LLULL, vol. 21, 1998, 439-484

LA MOINDRE ACTION COMME LIEN ENTRE LA PHILOSOPHIE NATURELLE ET LA MECANIQUE ANALYTIQUE: CONTINUITES D'UN QUESTIONNEMENT

PATRICIA RADELET-DE GRAVE
Université Catholique de Louvain (Belgique)

RÉSUMÉ

Je partirai d'un postulat qui reflète un avis personnel et donc avec lequel je comprendrais parfaitement que l'on ne soit pas d'accord. J'espère que même dans ce cas, il restera quelque chose de mon exposé. Ce postulat est: l'histoire n'est pas continue ou faite de révolutions, l'histoire est point et c'est notre manière de la conter qui la veut révolutionnaire ou continue.

Si vous admettez mon postulat, il est possible de raconter n'importe quelle partie de l'histoire en y soulignant d'abord les caractères révolutionnaires puis en en montrant les continuités cachées. Il s'agit en fait de comparer deux manières de faire de l'histoire.

Ces deux manières sont-elles différentes? Ne s'agit-t-il pas simplement de la description du verre à moitié vide opposée à celle du verre à moitié plein. Je ne le crois pas. Les deux vues ont certes des aspects complémentaires mais elles ne le sont pas à ce point.

ABSTRACT

I shall start from a postulate which reflects a personal opinion and with which, I can imagine, not everybody will agree. Nevertheless, I hope that even then something will remain from my talk. The postulate reads: history is not continuous or made of revolutions, history simply is ... period. And it is the way we tell it that makes it revolutionary or continuous.

If you admit my postulate, it is possible to tell whatever part of history underlining first the revolutionary caracters, then showing the hidden continuities. This is a way of comparing two manners of doing history.

Are these two manners different or just another case of discribing a glass as half full rather then half empty? I don't think so. Both points of view are somewhat complementary but not to such an extent.

Recibido el 24 de noviembre de 1997

En tout cas, l'objectif que je poursuis est de voir quels sont les avantages et les inconvénients de chaque récit.

J'ai décidé de me livrer à ce petit jeu à propos de la moindre action au 18ᵉ siècle, entre la philosophie naturelle de l'époque de Newton ou Leibniz jusqu'à la Mécanique analytique de Lagrange. Mais j'aurais pu faire n'importe quel autre choix.

In any case, the objective I am pursuing is to show the advantages and the inconveniences of each narrative.

I decided to play that game concerning the concept of least action during the 18th century, from the natural philosophy of Newton's or Leibniz' time to Lagrange's Mécanique analytique. But in fact I could have made any other choice as well.

Palabras clave: Filosofía Natural, Mecánica Analítica, Siglo XVIII.

1. Présentation révolutionnaire

1.1. Les **Principia** *de Newton*

Nous partirons des *Philosophiae naturalis principia mathematica*, de Newton. L'ambition de cette œuvre, publiée pour la première fois en 1687, puis en 1713 et finalement en 1726, est grande. Ce que l'auteur y réalise est aussi important. Lisons la

> "Préface de Monsieur Newton à la première édition des Principes en 1686. Les Anciens, comme nous l'apprend Pappus (Coll. Math. Liv. 8. prooem), firent beaucoup de cas de la Mécanique dans l'interprétation de la nature, et les modernes ont enfin, depuis quelque tems, rejetté les formes substantielles et les qualités occultes, pour rappeler les phénomènes naturels à des lois mathématiques. On s'est proposé dans ce Traité de contribuer à cet objet, en cultivant les Mathématiques en ce qu'elles ont de rapport avec la philosophie naturelle" [NEWTON, 1759, I, p. XIV].

Pour ce faire, Newton commence par donner huit définitions. Il définit ainsi la quantité de matière, la quantité de mouvement, la *vis insita* —qui correspond à notre force d'inertie—, la force imprimée, la force centripète et ses quantités absolues, accélératrices et motrices. Newton poursuit en énonçant ses fameuses lois du mouvement:

> "Loi I: Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état.

Loi II: Les changements qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrice, et se font dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée.

Loi III: L'action est toujours égale et contraire à la réaction; c'est-à-dire, que les actions de deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales, et dans des directions contraires" [NEWTON, 1759, I, pp. 17-18].

Cette dernière loi est suivie d'un corolaire qui donne la loi de composition des forces suivant la loi du parallélogramme.

Ce faisant, Newton a introduit un concept abstrait de force, un concept unique qui peut représenter n'importe quelle force, qu'elle soit gravitationnelle, magnétique ou électrique ou encore de frottement. Sa description détaille le caractère mathématique, vectoriel de la force. C'est-à-dire, le fait qu'elle a non seulement une grandeur mais aussi une direction et —corollaire— qu'elle obéit à la loi du parallélogramme. Tout ceci est fait sciemment comme en témoigne l'introduction:

"Les anciens qui ne considérerent gueres autrement la pesanteur que dans le poids à remuer, cultiverent cette partie de la Méchanique dans leurs cinq puissances qui regardent les arts manuels; mais nous qui avons pour objet, non les Arts, mais l'avancement de la philosophie, ne nous bornant pas à considérer seulement les puissances manuelles, mais celles que la nature employe dans ses opérations, nous traitons principalement de la pesanteur, la légereté, la force électrique, la résistance des fluides et les autres forces de cette espèce, soit attractives, soit répulsives: c'est pourquoi nous proposons ce que nous donnons ici comme les principes Mathématiques de la Philosophie naturelle" [NEWTON, 1759, I, pp. XV-XVI].

Sur base de ses définitions et lois qui comprennent la description vectorielle de la force, Newton écrit les deux livres du mouvement. Dans le premier il étudie mathématiquement les mouvements d'un corps (un point) soumis à une force centripète, c'est-à-dire centrale, quelle qu'elle soit. Dans le deuxième, il reprend la même étude en plongeant son centre de force et son point dans un milieu résistant. Pour cela, il étend sa description abstraite de la force aux forces de résistance. Pour le faire, il va ramener ces dernières à des compositions de forces centrales et de forces de collision. Ces deux livres sont purement mathématiques, il ne fait pas appel à des phénomènes physiques. Ou plutôt, sa description doit être valable quel que soit le phénomène physique où intervient une force centrale.

Dans le troisième livre, enfin, il donne un exemple de tout cela en expliquant le système du monde:

"En effet toute la difficulté de la Philosophie paroit consister à trouver les forces qu'employe la nature, par les Phénomènes du mouvement que nous connoissons, et à démontrer ensuite par là, les autres Phénomènes. C'est l'objet qu'on a eu en vue dans les propositions générales du I. et II. Livre, et on en donne un exemple dans le III. en expliquant le système de l'Univers: car on y détermine par les propositions Mathématiques démontrées dans les deux premiers Livres, les forces avec lesquelles les corps tendent vers le Soleil et les Planètes; après quoi, à l'aide des mêmes propositions Mathématiques, on déduit de ces forces, les Mouvements des Planetes, des Cometes, de la Lune et de la Mer. Il seroit à désirer que les autres Phénomènes que nous présente la nature, pussent se dériver aussi heureusement des principes méchaniques" [NEWTON, 1759, I, p. XVI].

Et dans l'introduction au Livre III Newton précise:

"J'ai donné dans les Livres précédens les principes de la Philosophie naturelle, et je les ai traités plutôt en Mathématicien qu'en Physicien, car les vérités mathématiques peuvent servir de base à plusieurs recherches philosophiques, telles que les lois du mouvement et des forces motrices" [NEWTON, 1759, II, pp. 1-2].

"Il leur [aux lecteurs pressés] suffira d'avoir lu attentivement les Définitions, les Loix du Mouvement, et les trois premières sections du premier livre, et ils pourront passer ensuite à ce troisième Livre, qui traite du Système du Monde, et avoir soin seulement de consulter les autres Propositions des deux premiers Livres lorsqu'ils les trouveront citées et qu'ils en auront besoin" [NEWTON, 1759, II, p. 2].

Il va donc expliquer le système du monde en se fondant, comme il le répète, sur *les Définitions, les Loix du mouvements, et les trois premières sections du premier livre* [NEWTON, 1759, II, p. 2].

Tel est le paradigme Newtonnien, décrire la nature sur base d'un nombre restreint d'axiomes, au moyen des forces qui causent les mouvements. La causalité est fondamentale dans cette approche. Cotes le décrit bien dans l'introduction à la deuxième édition: *On peut rapporter à trois différentes classes tous les Auteurs qui ont entrepris de traiter la Physique* [NEWTON, 1759, I, p. XXI]. Les premiers sont les aristotéliciens et leurs qualités occultes; les seconds, les cartésiens et leurs matiéres fluides responsables des différentes interactions;

"Venons à la troisième classe, à ceux qui dans leur Philosophie ne reconnaissent d'autre régle que l'expérience. Ces derniers, bien convaincus que l'on doit, autant qu'il est possible, faire dépendre les effets des causes les plus simples, n'admettent cependant aucun principe qui ne soit prouvé par des observations constantes. Ils ne font point d'hypothèses, et n'en recoivent aucunes en physique, si ce n'est pour les soumettre à l'examen et reconnoitre leur vérité ou leur fausseté par une discussion éxacte et rigoureuse. Ils employent dans cette recherche les deux méthodes connues de tous le monde, l'Analyse et la Synthèse. Avec le secours de la première, de quelques Phénomenes choisis adroitement, ils déduisent les forces de la Nature, et les loix les plus simples qui dérivent de ces memes forces; ils exposent ensuite synthétiquement l'ordre et la disposition des autres qui dépendent immédiatement de ces premières. C'est là sans doute la meilleure Philosophie, et c'est aussi celle qu'a choisie notre illustre Auteur et qu'il a cru justement préférable à toute autre. C'est la seule qu'il ait jugée digne de ses soins et de ses travaux" [NEWTON, 1759, I, p. XXI].

Un grand nombre d'auteurs vont effectivement suivre Newton dans cette voie: Daniel Bernoulli, Clairaut, Euler ... En fait, un Euler mais pas l'autre[1]. Son travail, sur lequel nous reviendrons, a eu une grande influence sur l'autre grand ouvrage que je veux aborder ici, celui qui donnera le paradigme suivant: la *Mécanique analytique* de Lagrange. Décrivons d'abord ce que sera le nouveau paradigme; ensuite, nous décrirons le changement, la révolution.

1.2. *La* **Mécanique analytique** *de Lagrange*

L'ambition du livre est encore plus grande. Alors que Newton se cantonnait à la mécanique du point, Lagrange étend son étude aux corps solides et fluides:

"Je divise [le livre] en deux Parties: la Statique ou la Théorie de l'Equilibre, et la Dynamique ou la Théorie du Mouvement; et chacune de ces Parties traitera séparément des corps solides et des fluides" [LAGRANGE, 1788, pp. v-vi].

Alors que Newton prônait la géométrie dans son introduction,

"Les anciens partagerent la Mécanique en deux classes; l'une théorique, qui procède par des démonstrations exactes; l'autre pratique. De cette derniere ressortissent tous les Arts qu'on nomme Mécaniques, dont cette science a tiré sa dénomination: mais comme les Artisans ont coutume d'opérer peu exactement, de là est venu qu'on a tellement distingué la Méchanique de la Géométrie, que tout ce qui est exact, s'est rapporté à celle-ci, et ce qui l'était moins à la première.

Cependant les erreurs que commet celui qui exerce un art, sont de l'artiste et non de l'art. Celui qui opère moins exactement est un Méchanicien moins parfait, et conséquemment celui qui opérera parfaitement, sera le meilleur.

La Géométrie appartient en quelque chose à la Méchanique; car c'est de cette dernière que dépend la description des lignes droites et des cercles sur lesquels elle est fondée.

Il est effectivement nécessaire que celui qui veut s'instruire dans la Géométrie sache décrire ces lignes avant de prendre les premières leçons de cette science: après quoi on lui apprend comment les problèmes se résolvent par le moyen de ces opérations. On emprunte de la Mécanique leur solution: la Géométrie enseigne leur usage, et se glorifie du magnifique édifice qu'elle élève en empruntant si peu d'ailleurs.

La Géométrie est donc fondée sur une pratique méchanique, et elle n'est autre chose qu'une branche de la Méchanique universelle qui traite et démontre l'art de mesurer.

Mais comme les Arts usuels s'occupent principalement à remuer les corps, de-là est arrivé que l'on a assigné à la Géométrie, la grandeur pour objet, et à la Méchanique, le mouvement: ainsi la Méchanique théorique sera la science démonstrative des mouvemens qui résultent des forces quelconques, des forces nécessaires pour engendrer des mouvemens quelconques" [NEWTON, 1759, I, pp. XIV-XV].

la géométrie est reléguée par Lagrange au profit de l'analyse:

"Ceux qui aiment l'Analyse verront avec plaisir la Méchanique en devenir une nouvelle branche" [LAGRANGE, 1788, p. vi].

Lagrange suit pourtant Newton en ouvrant son travail par une définition de la force:

"La Statique est la science de l'équilibre des forces. On entend, en général, par *force* ou *puisance* la cause, quelle qu'elle soit, qui imprime ou tend à imprimer du mouvement au corps auquel on la suppose appliquée; et c'est aussi par la quantité du mouvement imprimé, ou prêt à imprimer, que la force ou puissance doit s'estimer. Dans l'état d'équilibre la force n'a pas d'exercice actuel; elle ne produit qu'une simple tendance au mouvement; mais on doit toujours la mesurer par l'effet qu'elle produirait si elle n'était pas arrêtée. En prenant une force quelconque, ou son effet pour l'unité, l'expression de toute autre force n'est plus qu'un rapport, une quantité mathématique qui peut être représentée par des nombres ou des lignes; c'est sous ce point de vue que l'on doit considérer les forces dans la Mécanique" [LAGRANGE, 1788, pp. 1-2].

Mais tout cela n'est que modification ou évolution normale. Par contre, le point de vue change dès l'*Avertissement*:

"On a déjà plusieurs Traités de Mécanique, mais le plan de celui-ci est entiérement neuf. Je me suis proposé de réduire la théorie de cette science, et l'art de résoudre les problêmes qui s'y rapportent, à des formules générales, dont le simple développement donne toutes les équations nécessaires pour la solution de chaque problême" [LAGRANGE, 1788, p. v].

Au lieu de construire le général à partir d'axiomes simples et clairs, comme le voulait Newton, le nouveau paradigme Lagrangien se propose de partir d'un principe général que l'on particularise aux différents problèmes.

