



MATEMÁTICA ELEMENTAL PARA MAESTROS¹

María Muñoz Pérez

Martín M. Socas Robayna

Universidad de La Laguna

Resumen

En respuesta a las recientes *declaraciones* del presidente de la Comunidad de Madrid sobre la posibilidad de que accedan a la profesión de Maestros de Primaria titulados que no tienen el grado de Maestro o equivalentes anteriores, la Real Sociedad Matemática española publica un documento que lleva por título “Contradictorias actuaciones del Gobierno de La Comunidad de Madrid sobre el profesorado de primaria”.

La RSME, en dicho documento, quiere hacer llegar a la opinión pública algunas observaciones entre las cuales destacamos la siguiente consideración: “... , para un profesor de Primaria es muy importante tener una buena base de Matemática elemental que le permita enseñar con las ideas claras facilitando así la motivación y el aprendizaje en profundidad de los alumnos”.

A lo largo de este trabajo analizaremos parte de la literatura existente sobre las categorizaciones del Conocimiento matemático para la enseñanza y centrándonos en el Enfoque Lógico Semiótico propondremos un *significado* que defina cuál es la Matemática elemental que necesitan los maestros.

Palabras Clave: Educación, Matemáticas, educación primaria, categorizaciones del conocimiento matemático para la enseñanza, Enfoque Lógico Semiótico, Maestros de Primaria.

Abstract

In response to recent statements by the President of the Community of Madrid on the possibility of evaluating the profession of qualified primary school teachers who do not have the university degree of primary school teaching or previous equivalents, the Royal Spanish Mathematical Society (RSME) published a document entitled "Contradictory actions of the Government of the Community of Madrid on primary school teachers." The RSME, in the above-mentioned document, wanted to convey a few observations to the public among which we would like to the following

statement, "... it is very important for a primary school teacher to have a good base of elementary mathematics that allows him to teach with clear ideas thereby facilitating motivation and in-depth learning on the part of the pupils."

Throughout this paper we analyse some of the existing literature on the categorization of mathematical knowledge for teaching and focusing on the Semiotic Logical Approach (SLA) we propose a "meaning" to define what is the elementary mathematics that primary school teachers need.

Keywords: Education, mathematics, primary education, categorizations of mathematical knowledge for teaching, Semiotic Logical Approach, primary school teachers.

Introducción

La Real Sociedad Matemática Española, respondiendo a declaraciones del Presidente de la Comunidad de Madrid sobre la posibilidad de que accedan a la profesión de Maestro de Primaria titulados que no tienen el grado de Maestro o equivalentes anteriores, ha publicado un documento que lleva por título "Contradictorias actuaciones del Gobierno de la Comunidad de Madrid sobre el profesorado de Primaria" haciendo, entre otras, las siguientes observaciones:

- Los maestros son profesores generalistas, luego deben recibir una formación generalista, junto con una formación profesional: teórica, técnica y práctica, que les permita hacer la transposición didáctica para que se produzca aprendizaje.
- Deben poseer una buena base en cada disciplina; en particular, en Matemáticas elementales, por lo que proponen la "obligación" o "la fuerte recomendación" de estudiar Matemáticas en el Bachillerato (para garantizar que poseen una perspectiva más global, a pesar de que en la ESO ya se estudien los conocimientos matemáticos necesarios), asumiendo que la propia disciplina orienta el aprendizaje.

- Los maestros deben recibir una formación donde se priorice una comprensión más profunda frente a una mayor destreza en el uso del algoritmo.
- En vez de remitir la formación matemática a la ESO y al Bachillerato para centrarse en la didáctica específica en el Grado, es urgente mantener ambos aspectos en el Grado: Matemática elemental, estudiada en profundidad, y Didáctica de la Matemática.

En lo que sigue vamos a analizar la literatura existente sobre las categorizaciones del conocimiento matemático para la enseñanza con el fin de dar respuesta a la pregunta: ¿qué matemática elemental necesitan los maestros?

