

Abordagem histórico-dialética dos conceitos na organização do ensino da matemática¹

Vanessa Dias Moretti²

ORCID: 0000-0003-2435-5773

Luis Radford³

ORCID: 0000-0001-6062-0605

Resumo

Ao partirmos da proposta vigotskiana da unidade dialética entre ontogênese e filogênese como força motriz do desenvolvimento cultural na atividade humana, discutimos aspectos da organização do ensino da matemática fundamentando a relação entre atividade humana, prática social e história dos conceitos na perspectiva histórico-cultural. Nesse sentido, defendemos que também é possível compreender que a unidade entre os aspectos lógicos e históricos do objeto de conhecimento se objetivam para o ser cognoscente por meio da atividade humana de caráter coletivo. Assim, a tomada de consciência de conceitos históricos se dá em atividades humanas e resulta da produção crítica de sentido dos conceitos históricos em jogo, seus motivos e necessidades, emergindo a importância de estudar os conceitos no seu processo de produção, juntamente com as significações culturais intrínsecas à cultura em que estão inseridas. Como resultado, a proposição dos problemas com base na história da matemática, como nós entendemos, só pode ser desencadeadora de aprendizagem por meio de um trabalho conjunto com o professor. Neste sentido, a história da matemática é esclarecedora tanto ao inspirar atividades impregnadas de necessidades humanas do conceito, quanto ao permitir ao professor compreender os limites dos problemas matemáticos que podem ser formulados, bem como a mediação necessária para que os estudantes se tornem criativamente conscientes dos caminhos teóricos de pensar matematicamente.

Palavras-chave

Organização do ensino – Teoria histórico-cultural – História da matemática – Ontogênese – Filogênese.

1- A primeira autora agradece à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Fapesp) o financiamento pela bolsa de pesquisa no exterior que viabilizou o desenvolvimento dessa pesquisa.

2- Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, SP, Brasil. Contato: vanessa.moretti@unifesp.br

3- Laurentian University, Sudbury, ON, Canadá. Contato: lradford@laurentian.ca



<https://doi.org/10.1590/S1678-4634202349252104>

This content is licensed under a Creative Commons attribution-type BY 4.0.

Historical-dialectical approach to concepts in the the organization of mathematics teaching

Abstract

Based on the Vygotskian proposal of the dialectical unity between ontogenesis and phylogenesis as the driving force of cultural development in human activity, we discuss aspects of the organization of mathematics teaching, basing the relationship between human activity, social practice and history of concepts in the historical-cultural perspective. In this sense, we argue that it is also possible to understand that the unity between the logical and historical aspects of the object of knowing are objectified for the knowing being through human collective activity. Thus, the awareness of historical concepts takes place in human activities and results from the critical production of sense of the historical concepts at stake, their motives and needs, emerging the importance of studying the concepts in their production process, together with the cultural meanings intrinsic to the culture in which they are embedded. As a result, the proposition of problems based on the history of mathematics, as we understand it, can only trigger learning through joint work with the teacher. In this sense, the history of mathematics is illuminating both by inspiring activities imbued with human needs of the concept, and by allowing the teacher to understand the limits of mathematical problems that can be formulated, as well as the necessary mediation for students to become creatively aware of the theoretical ways of thinking mathematically.

Keywords

Teaching organization – Cultural-historical theory – History of mathematics – Ontogenesis – Phylogenesis.

Introdução

As tentativas de aproximação entre o ensino e a história da matemática não são recentes, embora o tema ainda suscite muitas dúvidas e diferentes compreensões. Fried (2001) destaca que, apesar de o tema ter ganhado força na discussão acadêmica nas décadas de 1960 e 1970, o valor da história da matemática para o ensino já era objeto de pesquisas e debates no começo do século XX (por exemplo, BARWELL, 1913 *apud* FRIED, 2001). Atualmente, tais pesquisas têm sido identificadas com a linha da história e pedagogia da matemática (*History and Pedagogy of Mathematics* – HPM) e têm perpassado a discussão acerca do “por quê” e “como” a história da matemática pode desempenhar um papel no ensino, como bem analisam Barbin (1997) e Jankvist (2009).

Enquanto alguns autores, como Barbin (1997) e Fauvel e Maanen (2000), propõem a leitura de originais em sala de aula, outros ponderam que o uso da história nesse contexto

demandaria algum tipo de adaptação, uma vez que história e educação, embora dialoguem, são campos de conhecimentos e de atividades distintos (FRIED, 2001; RADFORD, 1997). Como decorrência, pesquisas nessa linha têm apontado implicações dessa articulação para a formação de professores que ensinam matemática (CLARK, 2019; FURINGHETTI, 2020; GUILLEMETTE, 2017). No cenário nacional, tivemos, na década de 1990, produções que se propuseram a discutir as potencialidades e objeções do uso pedagógico da história da matemática, entre as quais destacamos Vianna (1995) e Miguel (1997). Nessa direção, o último autor defende que o uso da “história da matemática pedagogicamente orientada”, entendida como

[...] uma história viva, humana, esclarecedora e dinâmica, vindo substituir as enfadonhas histórias evolutivas das ideias matemáticas, quase sempre desligadas das necessidades externas e/ou internas que estiveram na base de sua origem e transformação, poderia constituir-se em ponto de referência para uma prática pedagógica problematizadora em matemática que tivesse por meta uma problematização, entendida como simultaneamente lógica, epistemológica, metodológica, sociológica, política, ética, estética e didática. (MIGUEL, 1997, p. 103).

