aproximación.

## Abstract

This paper reports a classroom experience with students of calculating a school juniors official Capital District, where activities were developed that take into account the use of fraction concepts, reason and rational number, and classification processes and ordering rational numbers in the context of approximation. The teacher's intervention sought to propose appropriate math activities for students to interact and understand the concepts of fraction, reason and rational number to use in the development of calculus course.

**Keywords:** Fraction; School Mathematics; Numbers, Numeric Structures; rational numbers; approximation processes.

## Resumo

Este artigo relata uma experiência de sala de aula com alunos de cálculo de uma juniores distrito escolar oficial Capital, onde foram desenvolvidas atividades que levem em conta o uso de conceitos de fração, razão e número racional, e processos de classificação e ordenar números racionais

<sup>1</sup> Artículo de Investigación

<sup>2</sup> jairoabdel@hotmail.com Docente del Colegio Técnico Distrital Julio Flórez.

no contexto de aproximação. A intervenção do professor procurou propor atividades matemáticas apropriadas para os alunos a interagir e entender os conceitos de fração, razão e número racional para usar no desenvolvimento do curso de cálculo.

**Palavras-chave:** Fração; Matemática Escolar: Números, Estruturas numéricas; números racionais; processos de aproximação.

## Contextualización

La innovación en métodos de enseñanza ha venido jugando un papel importante en la forma en que los estudiantes ven la matemática, ya que estos nuevos métodos de enseñanza involucran factores con los cuales los estudiantes pueden interactuar y así lograr una interiorización de los conceptos a enseñar; es por ello que los autores de esta ponencia en el segundo semestre del 2012 realizando su segunda práctica consideraron importante incluir el método de splitting y los bloques de Dienes para la enseñanza de la potenciación, radicación y logaritmicación en grado quinto del la I.E.D OEA. Para ello se realiza el diseño y la planeación en concordancia a lo estipulado por el grupo DECA (1992), el cual plantea varias etapas que se adaptaron a la temática de la práctica y al curso correspondiente para desarrollar conceptos del pensamiento numérico y sistemas numéricos.

## Marco teórico – prácticos básicos

Para el desarrollo de las actividades fue necesario a referentes teóricos; siguiendo a Cid, Godino & Batanero (2002) se tienen las siguientes definiciones Potenciación, son productos repetidos, ya que en vez de escribir  $3 \times 3 \times 3 \times 3$  escribimos  $3^4$  y esto quiere decir que tenemos que multiplicar el número 3 por sí mismo 4 veces. En una potencia  $c = ab$  se dice que a es la base y b el exponente. Radicación, en general si  $a^b = c$  entonces  $c = \sqrt[b]{a}$ . La raíz puede considerarse como operación inversa de la potencia que nos permite encontrar la base, conocida la potencia y el exponente, Logaritmicación, puede considerarse como operación inversa de la potencia que nos permite encontrar un exponente conocida una potencia y su base  $a$ . Un ejemplo que menciona Godino de cómo se ven reflejados estos tres conceptos en un ejercicio es: en la igualdad

$5^3 = 125$  decimos que 125 es el cubo de 5 pero también podemos decir que 5 es la raíz cúbica de 125 y que 3 es el logaritmo en base 5 de 125.  $5 = \sqrt[3]{125}$   $3 = \log_5 125$

La potenciación, radicación y logaritmicación a menudo son conceptos difíciles de aprender e interiorizar, puesto que los estudiantes no pueden hacer redes de generalizaciones al respecto, para ello se propone que estos conocimientos sean enseñados por medio del método de splitting que consiste en recrear la unidad a partir de los splits, claro está que los splits deben ser iguales; para Confrey (1994, Pág. 300) un split es un precursor de un concepto más adecuado de razón y proporción y por ende, de razón de cambio multiplicativa y funciones exponenciales y logarítmicas. Un split es una acción de crear partes iguales o copias de un original. El Splitting es una operación primitiva que requiere sólo el reconocimiento del tipo de split y el requerimiento de que las partes sean iguales, por ejemplo para las potencias del tres ver figura 1.