Conocimiento matemático para la enseñanza

Shulman (1987) propuso siete categorías de conocimiento que hacen posible la enseñanza, a saber:

1. Conocimiento del contenido
2. Conocimiento pedagógico general
3. Conocimiento del currículo
4. Conocimiento pedagógico del contenido (PCK)
5. Conocimiento de los estudiantes y sus características
6. Conocimiento de los contextos educativos
7. Conocimiento de los fines, propósitos y valores de la educación

Shulman (op.cit.) destaca que el conocimiento del contenido no puede limitarse a un conocimiento sintáctico, se trata de que el profesor sepa relacionar los distintos conceptos matemáticos entre sí, situarlos en su devenir histórico y conocer sus aplicaciones y repercusiones más importantes.

La teoría de PCK (Pedagogical Content Knowledge) fue iniciada por Lee Shulman en 1983. El origen del PCK se remonta a una conferencia que dicho autor impartió en la Universidad de Texas, Austin, en 1983, titulada: “El paradigma perdido en la investigación sobre la enseñanza”. Lo que Shulman proponía era centrar la atención en el estudio del pensamiento del profesor sobre la enseñanza del contenido de la asignatura. Para ello, hay que tener en cuenta que toda actividad educativa tiene como respaldo una serie de creencias y teorías implícitas que forman parte del pensamiento del profesor y que orientan sus ideas sobre el conocimiento, la construcción de su enseñanza y su aprendizaje.

Para ello, analizó dos aspectos. El primero es el inicio del proceso docente, que tiene lugar cuando el profesor empieza con una planificación reflexiva de su actividad docente, desde las finalidades educativas, la estructura conceptual y las ideas del tema que va a enseñar, hasta el contexto educativo y, entonces, comprende a fondo lo que debe ser aprendido por sus estudiantes.

Y, el segundo, es cómo debe llevar a cabo la enseñanza (selección y organización de los materiales que prevé utilizar, así como de analogías, metáforas, ejemplos, demostraciones, explicaciones, etc.), tomando en consideración las mejores formas de representación del contenido y las características del razonamiento de sus propios alumnos, para plantear una forma de enseñanza, evaluación, reflexión y nueva comprensión para el futuro, con lo que se reiniciará otra vez un ciclo de reflexión.

Tras detallar estos dos aspectos, argumenta que un profesor no puede, en su práctica docente, decantarse por uno solo de estos aspectos, es decir, dicha práctica no debe ser exclusivamente técnica, ni solamente reflexiva. No se trata de considerar sólo el conocimiento de los contenidos, ni solo el

conocimiento pedagógico, sino que tiene que considerar una mezcla, una intersección entre las dos.

El docente tiene que conocer a sus alumnos, para poder hacerles comprensibles las formas de formular y representar los contenidos. Por su parte, Magnusson, Krajcih y Borko (1999) argumentan que en conocimiento didáctico del contenido incluye la forma de organizar los contenidos, los problemas que emergen, y la adaptación a los estudiantes con diversidad de intereses y habilidades.

La noción de PCK dominó la literatura durante casi 20 años. En Hill, Ball y Shilling (2008) se define el conocimiento matemático para enseñar como “el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y aprendizaje en el alumno”.