Dans la première partie, Lagrange déduit la statique du principe des vitesses virtuelles:

"ce Principe est non seulement en lui-même très simple et très-général; il a de plus l'avantage précieux et unique de pouvoir se traduire en une formule générale qui renferme tous les problêmes qu'on peut proposer sur l'équilibre des corps" [LAGRANGE, 1788, p. 12].

Il permet non seulement de démontrer les deux autres principes du levier et de la composition des forces, mais il en découle encore: *que dans un systême de corps pesans en équilibre, le centre de gravité est le plus bas qu'il est possible* [LAGRANGE, 1788, p. 10].

Dans la seconde partie, au moyen du principe de d'Alembert qui ramène la dynamique à la statique, donc à la première partie, il donne une formule générale de la dynamique:

"un des plus grands avantages de cette formule est d'offrir immédiatement les équations générales qui renferment les Principes, ou théorêmes connus sous les noms de *conservation des forces vives, de conservation du mouvement du centre de gravité*, de *conservation du moment du mouvement de rotation* ou *Principe des aires*, et de *Principe de la moindre* quantité d'action. Ces principes doivent être regardés plutôt comme des résultats généraux des lois de la Dynamique que comme des principes primitifs de cette Science" [LAGRANGE, 1788, p. 182].

Bien que cette manière de procéder, via le principe de d'Alembert, soit la première que Lagrange présente dans son récit historique et celle à laquelle il fait appel dans le travail, il termine son introduction en décrivant une autre manière de procéder:

"Tel est le principe auquel je donne ici, quoique improprement, le nom de *moindre action*, [...] Ce principe combiné avec celui de la conservation des forces vives, et développé suivant les regles du calcul des variations, donne directement toutes les équations nécessaires pour la solution de chaque problême; et de là naît une méthode également simple et générale pour traiter les questions qui concernent le mouvement des corps; mais cette méthode n'est elle même qu'un corollaire de celle qui fait l'objet de la seconde Partie de cet Ouvrage, et qui a en même tems, l'avantage d'être tirée des premiers Principes de la Mécanique" [LAGRANGE, 1788, p. 189].

Lagrange prend ainsi ses distances par rapport à la révolution qui vient d'avoir lieu: la querelle de la moindre quantité d'action.

Car profondément le nouveau paradigme Lagrangien se différentie du précédent de deux manières:

1e Au lieu de donner une construction axiomatique —au sens où nous l'avons entendu dans la première partie— de la mécanique, il déduit les propriétés de la mécanique de la particularisation à chaque cas d'une formule générale (ou de deux si on veut distinguer la statique de la dynamique, mais ce n'est même pas nécessaire comme nous allons le voir).

2e Cette formule générale peut être tirée d'un principe variationnel ou de minimum. Dans le cas de la statique:

"En effet, on sait par le théorie des *maximis et minimis*, que le centre de gravité est le plus bas lorsque la différentielle de sa descente est nulle, ou, ce qui revient au même, lorsque ce centre ne monte ni ne descend, tandis que le système change infiniment peu de place" [LAGRANGE, 1788, p. 10].

Dans celui de la dynamique:

"il en a résulté ce nouveau Principe général, que la somme des produits des masses par les intégrales des vîtesses multipliées par les élémens des espaces parcourus, est constamment un *maximum* ou un *minimum*" [LAGRANGE, 1788, p. 189].

Mais Lagrange n'ose pas présenter directement les choses sous la forme de la moindre action:

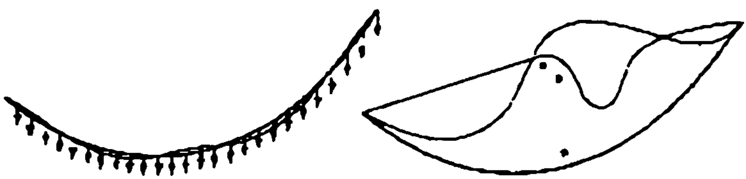
"Je viens enfin au quatrieme Principe que j'appelle de *la moindre action*, par analogie avec celui que feu M. de Maupertuis avoit donné sous cette dénomination, et que les écrits de plusieurs Auteurs illustres ont rendu ensuite si fameux" [LAGRANGE, 1788, p. 188].

Puis il décrit son principe et insiste:

"Tel est le Principe auquel je donne ici, quoique improprement le nom de *moindre action*, et que je regarde non comme un principe métaphysique, mais comme un résultat simple et général des loix de la Méchanique [...] Ce principe, combiné avec celui de la conservation des forces vives, et développé suivant les regles du calcul des variations, donne directement toutes les équations nécessaires pour la solution de chaque problême; et de-là naît une méthode également simple et générale pour traiter les questions qui concernent le mouvement des corps; mais cette méthode n'est elle-même qu'un corollaire de celle qui fait l'objet de la seconde Partie de cet Ouvrage, et qui a en même temps l'avantage d'être tirée des premiers Principes de la Méchanique" [LAGRANGE, 1788, p. 189].

Nous le voyons, Lagrange est prudent et prend certaines distances par rapport à la révolution qui vient de se jouer. Il recule même un peu par rapport à ce qui a été dit car, comme le dit Truesdell [1968, p. 327], il y a une différence entre un vrai principe variationnel (figure de droite) où l'on considère n'importe quel passage de X à Y ou un principe lié aux déplacements virtuels (figure de gauche) où l'on se déplace légèrement de l'équilibre.

Equilibrium of the catenary



Quasi-static infinitesimal displacements *True static minimal principle*

Il n'y en a pas moins révolution et les gens le savent comme en témoigne le texte suivant de l'*Histoire de l'Académie de Paris* pour 1749:

"Personne n'ignore aujourd'hui que plusieurs philosophes ont tenté d'expliquer les phénomènes de la Nature par des Causes finales; on tâche de tirer de quelques faits connus, la loi générale que l'Auteur de la Nature semble s'être prescrite dans l'exécution de ses ouvrages, & cette loi une foi établie, sert ensuite d'un principe fécond duquel on déduit l'explication des autres faits que l'on observe. Dans cette méthode on substitue aux principes méchaniques des principes d'un ordre différent; mais l'enchaînement reste le même, & les explications dépendent toujours de l'exacte vérité du principe: il est vrai, & c'en est le principal avantage, que comme les vérités métaphysiques se déduisent naturellement & facilement les unes des autres, rien n'est plus clair & précis que cette façon d'expliquer; elle a d'ailleurs un autre avantage, elle donne presque dans tous les cas, prise au calcul, ce que ne sont pas toujours les explications physiques: il n'est donc pas étonnant que les plus grands Mathématiciens aient essayé de s'en servir, & de découvrir ces principes si féconds et si lumineux"[2].

1.3. La révolution: la querelle de la moindre action

Lors de cette querelle de nombreux éléments peuvent faire songer à une révolution. Il s'agit d'un phénomène qui mobilise l'opinion de nombreuses personnes. Dans un texte de 1752, qu'il intitule le *Traité de paix conclu entre Monsieur le Président et Monsieur le Professeur,* Voltaire écrit à son sujet:

"Toute l'Europe aiant été en alarmes dans la dangereuse querelle sur une formule d'algèbre etc. Les deux parties principalement intéressées dans cette guerre, voulant prevenir une effusion d'encre insuportable à la longue à tous les lecteurs, sont enfin convenuës d'une paix philosophique en la manière qui suit" [VOLTAIRE, 1753, p. 23]:

Les acteurs principaux sont des personnages en vue. Le natif de Saint Malo, Pierre Louis Moreau de Maupertuis, est président de l'Académie des Sciences de Prusse. Il est aidé par Leonhard Euler, qui en est le directeur. Tous deux sont sous la protection du pouvoir politique puisque défendus par Frédéric II de Prusse. Face à eux, Samuel Kœnig, le seul inconnu de l'histoire, est défendu par Voltaire.

L'exception, le professeur Samuel Kœnig, que E.A. Fellmann —l'un des éditeurs d'Euler— défend encore dans un article du DSB:

"Alors qu'il était encore à Franeker, Kœnig écrivit le brouillon d'un essai important sur le principe de moindre action et qui était dirigé contre Maupertuis. La controverse allumée par ce travail publié en mars 1751 déboucha sur la plus horrible de toutes les fameuses disputes scientifiques. Les acteurs principaux en furent Kœnig, Maupertuis, Euler, Frédéric II et Voltaire; et il est bien connu qu'elle a terni le blason autrement sans tâche d'Euler. Kœnig fut le vinqueur moral d'une affaire où tous les grands scientifiques européens —à l'exception de Maupertuis et d'Euler— étaient à ses côtés" [FELLMANN, 1970].

La plume de Voltaire n'est pas étrangère au fait que toute l'Europe se soit intéressée au problème. Mais quel est l'enjeu de cette querelle? Maupertuis a publié entre le 20/2/1740 et 1750, d'abord une série de trois textes:

1) *Loi du repos des corps,*
2) *Accord de différentes loix de la Nature, qui avoient jusqu'ici paru incompatibles,*
3) *Les loix du mouvement et du repos déduites d'un principe métaphysique;*

puis un *Essai de Cosmologie.*

Dans le premier texte il donne une loi du repos basée sur un principe de minimum [MAUPERTUIS, 1740, pp. 269-270]:

LOI DU REPOS

Soit un systeme de corps qui pesent, ou qui sont tirés vers des centres par des Forces qui agissent chacune sur chacun, comme une puissance n de leurs distances aux centres; pour que tous ces corps demeurent en repos, il faut que la somme des produits de chaque Masse, par l'intensité de sa force, et par la puissance $n+1$ *de sa distance au centre de sa force (qu'on peut appeller la* somme des Forces du repos) *fasse un* Maximum *ou un* Minimum.

DEMONSTRATION

1.° Soit (Fig. 1) un systeme d'un nombre quelconque de points pesants, ou de corps dont les masses soient fort petites par rapport à la distance où ils sont des centres vers lesquels ils pesent. Soient ces corps M, M', M'', etc. attachés à des rayons immatériels CM, CM', CM'', mobiles autour du point fixe C. Soient leurs masses $= m, m', m''$; et soient, dans un nombre égal de points, F, F', F'', des forces f, f', f'', qui s'exerçent sur chacun des corps, chacune comme

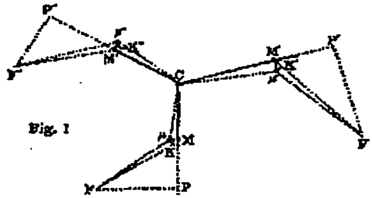


Fig. 1

une puissance n de sa distance FM, $F'M'$, $F''M'' = z, z', z''$; chaque force n'ayant de pouvoir que sur son corps.

Soient prolongés les rayons CM, et tirées des points F, les perpendiculaires FP, l'on aura (par la décomposition des forces)

$$mfz^n \times \frac{FP}{FM}\,,$$

pour la force motrice qui tire le rayon CM perpendiculairement; et cette force multipliée par la longueur du levier CM, sera

$$mfz^n \times \frac{FP}{FM}\,CM\,,$$

pour celle qui tend à faire tourner ce levier, et ainsi des autres.

Considérant donc maintenant tout le systeme dans la situation prochaine, et les corps en μ, μ', μ''; ayant tiré les lignes $F\mu$, et des centres F décrit les petits arcs MK, on aura

$$\frac{FP}{FM} = \frac{MK}{M\mu}\,,$$

qui substitué dans les forces motrices à la place de

$$\frac{FP}{FM} \quad \text{donne} \quad mfz^n \times \frac{MK}{M\mu}\,CM\,,$$

pour chaque corps. Et la raison de CM à $M\mu$ étant pour tous les corps la même, et multipliant tous les produits, on aura, pour que le systeme soit en équilibre

$$mfz^n dz + m'f'z'^n dz' - m''f''z''^n dz'' = 0\,.$$

D'où l'on voit que $mfz^{n+1} + m'f'z'^{n+1} + m''f''z''^{n+1}$ étoit un *Maximum* ou un *Minimum*. C. Q. F. D.

Maupertuis poursuit sa réflexion et fait le 15 avril 1744, à l'Académie des Sciences de Paris, un exposé qu'il intitule: *Accord de différentes loix de la Nature, qui avoient jusqu'ici paru incompatibles.* Dans ce texte, il reprend l'étude des lois de réflexion et de réfraction de la lumière et il explique le raisonnement de Fermat de la manière suivante

"Tout le monde sçait que lorsque la lumière ou quelque autre corps va d'un point à un autre par une ligne droite, ils vont par le chemin et par le temps le plus court" [MAUPERTUIS, 1744, p. 276].

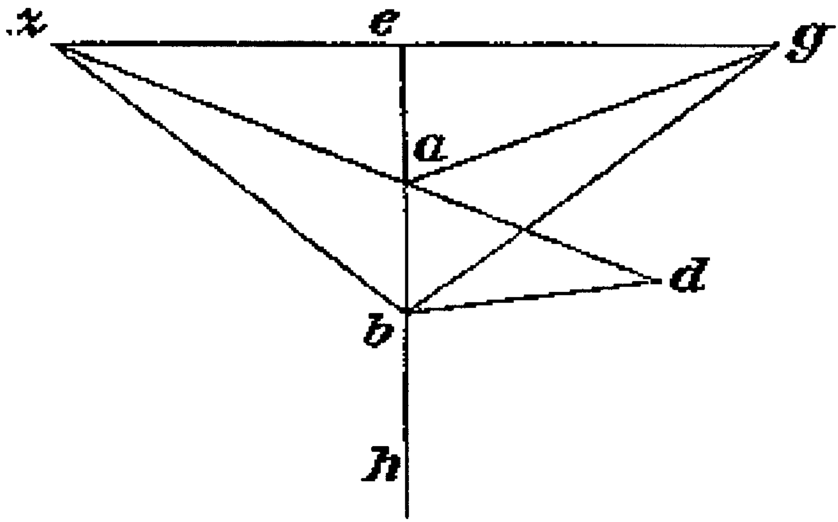


Fig. 77.

"On sçait aussi, ou du moins on peut facilement sçavoir que lorsque la lumière est réfléchie, elle va encore par le chemin le plus court et par le temps le plus prompt" [MAUPERTUIS, 1744, p. 276].

Dans ces deux cas la lumière choisit le chemin et le temps le plus court.