## Planteamiento del problema de investigación

Las Fracciones, su diferencia con los números racionales y su representación en forma decimal con coma, ha sido estudio de diferentes investigaciones a nivel nacional e internacional: Centeno (1988), Fandiño (2009), Freudenthal (1994), Llinares y Sánchez (1988), Maza y Arce (1991), Pretexto (1997), entre otros. Estos autores priorizan la importancia que tiene la Equivalencia de Fracciones para la interpretación de la relación de orden, el desarrollo de los algoritmos de la suma y resta de fracciones de denominador diferente y la conceptualización de número racional como clase de Equivalencia (considerando la clase de equivalencia como el conjunto de todas las fracciones

que describen la misma relación entre la parte considerada y el todo).

En la Institución Distrital donde labora el docente investigador, se han aplicado pruebas, en diferentes años y grados, evidenciando las dificultades en el aprendizaje que sobre las fracciones y el número racional persiste en los estudiantes a lo largo de su vida escolar; por tanto, se hace necesario identificar dificultades en la interpretación de número racional para que a partir del conocimiento y análisis de las dificultades expresadas por los estudiantes, proponer alternativas para la enseñanza de este concepto y a su vez, estar en concordancia con los Estándares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (2003).

## Justificación

La enseñanza usual de las fracciones en Colombia obedece a patrones repetitivos verbalistas desde el punto de vista de la sintaxis matemática, que no permite un aprendizaje significativo y que es fuertemente perpetuada por los libros de texto, en donde se asume al estudiante como un espectador que sólo repite procedimientos y que enfrenta ejercicios descontextualizados, aislados de su cotidianidad en los que prima el trabajo algorítmico y repetitivo.

Resulta paradójico que, siendo la riqueza de significados uno de los aspectos más relevantes del tema de las fracciones y los números racionales, sea también causa de sus dificultades en el aprendizaje de los alumnos. Las destrezas que se pueden conseguir con el manejo de los símbolos relativos a las fracciones, no son fáciles de retener, si el estudiante no ha sido capaz de crear por sí mismo un esquema conceptual a partir de situaciones concretas. Romero (1992) dice: “Tal como sucede en la construcción del concepto de número natural, en la construcción del concepto de número racional el niño debe encontrar invariantes, esto es, aquello que permanece fijo bajo un cierto tipo de transformaciones”.

Así mismo, es necesario entender que alcanzar el concepto de fracción con todas sus relaciones conlleva un proceso de aprendizaje a largo plazo y que no todos los significados asociados a la fracción tienen las mismas dificultades de comprensión por parte de los niños. Depende básicamente de factores como: el marco experiencial, la edad, el grado de abstracción y de si nos referimos al significado asociado a fracción, a su forma de escritura con coma, a una razón o a un porcentaje.

## La intervención

La intervención realizada se enmarca en la metodología de Investigación – Acción; perspectiva que permite una discusión crítica de carácter cualitativo y pretende comprender los aspectos de la realidad existente e identificar las fortalezas de los estudiantes y del docente investigador en sus interacciones sociales ya que se trabaja teniendo en cuenta las condiciones propias del estudiante y su contexto; además, permite describir e interpretar la forma como el estudiante comprende el concepto estudiado. La metodología de investigación acción permite lograr un proceso de autorreflexión tanto en el estudiante como en quien enseña. La investigación-acción propone alcanzar avances teóricos y cambios sociales ya que es participativa, transformadora y comprometida con la praxis. La investigación acción pretende ir más allá de la simple información estadística de cómo el estudiante aprende y se adentra en la parte explicativa para lograr un proceso de concienciación, es decir; en éste caso, darse cuenta de ¿Qué cambiar y cómo cambiar la acción docente?, para lograr modelación de situaciones cotidianas matematisables con fracciones, que permitan la extensión de esta noción, hacia la noción de número racional y los procesos de aproximación en el curso de grado once.