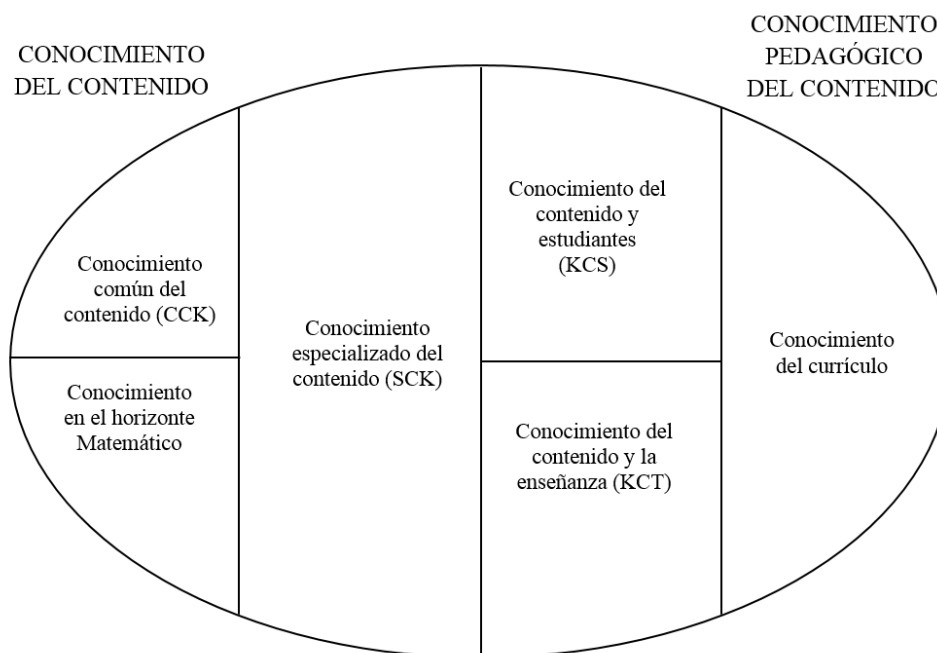
Estos autores, a partir del análisis del trabajo de profesores en el aula de matemáticas, clasifican los conocimientos necesarios para un enseñante de matemáticas en los dos grandes grupos que se citan a continuación:

1. Conocimiento del contenido.
2. Conocimiento pedagógico del contenido.

En cada grupo, distinguen las siguientes categorías:

1. Conocimiento del contenido:
 - a. Conocimiento común del contenido.
 - b. Conocimiento especializado del contenido.
 - c. Conocimiento en el horizonte matemático.
2. Conocimiento pedagógico del contenido:
 - a. Conocimiento del contenido y los estudiantes.
 - b. Conocimiento del contenido y la enseñanza.

c. Conocimiento del currículo.



El conocimiento común del contenido representa el conocimiento que se utiliza en el trabajo, de la misma manera que se usa en muchas otras profesiones u ocupaciones que también utilizan las Matemáticas. Es la competencia para resolver problemas matemáticos referidos al contenido que se enseña.

El conocimiento especializado del contenido representa el conocimiento matemático que permite a los profesores participar en tareas de enseñanza, en particular: la forma de representar con precisión las ideas matemáticas, dar explicaciones matemáticas de normas y procedimientos comunes, examinar y entender los métodos inusuales de soluciones a los problemas, programar las secuencias con que podrían desarrollarse los diferentes aspectos de un contenido específico, desde la perspectiva del análisis del contenido. Se refiere a conocimiento matemático, de modo que no está implicado ningún conocimiento sobre los estudiantes o la enseñanza.

Esta es la competencia que permitirá al profesor plantearse la pregunta: ¿puede tener consecuencias matemáticas conflictivas algo que se ha dicho

de manera explícita o implícita?, ¿es esto interesante e importante desde el punto de vista matemático?

Cuando mencionamos al conocimiento en el horizonte matemático, nos referimos a que el profesor sea capaz de identificar posibles generalizaciones de la tarea, encontrar conexiones con otros temas y situar la tarea en contextos diferentes.

En la categoría conocimiento del contenido y los estudiantes, englobaríamos el conocimiento del profesorado acerca de cómo los estudiantes piensan, saben, o aprenden un contenido particular, la capacidad de discernir cuál es la mejor manera de construir sobre el pensamiento del estudiante. Este conocimiento incluye el conocimiento de dificultades y errores, la competencia para analizar y valorar la comprensión del alumno y saber cómo evoluciona su razonamiento matemático.

El conocimiento del contenido y la enseñanza resulta de la integración del contenido matemático con el conocimiento de la enseñanza de dicho contenido. Incluye saber construir, a partir del razonamiento de los estudiantes y las estrategias utilizadas por ellos, procesos pertinentes para tratar y corregir sus errores y concepciones erróneas.