Em consonância com Miguel (1997) acerca da potencialidade da história pedagogicamente orientada, desenvolvemos uma pesquisa teórica que investigou possíveis implicações da relação entre filogênese e ontogênese para organização do ensino da matemática. Tal relação, embora tenha permeado algumas pesquisas em educação matemática (FURINGHETTI, 2020; FURINGHETTI; RADFORD, 2008; RADFORD; PUIG, 2007), constituiu-se como uma abordagem ainda pouco explorada. Assim, partindo de uma fundamentação teórica na perspectiva histórico-cultural (KOPNIN, 1978; LEONTIEV, 1983; VIGOTSKI, 2002) e na teoria cultural da objetivação (RADFORD, 2006, 2011, 2013), buscamos estabelecer relações entre uma abordagem pedagógica dos conceitos matemáticos, a história do conceito e sua significação cultural. Para os fins deste artigo, focamos a discussão teórica sobre a relação entre atividade humana, prática social e história dos conceitos. Como resultado, apresentamos algumas possíveis implicações desta relação para a organização do ensino e para a formação de professores que ensinam matemática.

Entendemos que pensar a organização do ensino em uma perspectiva histórico-cultural passa pela tomada de consciência de conceitos históricos, o que só é possível em atividades humanas envolvendo signos e instrumentos, em um movimento dialético entre processos inter e intrapsíquicos (VIGOTSKI, 2002). Tal tomada de consciência é produzida na atividade dos sujeitos (LEONTIEV, 1983) e resulta da produção crítica de sentido dos conceitos históricos em jogo, o qual pode se relacionar a uma mudança de motivo na atividade desenvolvida pelo sujeito, a partir de uma certa necessidade.

Entendendo a sala de aula como uma “comunidade de aprendizagem” (RADFORD, 2006), a teoria da objetivação assume que o processo de aprendizagem envolve o encontro entre sujeitos e saberes, o conhecimento das práticas nas quais esses conceitos são integrados, os valores que os conceitos expressam, e os modos de agir e refletir que envolvem e dotam com significados tais conceitos. Tal encontro só é possível por meio da atividade humana conjunta entre alunos e professores, chamada “labor conjunto”. O saber,

na teoria da objetivação, não é uma entidade ideal. Nas palavras de Luis Radford, o saber é compreendido como “[...] uma síntese de generalização codificada da ação humana – o trabalho humano –, de modo que, para o aluno, o saber aparece como pura potencialidade” (MORETTI; PANOSSIAN; MOURA, 2015, p. 246). Assim, a aprendizagem é entendida como o encontro com o saber e sua transformação subjetiva em algo que aparece à consciência; esta transformação é o que chamamos objetivação (RADFORD, 2017b).

Consequentemente, a aprendizagem docente implica o concomitante processo de tomada de consciência – isto é, tornar-se consciente dos significados culturais (matemáticos e outros), o que resulta na transformação do sentido e, portanto, do motivo e das necessidades na atividade de ensino do sujeito. Assim, a atividade de ensino deve ser capaz de dar vida à significação cultural do conceito em sala de aula ao desencadear a atividade conjunta dos sujeitos. Nesse sentido, um poderoso recurso para a organização do ensino que favoreça esse movimento em sala de aula é a história dos conceitos e práticas sociais a ele relacionadas.

Atividade humana, prática social e história dos conceitos

Em uma perspectiva histórico-cultural apoiada nas produções de Vygotsky (2000, 2002), Leontiev (1983, 2001), Moura *et al.* (2010), Radford (2006, 2011, 2013), entre outros, os conceitos matemáticos são compreendidos como produções humanas que plasmam, cristalizam e expressam respostas às necessidades dos sujeitos em um determinado lugar e tempo histórico (FRASER, 1998).

Longe de uma compreensão ingênua da noção de necessidade que poderia levar o leitor a assumir a defesa da recapitulação⁴ (MIGUEL, 2004), segundo a qual haveria uma relação direta entre “[...] o desenvolvimento histórico do pensamento matemático e a aprendizagem matemática dos alunos” (RADFORD, 2000, p. 145), entendemos o conceito de necessidade a partir de uma perspectiva dialética, o que significa se afastar de qualquer paralelismo biogenético⁵ (VYGOTSKY, 1998). O conceito de necessidade em uma perspectiva dialética amplia-se para além da relação imediata entre indivíduos, necessidade e objetivo e passa a carregar um significado ontológico que Fraser (1998), ancorado nos trabalhos de Hegel e Marx, vincula às dimensões ética, social e estética. Seres humanos aqui são vistos como seres de necessidade. A distinção entre necessidades naturais (por exemplo, respirar, comer e dormir) e necessidades socialmente criadas indica a alteração na forma como cada pessoa as satisfaz (FRASER, 1998). Além disso, distingue-se *necessary need* de *luxury need* e explicita-se seu movimento de transformação, ou como, “necessidades prementes” se relacionam como “necessidades supérfluas” (não urgentes). Para o campo da educação, é de importância especial o conceito de *higher needs* (algo como “necessidades mais

4- Uma crítica ampliada à compreensão da recapitulação no ensino e aprendizagem da matemática pode ser encontrada em Miguel (2004).

5- Ao comparar os dados de onto e filogênese, em nenhum momento tomamos o ponto de vista do paralelismo biogenético, com a intenção de encontrar na história do desenvolvimento da criança uma repetição e recapitulação daquelas formas de pensamento que prevaleciam em estágios anteriores da história humana. Seguimos o mesmo método comparativo pelo qual a K. Groos identificou corretamente a tarefa como consistindo não apenas em encontrar semelhanças, mas também em estabelecer diferenças; a palavra ‘comparação’ aqui significa não isolar apenas traços coincidentes, mas mais do que isso significa encontrar as diferenças na similaridade. (VYGOTSKY, 1998, p. 41, tradução nossa).

elevadas ou necessidades superiores”) e sua relação com a realização da essência humana mediada pela consciência (FRASER, 1998, p. 143).