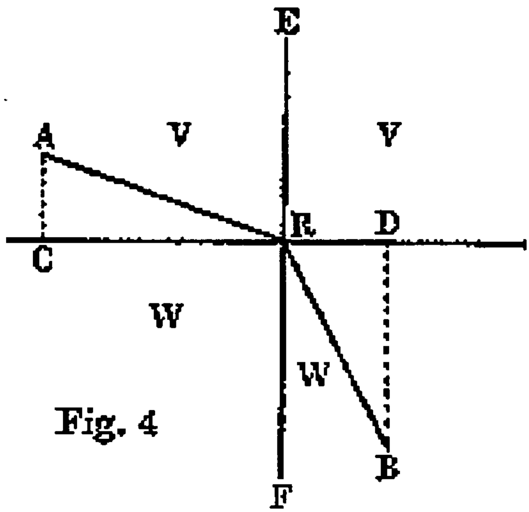


Fig. 4

"Pour appliquer ce principe à la réfraction, [...] il est clair que la ligne droite qui joint les deux points, sera toûjours celle du plus court chemin pour aller de l'un à l'autre, mais elle ne sera pas celle du temps le plus court; ce temps dépendant des différentes vîtesses que la lumière a dans les différens milieux, il faut si le rayon doit employer le moins de temps qu'il est possible, qu'à la rencontre de la surface commune il se brise de manière que la plus grande partie de sa route se fasse dans le milieu où il se meut le plus vîte et la moindre dans le milieu où il se meut le plus lentement" [MAUPERTUIS, 1744, p. 277].

"En méditant profondément sur cette matière",

poursuit Maupertuis,

"j'ai pensé que la lumière, lorsqu'elle passe d'un milieu dans un autre, abandonnant déjà le chemin le plus court, qui est celui de la ligne droite, pouvoit bien aussi ne pas suivre celui du temps le plus prompt: en effet, quelle préférence devroit-il y avoir ici du temps sur l'espace? la lumière ne pouvant plus aller tout-à-la fois par le chemin le plus court et par celui du temps le plus prompt, pourquoi iroit-elle plûtôt par un de ces chemins que par l'autre? aussi ne suit-elle aucun des deux, elle prend une route qui a un avantage plus réel: *le chemin qu'elle tient est celui par lequel la quantité d'action est la moindre*" [MAUPERTUIS, 1744, p. 278].

Maupertuis termine son article par la remarque suivante:

"Je connois la répugnance que plusieurs Mathématiciens ont pour les *Causes finales* appliquées à la Physique et l'approuve même jusqu'à un certain point; j'avoue que ce n'est pas sans péril qu'on les introduit.

[...]

On ne peut pas douter que toutes choses ne soient réglées par un Estre suprême qui, pendant qu'il a imprimé à la matière des forces qui dénotent sa puissance, l'a destinée à exécuter des effets qui marquent sa sagesse" [MAUPERTUIS, 1744, pp. 280-281].

Nous voyons bien dans ce dernier passage comment via les *causes finales* Maupertuis a effectué un glissement qui l'a fait sortir de son domaîne physique de réflexion pour entrer dans une réflexion philosophique.

Dans le troisième article qu'il publiera deux ans plus tard (1746), *Les loix du mouvement et du repos déduites d'un principe métaphysique,* Maupertuis ira beaucoup plus loin, trop loin dans cette direction. Le simple intitulé des chapitres nous le montre:

"I Examen des preuves de l'existence de Dieu tirées des Merveilles de la nature" [MAUPERTUIS, 1746, p. 282].

"II Qu'il faut chercher les preuves de l'existence de Dieu dans les Loix générales de la Nature. Que les Loix selon lesquelles le Mouvement se conserve, se distribue et se détruit, sont fondées sur les attributs d'une suprême intelligence" [MAUPERTUIS, 1746, p. 289].

La troisième et dernière partie seule est consacrée à la recherche des loix du mouvement et du repos, où il étudie les lois de choc. Par contre, Maupertuis poursuit sa réflexion philosophique dans son *Essai de Cosmologie*, dont la première partie est intitulée *Où l'on examine les preuves de l'existence de Dieu, tirées des merveilles de la Nature*[3] et lui vaudra l'un des arguments les plus percutants de Voltaire, qui écrit dès sa première intervention:

"Voici l'exacte verité qu'on demande. M. Moreau de Maupertuis, dans une brochure intitulée *Essai de Cosmologie,* prétendit que la seule preuve de l'existence de Dieu est AR + nRB, qui doit être un minimum —voyez page 52 de son recueil in-4°. Il affirme que, dans tous les cas possibles, l'action est toujours un minimum, ce qui est démontré faux; et il dit avoir découvert cette loi du minimum, ce qui n'est pas moins faux"[4].

Peu après la parution de l' *Essai de Cosmologie,* dans les *Acta Eruditorum* de Mars paraît le texte de Kœnig qui mettra le feu aux poudres: *De universali principio aequilibrii et motus in vi viva reperto, deque nexu inter* *vim vivam et actionem, utriusque minimo, dissertatio, auctore Sam. Koenig.* Maupertuis en fait le récit à Johann II Bernoulli:

"Voicy une autre affaire encor de vos Suisses. König que j'ay receu icy comme j'aurois fait mon frere: à peine a-t-il eté de retour en Hollande qu'il fait paroitre dans les Acta Erud. une piece ou il se donne les airs les plus avantageux avec moy, et ou jactant quelques vieux problemes de votre pere qui ne font rien à la chose, et jetant des fumées sur le reste, il critique ce que j'ai donné dans nos memoires et dans mon Essay de cosmologie. N'espérant pourtant pas faire croire à tout le monde que je ne dis rien qui vaille, il finit pas citer un fragment de lettre de Leybnitz à Herman par lequel il revandiqueroit pour Leybnitz le principe de la moindre quantité d'Action, et pas lequel aussy Leybnitz auroit avant Euler decouvert cette belle proprieté des Trajectoires descrittes par des forces centrales dans lesquelles l'element de la courbe multiplie par la vitesse du corps qui la decrit, c'est à dire l'Action, fait toujours un minimum"[5].

Maupertuis poursuit en racontant qu'il a demandé à Kœnig de lui trouver l'original de la lettre, que celui-ci a trainé avant de lui répondre ... puis finalement

"devineriés vous bien ce qu'il m'a repondu? Que la copie de la lettre dont il a cité le fragment luy avoit eté communiquée avec plusieurs autres par un M. Henzy qui eust la Teste coupée à Berne il y a 2 ans losqu'il devoit faire imprimer un recueil de lettres de Leybnitz. Il m'envoye la copie entiere de celle cy ou je ne dois pas etre faché de trouver mon principe, puisque toutes les decouvertes faittes depuis la mort de Leybnitz s'y trouvent; M. Leybnitz par ex. avoit veu a priori les polypes de M. Trembley. Mon soupcon n'est presque plus un soubcon pour moy, ny je crois ne le seroit querres pour les gens equitables. Mais comme je veux enfoncer König dans la boue autant qu'il le meritte, je veux rassembler toutes les preuves possibles de son imposture. Pour cela j'ay commencé par ecrire à notre [...]"[6].

Bref, il lui demande son aide pour retrouver les lettres de Leibniz dans la famille Herman. J'ai fait appel à cette lettre, moins connue, pour relater l'histoire mais Maupertuis a également publié sa version [MAUPERTUIS, 1753, p. 243] tout comme Kœnig et ses défenseurs[7]. Toujours est-il qu'après avoir vainement cherché la lettre de Leibniz pendant une année, l'Académie prononce, fait sans précédent et par la bouche de Euler un jugement: *Exposé concernant l'examen de la lettre de M. de Leibniz, allégué par M. le Professeur Koenig, dans le mois de mars 1751 des Actes de Leipzig, à l'occasion du principe de la moindre action* [EULER, 1751a].

Chose étrange, dans ce texte Euler refuse le combat scientifique. Dans cet article de dix pages, une page à peine est consacrée à des arguments scientifiques. Bien qu'il y explique les choses de manière magistrale, il ne sera pas compris et on peut penser qu'il le sait et que c'est la raison pour laquelle il utilise le seul moyen à sa disposition: la lettre de Leibniz est un faux.

Il ne peut, en effet, pas détruire l'argumentation de Koenig car elle est valable. Simplement les deux présentations de la mécanique proposées par Maupertuis et par Koenig sont totalement différentes mais équivalentes.

Pour mieux le comprendre reportons-nous à *La nature de la Physique,* de R. Feynmann. Il y présente la loi de la gravitation de trois manières différentes et conclu:

"Voilà un exemple du large éventail de descriptions possibles, toutes élégantes, de la nature. Si les gens disent que la nature doit obéir à la causalité, vous utilisez la loi de Newton; ou, s'ils insistent pour décrire la nature à l'aide d'un principe de minimum, vous le faites; ou, s'ils tiennent à l'existence d'un champ local, eh bien, vous pouvez les satisfaire.

On peut se demander quelle est la bonne description. Si ces diverses possibilités ne sont pas exactement equivalentes, si elles entraînent des consequences differentes, alors il suffira de faire des expériences pour trouver comment la nature choisit de s'y prendre en fait. Des gens peuvent venir vous donner des arguments philosophiques en faveur de tel ou tel point de vue; mais, après beaucoup d'expériences, nous avons appris qu'on ne peut se fier à aucune intuition philosophique sur le comportement de la nature. Il faut trouver et essayer toutes les possibilites. Mais dans le cas présent, les theories *sont* exactement equivalentes. Mathématiquement, les trois formulations, la loi de Newton, la méthode du champ local et le principe de minimum, donnent exactement les mêmes conséquences.

Que faire alors? Vous lirez dans tous les livres que nous ne pouvons pas faire un choix scientifique entre ces méthodes. C'est vrai, elles sont scientifiquement equivalentes. Il est impossible de trancher, puisqu'il n'y a aucun moyen de distinguer des théories dont les conséquences sont identiques. Mais psychologiquement, il y a une grosse difference entre elles, pour deux raisons. D'abord, vous pouvez philosophiquement les aimer ou non, et l'habitude est le seul remède contre cette maladie" [FEYNMAN, 1980, pp. 60-61].

Il est important de remarquer que Maupertuis souligne une manière complètement différente de décrire l'ensemble des lois de la nature et de leur donner une cohérence. Que cette manière de faire est nouvelle, reste actuelle et que sa généralité est très grande même si Maupertuis la pousse trop loin.

Euler sait à quel point cette idée bouleverse tout et que le point de vue scientifique de Koenig est également défendable. Il devine que l'idée de Maupertuis est trop révolutionnaire pour être admise sans difficulté et c'est la raison pour laquelle il refuse le combat scientifique. On peut même imaginer qu'il a testé cette idée sur son ami, l'un des seuls qui pourraient comprendre, comme le dit La Condamine. Ce dernier menait l'expédition vers l'équateur alors que Maupertuis allait en Laponie. Il connaissait bien ce dernier et juge sainement la situation:

"J'ai lu toutes les pieces du procès de Mr. de Maupertuis et de Mr. Kœnig".

écrit-il à Daniel Bernoulli, l'ami de toujours d'Euler,

"Le fonds de la dispute n'est pas encore entamé. S'il m'est permis de dire mon avis je pense quant au fond de la querelle que les conséquences metaphysiques sont hazardées. Pour le géométrique je crois que cette découverte a moins couté à son auteur que la resolution d'autres problèmes dont il a fait moins de bruit, mais je ne suis pas étonné qu'il y soit attaché et je crois qu'un autre le seroit à sa place, peut etre autant, mais l'auroit moins affiché. Enfin je vous avoue que j'ai pensé sur ce point dès le commencement précisément ce que j'ai lu depuis dans l'Encyclopédie au mot quantité d'action. Je ne devrois pas peut etre m'expliquer et dire mon avis si librement a l'homme de l'Europe qui est le plus en état de juger de ces matières"[8].

Or même Daniel Bernoulli ne suit pas Euler, comme en témoigne la rare correspondance qu'il échange à ce sujet. Il pose un jugement honnête de Maupertuis et des éléments sociologiques dans une lettre à Bouguer,

"Avez-vous vû l'appel de Mr. Kœnig contre Mr. de Maupertuis; le pauvre Maupertuis me fait pitié; ses flateurs l'ont embarqué et il n'a pas fait assez d'attention aux choses que je lui avois marquées et qui lui devoient etre [au?] moins suspectes; Sa decision pour les loix du choc des corps parfaitement durs est presque ridicule et il étoit de beaucoup trop amoureux du reste"[9].

et un jugement prudent d'Euler prouvant ainsi qu'il n'avait pas entrevu la puissance de ce que Maupertuis et Euler avaient découvert et ce quelques années plus tard.

"Mr. Euler est un homme admirable, quand les principes sont bien posés; mais je ne l'aime pas ordinairement dans l'examen des principes. Le physique et sur tout le metaphysique ne sont pas trop de son ressort et c'est un grand malheur pour cet excellent homme de confondre son fort et son foible"[10].

Euler consacre huit pages du jugement de l'Académie [EULER, 1751a] à la question de savoir si la lettre de Leibniz citée par Kœnig pour prouver que Leibniz avait le principe de moindre action est un faux. Pour Euler il n'y a pas de doute c'est un faux. Pourtant une copie de cette lettre a été publiée par Kœnig dans les *Maupertuisiana* et Willy Kabitz [1913] en a retrouvé une autre copie à Gotha en 1913. La chose ne semble pas le moins du monde impossible. On lit dans la correspondance de Johann II avec Maupertuis que Kœnig venait de Hanovre, où il avait été fouiller les archives pour retrouver des papiers de Leibniz. C'était un inconditionel de Leibniz qui tirait toutes les remarques préliminaires aux découvertes récentes de textes Leibnizien. Ce genre d'historien est connu, qui exploitent un peu trop la continuité.

Le jugement de l'Académie exacerbe l'opinion de Voltaire sur Maupertuis et il laisse éclater sa révolte dans de nombreuses lettres. Peu après le 18 juin 1752, date à laquelle Kœnig renvoie son diplôme à l'Académie, il écrit à Mme Denis:

"Maupertuis, ayant parcouru et mal lu ce journal de Leipsick et ces fragments de Leibnitz, alla se mettre dans la tête que Leibnitz était de son opinion, et que Kœnig avait forgé ces lettres pour lui ravir, à lui Maupertuis, la gloire d'avoir inventé une bevue. Sur ce beau fondement il fait assembler les académiciens pensionnaires dont il distribue les gages; il accuse formellement Kœnig d'être un faussaire, et fait passer un jugement contre lui, sans que personne opine, et malgré les oppositions du seul géomètre qui fut à cette assemblée. Il fit encore mieux; il ne se trouva pas au jugement; mais il écrivit une lettre à l'Académie, pour demander la grace du coupable, qui était à la Haye, et qui, ne pouvant être pendu à Berlin, fut seulement déclaré faussaire et fripon géomètre, avec toute la modération imaginable. Ce beau jugement est imprimé. Voici maintenant le comble: notre modéré président écrit deux lettres à Mme la Princesse d'Orange, dont Koenig est le bibliothécaire, pour la prier de lui imposer silence, et pour ravir à son ennemi, condamné et flétri, la permission de defendre son honneur"[11].