El currículo tiene una función orientadora para el profesorado. Ofrece propuestas, no desarrolladas, acerca de modos de entender el conocimiento matemático, formas de interpretar el aprendizaje de las Matemáticas, cómo gestionar en la práctica la enseñanza de las Matemáticas, y cómo valorar la utilidad y el dominio de los aprendizajes realizados.

Una de las competencias del profesor es reflexionar sobre el currículo y asimilarlo en su globalidad, transformando la propuesta en un programa de actividades a partir del cual se puedan desarrollar conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes y competencias.

En las propuestas tanto de Shulman como de Hill, Ball y Shilling, no se evidencia la relación entre los diferentes conocimientos que definen, se limitan a clasificarlos por su naturaleza disciplinar o pedagógica.

El Enfoque Lógico Semiótico (ELOS) (Socas 2001 y 2007) es una propuesta teórico-práctica (formal-experimental) que pretende aportar instrumentos para el análisis la descripción y la gestión de las situaciones problemáticas o fenómenos de naturaleza didáctica matemática, que ocurren en el microsistema educativo desde una perspectiva centrada en la Semiótica, en la Lógica y en los Modelos de Competencia (Semiosis).

Se sitúa en el Sistema Educativo y describe en los términos anteriores, el Microsistema Educativo como el ámbito en que tienen lugar las enseñanzas regladas del conocimiento matemático; está formado por tres referentes o elementos básicos: disciplina (Matemática), alumnos y profesores, y por tres componentes: social, cultural e institución escolar, que determinan el contexto.

Tres son las relaciones de toda semiosis o modelo de competencia; en el caso del Microsistema Educativo se describen como sigue:

Relación 1: entre el conocimiento matemático y el alumno, que se denomina “Aprendizaje de la Matemática escolar como cambio conceptual”.

Relación 2: entre el conocimiento matemático y el profesor, que se denomina “Adaptación del contenido matemático curricular en materia para enseñar”.

Relación 3: entre el conocimiento matemático y el profesor a través del alumno, que se denomina “Interacciones”.

Tanto en Shulman (op.cit.) como en Hill, Ball y Shiling (op.cit.) se definen los conocimientos necesarios para el enseñante de Matemáticas.

En ELOS se propone el conocimiento desde la perspectiva de la actividad y la fenomenología, se describen tres actividades básicas para el enseñante de Matemáticas y, posteriormente, se proporcionan ciertas herramientas técnicas para desarrollar estas actividades desde una concepción de la enseñanza entendida como una profesión caracterizada por la planificación, la acción, la reflexión y la innovación. En ELOS se insiste en la perspectiva del enseñante como investigador de su práctica, creativo, capaz de contrastar y analizar ideas, de planificar y tomar decisiones adecuadas para el desarrollo de innovaciones curriculares, comprometidas con la realidad social.

La organización de los objetos matemáticos y las especificidades del pensamiento matemático que caracterizan el análisis del contenido matemático en la actividad básica “Adaptación del contenido matemático curricular en materia para enseñar” se organizan en ELOS mediante los dos referentes siguientes: el Modelo de Competencia Matemática Formal (MCMF) y los Estadios de Desarrollo de los Objetos Matemáticos (EDOM) (Socas, 2010).

El MCMF permite describir el campo conceptual del objeto matemático en el nivel temático en el que lo estemos considerando, además de sus funciones y su fenomenología. Es, en consecuencia, un instrumento técnico de gran utilidad que permitirá desarrollar el conocimiento especializado del contenido.

Para la actividad básica “Aprendizaje de la matemática escolar como cambio conceptual” ELOS provee de la herramienta técnica Modelo de Competencia Cognitivo (MCC) en el que destaca como prioritario el análisis de las dificultades, obstáculos y errores.

En Socas (1997), se establecen cinco procedencias diferentes de las dificultades que tienen los alumnos en la construcción del conocimiento matemático:

1. La complejidad de los objetos de las matemáticas.
2. Las especificidades de los procesos de pensamiento matemático.
3. Los procedimientos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas.
4. Los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos.
5. Las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.