Um exemplo da relação entre a produção do conhecimento matemático e as suas correspondentes atividades humanas e práticas sociais pode ser encontrado no estudo desenvolvido por Høyrup (1994) sobre a história da medida, números e peso em culturas da Mesopotâmia e da Grécia, no qual estes conceitos são especialmente abordados. Ao superar uma compreensão platônica de matemática, Høyrup (1994) mostra como as instituições culturais medeiam a influência de forças socioculturais gerais sobre os sujeitos ao mesmo tempo em que esses indivíduos também contribuem para modelar a interação com as forças socioculturais. Para explicitar essa mediação cultural, o autor identifica o sentido do trabalho dos escribas naquele contexto social e histórico. Mais especificamente, demonstra que, apesar da demanda relacionada às necessidades imediatas do cotidiano, a motivação dos escribas para a resolução de problemas passava por um reconhecimento social e pela identidade profissional dessa atividade, de forma que “[...] tudo tem a ver com a prática dos escribas, mas a prática de escriba transposta da região da necessidade prática para a do virtuosismo” (HØYRUP, 1994, p. 66), o que só foi possível em uma sociedade que valorizava e encorajava tal aspecto de forma imbrincada ou subsumida a sistemas sociais de produção de sentido. Outro aspecto explorado pelo autor é a constituição da matemática como entidade e campo de conhecimento no “[...] ponto onde as práticas matemáticas pré-existentes e anteriormente independentes são coordenadas através, pelo menos, de um mínimo de compreensão intuitiva de relações formais” (HØYRUP, 1994, p. 67-68).

Tais exemplos nos permitem compreender que as necessidades que movem as atividades humanas se relacionam com diferentes motivos e mudam em diferentes culturas no que diz respeito a diferentes práticas sociais e o sentido que essas têm em culturas determinadas. Tal compreensão acerca da relação entre práticas sociais e conceitos matemáticos abstratos remete à discussão de Kopnin (1978) sobre os aspectos históricos e lógicos do conceito. O conceito de história tal como assumido pelo autor, ao diferenciar-se de uma visão positivista, vai ao encontro do conceito que subjaz a perspectiva histórico-cultural e que compreende que

O primeiro ato histórico é, portanto, a produção dos meios que permitam a satisfação dessas necessidades, a produção da própria vida material, e de fato este é um ato histórico, uma condição fundamental de toda a história, que ainda hoje, como há milhares de anos, deve ser cumprido todos os dias e todas as horas, simplesmente para manter os seres humanos vivos. [...] O segundo ponto é que, satisfeita essa primeira necessidade, a ação de satisfazê-la e o instrumento de satisfação já adquirido conduzem a novas necessidades – e esta produção de novas necessidades é o primeiro ato histórico. (MARX; ENGELS, 1993, p. 39-40).

O conceito de história é compreendido como uma categoria ontológica e diretamente conectado ao modo como os indivíduos produzem sua vida e suas existências através da produção de novas necessidades, que superam as necessidades naturais. Essas novas necessidades, intrinsecamente humanas, são sociais, culturais e históricas (ORTEGA Y

GASSET, 2002)⁶. Imerso nessa compreensão dialética da história, Kopnin (1978) compreende que o movimento histórico da produção humana de conceitos se dá por meio de atividade material e sensível. Segundo o autor, tal movimento histórico, ao ser apropriado pelo pensamento humano, constitui-se no aspecto lógico do conceito. Assim, a história por ele referenciada “[...] não é só a história do objeto, sua produção e desenvolvimento, mas também a história de como a humanidade se apropriou desse objeto, ou seja, a história de seu conhecimento” (MORETTI, 2014, p. 35).

Dentro desse contexto, a produção de ideias matemáticas é compreendida em unidade com seu significado manifestado em práticas sociais no ambiente cultural em que são produzidas. A produção e o refinamento de ideias matemáticas (por exemplo, o conceito de número ou de figura geométrica) constituem-se, ao longo da filogênese e do desenvolvimento histórico, no sentido dialético da história mencionado acima. A sua ontogênese é o desenvolvimento dessas ideias no curso da vida dos indivíduos, mas a ontogênese não é a mera repetição do caminho histórico dos conceitos (FURINGHETTI; RADFORD, 2008; RADFORD; PUIG, 2007): como destacou Vygotsky (2000), em um manuscrito escrito em 1929, é apenas no reino orgânico que semelhante repetição pode ocorrer, uma vez que, no desenvolvimento orgânico, a filogênese é repetida na ontogênese. Por outro lado, o desenvolvimento cultural teria a relação entre filogênese e ontogênese como sua força motriz. Nas palavras do autor,

[...] lá a filogênese está incluída em potencial e se repete na ontogênese, aqui a inter-relação real entre filo- e ontogenia: a pessoa como biótipo não é necessária: para o embrião no útero da mãe desenvolve-se em filhote humano, o embrião não interage com o biótipo adulto. No desenvolvimento cultural esta inter-relação é a força motriz básica do desenvolvimento (aritmética dos adultos e infantil, fala etc.). (VYGOTSKY, 2000, p. 27).

Em síntese, o autor defende que é na unidade entre filogênese e ontogênese que nós encontramos a força motriz do desenvolvimento cultural. Para ele, essa força motriz reside na interação entre as “[...] formas ideais desenvolvidas, elaboradas pela humanidade”, forma ideal na cultura, encarnada no sujeito “[...] porque essa pessoa é membro de um certo grupo social, é uma certa unidade da história, vive numa determinada época histórica e em determinadas condições históricas” (VYGOTSKY, 2010, p. 698). Desta forma, essa força motriz é a atividade humana que dá vida ao potencial histórico e social da cultura humana (LEONTIEV, 1983). Nesse sentido, o movimento filogenético de produção de conceitos e valores éticos e estéticos objetiva-se na ontogênese por meio da atividade humana. Ou seja, é assim que a ontogênese é sustentada pela filogênese por meio da atividade humana, que, por sua vez, não apenas repete o movimento histórico, mas, de maneira autoral e criativa, o constitui de forma dialética. A ontogênese, portanto, sustenta-se na filogênese ao mesmo tempo em que a constitui e é por ela constituída.