La investigación se desarrolló desde el modelo de la Investigación – Acción y se tuvo en cuenta tres fases que no son lineales, sino que actúan a manera de bucle y fueron retroalimentadas en la medida que se obtenían los insumos de la investigación. Estas fases se describen de la siguiente manera:

- Fase preactiva: es el estudio de parte del investigador, donde; desde la teoría se planean las actividades a realizar y se establecen los posibles caminos a seguir. En esta fase se diseñan las actividades que permitirán reconocer por lo menos dos maneras de ver la fracción; como una relación Parte –Todo, como una razón o como un número escrito con coma.
- Fase activa: es la etapa en la que se aplican los artefactos y se recogen las distintas impresiones en el cuaderno de apuntes del investigador para ser analizados y hacer la respectiva retroalimentación. En esta etapa se busca la asociación de las nociones de fracción para ingresar en un proceso de aproximación al número racional a través del orden y de esta forma una aproximación a la noción de límite, observando sucesiones o patrones de una serie de números que aparecen en las actividades propuestas.
- Fase proactiva: es el momento de analizar y retroalimentar la investigación para modificarla de ser necesario; esta etapa se realiza de forma permanente en todo el transcurso de la investigación.

Con esta metodología el docente debe lograr cambios en el estudiante y en su propia práctica; permitir el crecimiento individual, acorde a las necesidades e intereses de los miembros de la comunidad educativa; considerar las distintas interpretaciones de la noción de fracción, sus interrelaciones, representaciones y modelos; evitando así, la ambigüedad del concepto de fracción que hace parte del mega concepto de número racional. Se parte del método indirecto de observación, se analizan los errores plasmados por los estudiantes al realizar sus producciones matemáticas y se proponen soluciones alternativas para la enseñanza de este tema, en la medida que se analicen las producciones Matemáticas elaboradas por los estudiantes, cuando se les propongan las actividades y se estudie el error tal como lo proponen los diferentes autores registrados en las referencias.

De esta manera y teniendo en cuenta los resultados de las pruebas aplicadas a los estudiantes se inició el trabajo de aula con un ejercicio práctico y manual en donde el estudiante recorta tiras de papel para hacer comparativos y referenciar fracciones; asumiendo el lenguaje común inicialmente y luego las distintas relaciones que lo llevan a la representación matemática de manera gráfica y escrita; en forma de fracción y en forma decimal con coma. Cada estudiante construye su propio kit de tiras de papel, en diferentes colores, comparte con sus compañeros y socializa sus resultados o sus formas de escribir lo que está representando cada una de las tiras de papel e incluso comienza a aparecer la operatoria y la equivalencia de fracciones como se puede apreciar en las evidencias.