La organización de los dos primeros apoya a la actividad básica del profesorado, es decir, la *Adaptación del contenido matemático curricular como materia para enseñar*, que caracteriza el análisis del contenido matemático.

El obstáculo, *los procedimientos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas*, quedaría relacionado con la actividad básica *Interacciones*.

La organización de los dos últimos apoya a la actividad básica del profesorado, *Aprendizaje de la matemática escolar como cambio conceptual*, caracteriza a la competencia cognitiva y constituye una pieza fundamental en el análisis de las producciones de los alumnos.

Finalmente entendemos que el Modelo de Competencia para la Enseñanza (MCE) es una herramienta que nos permite analizar las relaciones que se dan en el microsistema educativo.

Matemática elemental para maestros

Hemos analizado parte de la literatura existente sobre las categorizaciones del conocimiento matemático para la enseñanza y, ahora, centrándonos en el Enfoque Lógico Semiótico, proponemos diferentes

elementos que caracteriza la matemática elemental que necesitan los maestros.

Hemos entendido que en la formación matemática para maestros, el futuro maestro debe recibir formación desde dos perspectivas diferenciadas: formación sobre el contenido y sobre el conocimiento pedagógico del contenido, lo que permite dotar de sentido a dos materias: Matemática elemental para maestros y Didáctica de las matemáticas (Socas, 2011).

Indicadores que denotarán la formación matemática elemental para el futuro maestro serán los que siguen:

- Resuelve la tarea.
- Identifica las variables de la tarea.
- Generaliza o particulariza el enunciado.
- Resuelve las tareas usando diferentes representaciones.
- Resuelve las tareas usando diferentes procedimientos.
- Identifica los conceptos y propiedades puestos en juego en las soluciones.
- Explica y justifica las soluciones.
- Identifica posibles generalizaciones de la tarea.
- Establece conexiones con otros temas más avanzados.
- Establece conexiones con otras áreas de conocimiento.

Así queda caracterizado lo que entendemos por matemática elemental para maestros; el conocimiento del estudiante para maestro se forma en conocimiento profesional a medida que domina la pluralidad y complejidad de significados de los conceptos y objetos matemáticos escolares por medio del análisis de contenido. Esto se realiza mediante el estudio de las estructuras conceptuales en las que nuevos conceptos se insertan, por la determinación de los sistemas de representación mediante los cuales tales conceptos se expresan y por la delimitación y conocimiento de las cuestiones

para cuya respuesta tales conceptos fueron contruidos, acotados a su vez por los campos en los que tales conceptos se utilizan como herramientas para plantear y resolver problemas, que tal y como hemos señalado anteriormente, se organizan en ELOS mediante los dos referentes siguientes: el Modelo de Competencia Matemática Formal (MCMF) y los Estadios de Desarrollo de los Objetos Matemáticos (EDOM).

El MCMF permite describir el campo conceptual del objeto matemático en el nivel temático en el que lo estemos considerando, además de sus funciones y su fenomenología. Es, en consecuencia, un instrumento técnico de gran utilidad que permitirá desarrollar el conocimiento especializado del contenido, es decir la matemática elemental para maestros.

En la tabla que sigue se relacionan las diferentes categorías que definen el conocimiento profesional del enseñante de Matemáticas con las actividades básicas y la herramienta técnica que se proponen desde ELOS.

Actividades básicas	Conocimientos		Herramienta técnica
Adaptación del contenido matemático curricular como materia para enseñar.	Conocimiento del Contenido: MATEMÁTICA ELEMENTAL PARA MAESTROS	CCK	MCMF EDOM
		SCK	
		Conocimiento en el horizonte matemático	
Aprendizaje de la Matemática escolar como cambio	Conocimiento Pedagógico del Contenido: DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS.	Conocimiento del currículo	MCC
		KCS	
Interacciones		KCT	MCE

Consideraciones finales

En las asignaturas de Matemáticas en los programas de formación de profesores de Primaria se debe diseñar, en general, el contenido matemático como un conocimiento disciplinar, que se desarrolla explicitando los diferentes campos conceptuales, y considerando a las Matemáticas como un elemento fundamentalmente instructivo que está organizado desde el punto de vista de su lógica interna, lo que supone caracterizar al conocimiento matemático mediante una organización basada en sus conceptos clave y en una presentación mediante una secuenciación lógica, es decir, se organiza la materia como la organizaría un especialista en Matemáticas. Esta organización de los programas de Matemáticas constituye una “endoestructura”, esto es, los contenidos matemáticos, organizados en campos conceptuales, se desarrollan partiendo de su estructura interna, de sus conceptos claves y de su organización lógica.