C'est probablement pour cette raison que Voltaire décide de se charger lui-même de cette défense. Il semble que l'on retrouve bien là sa motivation: il y va de la liberté de penser de Koenig, qui lui semble bafouée.

La querelle se poursuit par la publication en Septembre 1752, par Koenig, de *appel au public* ou appel contre le jugement de l'Académie, où il donne son point de vue sur la querelle et ajoute qu'en fait le principe proposé par Maupertuis se trouvait déjà chez Malebranche, 's Gravesande, Wolff et Engelbard. Il s'aquiert ainsi la sympathie d'une grande partie de la communauté scientifique.

Frédéric II prend la défense de Maupertuis et de son Académie dans la *Lettre d'un Académicien de Berlin* [FRÉDÉRIC II, 1752], ce qui va envenimer encore ses relations avec Voltaire, qui rédige le même mois la *Diatribe* [VOLTAIRE, 1753, p. 4]. Frédéric pert alors patience, il écrit le 29 Novembre à Maupertuis:

"Après bien des perquisitions et un détail assez enuyeux je me suis amparé du Kaiaka que j'ai brulé et j'ai annoncé à l'auteur que sur le Champ il faloit sortir de ma maison ou renoncer au metier infame de feseur de libele"[12].

Il fera finalement brûler l'Akakia publiquement par le boureau et écrira le lendemain à Pierre Louis Moreau de Maupertuis:

"Je vous envoie, mon ami, une petite poudre rafraîchissante[13], qui, j'espère, ne vous fera pas de peine à recevoir, et je vous prie de mépriser, comme vous le devez, les infamies dont on s'efforce vainement de vous calomnier"[14].

La lutte entre Voltaire et Frédéric se poursuivra jusqu'à ce que ce dernier commande son arrestation à Francfort. Nous n'en retiendrons qu'une explication de ses motivations, dans la lettre qu'il adresse à la Virotte le 28 janvier 1753:

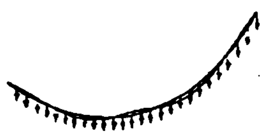
"Je fais trop de cas de votre jugement, monsieur, pour ne m'en pas rapporter à vous sur cet étrange procès criminel fait par l'amour propre de Maupertuis à la sincérité de Kœnig, procès dans lequel j'ai été impliqué malgré moi, parce que Kœnig ayant vécu deux ans de suite avec moi à Cirey, il est mon ami; parce que j'ai cru avec l'Europe littéraire qu'il avait raison; parce que je hais la tyrannie"[15].

Je crois volontier à la sincérité de Kœnig et au fait que Voltaire est intervenu par ce qu'il hait la tyranie[16].

2. La continuité ou les continuités

Il me semble préférable de parler des continuités parce que je vois les grands progrès chez les auteurs qui nouent dans un discours organisé les différents fils qui se présentent à eux. Ainsi Newton, lorsqu'il rassemble tous les éléments relatifs aux différentes forces connues et en abstrait un concept valable pour toutes auquel il donne les propriétés mathématiques d'un vecteur. Ainsi aussi Lagrange dans la *Mécanique analytique*. Notre présentation continuiste sélectionne cette œuvre comme objectif et analyse les voies qui y mènent.

Dans la *Mécanique analytique,* Lagrange présente la mécanique de trois manières différentes. En introduction il donne une présentation historique, dans le corps du livre il la développe sur base des travaux virtuels et à la fin de l'introduction il évoque une autre construction possible fondée sur les travaux virtuels et sur le principe de moindre action. Le tableau qui suit reprend les différents principes auquels il est fait appel dans ces différentes présentations. Nous avons, une nouvelle fois, utilisé les figures de C.A. Truesdell [1968, p. 327] pour souligner la différence profonde entre la deuxième et la troisième présentation.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE		
Présentation Historique	***Présentation Scientifique I***	***Présentation Scientifique II***
Principes de la Statique	*Principes de la Statique*	*Principes de la Statique*
le levier la composition des forces les vitesses virtuelles	les vitesses virtuelles le levier la composition des forces	les vitesses virtuelles
Principes de la Dynamique	*Principes de la Dynamique*	*Principes de la Dynamique*
Principe de d'Alembert cons. des forces vives cons. du mouv. du centre de gravité cons. des moments de rotation ou principe des aires principe de moindre action	Principe de d'Alembert les vitesses virtuelles cons. des forces vives cons. du mouv. du centre de gravité cons. des moments de rotation ou principe des aires	Principe de moindre action
	Equilibrium of the catenary	*Equilibrium of the catenary*
		
	Quasi-static infinitesimal displacements	*True static minimal principle*

Les fils qui ont mené à ce travail de Lagrange sont nombreux, nous nous contenterons de les ébaucher en donnant quelques jalons importants mais il est possible, en étant plus précis, de mieux encore faire ressortir les continuités.

2.1. L'équilibre étudié par le mouvement: le virtuel

Comme l'a montré P. Duhem, l'idée de déplacements, de vitesses ou de travaux virtuels que nous avons vu à l'œuvre chez Maupertuis remonte à l'Antiquité et plus précisément au Pseudo-Aristote [-350].

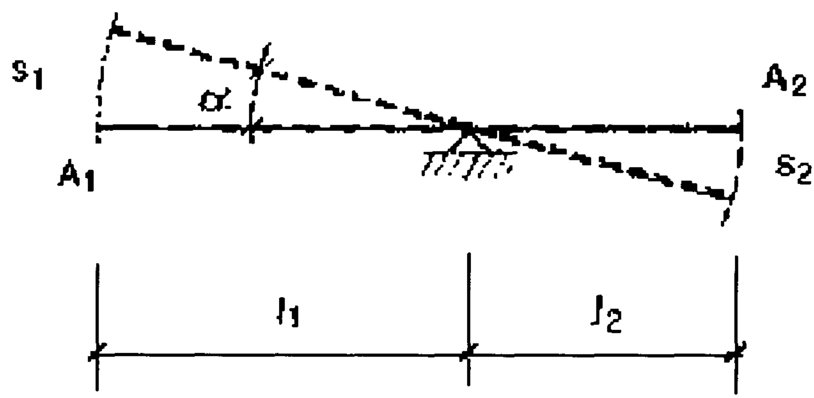


Fig. de E. Benvenuto[17]

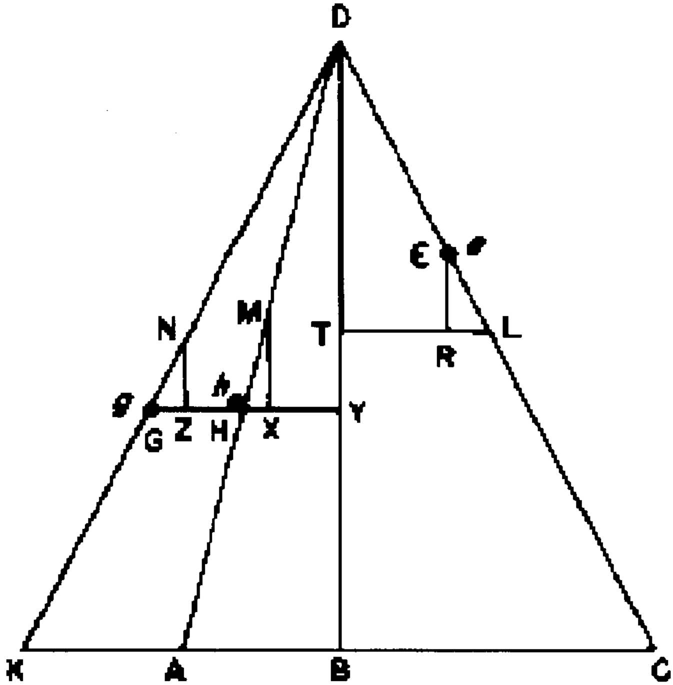
Pour rendre mathématiquement compte de l'équilibre du levier comme de la balance, ce dernier imaginait la vitesse que prendrait chaque extrémité si le levier pivotait. Ce mouvement fictif, virtuel, lui permettait d'introduire l'expression mathématique de la vitesse, l'une des rares si pas la seule qu'il connaissait, dans ce problème: les vitesses sont entre elles comme les espaces parcourus dans un même temps [s_1 et s_2 sur la figure]. Or ces espaces parcourus sont dans le même rapport que les rayons des cercles sur lesquels les extrémités du levier se meuvent, donc, des bras du levier [l_1 et l_2]. Il en déduit que les poids [A_1 et A_2] doivent être dans le rapport inverse de ces derniers,

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{l_2}{l_1},$$

ce qui correspond bien à la loi que nous connaissons:

$$A_1 l_1 = A_2 l_2 .$$

L'idée réapparaît au Moyen-Âge chez Jordanus de Nemore (ca. 1230) et est reprise par Tartaglia [1554, pp. 97-98] pour déterminer l'équilibre de deux poids placés sur des plans inclinés.



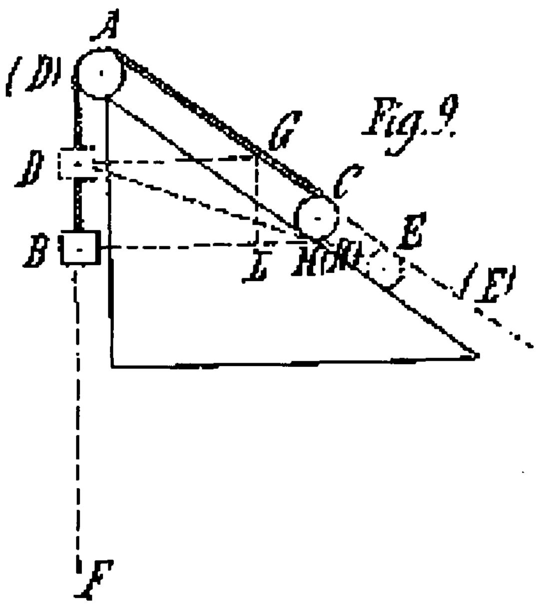
Pour Jordanus, les poids sont dans le même rapport que les hauteurs verticales qu'ils franchissent lors de leur chute:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{H_2}{H_1}.$$

Donc, avec ses notations:

$$\frac{e}{g} = \frac{NR}{LZ},$$

ce qui revient à égaler les travaux virtuels *[mg H]* effectués par les deux poids. En 1685 Leibniz [1685], pour sa part, résoud le problème de la même manière en tenant compte du fait que le centre de gravité des deux masses ne bouge pas lors du déplacement virtuel.



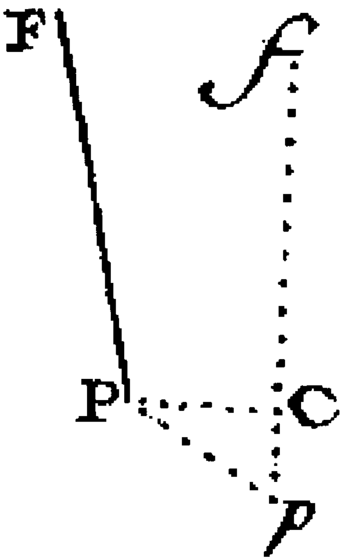
Cette idée sera affutée dans la correspondance échangée par Leibniz avec Johann I Bernoulli [LEIBNIZ & BERNOULLI, 1745] pour devenir chez ce dernier un principe de la statique et une manière d'introduire le calcul différentiel en mécanique. Avec lui les déplacements qui engendrent les vitesses virtuelles sont infinitésimaux, comme le montre Varignon lorsqu'il relate la naissance de cette idée dans la *Nouvelle Mécanique*:

"Dans une Lettre écrite de Bâle le 26 janvier 1717 M. Jean Bernoulli, après avoir défini ce qu'il entendoit par énergie, de la manière que l'on va voir dans la définition suivante, m'annonça qu'en tout équilibre de forces quelconques, en quelque manière qu'elles soient appliquées les unes sur les autres, ou médiatement ou immédiatement; la somme des Energies affirmatives sera égale à la somme des Energies négatives, prises affirmativement.

Definition XXXII

Concevez (disoit-il) plusieurs forces différentes qui agissent suivant différentes tendances ou directions pour tenir en équilibre un point, une ligne, une surface, ou un corps; concevez aussi que l'on imprime à tout le système de ces forces un *petit* mouvement, soit parallelement à soi-même suivant une direction quelconque, soit autour d'un point fixe quelconque; [En considérant les translations et les rotations, Johann englobe tous les déplacements] il vous sera aisé de comprendre que par ce mouvement chacune de ces forces anvancera ou reculera dans sa direction, à moins que quelqu'une ou plusieurs forces n'ayent leurs tendances perpendiculaires à la direction du *petit* mouvement; auquel cas cette force, ou ces forces n'avanceroient ni ne reculeroient de rien: car ces avancemens ou reculemens, qui sont ce que j'appelle vitesses virtuelles, ne sont autre chose que ce dont chaque ligne de tendance augmente ou diminue par le *petit* mouvement; & ces augmentations ou diminutions se trouvent, si l'on tire une perpendiculaire à l'extrémité de la ligne de tendance de quelque force, laquelle perpendiculaire retranchera de la même ligne de tendance, mise dans la situation *voisine* par le *petit* mouvement, une petite partie qui sera la mesure de la vitesse virtuelle de cette force" [VARIGNON, 1725, II, pp. 174-175].

Fig. 252.



Comme le montre bien ce qui suit, il s'agit de ce que nous écrivons

$$\int F_x \, dx = 0.$$

"Soit, par exemple, P un point quelconque dans le système des forces qui se soutiennent en équilibre; F, une de ces forces, qui pousse ou qui tire le point P suivant la direction FP ou PF; Pp, une petite ligne droite que décrit le point P par un petit mouvement, par lequel la tendance FP prend la situation fp, qui sera ou exactement parallele à FP, si le petit mouvement du systême se fait en tous ses points parallement à une droite donnée de position [s'il s'agit d'une translation]; ou elle fera, étant prolongée, avec FP un angle infiniment petit, si le petit mouvement du système se fait autour du point fixe [s'il s'agit d'une rotation]. Tirez donc PC perpendiculairement sur fp, & vous aurez Cp pour la vitesse vituelle de la force F, en sorte que FXCp fait ce que j'appelle Energie. Remarquez que Cp est ou affirmatif ou négatif par rapport aux autres: il est affirmatif, si le point P est poussé par la force F, & que l'angle FPp soit obtus; il est négatif, si l'angle FPp est aigu: mais au contraire si le point P est tié, Cp sera négatif, lorsque l'angle Pp est obtus; & affirmatif, lorsqu'il est aigu. Tout cela étant bien entendu, je forme (dit M. Bernoulli) cette

Proposition générale, Theoreme XL

En tout équilibre de forces quelconque, en quelque manière qu'elles soient appliquées, & suivant quelques directions qu'elles agissent les unes sur les autres, ou médiatement, ou immédiatement, la somme des énergies affirmatives sera égale à la somme des énergies négatives prises affirmativement" [VARIGNON, 1725, pp. 175-176].