6- É importante notar que estas ideias não supõem um dualismo entre o biológico e o histórico-cultural. Como Vigotski e outros têm argumentado (Ortega y Gasset, Marx e Engels etc.), o homem, ao produzir história e cultura, produz também novas necessidades que são culturais (por exemplo, comer é uma necessidade humana básica; comer comida aquecida é uma necessidade cultural, historicamente produzida).

Tais ideias centrais da abordagem histórico-dialética nos permitem afirmar a importância da interação entre o desenvolvimento histórico-cultural, as práticas sociais e o desenvolvimento conceitual na ontogenêse, de modo que “[...] para entender desenvolvimentos conceituais precisamos colocar o sujeito cognoscente e toda a atividade matemática em estudo dentro da sua concepção cultural da matemática e da ciência em geral” (RADFORD, 1997, p. 28). Sob esse ponto de vista, é necessário reconhecer a importância de estudar os conceitos no seu processo de produção, juntamente com as significações culturais intrínsecas à cultura em que estão inseridas, uma vez que, ontogeneticamente, o pensamento humano é subsumido a uma realidade cultural (RADFORD, 1997, 2006, 2013, 2014).

Acerca da relação entre o desenvolvimento histórico e o pensamento humano, Kopnin (1978) entende que o conceito é a unidade dialética de seus aspectos lógicos e históricos. Para esse autor, os aspectos históricos, ao serem apropriados pelo pensamento humano, constituem o aspecto lógico, de modo que este seria “[...] a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações” (p. 183). Assim, o lógico seria a apropriação do histórico pelo pensamento humano e, “[...] por isso, o lógico é o histórico libertado das casualidades que o perturbam” (p. 184).

Neste sentido, [para Kopnin] a unidade entre os aspectos lógicos e históricos do objeto de conhecimento, que chamamos de enfoque lógico-histórico do conceito, alinha-se epistemologicamente à compreensão histórico-cultural sobre o desenvolvimento psíquico como constituído na unidade dialética entre o individual e o coletivo, entre o intrapsíquico e o intersíquico. (MORETTI, 2014, p. 36).

Retomando a linha de argumentação que compreende a unidade dialética entre ontogênese e filogênese como força motriz do desenvolvimento cultural apenas se produz na atividade humana, aquela que dá vida ao potencial histórico e social do saber humano, assim também é possível compreender que a unidade entre os aspectos lógico e histórico do objeto de conhecimento se objetivam para o ser cognoscente por meio da atividade humana de caráter coletivo. Essa compreensão tem implicações para a forma de organização do ensino, como veremos a seguir.

Implicações para a organização do ensino

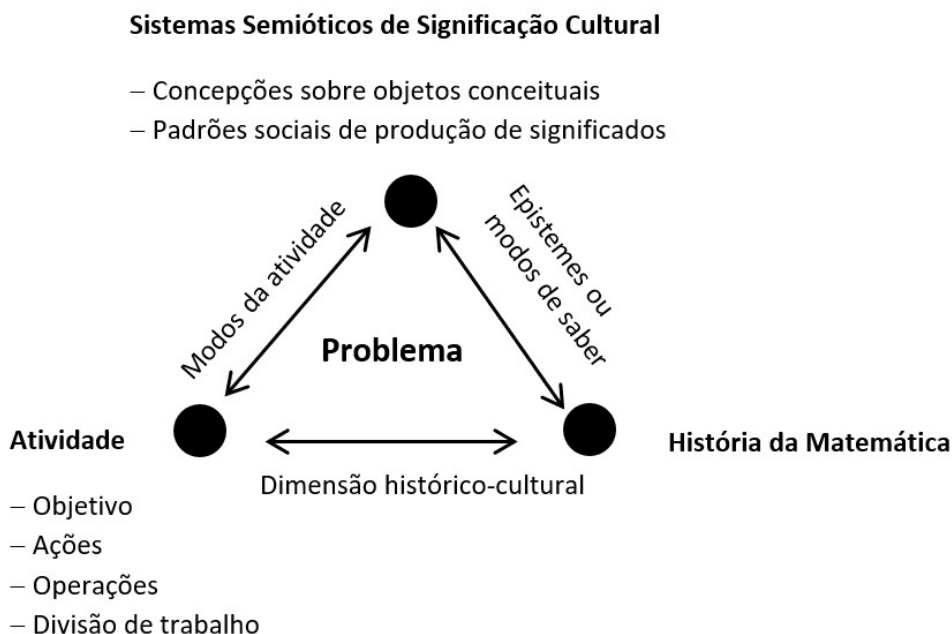
A relação dialética entre filogênese e ontogênese, tal como se manifesta na relação entre a atividade humana e o saber matemático social e historicamente constituído, indica o potencial da história da matemática como suporte para a organização do ensino que visa desenvolver o pensamento teórico dos alunos – com problemas cotidianos, mas também para além do foco nas situações do dia a dia. Assim, propomos que o sentido dos problemas matemáticos escolares tome uma dimensão que associe elementos lógico-históricos da história da matemática (a sua historicidade no entendimento dialético do termo), o conceito da atividade de sala de aula (como aquela que busca relacionar aspectos

da unidade dialética da filogênese e ontogênese), e o que chamamos sistemas semióticos de significações culturais (Figura 1).