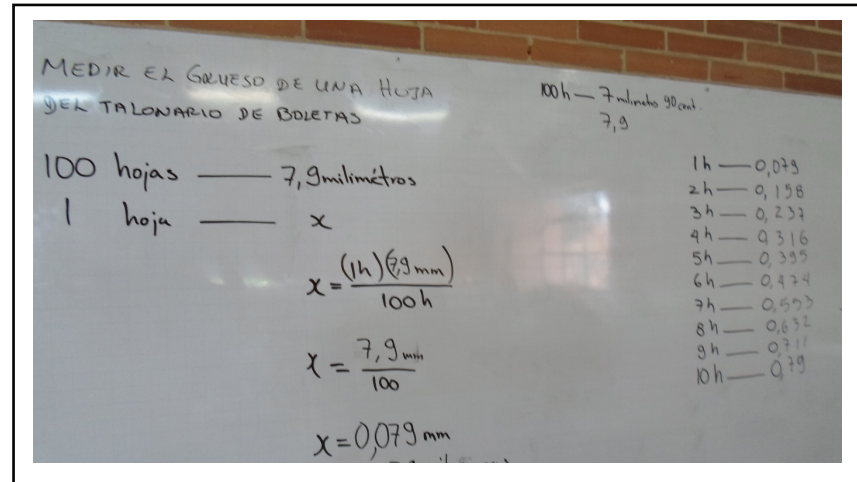
En la socialización de resultados de esta actividad con los estudiantes se evidencio que la escritura de las fracciones es impuesta por los estudiantes considerados más aventajados y que las relaciones que hacen entre las distintas tiras de colores, no se hace de manera segura; sólo aparece de la superposición de tiras como al comparar tres cuartos con cuatro quintos; se determina que cuatro quintos es mayor que tres cuartos por la superposición de tamaños. Algunos tímidamente proponen hacer la división del numerador entre el denominador para hacer la comparación entre números con coma. La estudiante E33 propone un método que ella utiliza y describe una homogenización en donde parece proponer los pasos del algoritmo de la suma de fracciones pero ella no lo ve como una suma o resta de fracciones, tampoco lo escribe. A pesar de la explicación, no se ve que los demás estudiantes estén convencidos de la explicación dada por la compañera y esperan la aprobación del docente.

Como no se logran más aportes de parte de los estudiantes y la clase se termina, se deja como tarea establecer otra forma de comparar el tamaño de estas fracciones. Falta más tiempo para que los estudiantes hagan las comparaciones por sí mismos y establezcan relaciones solidas y coherentes en la comparación del mayor que y el menor que. Dada la situación anterior se plantea una nueva estrategia con la intención de contextualizar más

aun la fracción y el número racional al proponerles a los estudiantes medir el espesor de una hoja de papel o el espesor de unas fichas de cartulina; lo que se presta para ver otras formas de interpretar la fracción, el número decimal con coma y la operatoria de estos.

En este trabajo de intervención en el aula se resalta el hecho de que son los estudiantes quienes se ponen de acuerdo en el pequeño grupo y luego socializan sus resultados con la totalidad de la clase para definir las conclusiones y acuerdos entre todos.

Figura 1



Fuente: Elaboración propia

## Resultados

Evidenciar el desarrollo de habilidades de los estudiantes en la comprensión de la noción de número fraccionario, Equivalencia de las fracciones y sus múltiples formas de escritura asociadas a la interpretación adecuada de la relación de orden, la comprensión de la densidad de los números Fraccionarios y la interpretación apropiada del conjunto de los números racionales.

## Referencias

Centeno, J. (1988). *Números Decimales. ¿Por qué?, Para qué?* Madrid. Síntesis.

Fandiño, M. (2009). *Las Fracciones. Aspectos conceptuales y Didácticos*. Bogotá. Editorial Magisterio.

Freudenthal, H. (1994). Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. *Dacota* No. 379, Col.Nápoles, C:P: 03810 México, D.F.

Grupo Pretexto (1997). *La transición. Aritmética-Algebra*. Bogotá. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colciencias.

Llinares, S. & Sánchez, M. (1988). *Fracciones: La relación parte- todo*. Madrid: Editorial Síntesis

Maza, C. & Arce, C. (1991). *Ordenar y clasificar*. Madrid Editorial Síntesis.

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá

Mancera, M. (1992). Significados y significantes relativos a las fracciones. *Revista educación matemática* (vol. 4) Grupo Editorial Iberoamericano (30-54).

Rico. L. (1994). Errores en el aprendizaje de las matemáticas *Revista, Educación Matemática Colombiana Iberoamérica* (pag 69-108).

Rodríguez, C. (1998). *Fracciones y la necesidad de modelos diferentes al numérico*. Bogotá D.C. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Facultad de ciencias y educación, posgrado en educación matemática.

Romero, J. (1992). La enseñanza de las fracciones. Una opción. *Planteamientos*. (V. 1 no3). Bogotá. (Pag5 -107).