10 ans plus tard, dans son Discours sur le Mouvement, il donne la définition plus concise:

"Définition I

J'appelle vitesses virtuelles, celles que deux ou plusieurs forces mises en équilibre acquierent, quand on leur imprime un petit mouvement; ou si ces forces sont déjà en mouvement. La vitesse virtuelle est l'élément de vitesse, que chaque corps gagne ou perd, d'une vitesse déjà acquise, dans un tems infiniment petit, suivant sa direction.

Hypothèse 1

Deux agens sont en équilibre, ou ont des momens égaux, lorsque leurs forces absoluës sont en raison reciproques de leurs vitesses virtuelles; soit que les forces qui agissent l'une sur l'autre soient en mouvement ou en repos.

C'est un principe ordinaire de Statique & Mécanique; que je ne m'arrêterai pas à démontrer" [BERNOULLI, 1727, p. 23]:

L'application de ce principe n'est plus restreint à la statique, il s'étend à la dynamique. Il sera utilisé par Maupertuis en 1740 pour la statique, comme nous l'avons vu, puis par Euler en 1751 dans son *Harmonie entre les principes généraux de repos et de mouvement* [EULER, 1751b]. Euler fait dans ce texte le même chemin que Johann Bernoulli d'une manière qui est mathématiquement plus rigoureuse:

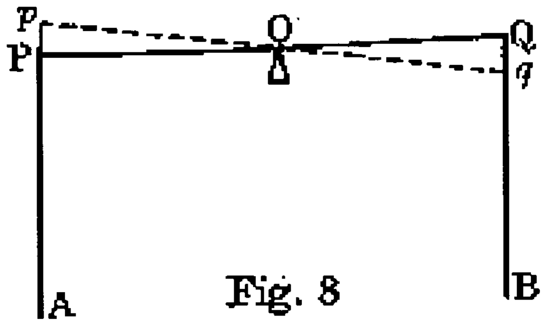


Fig. 8

Je passe aux propriétés du levier, pour montrer qu'elles sont également une conséquence nécessaire de notre principe. Soit donc PQ un levier droit, mobile autour du point O, aux deux bouts (Fig. 8) duquel P et Q soient appliquées les forces PA et QB, dont les directions soient d'abord perpendiculaires au levier. Posant donc ces forces $PA = A$ et $QB = B$, et les distances $PA = x$ et $QB = y$ les efforts seront Ax et By, dont la somme $Ax + By$ devant être un *minimum*, il faut qu'il soit

$$Adx + Bdy = 0.$$

Que le levier change infiniment peu de position en pOq, et on aura $dx = Pp$ et $dy = -Qq$, d'où l'on aura $A \,.\, Pp - B \,.\, Qq = 0$, ou $A : B = Qq : Pp$. Or $Qq : Pp = OQ : OP$, et partant les forces $A : B = OQ : OP$ ou $A \,.\, OP = B \,.\, OQ$, ce qui est la propriété principale du levier." [Euler , 1751, pp. 168-169]

2.2. *Les lois de conservation et la notion leibnizienne d'action*

Malbranche exprime clairement, à la fin de *Recherche de la vérité*, ce qui a dû être le raisonnement qui a mené Leibniz à la notion d'action motrice. Cette explication est postérieure au texte de Leibniz. Il s'agit des lois du mouvement à la fin de *Recherche de la vérité* [MALEBRANCHE, 1700-1712, pp. 71-73]:

"M. Descartes a crû que Dieu conservait toujours dans l'Univers une égale quantité de mouvement. Il appuyoit son opinion sur ce principe incontestable, que l'action du Créateur devoit porter le caractère de son immutabilité; et qu'ainsi sa volonté étant la force mouvante des corps créez ou conservez en mouvement; il falloit que cette force demeurât toujours la même. [...] Cependant l'expérience nous a convaincu que M. Descartes s'est trompé: non que le principe Metaphysique de son opinion soit faux".

Dans un texte de circa 1693, *Essay de dynamique sur les loix du mouvement*, ou il est montré qu'il ne se conserve pas la même quantité de mouvement, mais la même force absolue ou bien la même quantité de l'action motrice: Leibniz cherche à remplacer la conservation de la quantité de mouvement par la conservation d'une autre quantité. Le principe métaphysique de Descartes est correct mais il s'est trompé de quantité:

"Maintenant je suis bien aise de donner encor un autre tour à la chose et de faire voir encor la conservation de quelque chose de plus approchant à la quantité de mouvement, c'est-à-dire la conservation de l'action motrice. Voicy donc la règle générale que j'établis. Quelques changemens qui puissent arriver entre des corps concourans, de quelque nombre qu'ils soyent, il faut qu'il y ait toujours dans les corps la même quantité de l'Action motrice dans un même intervalle de temps. Par exemple il doit y avoir durant cette heure autant d'action motrice dans l'univers ou dans des corps donnés, agissant entre eux seuls, qu'il y en aura durant quelque autre heure que ce soit" [LEIBNIZ, s.d., p. 220].

L'action motrice est le produit de *l'effet formel du mouvement* c'est à dire *le produit de la masse qui se transfère multipliée par la longueur de la translation, ... par la vigueur ou vélocité avec laquelle elle le produit* [LEIBNIZ, s.d.a, p. 221].

"On veut transporter 100 livres à une lieue d'icy; c'est là l'effet formel qu'on demande. L'un le veut faire dans une heure, l'autre dans deux heures; je dis que l'action du premier est double de celle du second, estant doublement promte sur un effect égal" [LEIBNIZ, s.d.a, p. 221].

Ce qui est évidemment très proche du produit *mv* mais ne rend toujours pas compte de son aspect vectoriel.

Il n'est donc pas du tout impossible que Leibniz ait bien écrit la lettre de 1707 et alléguée par Koenig où il était dit:

"Mais l'Action n'est point ce que vous pensez: la considération du tems y entre; elle est comme le produit de la masse par l'espace et la vitesse, ou du tems par la force vive. J'ai remarqué que, dans les modifications de mouvemens, elle devient ordinairement un *Maximum ou* un *Minimum:* on en peut déduire plusieurs propositions de grande conséquence; elle pourroit servir à déterminer les Courbes que décrivent les Corps attirés à un ou plusieurs Centres" [LEIBNIZ, s.d., p. 267].

Sauf qu'il y a là en plus un principe de minimum appliqué à l'action.

2.3. *De la simplicité à l'épargne, le rôle des causes finales*

Tout comme l'idée des vitesses virtuelles, on peut faire remonter l'idée de simplicité de la nature à l'antiquité et y voir la source de la géométrisation de la nature. Mais il y a un pas à franchir de la simplicité à l'épargne. Ce pas est également franchi dès l'antiquité et le fait est important pour notre sujet. En effet Heron d'Alexandrie a eu l'idée d'expliquer l'égalité des angles d'incidence et de réflexion par le fait que le chemin emprunté par la lumière est le plus court.

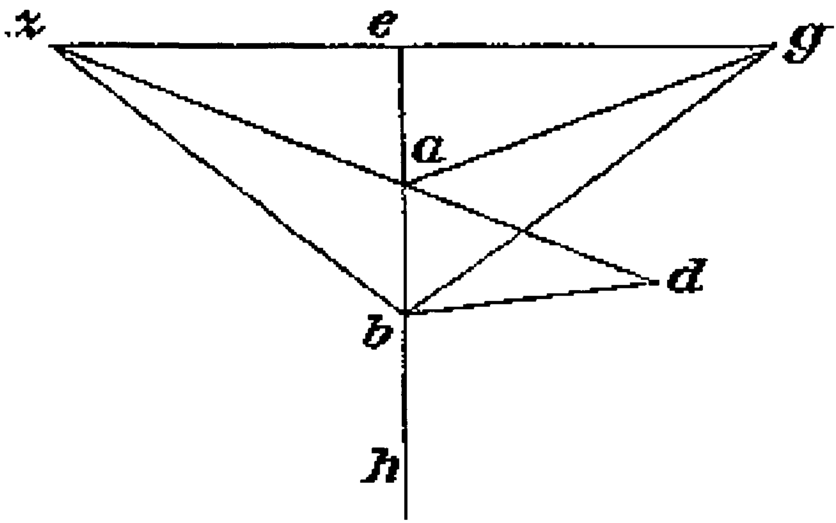


Fig. 77.

La nature épargne donc la distance:

"En effet, ce qui, dit-on, est porté suivant la ligne la plus courte en distance par la violence émettante, n'ayant pas le temps de lenteur, s'efforce d'être porté selon une ligne plus longue en distance, ce que la violence transmettante ne permet pas"[18].

Mais cette idée d'épargne n'est pas encore le principe de moindre action, raison pour laquelle Koenig pourra trouver en 's Gravesande, Wolff et Engelbard des précurseurs de Maupertuis. Pour le défendre de cette attaque Euler écrira:

"Si la question étoit, lequel des Philosophes a été le premier, à qui il est venu dans l'esprit, que la nature dans toutes ses opérations suivoit la voie la plus facile, ou ce qui revient au même, faisoit le moins de dépense? il seroit assurement ridicule, que quelqu'un des Philosophes modernes voulût s'attribuer cette gloire. Car les plus anciens Philosophes avoient déjà reconnu, que la nature ne faisoit rien en vain, ce qui s'accorde parfaitement avec la moindre dépense; car si la nature employoit des dépenses superflues, il n'y a pas de doute, qu'elle ne fit quelque chose en vain. ARISTOTE fait déjà souvent mention de ce dogme, et paroit l'avoir plutôt pris de ceux qui l'avoient précédé, que l'avoir imaginé lui même. La proposition a fait ensuite un si grand progrès dans les Ecoles, qu'on l'a regardée comme un des premiers préceptes de la Philosophie, jusqu'à ce qu'enfin DESCARTES a osé la rejetter" [EULER, 1751a, p. 179].

Tout le monde connaît l'importance que Leibniz donnera à ce principe d'épargne et aux causes finales ou encore à son meilleur des mondes possibles. Citons à titre d'exemple entre mille, le *Discours de Mêtaphysique*:

"Ainsi, on peut dire que, de quelque manière que Dieu aurait créé le monde, il aurait toujours été régulier et dans un certain ordre général. Mais Dieu a choisi celui qui est le plus parfait, c'est-à-dire celui qui est en même temps le plus simple en hypothèses et le plus riche en phénomènes, comme pourrait être une ligne de géométrie dont la construction serait aisée et les propriétés et effets seraient fort admirables et d'une grande étendue.

[...]

Or puisqu'on a toujours reconnu la sagesse de Dieu dans le détail de la structure mécanique de quelques corps particuliers, il faut bien qu'elle se soit montrée aussi dans l'économie générale du monde et dans la constitution des lois de la nature. Ce qui est si vrai qu'on remarque les conseils de cette sagesse dans les lois du mouvement en général" [LEIBNIZ, 1686, p. 29].

Cette idée sera précisée, la chose est d'importance pour nous dans le chapitre intitulé *Utilité des causes finales dans la physique* [LEIBNIZ, 1686, p. 47], puis dans celui intitulé

"Conciliation des deux voies par les finales et par les efficientes pour satisfaire tant à ceux qui expliquent la nature mécaniquement qu'à ceux qui ont recours à des natures incorporelles",

où l'on peut lire:

"Cependant je trouve que la voie des causes efficientes, qui est plus profonde en effet et en quelque façon plus immédiate et a priori, est en récompense assez difficile quand on vient au détail, et je crois que nos philosophes le plus souvent en sont encore bien éloignés. Mais la voie des finales est plus aisée, et ne laisse pas de servir souvent à deviner des vérités importantes et utiles qu'on serait bien longtemps à chercher par cette autre route plus physique, dont l'anatomie peut fournir des exemples considérables" [LEIBNIZ, 1686, pp. 51-52].

Il y a donc deux manières d'aborder la nature, l'une par les causes efficientes, causale, qui part de l'étude des forces puis analyse leurs effets et l'autre par les causes finales, via l'objetif poursuivi par la nature. Leibniz poursuit par un exemple et quel exemple:

"Aussi tiens-je que Snellius qui est le premier inventeur des règles de la réfraction aurait attendu longtemps à les trouver s'il avait voulu chercher premièrement comment la lumière se forme. Mais il a suivi apparemment la méthode dont les anciens se sont servis pour la catoptrique (entendons Heron), qui est en effet par les finales. Car cherchant la voie la plus aisée pour conduire un rayon d'un point donné à un autre point donné par la réflexion d'un plan donné (supposant que c'est le dessein de la nature), ils ont trouvé l'égalité des angles d'incidence et de réflexion, comme l'on peut voir dans un petit traité d'Héliodore de Larisse, et ailleurs. Ce que M. Snellius, comme je crois, et après lui (quoique sans rien savoir de lui), M. Fermat ont appliqué plus ingénieusement à la réfraction. Car lorsque les rayons observent dans les mêmes milieux la même proportion des sinus qui est aussi celles des résistances des milieux, il se trouve que c'est la voie la plus aisée ou du moins la plus déterminée pour passer d'un point donné dans un milieu à un point donné dans un autre" [LEIBNIZ, 1686, pp. 52-53].

2.4. Epargne et calcul variationnel

Par ailleurs, il ne faut pas oublier qu'en 1684, peu avant d'introduire la notion d'action, le même Leibniz publiait la *Nova methodus* [LEIBNIZ, 1684] dans lequel il fonde le calcul différentiel et à la fin duquel il propose quelques problèmes, à titre d'exercice. Parmi ceux-ci ...