[...] é através da prática social que [os seres humanos] produzem suas ideias (matemáticas ou não), é claro que a prática social não opera autonomamente por si só: a prática social está impregnada de sistemas simbólicos que a organizam de diferentes maneiras. A estes sistemas simbólicos chamamos sistemas semióticos de significação cultural. (RADFORD, 2014, p. 10).

Sistemas semióticos de significações culturais referem-se a uma estrutura dinâmica suprassimbólica, na qual encontramos concepções culturais sobre objetos matemáticos, sua natureza, os padrões sociais de produção de significados, a forma como as investigações matemáticas devem ocorrer etc. Sistemas semióticos de significações culturais organizam, em um nível simbólico, a atividade de ensino e aprendizagem em sala de aula, em particular por meio dos modos de produção de conhecimento e das formas de colaboração humana que são cultivadas na sala de aula.

Figura 1 – Dimensões do problema: história da matemática, atividade e sistemas semióticos de significações culturais



Fonte: Moretti e Radford (2015).

As dimensões de problema tais como estamos propondo pressupõem compreendermos tanto o uso didático da história da matemática, quanto o conceito de atividade, no contexto teórico no qual transitamos ao longo desse artigo. Assim, a atividade humana

mediada (LEONTIEV, 1983) permite ao sujeito atribuir sentido pessoal às significações sociais, sendo que “[...] a significação é a forma pela qual um homem determinado chega a dominar a experiência da humanidade, refletida e generalizada” (LEONTIEV, 1983, p. 225, tradução nossa). Assim é que os conhecimentos se transformam para o sujeito em “conhecimentos vivos” que medeiam a sua relação com o mundo (p. 246).

O aspecto coletivo da atividade humana é destacado por diferentes pesquisadores, em especial, no tocante aos processos de aprendizagem. Rubtsov (1996, p. 134) destaca o papel do coletivo na atividade de aprendizagem ao afirmar que “[...] a atividade de aprendizagem se apresenta, essencialmente, sob a forma de uma atividade realizada em comum”. O autor destaca ainda alguns elementos que compreende como essenciais à atividade coletiva, tais como:

- a repartição das ações e das operações iniciais, segundo as condições da transformação comum do modelo construído no momento da atividade;
- a troca de modos de ação, determinada pela necessidade de introduzir diferentes modelos de ação, como meio de transformação comum do modelo;
- a compreensão mútua, permitindo obter uma relação entre, de um lado, a própria ação e seu resultado e, de outro, as ações de um dos participantes em relação a outro;
- a comunicação, assegurando a repartição, a troca e a compreensão mútua;
- o planejamento das ações individuais, levando em conta as ações dos parceiros com vistas a obter um resultado comum;
- a reflexão, permitindo ultrapassar os limites das ações individuais em relação ao esquema geral da atividade (assim, é graças à reflexão que se estabelece uma atitude crítica dos participantes com relação às suas ações, a fim de conseguir transformá-las, em função de seu conteúdo e da forma do trabalho em comum). (RUBTSOV, 1996, p. 136).

Na mesma linha teórica, Moura *et al.* (2010) destacam a importância do trabalho coletivo em sala de aula na solução do que chamam de situações desencadeadoras de aprendizagem, que visam proporcionar “[...] ao aluno envolver-se na solução de um problema como se fosse parte de um coletivo que busca solucioná-lo, tendo como fim a satisfação de uma determinada necessidade” (MOURA *et al.*, 2010, p. 224).

A importância da atividade coletiva ou de trabalho conjunto em sala de aula também é considerada por Radford (2019, p. 3069), que compreende que é por meio do chamado “labor conjunto” (*joint labour*) que o saber é colocado em movimento e “[...] se materializa em algo sensível; isto é, conhecimento”. Ao defender a objetivação do saber como conhecimento por meio da atividade conjunta em sala de aula, o autor assume que

Um conceito é precisamente a refração subjetiva do saber na consciência através da mediação do conhecimento. Um conceito permite-nos fazer coisas e pensar sobre elas de certas maneiras. Enquanto o saber e conhecimento são entidades histórico-culturais, um conceito é de ordem subjetiva: a subjetiva e parcial versão do saber cultural. (RADFORD, 2019, p. 3069, tradução nossa).

Na busca para compreender o saber como uma entidade objetiva – histórica e culturalmente – e a sua relação com os indivíduos à medida que estes se deparam com tal saber e tentam agarrá-lo e dar-lhe sentido, Radford (2002) propõe o conceito de objetivação:

Mais precisamente, os processos de objetivação são aqueles processos sociais, coletivos de se tornar progressivamente consciente de um sistema de pensamento e de ação – um sistema que vamos percebendo gradual e parcialmente e ao mesmo tempo dotamos de significado. Os processos de objetivação são aqueles processos de tentativa de notar algo culturalmente significativo, algo que é revelado à consciência de forma não passiva, mas por meio da corpórea, sensível, afetiva, emocional, artefactual, semiótica e criativa atividade dos indivíduos. Neste contexto, a aprendizagem é definida como o resultado de processos de objetivação. E como os sistemas de pensamento (matemáticos, etc.) são sempre revelados parcialmente, estes processos são sempre infinitos – e, portanto, também o é a aprendizagem. (RADFORD, 2019, p. 3065, grifo do autor).

Assim, ao dialogar com uma produção cultural e histórica, a atividade coletiva em sala de aula relaciona-se com algum aspecto do desenvolvimento histórico do conceito em jogo na relação didática que se estabelece entre os sujeitos nesse espaço de aprendizagem. Considerar a relevância do conhecimento da história do conceito e, em particular, da história da matemática não significa compactuar com o discurso da recapitulação, da repetição da história no processo de ensino e de aprendizagem, como alguma leitura superficial poderia sugerir. Reconhecer o diálogo com a história da matemática na organização didática do ensino significa reconhecer que

[...] esse saber tem uma trajetória, uma história e o estudo dessa história, o estudo de suas condições de possibilidades, de transformação, de generalização, de refinamento, dá-nos uma ideia da densidade epistemológica do saber, que pode ser muito importante no momento de desenhar atividades didáticas e interpretar o que se passa na sala aula. (RADFORD em entrevista a MORETTI; PANOSSIAN; MOURA, 2015, p. 254).

Assim, considerar a história da matemática na organização didática do ensino pressupõe considerar que, para todo conceito, sempre há uma possibilidade já constituída, formas já trilhadas, de pensá-lo. Por outro lado, se entendemos que o encontro do sujeito com essas formas culturais, históricas e sociais de saber se dão por meio da atividade coletiva, a proposta didática que desencadeia a atividade dos sujeitos pode possibilitar também o encontro destes com uma forma de atividade humana relacionada ao conceito. Esse é um ponto especialmente delicado de se considerar na elaboração didática de situações desencadeadoras de aprendizagem, uma vez que considerar uma atividade humana relacionada à produção histórica do conceito implica reconhecer que a “[...] matemática não tem um significado cultural invariável, nem se desenvolve no mesmo sentido e em uma só direção” (RADFORD, 2017b, p. 152, tradução nossa).

Olhar para a história da matemática como recurso didático implica sempre uma escolha temporal, histórica e cultural. Para qual cultura e momento histórico deslocamos a nossa atenção? Podemos falar da generalidade de conceitos matemáticos quando olhamos

para a organização lógica atual do conceito, porém, compreender seu movimento histórico significa reconhecer caminhos, continuidades e rupturas. Tal forma de compreender a produção histórica da matemática e seu diálogo com a educação matemática – mais especificamente, com a organização didática do ensino – traz o desafio de propor aos pesquisadores da educação matemática a busca para compreenderem o contexto histórico de produção de textos e conceitos matemáticos, de modo que “[...] os textos matemáticos de outras culturas são investigados tendo em conta as culturas em que estavam embutidos” (FURINGHETTI; RADFORD, 2008, p. 646).

Explorando essa relação entre a produção histórica da matemática como atividade humana e seu diálogo com a educação matemática, Radford (2017a) apresenta um exemplo no qual utiliza sequências de figuras geométricas para introduzir os estudantes dos anos iniciais ao estudo da álgebra, por meio da generalização de padrões. A ideia é que, a partir de alguns termos iniciais da sequência, os estudantes reconheçam a regularidade e construam os termos seguintes. Nesse caso, o que se propõe é que os estudantes tomem consciência de formas de pensar algebricamente ao se depararem coletivamente com formas históricas de fazer matemática e lidar com generalizações de sequências aritméticas. Radford (2017a) destaca que a atividade humana de investigar sequências aritméticas já era presente em civilizações antigas, como a mesopotâmica, e ganhou especial interesse entre os neopitagóricos com o estudo dos números poligonais (triangulares, quadrados, pentagonais etc.), cuja generalização teórica foi posteriormente expressa por Diofanto no século III a. C., de modo que “[...] as formas algébricas de refletir, perceber e tratar sequências são formas codificadas de pensar e fazer [...] codificadas e refinadas na história cultural humana” (RADFORD, 2017a, p. 104).

Na sala de aula, o encontro dos estudantes com essas formas historicamente codificadas da atividade humana de generalizar sequências é possível na atividade coletiva entre estudantes e professor, ao lidarem com objetivações desse saber cultural e histórico que é entendido como potencialidade. Nesse processo, temos a ascensão do abstrato – entendido como potencialidade histórica do saber – ao concreto multideterminado e atualizado como conhecimento pela atividade humana.

Nesse contexto, o apoio à história busca trazer para a sala de aula uma situação desencadeadora de aprendizagem que permita a objetivação de formas codificadas de se pensar sobre sequências, de modo que o trabalho coletivo com essas formas codificadas de reconhecer e generalizar padrões pode desencadear o movimento do pensamento algébrico que implica a investigação sobre o movimento de grandezas e sua variabilidade, o reconhecimento da relação de dependência e regularidade e o trabalho com quantidades indeterminadas de forma analítica, como já discutido em Radford (2018).

Algumas conclusões

Neste artigo, sugerimos que uma história culturalmente significada de conceitos na educação matemática implica compreender que a história não é a mera sucessão de eventos (RADFORD, 2016); assumir essa concepção também inclui o reconhecimento da importância de levar em conta a produção de ideias matemáticas em unidade com sua

significação manifestada em práticas sociais em um ambiente culturalmente específico – tanto no nível filogenético como no ontogenético. Neste contexto, o estudo da história da matemática deve permitir o reconhecimento das práticas sociais relacionadas à produção histórica e cultural de conceitos, bem como o reconhecimento por parte do educador dos limites e das mudanças qualitativas dessas práticas – o que pode indicar um pensamento teórico sobre a prática, sem o qual a produção do conceito não seria possível. Desta forma,

[...] apresentamos uma interpretação diferente da recapitulação baseada na ideia de conexões conceituais entre desenvolvimentos ontogenéticos e filogenéticos. Estas conexões – induzidas pelo complexo sistema de aprendizagem da escola – aparecem como partes do processo de objetivação dos alunos (RADFORD, 2002) e dão sentido a um saber histórico e culturalmente constituído depositado e mobilizado pela escola. (FURINGHETTI; RADFORD, 2008, p. 649).