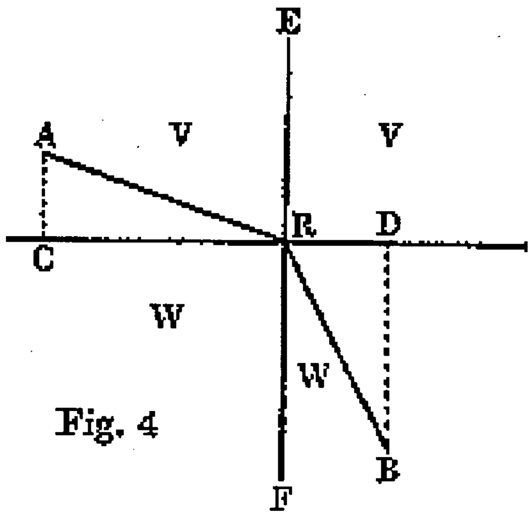


Fig. 4

le calcul de la réfraction de la lumière au moyen du nouveau Calcul. Le résultat était connu depuis Snell et avait été calculé au moyen des *minimis* par Fermat et publié pour la première fois avec ses œuvres en 1679 [FERMAT, 1679]. Pour ce faire, Fermat avait posé que le temps de parcours employé par la lumière était minimum.

Les frères Bernoulli vont s'emparer des problèmes proposés par Leibniz et d'abord les compliquer, par exemple en faisant passer la lumière dans des milieux de plus en plus réfringents. Puis ils se proposent au cours de leur fameuse querelle, de nombreux problèmes à résoudre au moyen du nouveau Calcul: Jacob pose le problème de la *caténaire* [BERNOULLI, 1690, Op. XXXIX], puis la *velaria* [BERNOULLI, 1692, Op. XLVIII]. Johann surenchérit avec la *lintéaria*[19] et Jacob avec *l'elastica*[20]. Plus tard Jacob pose le problème des isopérimètres [BERNOULLI, 1697, Op. LXXV], qui consiste à déterminer parmi des courbes de même longueur quelles sont celles qui satisfont à une condition de maximum ou de minimum. Toutes ces questions, la caténaire, linteria, etc. peuvent, Euler le fera en 1744 [EULER, 1744], être regroupées au moyen des isopérimètres.

On comprend aisément que la caténaire, la voilière et la lintearia fassent partie des isopérimètres lorsqu'on se restreint aux cas où ces objets sont inextensibles. *L'elastica* doit son appartenance aux isopérimètres à l'existence d'une fibre neutre. Cette fibre, qui se trouve à la limite de la zone de compression et de la zone de dilatation, ne subit ni l'une ni l'autre, elle conserve sa longueur. Pourtant l'elastica résiste aux calculs des deux ainés Bernoulli, du moins en toute généralité et en termes de calcul variationnel. Ce ne sera que beaucoup plus tard qu'Euler, aidé de Daniel Bernoulli, parviendra au résultat général.

Le 5 Mai 1739 encore, un peu avant l'époque du premier article de Maupertuis sur ce sujet, publié en 1740, Euler écrit à Daniel Bernoulli:

> "Je ne doute pas du fait que la courbe élastique ne satisfasse à une propriété de maximum ou de minimum. En effet une telle courbe formée par la nature aura une telle propriété, tout comme la caténaria, la lintearia; mais l'expression qui doit être rendue maximale dans l'élastica m'a d'abord paru obscure; néanmoins je perçois bien que ce doit être la quantité de force potentielle qui se glisse dans la courbure mais je serai curieux d'apprendre dans la pièce que vous m'avez promise comment on peut exprimer cette quantité"[21].

Dans le cas de l'elastica, Euler lui-même ne sait quelle quantité rendre extrémale. Il devra attendre une lettre du 20 Octobre 1742 où, après avoir rappelé les doutes qu'ils avaient eus, Daniel lui dit que la force vive potentielle qu'il convient de rendre extrémale pour déterminer l'elastica est $\int\frac{ds}{R^2}$:

"Je me souviens cependant que vous comme moi avons mis en doute la généralité de l'équation ordinaire de l'élastique [...]

Pourriez vous réfléchir à la chose suivante: ne pourrait on déduire la courbure ABC des principes de la mécanique sans faire appel au levier. J'exprimerais la force vive de la lame naturellement rectiligne et incurvée par $\int\frac{ds}{R^2}$, en assumant que l'élément ds est constant et indiquant par R le rayon osculateur. Comme personne n'a mené la méthode des isopérimètres aussi loin que vous, vous résolvrez ce problème qui exige que $\int\frac{ds}{R^2}$ soit un minimum"[22].

2.5. *Maupertuis*

A présent, nous avons les différents éléments de continuité, les différents fils en main. Il convient de voir à présent qui et comment ils seront noués.

Maupertuis a reçu une formation très diversifiée. Il a eu d'abord comme professeur un certain Guisnée, dont l'influence n'a surement pas été négligeable, puisqu'il publie en 1706 des *Observations sur les méthodes de maximis et minimis, où l'on fait voir l'identité et la diférence de celle de l'analyse des infiniment petits avec celles de M.M. Fermat et Hudde* [GUISNÉE, 1706]. Et Maupertuis lui même publie déjà en 1726 un travail *Sur une question de maximis et minimis* [MAUPERTUIS, 1726].

En 1728, il part pour l'Angleterre, ou il subit l'influence de Newton et il deviendra l'un des premiers défenseurs de sa philosophie naturelle. L'année suivante il devient, à Bâle, l'élève de Johann Bernoulli, par qui il a certainement subit également l'influence de Leibniz.

Après son voyage bien connu en Laponie, il publie en 1740 sa *Loi du repos des corps*. Ce texte, déjà évoqué, s'ouvre sur une réflexion générale sur les fondements des sciences:

"Si les Sciences sont fondées sur certains principes simples et clairs dès le premier aspect, d'où dépendent toutes les vérités qui en sont l'objet, elles ont encore d'autres principes, moins simples à la vérité, et souvent difficiles à découvrir, mais qui étant une fois découverts, sont d'une très-grande utilité. Ceux-ci sont en quelque façon les Loix que la Nature suit dans certaines combinaisons de circonstances, et nous apprennent ce qu'elle fera dans de semblables occasions. Les premiers principes n'ont guére besoin de Démonstration, par l'évidence dont ils sont dès que l'esprit les examine; les derniers ne sçauroient avoir de Démonstration physique *à la rigueur,* parce qu'il est impossible de parcourir généralement tous les cas où ils ont lieu.

Tel est, par exemple, le principe si connu et si utile dans la Statique ordinaire; que *Dans tous les assemblages de corps, leur commun centre de gravité descend le plus bas qu'il est possible.* Tel est celui de la conservation des *Forces vives.* Jamais on n'a donné de Démonstration générale *à la rigueur,* de ces principes; mais jamais personne, accoûtumée à juger dans les Sciences, et qui connoîtra la force de l'induction, ne doutera de leur vérité. Quand on aura vû que dans mille occasions la Nature agit d'une certaine manière, il n'y a point d'homme de bon sens qui croye que dans la mille-unième elle suivra d'autres loix.

Quant aux Démonstrations *à priori* de ces sortes de principes, il ne paroît pas que la Physique les puisse donner; elles semblent appartenir à quelque science supérieure. Cependant leur certitude est si grande, que plusieurs Mathématiciens n'hésitent pas à en faire les fondements de leurs Théories, et s'en servent tous les jours pour résoudre des Problemes, dont la solution leur coûteroit sans eux beaucoup plus de peine" [MAUPERTUIS, 1740, p. 268].

Maupertuis confronte d'une part une construction que nous qualifierions d'axiomatique de la science, basée sur certains principes simples et clairs dès le premier abord à une construction fondée sur des principes moins simples dont un exemple est que le centre de gravité est toujours le plus bas possible et sur lesquels certains n'hésitent pas à fonder leur théorie. On retrouve les deux manières de construire la science que Leibniz distinguait: la première par les causes efficientes, la seconde par les causes finales. Après avoir lancé cette grande idée, Maupertuis donne, dans ce travail, une loi du repos en terme de minimum comme nous l'avions déjà vu. Il généralise, en fait le principe connu du centre de gravité.

Le 15 avril 1744. dans un texte intitulé *Accord de différentes loix de la Nature, qui avoient jusqu'ici paru incompatibles,* Maupertuis annonce qu'il réduira

"à trois classes toutes les explications que ces Auteurs ont données de la réflexion et de la réfraction de la lumière.

La première classe comprend les explications de ceux qui n'ont voulu déduire la réfraction que des principes les plus simples et les plus ordinaires de la Méchanique.

La seconde comprend les explications qui, outre les principes de la Méchanique, supposent une tendance de la lumière vers les corps, soit qu'on la considère comme une attraction de la matière, soit comme l'effet de telle cause qu'on voudra.

La troisième classe enfin comprend les explications qu'on a voulu tirer des seuls principes métaphysiques, de ces loix auxquelles la Nature elle même paroît avoir été assujétie par une intelligence supérieure qui, dans la production de ses effets, la fait toûjours procéder de la manière la plus simple" [MAUPERTUIS, 1744, pp. 275-276].

Puis il explique le raisonnement de Fermat comme nous l'avons déjà vu et conclut:

"Voilà donc le mouvement direct et le mouvement réfléchi de la lumière, qui paroissent dépendre d'une loi métaphysique qui porte que *la Nature dans la production de ses effets agit toujours par les moyens les plus simples*. Si un corps doit aller d'un point à un autre sans rencontrer nul obstacle, ou s'il n'y doit aller qu'après avoir rencontré un obstacle invincible, la Nature l'y conduit par le chemin le plus court et par le temps le plus prompt" [MAUPERTUIS, 1744, p. 277].

Qui montre le rôle joué par ce principe de simplicité observé par la nature et souligne l'influence de Leibniz:

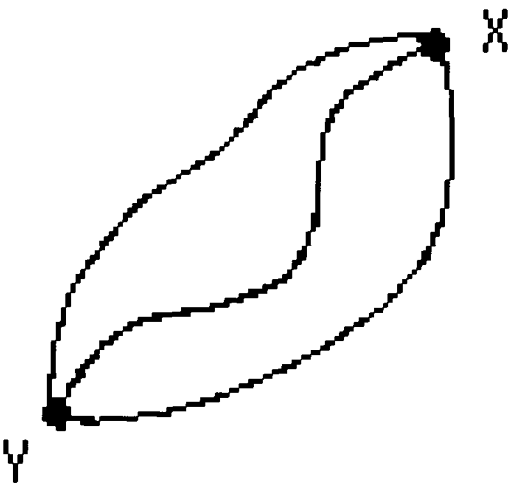
"il [Leibniz] fut si charmé du principe métaphysique et de retrouver ici ses *causes finales* auxquelles on sçait combien il étoit attaché" [MAUPERTUIS, 1744, p. 278].

Ensuite Maupertuis introduit son propre principe:

"elle prend une route qui a un avantage plus réel: *le chemin qu'elle tient est celui par lequel la quantité d'action est la moindre*" [MAUPERTUIS, 1744, p. 278].

Laissons à R. Feynman le soin d'expliquer ce qu'est un tel principe de minimum:

"Il y a encore une autre façon tout à fait distincte d'énoncer la loi, qui se distingue par la philosophie et les idées qualitatives qu'elle met en jeu. Si vous n'aimez pas l'action à distance, je vous ai montré comment vous pouvez vous en passer. Maintenant je vais vous indiquer un énonce qui est philosophiquement à l'exact opposé. On n'y discute pas du tout comment l'objet se propage d'un endroit à un autre, tout y est contenu dans un énoncé global, comme suit. Si vous avez un certain nombre de particules et voulez savoir comment l'une se déplace d'un point à un autre, vous le faites en inventant un déplacement possible qui amènerait l'objet du premier point au second en un certain temps (Fig. 13).



Disons que la particule veut aller de X en Y en une heure et que vous vouliez savoir quel chemin elle emprunte. Ce que vous faites est d'inventer différentes courbes et de calculer pour chaque courbe une certaine quantité (je ne veux pas vous dire ce qu'est cette quantité, mais pour ceux qui connaissent ces mots, la quantité pour chaque courbe est la moyenne de la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle). Si vous calculez cette quantité pour un chemin, puis pour un autre, vous obtenez pour chaque chemin un nombre différent. Il y a cependant un chemin qui donne le plus petit nombre possible, et c'est ce chemin que la particule emprunte en fait! Nous sommes en train de décrire le mouvement réel, l'ellipse par exemple, par un enoncé relatif à l'ensemble de la courbe. Nous avons perdu l'idée de causalité, suivant laquelle la particule sent la force et se déplace sous son influence. Au lieu de ça, la particule explore grandiosement toutes les courbes, toutes les possibilités, et decide quel chemin emprunter, en choisissant celui pour lequel notre quantité est minimale" [FEYNMAN, 1980, pp. 59-60].

Nous retrouvons dans son explication le lieu du glissement de Maupertuis dans le fait que la particule explore grandiosement toutes les courbes, toutes les possibilités, et décide quel chemin emprunter, en choisissant celui pour lequel notre quantité est minimale. On observe le même glissement chez Euler dans un texte de 1751, *Harmonie entre les principes généraux de repos et de mouvement de M. de Maupertuis* [EULER, 1751b]. C'est ainsi qu'interviennent les causes finales de Leibniz et rapidement l'esprit supérieur qui détermine le meilleur des mondes possibles. Nous voyons aussi, comme nous l'avions déjà souligné au point d'en faire le coeur de la révolution, que Maupertuis donne une nouvelle manière de décrire la nature et qu'il sait très exactement ce qu'il fait. Mais cette nouvelle description ne vient pas *ex nihilo*, Leibniz avait préparé le terrain. Il a fourni la notion d'action et l'idée d'épargne ainsi qu'une nouvelle forme du calcul des maximis et minimis: le calcul différentiel

2.6. Euler relie des filières

Les deux filières que nous venons de décrire, celle du calcul variationnel initiée par Jacob et Johann Bernoulli —et leurs problèmes de la caténaire, de la lintearia comme de l'élastica et des isopérimètres— d'une part et celle du principe téléologique de Leibniz-Maupertuis sur le principe de la moindre quantité d'action, aboutissent chez Euler en 1744, au moment précis où il a résolu le problème des isopérimètres dans son sens le plus large et de manière purement mathématique et vient d'envoyer chez l'imprimeur sa fameuse *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*. Les nouvelles réflexions qu'elles suscitent chez lui déboucheront sur la rédaction de deux *Additamentum* —preuve que le travail était déjà rédigé—, le premier sur la courbe élastique et l'autre sur le mouvement d'un corps sous l'action d'une force centrale.