Tal saber permite a elaboração de situações desencadeadoras de aprendizagem e, potencialmente, move os estudantes na direção de uma necessidade coletiva do conceito, já que exigem um pensamento teórico sobre a prática e o reconhecimento de maneiras de conhecer significados histórica e culturalmente. Tal necessidade não está necessariamente relacionada a problemas históricos reais e pode emergir por meio de diferentes tipos de situações problema, tais como “[...] um jogo, um problema contextualizado, ou mesmo um problema de compatibilidade lógica dentro da própria matemática” (MORETTI; MOURA, 2011, p. 443). As necessidades, à medida que surgem na sala de aula, podem não estar diretamente relacionadas a problemas históricos reais. No entanto, eles estão profundamente enredados aos desejos que motivam a atividade, uma vez que, como Leontiev (1974, p. 22) observou, “[...] um objeto de atividade pode obviamente ser tanto material quanto ideal. O ponto chave é que por trás do objeto [da atividade] sempre existe uma necessidade ou um desejo, ao qual [a atividade] sempre responde”.

Outro aspecto relacionado à contribuição da história da matemática para a organização do ensino, a partir de uma perspectiva histórico-cultural, refere-se ao reconhecimento do professor de uma perspectiva histórica e epistemológica do saber, sem a qual

[...] arriscamo-nos a não entender as dificuldades que muitos estudantes podem atravessar em seu encontro com essas formas condensadas de refletir e atuar e também perdemos possibilidades para a geração de desenhos sofisticados das atividades que queremos trazer para a sala de aula. (RADFORD em entrevista a MORETTI; PANOSSIAN; MOURA, 2015, p. 254).

Focando a organização do ensino da matemática, destacamos que não há uma formulação de problema matemático que, por si própria, faça emergir um determinado conceito ou conhecimento e, nesse sentido, o que apresentamos neste texto distingue-se da teoria das situações didáticas (BROUSSEAU, 2008), segundo a qual, para todo conceito matemático, corresponde uma situação – um problema matemático que, de certa forma, vai forçar o aluno a utilizar o conceito. Assim, entendemos que não há qualquer formulação de problemas matemáticos que possa trazer à tona um determinado conceito ou alguns conhecimentos por “si só”.

Ao partirmos da proposta vigotskiana da unidade dialética entre ontogênese e filogênese como força motriz do desenvolvimento cultural na atividade humana, defendemos que, na organização do ensino da matemática, também é possível compreender que a unidade entre os aspectos lógicos e históricos do objeto de conhecimento se objetivam para o ser cognoscente por meio da atividade humana de caráter coletivo.

Assim, a proposição dos problemas com base na história da matemática, como nós entendemos, só pode ser desencadeadora de aprendizagem por meio de um “trabalho conjunto” com o professor. Neste sentido, a história da matemática é esclarecedora tanto ao inspirar atividades impregnadas de necessidades humanas do conceito, quanto ao permitir ao professor compreender os limites dos problemas matemáticos que podem ser formulados, bem como a mediação necessária para que os estudantes se tornem criativamente conscientes dos caminhos teóricos de pensar matematicamente.

Referências

BARBIN, Evelyne. Histoire et enseignement des mathématiques: Pourquoi? Comment? **Bulletin AMQ**, Montréal, v. 37, n. 1, p. 20-25, 1997.

BARWELL, M. E. The advisability of including some instruction in the school course on the history of mathematics. **The Mathematical Gazette**, Leicester, v. 7, n. 104, p. 72-79, 1913.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CLARK, Kathleen M. History and pedagogy of mathematics in mathematics education: history of the field, the potential of current examples, and directions for the future. *In*: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 11., 2019, Utrecht. **Proceedings** [...]. Utrecht: Utrecht University, 2019. p. 29-55.

FAUVEL, John; MAANEN, Jan van. **History in mathematics education**: the ICMI study. Berlin: Springer Dordrecht, 2000.

FRASER, Ian. **Hegel and Marx**: the concept of need. Edinburgh: Edinburgh University Press, 1998.

FRIED, Michael N. Can mathematics education and history of mathematics coexist? **Science & Education**, New York, v. 10, p. 391-408, 2001.

FURINGHETTI, Fulvia. Rethinking history and epistemology in mathematics education. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Abingdon, v. 51, n. 6, p. 967-994, 2020.

FURINGHETTI, Fulvia; RADFORD, Luis. Contrasts and oblique connections between historical conceptual developments and classroom learning in mathematics. *In*: ENGLISH, Lyn D.; KIRSHNER, David (ed.). **Handbook of international research in mathematics education**. 2. ed. New York: Taylor and Francis, 2008. p. 626-655.

GUILLEMETTE, David. History of mathematics in secondary school teachers' training: towards a nonviolent mathematics education. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 96, n. 3, p. 349-365, 2017.

HØYRUP, Jens. **In measure, number, and weight: studies in mathematics and culture**. Albany: State University of New York Press, 1994.

JANKVIST, Uffe Thomas. A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 71, n. 3, p. 235-261, 2009.

KOPNIN, Pável Vassílievitch. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LEONTIEV, Alexei Nikolaevich. **Actividad, conciencia, personalidad**. La Habana: Pueblo Y Educación, 1983.

LEONTIEV, Alexei Nikolaevich. The problem of activity in psychology. **Soviet Psychology**, [S. l.], v. 13, n. 2, p. 4-33, 1974.

LEONTIEV, Alexei Nikolaevich. Uma contribuição à teoria de desenvolvimento da psique infantil. *In*: VIGOTSKI, Lev Semionovich; LURIA, Alexander Romanovich; LEONTIEV, Alexei Nikolaevich. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 2001. p. 59-83.

MARX, Karl; ENGELS, Friedrich. **A ideologia alemã**. 9. ed. São Paulo: Hucitec, 1993.

MIGUEL, Antonio. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 2, p. 73-89, 1997.

MIGUEL, Antonio. Contribuição crítica à discussão acerca da participação da história e da epistemologia da matemática na investigação em educação matemática. **Horizontes**, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 71-107, 2004.