Qu'Euler reçoive coup sur coup, d'abord le 20 Octobre 1742 de Daniel Bernoulli l'expression de l'énergie potentielle qu'il faut minimiser dans l'elastica —idée qui lui permet d'y appliquer le calcul variationnel qu'il est en train de parfaire—, le 15 avril 1744, ensuite, de Maupertuis son principe qui donne à ce calcul variationel un rôle primordial en physique explique, me semble-t-il, en grande partie, la position qu'il prendra durant la querelle[23]. La chose apparaît encore clairement dans le premier des deux textes scientifiques [EULER, 1748a, E. 145; EULER, 1748b, E. 146] et non polémiques. Euler y présente le principe de Maupertuis dans les premiers §§:

"C'est donc ce principe de *la moindre quantité d'action,* auquel Mr. DE MAUPERTUIS réduit tous les *maxima, ou minima* que la Nature observe dans toutes ses productions: et la quantité d'action pourra toujours être représentée par une certaine formule algébrique, qui étant appliquée à l'effet produit réellement par la Nature, y obtient une valeur plus petite, qu'elle obtiendroit, s'il étoit arrivé, tout autre effet" [EULER, 1748a, E. 145, pp. 1-2].

Il poursuit en en montrant la généralité:

"Ce principe aura donc également lieu dans la Mécanique et dans la Statique, c'est-à-dire dans le mouvement, aussi bien que dans tous les états d'équilibre, où les corps se peuvent trouver" [EULER, 1748a, E. 145, p. 2].

Puis son histoire:

"L'usage de ce principe est déjà depuis long tems reconnu dans la Statique, ou Dynamique, où il s'agit de l'équilibre des corps sollicités par des forces quelconques, et c'est par son moyen, qu'on a donné des solutions de plusieurs problèmes de cette nature. Il a été aisé de prévoir, qu'une chaine suspendue de ses deux bouts devoit prendre une telle figure, afin que son centre de gravité soit le plus bas" [EULER, 1748a, E. 145, p. 2].

"De même un linge rempli d'un fluide prendra la figure, dont la capacité est la plus grande, afin que le fluide puisse descendre le plus bas qu'il est possible" [EULER, 1748a, E. 145, p. 2].

"Mr. DANIEL BERNOULI a aussi remarqué, que la courbe d'une lame élastique renferme un tel *minimum*" [EULER, 1748a, E. 145, p. 3].

Euler conclut à la généralité des deux approches de la mécanique:

"Par là on voit qu'il doit y avoir une double méthode de résoudre les problèmes de Mécanique; l'une est la méthode directe, qui est fondée sur les loix de l'équilibre, ou du mouvement; mais l'autre est celle dont je viens de parler, où sachant la formule, qui doit être un *maximum*, ou un *minimum*, la solution se fait par le moyen de la méthode *de maximis et minimis*. La première fournit la solution en déterminant l'effet par les causes efficientes; or l'autre a en vue les causes finales, et en déduit l'effet: l'une et l'autre doit conduire à la même solution, et c'est cette harmonie, qui nous convainc de la vérité de la solution" [EULER, 1748a, E. 145, p. 3],

"C'est une recherche qui n'appartient pas tant à la Mathématique, qu'à la Métaphysique puisqu'il s'agit de connoitre le but, que la nature se propose dans ses opérations: et ce seroit porter cette science à son plus haut degré de perfection, si l'on étoit en état d'assigner pour chaque effet que la nature produit, cette quantité d'action, qui y est la plus petite, et qu'on pût la déduire des premiers principes de notre connoissance" [EULER, 1748a, E. 145, p. 3].

Pour Euler, et nonobstant les différences entre leurs théories [PANZA, 1991-92; 1995; à paraître], l'argument principal en faveur de Maupertuis est d'avoir perçu la généralité de la loi qu'il envisage et d'avoir précisé un tant soit peu la définition de la quantité d'action qui intervient. Car d'autres ont proposés des principes d'épargnes mais aucun aussi n'était à la fois aussi général et précis quant à la grandeur à épargner. Comme Euler l'exprime dans la Preface de sa *Dissertation sur le principe de la moindre action*,

"nous nous sommes appliqués à examiner avec le plus grand soin, ce que les Philosophes tant anciens que modernes ont pensé du principe de l'Epargne. Nous démontrons clairement qu'aucun d'eux n'a scu en quoy il consistoit, quoique plusieurs ayent soupçonné qu'il y en avoit un. Et que ceux chez qui M. le Professeur KOENIG voudroit faire croire que nôtre Ill. Président a puisé, ont été très éloignés de son principe; quoique tantôt ceux cy, tantôt ceux là, se soyent servis de quelque principe particulier, qui ne pouvoit avoir lieu que dans un très petit nombre de cas. Toute la force du principe de M. DE MAUPERTUIS consiste dans son extrême Universalité; car s'il étoit restraint seulement à quelques cas, nous accorderions facilement à M. KOENIG et à ses adhérens, qu'il n'y auroit pas grand mérite à l'avoir trouvé. Nous prouvons donc premièrement, que soit que le principe soit vrai, soit qu'il soit faux, la découverte n'en scauroit être attribuée à personne qu'à M. DE MAUPERTUIS" [EULER, 1751d, E. 186, pp. 177-178].

2.7. Le principe de d'Alembert

Ce principe que l'on attribue à d'Alembert consiste à introduire une force apparente ou fictive pour s'opposer au mouvement effectif. On obtient ainsi une somme totale des forces qui est nulle. Autrement dit, on a changé le terme $m\ \vec{a}$ de côté dans l'équation. De cette manière —dit Lagrange— on ramène, mathématiquement s'entend, la dynamique à la statique. Lagrange fait remonter ce principe à Jacob Hermann, c'est-à-dire en 1716 dans la *Phoronomia*.

Ce procédé avait déjà été utilisé par Jacob Bernoulli dès 1681, puis par L'Hopital dans *l'Analyse des infiniment petits* et à nouveau par Jacob en 1691 et 1703 dans les *Mémoires de l'Académie de Paris*, au cours d'une querelle avec l'abbé Catelan —mais il s'agit là d'un cas particulier, il fait cela dans le cas d'un pendule multiple et non dans une optique générale—.

Quant à d'Alembert, le principe qu'il donne n'est pas tout à fait aussi clair que l'on veut bien le laisser croire. Voici le principe général tel qu'il l'énonce dans le *Traité de Dynamique* de 1742:

"Problème général.

Delà résulte le Principe suivant, pour trouver le Mouvement de plusieurs Corps qui agissent les uns sur les autres. Décomposés les Mouvemens a, b, c etc. imprimés à chaque Corps, chacun en deux autres a, a; b, b; c, g; etc. qui soient tels, que si l'on n'eût imprimé aux Corps que les Mouvemens a, b, c etc. ils eussent pû conserver ces Mouvemens sans se nuire réciproquement; et que si on ne leur eût imprimé que les Mouvemens a, b, g, etc. le système fut demeuré en repos; il est clair que a, b, c seront les Mouvemens que ces Corps prendront en vertu de leur action. Ce Q.F. Trouver" [D'ALEMBERT, 1742, p. 72].

Il est vrai que dans ses *Recherches sur la precession des equinoxes et sur la mutation de l'axe de la Terre, dans le système newtonien*, d'Alembert est plus clair à propos de la portée de son principe. Ce qui n'éclairci pourtant pas le principe lui-même:

"J'ai démontré dans mon Traité de dynamique que pour trouver à chaque instant le mouvement d'un corps animé par un nombre quelconque de forces, il faut regarder le mouvement qu'il avait dans l'instant précédent, comme composé d'un mouvement qui est détruit par ces forces, et d'un autre mouvement qu'il doit prendre réellement, et qui doit être tel que les parties du corps puissent le suivre sans se nuire les unes aux autres.

Ce principe supposé, je commence par chercher de la manière la plus générale le mouvement de la Terre, en imaginant qu'elle tourne autour de son Axe avec une vitesse quelconque, uniforme ou non, et que l'Axe reçoive en même tems un mouvement quelconque de rotation autour du centre. Dans cette hypothèse, le mouvement de chaque particule durant un instant quelconque, peut être supposé formé de trois autres mouvemens, dont deux sont parallèles au plan de l'Ecliptique, et dont le troisième lui est perpendiculaire: chacun de ces mouvement se change l'instant suivant en un autre, et peut être regardé comme composé de cet autre mouvement et d'un second qui est détruit par l'action du Soleil et de la Lune, action que nous verrons se réduire à deux forces, dont la quantité et la direction sont connues. Il n'est donc plus question que de chercher les loix d'équilibre entre ces forces et celles qu'on doit supposer être détruites dans chaque particule. Ce qui m'oblige à donner la solution générale d'un Problème de Statique, où je détermine par un assez grand nombre de propositions les loix de l'équilibre entre des puissances qui n'agissent pas dans le même plan, ni suivant des lignes parallèles" [D'ALEMBERT, 1749, p. XXIV].

2.8. Lagrange prépare la **Mécanique analytique**

Entre 1759 et 1762, après deux ans de correspondance échangée avec Euler sur ce sujet, Lagrange entame la publication d'une série de trois textes purement mathématiques sur les maximis et minimis:*Recherches sur la méthode de maximis et minimis*; *Essai d'une nouvelle méthode pour détyerminer les maxima et les minima des formules intégrales indéfinies* et *Application de la méthode exposée dans le Mémoire précédent à la solution de différents problèmes de dynamique*. Un peu plus tard, en 1766-69, dans un texte sur la méthode des variations, il explique clairement les mérites respectifs d'Euler et les siens propres:

"Je dois encore observer que MM. Le Seur et Jacquier ne s'expriment pas exactement quand ils disent (page 131 du tome 11) que M. Euler a démontré que dans les trajectoires décrites par un nombre de corps quelconque, l'intégrale de la vitesse multipliée par l'élément de la courbe est toujours un maximum ou un minimum. M. Euler n'a donné sur ce sujet que ce que l'on trouve dans un Appendice ajouté à son excellent *Traité sur les isopérimètres,* où il fait voir que la trajectoire qu'un corps doit décrire par des forces centrales quelconques est la même que la courbe qu'on trouverait en supposant que l'intégrale de la vitesse multipliée par l'élément de la courbe fut un maximum ou un minimum. L'application de ce beau théorème à un système quelconque de corps et surtout la manière de s'en servir pour résoudre avec la plus grande simplicité et généralité tous les problèmes de Dynamique, m'est entièrement due, et ce qui doit le prouver invinciblement, c'est que cette théorie dépend des mèmes principes que celle des *variations*, et que l'une et l'autre ont paru dans le mème volume des *Miscellanea Taurinensia* pour les années 1760 et 1761. Je pourrais ajouter que j'avais aussi communiqué cette découverte à M. Euler dès 1756, et comme ce grand Géomètre a bien voulu l'honorer alors de son approbation, je ne doute pas qu'il ne fùt très-porté, si l'occasion s'en présentait, à me rendre sur ce sujet la même justice qu'il a bien voulu me rendre à l'égard de la méthode *de maximis et minimis*" [LAGRANGE, 1766-69, p. 39].

La réflexion qui guide cette série d'articles trouvera son aboutissement en 1788 dans La *Mécanique analytique*.

Conclusion

Alors que l'introduction du concept de *paradigme* dont Kuhn donne la définition suivante:

"Les accomplissements scientifiques universellement reconnus qui pour un temps procurent des problèmes modèles (types) et des solutions à une communauté de praticiens" [KUHN, 1974, passim],

me semble positive, par contre celui de révolution me paraît utilisé à tort et à travers et ne colle pas avec le phénomène que nous venons d'observer:

"*Révolution:* Et lorsqu'elle [la science normale] —lorsque la profession ne peut plus éluder les anomalies qui renversent la tradition existente de la pratique scientifique— alors commence la recherche extraordinaire qui conduit la profession enfin à un nouveau set d'engagements, à une nouvelle base pour la pratique de la science. Les épisodes extraordinaires au cours desquels a lieu ce glissement d'engagements professionnels sont ceux que dans cet essai nous appellerons révolutions. Ce sont les éléments qui boulversent la tradition et complètent l'activité de la science normale liée à la tradition" [KUHN, 1974, p. 6].

A l'époque où Lagrange introduit sa construction de la mécanique sur base d'un principe variationnel, Laplace continue à travailler de manière Newtonnienne. Les deux paradigmes coexistent parfaitement, tellement bien qu'ils coexistent encore de nos jours, comme le dit Feynman.

Il y a une certaine complémentarité entre ces deux manières de faire l'histoire, j'en conviens, et les deux approches se mèlent dans un bon récit historique. Il y a même toujours une teinte révolutionnaire dans toute présentation continuiste et une présentation révolutionnaire peut rendre plus ou moins compte de la continuité.

La description qualifée de révolutionnaire, mais que je préfèrerait qualifier de contrastée, a de grands avantages: elle est souvent plus claire et plus expressive, elle frappe mieux l'imagination et permet de garder le récit plus facilement en mémoire.

Mais la méthode révolutionnaire est plus dépendante d'un point de vue extérieur insuflé dans le problème. Elle est moins objective et permet aisément d'utiliser le discours historique à des fins complètement différentes. Que ces fins soient philosophiques, comme dans le discours d'Isabelle Stengers, ou politiques, dans celui de Fourez, ou scientifiques, dans celui que j'ai adopté dans ma première partie et qui ressemble à celui d'un A. Weil ou d'un C.A. Truesdell.

Le discours continuiste suit de plus près et exige de l'historien de se laisser entraîner par les textes eux mêmes. Il est donc un critère de rigueur et d'objectivité. Le récit continuiste est le reflêt d'une compréhension interne à l'histoire, le récit révolutionaire est le reflêt d'une compréhension insufflée de l'extérieur.

D'autre part, il me semble que dans le développement scientifique le fil du continu est le rempart contre la superstition. C'est lui qui permet de faire la différence entre l'explicable et le non explicable, entre la science et les pseudo-sciences. Dit autrement, ce concept de révolution me heurte dans la mesure où il ouvre une brèche entre ce qui est acceptable à une certaine époque et ce qui l'est à une autre époque. Or Kuhn se présente comme philosophe des sciences et non comme historien. Il transpose donc aisément cette brèche à notre époque et y voit la possibilité d'aller vers une nouvelle connaissance. Il oublie de souligner que ces nouvelles connaissances ne deviendront telles que lorsqu'elles seront rattachées aux autres connaissances par le fil du continu. Je m'insurge contre cet oubli car par la brèche ainsi créée entrent, nous le voyons clairement aujourd'hui, toutes les parasciences ou, comme le disaient les anciens, les sciences occultes.

NOTES

1 Euler a eu une production énorme, elle compte 863 intitulés! Il a publié son premier texte en 1726 et le dernier fut publié en 1830 (47 ans après sa mort). Mort en 1783, il a publié pendant 57 ans. Durant ces années, ses idées ont évolué.

2 "Sur le principe de la moindre action", p. 179.

3 La deuxième partie de *l'Essai* est intitulée: *Où l'on déduit les loix du mouvement des attributs de la suprême Intelligence* [MAUPERTUIS, 1750].

4 Voltaire à la *Bibliothèque Raisonnée*, le 18 Septembre 1752, lettre D5019 [VOLTAIRE, 1880-1993, vol. 97(1971), pp. 189-190].

5 P.L.M. de Maupertuis à Johann II Bernoulli, Potsdam, le 6 Juillet 1751, fol. 152a-152b.

6 P.L.M. de Maupertuis à Johann II Bernoulli, Potsdam, le 6 Juillet 1751, fol. 152b.

7 Avec force documents à l'apuis dans un livre de quelques 400 pages intitulé *Maupertuisiana* et publié en Avril 1753.

8 De La Condamine à Daniel Bernoulli, le 30 Décembre 1752, Universitätsbibliothek Basel, L Ia 635, fol. 67.

9 Daniel Bernoulli à Bouguer, le 10 Décembre 1752, Copie Bernoulli Edition, Universitätsbibliothek Basel.

10 Daniel Bernoulli à Joh. Jac. Huber, le 27 Juillet 1756, Universitätsbibliothek Basel, L Ia 49 s.

11 Voltaire à Mme Denis, le 24 Juillet 1752, lettre D4956 [VOLTAIRE, 1880-1993, vol. 97(1971), p. 117].

12 Frédéric II à Maupertuis, le 29 Novembre 1752, lettre D5087 [VOLTAIRE, 1880-1993, vol. 97(1971), p. 262].

13 Il s'agit des cendres de l'Akakia.

14 Frédéric II à Pierre Louis Moreau de Maupertuis, le 24 Décembre 1752, lettre D5120 [VOLTAIRE, 1880-1993, vol. 97(1971), p. 288].

15 Voltaire à la Virotte, le 28 Janvier 1753, lettre D5183 [VOLTAIRE, 1880-1993, vol. 97(1971), p. 341].

16 Pour plus de détails sur cette affaire, cf. RADELET [à paraître].

17 Benvenuto, Ed. (1981) *La scienza delle costruzioni e il svilupo storico.* Firenze.

18 HERO ALEXANDRINUS [62, pp. 320 et 326]: "Propter violentiam enim emittentem conatur quod fertur ferri linea brevissima in distantia, non habens tempus tarditatis, ut et feratur linea maiori in distantia, non sinente violentia transmittente".

19 Ce problème n'a pas fait l'objet d'une question publique.

20 A la fin de BERNOULLI [1692, Op. XLVIII] Jacob annonce une publication concernant la courbure de la lame élastique.

21 L'original de cette lettre se trouve à l'Académie de Saint Petersbourg, une photographie se trouve à la Bibliothèque Universitaire de Bâle.

22 Une photographie de l'original de cette lettre se trouve à la Bibliothèque Universitaire de Bâle. Le texte en a été publié dans FUSS [1843, II, pp. 499-507].

23 Et ce même si, comme l'a montré PANZA [1991-92; 1995; à paraître], il y a des différences de fond entre les idées d'Euler et de Maupertuis sur ce principe.

BIBLIOGRAPHIE

BERNOULLI, Johann (1727) Op. CXXXV, *Discours sur les loix de la communication du mouvement*. Paris.

BERNOULLI, Jacob (1690) Op. XXXIX, "Analysis Problematis, de inventione lineae descensus a corpore gravi percurrendae uniformiter". *Acta Eruditorum*, Mai, 217-219; En: *Opera Omnia*. Genève, 1744, 421-426.

BERNOULLI, Jacob (1692) Op. XLVIII, "Curvatura Veli", *Acta Eruditorum,* Mai, 202-207; En: *Opera Omnia*. Genève, 1744, 481-490.

BERNOULLI, Jacob (1697) Op. LXXV, "Solutio Problematum Fraternorum, una cum Propositione reciproca aliorum". *Acta Eruditorum,* Mai, pp. 211-218; En: *Opera Omnia*. Genève, 1744, 768-778.

D'ALEMBERT, Jean le Rond (1742) *Traité de Dynamique*. 2ª éd., Paris, 1758.

D'ALEMBERT, Jean le Rond (1749) *Recherches sur la precession des equinoxes et sur la mutation de l'axe de la Terre, dans le système newtonien*. Paris.

EULER, Leonhard (1744) E. 65, *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*. Lausanne & Genève .

EULER, Leonhard (1748a) E. 145, "Recherches sur les plus grands et plus petits qui se trouvent dans les actions des forces". *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin,* 1748 (1750), 149-188; En: *Leonhardi Euleri Opera Omnia*. Lausanne, 1957, Sér. II, vol. 5, 1-37.

EULER, Leonhard (1748b) E. 146, "Réflexions sur quelques loix générales de la nature qui s'observent dans les effets des forces quelconques". *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin,* 1748 (1750), 189-218; En: *Leonhardi Euleri Opera Omnia*. Lausanne, Sér. II, vol. 5, 38-63.

EULER, Leonhard (1751a) E. 176, "Exposé concernant l'examen de la lettre de M. de Leibniz, allégué par M. le Professeur Koenig, dans le mois de mars 1751 des Actes de Leipzig, à l'occasion du principe de la moindre action". En: *Leonhardi Euleri Opera Omnia*. Lausanne, 1957, Sér. II, vol. 5, 64-72 [Ce texte est également publié dans les *Maupertuisiana,* Hambourg, 1753].

EULER, Leonhard (1751b) E. 197, "Harmonie entre les principes généraux de repos et de mouvement de M. de Maupertuis". *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin,* 169-198; En: *Leonhardi Euleri Opera Omnia*. Lausanne, 1957, Sér. II, vol. 5, 152-178.

EULER, Leonhard (1751c) E. 198, "Sur le principe de la moindre action". *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin,* 199-218; En: *Leonhardi Euleri Opera Omnia*. Lausanne, 1957, Sér. II, vol. 5, 179-193.

EULER, Leonhard (1751d) E. 186 = E 198 + E 199, "Dissertation sur le principe de la moindre action, avec l'examen des objections de M. le Professeur Koenig faites contre ce principe". *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin,* 199-218 et 219-245; En: *Leonhardi Euleri Opera Omnia*. Lausanne, 1957, Sér. II, vol. 5, 177-213.

FELLMANN, E. (1970) "Koening, Samuel". En: Charles C. Gillispie (ed.), *Dictionnary of Scientific Biography*. New York, Charles Scribner's Sons, vol. VII, 442-444.

FERMAT, P. de (1679) "Analysis ad refractiones". En: *Oeuvres de Fermat publiées par P. Tannery et Ch. Henry*. Paris, 1891-1922, 170-179.

FEYNMAN, Richard (1980) *La nature de la physique*. Paris, Seuil. Trad. J.M. Lévy-Leblond et F. Balibar.

FREDERIC II (1752) *Lettre d'un Académicien de Berlin à un Académicien de Paris*. Berlin.

FUSS, P.G. (1843) *Correspondance mathématique et physique de quelques géomètres du XVIIe siècle*. Saint Petersbourg.

GUISNÉE, N. (1706) "Observations sur les méthodes de maximis et minimis, où l'on fait voir l'identité et la diférence de celle de l'analyse des infiniment petits avec celles de M.M. Fermat et Hudde". *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris.*

HERMANN, Jacob (1716) *Phoronomia, sive de Viribus et Motibus corporum solidorum et fluidorum libri duo, Autore Jacobo Hermanno, Basil. antehac in Illustri Patavino Lyceo; nunc vero in Regio Viadrino Math. Prof. Ord. & Reg. Scientiarum Societatis, quae Berolini est, Sodali.* Amstelaedami.

HERO ALEXANDRINUS (62) "Mechanica et Catoptrica". En: *Heronis Alexandrini Opera quae supersunt omnia, 2.* Stuttgart, Teubner.

KABITZ, Willy (1913) "Ueber eine in Gotha aufgefundene Abschrift des von S. Kœnig in seinem Streit mit Maupertuis und der Akademie veröffentlichten, seiner Zeit für unecht erklärten Leibnizbriefes". *Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 2,* 632-638.

KŒNIG, S. (1751) "De universali principio aequilibrii et motus in vi viva reperto, deque nexu inter vim vivam et actionem, utriusque minimo, dissertatio, auctore Sam. Koenig". *Nova Acta Eruditorum,* 125-135 et 162-176; En: *Leonhardi Euleri Opera Omnia.* Lausanne, 1957, Sér. II, vol. 5, 303-324 [Nous citons d'après cette dernière édition].

KUHN, T. (1974) *La structure des révolutions scientifiques.* 4e éd., Chicago, The University of Chicago Press.

LAGRANGE, J.L. (1759) "Recherches sur la méthode de maximis et minimis". *Miscellanea Taurinensia,* T. I .

LAGRANGE, J.L. (1760-61a) "Essai d'une nouvelle méthode pour déterminer les maxima et les minima des formules intégrales indéfinies". *Miscellanea Taurinensia,* T.II , pp. 173-195.

LAGRANGE, J.L. (1760-61b) "Application de la méthode exposée dans le Mémoire précédent à la solution de différents problèmes de dynamique". *Miscellanea Taurinensia,* T. II , pp. 196-298.

LAGRANGE, J.L. (1766-69) "Sur la méthode des variations". *Miscellanea Taurinensia,* T. IV.

LAGRANGE, J.L. (1788) *Mécanique analytique.* 1e éd., Paris, Veuve Desaint [Reproduite par les Editions Gabay en 1989, 2e éd. 1811].

LEIBNIZ, G.W. (1684) "Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas, nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus". *Acta Eruditorum,* Octobre, 467-473.

LEIBNIZ, G.W. (1685) "Demonstratio geometrica regulae apud staticos receptae de momentis gravium in planis inclinatis nuper in dubium vocatae et solutio casus elegantis in actis novembris propositi, de globo duobus planis angulum rectum facientibus simul incumbente, quantum unumquodque planorum prematur, determinans". *Acta Eruditorum,* 512-520.

LEIBNIZ, G.W. (1686) *Discours de Métaphysique.* "Les classiques Agora". Pocket, 1993.

LEIBNIZ, G.W. (s.d.) "Lettre de Mr. Leibniz, dont Mr. Koenig a cité le fragment". En: *Leonhardi Euleri Opera Omnia.* Lausanne, 1957, Sér. II, vol. 5, 264-267.

LEIBNIZ, G.W. (s.d.)a "Essay de Dynamique sur les loix du mouvement". En: Gerhardt, *Mathematische Schriften* , *6*, pp. 215-231.

LEIBNIZ, G.W. & BERNOULLI, Johann (1745) *Commercium Philosophicum et mathematicum*. Lausanne & Genève.

L'HOSPITAL, Guillaume de (1696) *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*. Paris.

MALEBRANCHE, N. (1700-1712), "La recherche de la Vérité". En: *Œuvres complètes*. Paris, Vrin, 1960, Tome XVII-1.

MAUPERTUIS, P.L.M. de (1726) "Sur une question de maximis et minimis". *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*.

MAUPERTUIS, P.L.M. de (1740) "Loi du repos des corps". *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, 170-176; En: *Leonhardi Euleri Opera Omnia*. Lausanne, 1957, Sér. II, vol. 5, 268-273 [Nous citons d'après cette dernière édition].

MAUPERTUIS, P.L.M. de (1744) "Accord de différentes loix de la Nature, qui avoient jusqu'ici paru incompatibles". *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, 417-426; En: *Leonhardi Euleri Opera Omnia*. Lausanne, 1957, Sér. II, vol. 5, 274-281 [Nous citons d'après cette dernière édition].

MAUPERTUIS, P.L.M. de (1746) "Les loix du mouvement et du repos déduites d'un principe métaphysique". *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, 267-294; En: *Leonhardi Euleri Opera Omnia*. Lausanne, 1957, Sér. II, vol. 5, 282-302 [Nous citons d'après cette dernière édition].

MAUPERTUIS, P.L.M. de (1750) *Essai de Cosmologie*. Présenté par François Azouvi. Paris, Vrin, 1984.

MAUPERTUIS, P.L.M. de (1751) *Correspondance avec Johann II Bernoulli*. Manuscrits de l'Université de Bâle, UB Basel, L Ia 708.

MAUPERTUIS, P.L.M. de (1753) *Lettres*. Berlin.

Maupertuisiana. Hambourg, 1753.

NEWTON, I. (1687) *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Londini .

NEWTON, I. (1759) *Principes mathématiques de la philosophie naturelle, par feue Madame la Marquise du Chastellet*. Paris [Reproduits par les Editions Gabay en 1990].

PANZA, M. (1991-92) "The Analytical Foundation of Mechanics of Discrete Systems in Lagrange's *Theorie des Fonctions Analytiques*, Compared with Earlier Lagrange's Treatments of This Topic". *Historia Scientiarum, 44*(1991), 87-132, *45*(1992), 181-212.

PANZA, M. (1995) "De la Nature épargnante aux Forces généreuses: le principe de Moindre Action entre mathématiques et métaphysique. Maupertuis et Euler, 1740-1751". *Revue d'histoire des Sciences, 48*, 435-520.

PANZA, M. (à paraître) "Die Entstehung der analytischen Mechanik im 18ten Jahrhundert". En: N.H. Jahnke (ed.) *Geschichte der Analysis*.

PSEUDO-ARISTOTE (-350) "Mechanical Problems". En: *Aristotle, Minor works with an English translation by W.S. Hett*. Cambridge, Mass, Harvard Univ. Press, 1963, 331-411.

RADELET, P. (à paraître) "La diatribe du Docteur Akakia, Médecin du pape". En: *Interférences, Textes du Séminaire*. "Réminisciences", 5. Louvain-la-Neuve, Centre interfacultaire d'étude en histoire des sciences, UCL.

TARTAGLIA, N. (1554) *Quesiti et inventioni diverse*. Venetia.

TRUESDELL, C.A. (1968) *Essays in the History of Mechanics*. Berlin/Heidelberg/New York, Springer Verlag.

VARIGNON, P. (1725) *Nouvelle Mécanique ou statique dont le Projet fut donné en 1687*. Paris.

VOLTAIRE (1753) *Histoire du docteur Akakia et du natif de St Malo*. Edition critique avec une introduction et un commentaire par Jacques Tuffet. Paris, Librairie A.G. Nizet, 1967.

VOLTAIRE (1880-93) *Les œuvres complètes de Voltaire*. Oxford, The Voltaire Foundation at the Taylor Institution.