MORETTI, Vanessa Dias. O problema lógico-histórico: aprendizagem conceitual e formação de professores de matemática. **Poiésis**, Tubarão, v.8, ed. esp. p. 29-44, 2014.

MORETTI, Vanessa Dias; MOURA, Manoel Oriosvaldo de. Professores de matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva histórico-cultural para a formação docente. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 17, n. 2, p. 435-450, 2011.

MORETTI, Vanessa Dias; PANOSSIAN, Maria Lúcia; MOURA, Manoel Oriosvaldo de. Educação, educação matemática e teoria cultural da objetivação: uma conversa com Luis Radford. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 41, n. 1, p. 243-260, jan./mar. 2015. Entrevista concedida por Luis Radford. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v41n1/1517-9702-ep-41-1-0243.pdf>. Acesso em: 30 abr. 2021.

MORETTI, Vanessa Dias; RADFORD, Luis. História do conceito culturalmente significada e a organização da atividade de ensino de matemática. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais [...]**. Brasília, DF: SBEM, 2015. p. 1-12.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de *et al.* Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, 2010.

ORTEGA Y GASSET, José. **Meditación de la técnica**. Madrid: Alianza, 2002.

RADFORD, Luis. Cultura e historia: dos conceptos difíciles y controversiales en aproximaciones contemporáneas en la educación matemática. *In*: MENDES, Iran Abreu; SILVA, Carlos Aldemir Farias da (ed.). **Cultura, práticas sociais e educação matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2014. p. 49-68.

RADFORD, Luis. Elementos de una teoría cultural de la objetivación. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, México, DF, v. 9, ed. esp. p. 103-129, 2006.

RADFORD, Luis. Epistemology as a research category in mathematics teaching and learning. *In*: HODGSON, Bernard R.; KUZNIAK, Alain; LAGRANGE, Jean-Baptiste (ed.). **The didactics of mathematics: approaches and issues**. Cham: Springer, 2016. p. 31-41.

RADFORD, Luis. Historical formation and student understanding of mathematics. *In*: FAUVEL, John; MAANEN, Jan van. **History in mathematics education: the ICMI study**. Berlin: Springer Dordrecht, 2000. p. 143-170.

RADFORD, Luis. On psychology, historical epistemology, and the teaching of mathematics: towards a socio-cultural history of mathematics. **For the Learning of Mathematics**, New Westminster, v. 17, n. 1, p. 26-33, 1997.

RADFORD, Luis. On the epistemology of the Theory of Objectification. *In*: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 11., 2019, Utrecht. **Proceedings** [...]. Utrecht: Utrecht University, 2019. p. 3062-3069.

RADFORD, Luis. Saber y conocimiento desde la perspectiva de la teoría de la objetivación. *In*: D'AMORE, Bruno; RADFORD, Luis. **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos**. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2017a. p. 97-114.

RADFORD, Luis. Ser, subjetividad y alienación. *In*: D'AMORE, Bruno; RADFORD, Luis. **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos**. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2017b. p. 137-165.

RADFORD, Luis. Sobre psicologia, epistemologia histórica e o ensino da Matemática: rumo a uma história sociocultural da Matemática. *In*: RADFORD, Luis. **Cognição matemática: história, antropologia e epistemologia**. São Paulo: Livraria da Física, 2011. p. 73-97.

RADFORD, Luis. The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. *In*: KIERAN, Carolyn (ed.). **Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: the global evolution of an emerging field of research and practice**. Cham: Springer, 2018. p. 3-25.

RADFORD, Luis. The seen, the spoken and the written: a semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. **For the Learning of Mathematics**, New Westminster, v. 22, n. 2, p. 14-23, 2002.

RADFORD, Luis. Three key concepts of the theory of objectification: knowledge, knowing, and learning. **Journal of Research in Mathematics Education**, Reston, v. 2, n. 1, p. 7-44, 2013.

RADFORD, Luis; PUIG, Luis. Syntax and meaning as sensuous, visual, historical forms of algebraic thinking. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 66, n. 2, p. 145-164, 2007.

RUBTSOV, Vitaly. A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. *In*: GARNIER, Catherine; BEDNARZ, Nadine; ULANOVSKAYA, Irina (org.). **Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista** – escolas russa e ocidental. Porto Alegre: ArtMed, 1996. p. 129-137.

VIANNA, Carlos Roberto. **Matemática e história: algumas relações e implicações pedagógicas**. 1995. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

VIGOTSKI, Lev Semionovich. **A formação social da mente**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

VIGOTSKI, Lev Semionovich. Manuscrito de 1929 [Psicologia concreta do homem]. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 21, n. 71, p. 21-44, 2000.

YGOTSKY, Lev Semionovich. Quarta aula: a questão do meio na pedologia. **Psicologia USP**, São Paulo, v. 21, n. 4, p. 681-701, 2010.

YGOTSKY, Lev Semionovich. **The collected works of L. S. Vygotsky: child psychology**. v. 5. New York: Springer, 1998.

Recebido em: 12.05.2021

Revisado em: 23.11.2021

Aprovado em: 14.02.2022

Editor: Prof. Dr. Marcos Sidnei Pagotto-Euzebio

Vanessa Dias Moretti é doutora em educação pela Universidade de São Paulo (USP) e professora associada da Universidade Federal de São Paulo (Unifesp). Pesquisa sobre a formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática, a partir de uma perspectiva histórico-cultural.

Luis Radford é professor emérito da Laurentian University (LU), no Canadá. Sua pesquisa se concentra no ensino e aprendizagem da matemática a partir de uma perspectiva histórico-cultural na qual a educação é vista como um processo transformador. Conduz pesquisas em sala de aula com professores do ensino fundamental e médio.