Por otra parte, los contenidos de Matemáticas del currículo que el profesor debe implementar han sido determinados por diversos agentes del macrosistema educativo mediante un proceso que generalmente resulta desconocido al futuro profesor. El currículo está organizado por una lista de contenidos que están relacionados con las capacidades y competencias que pueden desarrollar, e inmerso en una concepción determinada de entender la enseñanza y el aprendizaje, así como el proceso de evaluación.

Debemos, en consecuencia, mirar la organización curricular del contenido matemático objeto de enseñanza en una etapa educativa como una organización sistemática, que considera al contenido matemático como un elemento fundamentalmente cultural y básico, que está organizado desde una perspectiva epistemológica, semiótica y fenomenológica, que permite desarrollar las competencias matemáticas básicas, y que se presenta con una

organización pedagógica, unas orientaciones metodológicas y unos criterios para la evaluación de los conocimientos y capacidades adquiridos.

Podemos representar, mediante el cuadro que sigue, los diferentes ámbitos del contenido matemático y su relación con la organización, las competencias disciplinares y profesionales.

Contenidos	Matemático Disciplinar (CMD)	Matemático Curricular (CMC)	Matemático de Enseñanza (CME)
Organización	Lógica	Pedagógica	Didáctica
Competencias	Matemática Formal	Matemática Básica	Básicas

La asignatura *Matemáticas para Maestros*, trataría del contenido matemático disciplinar y del contenido matemático curricular, ambos referidos a la competencia matemática básica. Es, en definitiva, una propuesta de formación básica de estructura curricular cerrada, que se aborda desde la competencia matemática formal y básica, esto es análisis y comprensión del contenido matemático curricular en términos disciplinares, es decir, con referencias epistemológicas, fenomenológicas y de aplicabilidad, en la que los alumnos completan su propia formación básica relacionada con dichas cuestiones de acuerdo con los sistemas conceptuales implicados: operaciones, estructuras y procesos, en situaciones de resolución de problemas, desarrollando los razonamientos y los lenguajes apropiados al nivel temático considerado, es decir, desarrollan y consolidan la actividad matemática “a su nivel”, en el campo de problemas matemáticos propios del

nivel de actuación posterior (la Educación Primaria), en tareas y actividades de naturaleza diferentes, pero necesarias para enlazar con las tareas y actividades escolares.

- (1) Este trabajo ha sido financiado parcialmente por el Proyecto de Investigación EDU2011-29324 de Plan Nacional de Investigación del Ministerio de Ciencia e Innovación de España.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Domínguez, E., Hernández, J., Muñoz, M., Palarea, M.M., Ruano, R., y Socas, M.M. (2010). La programación por competencias en la clase de Matemáticas. Una actividad profesional básica. En M.T. González, M.M. Palarea y A. Maz (Eds.). *Seminario de los grupos de investigación pensamiento numérico y algebraico e historia de la educación matemática* (pp. 26-49). Salamanca: SEIEM.
- Hill, H.C., Ball, D.L. y Schilling, S.G. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400
- Magnusson, S., Krajcik, J. & Borko, H. (1999) Nature, sources, and development of the PCK for science teaching. En: J. Gess-Newsome & N. G. Lederman (Eds.). *Examining pedagogical content knowledge* (Chapter 4; pp. 95-132). Dordrecht: Kluwer.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-21
- Socas, M.M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. (Cap.V, pp. 125-154). En Rico, L. y otros, *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: Horsori.
- Socas, M.M. (2001). Investigación en Didáctica de la Matemática vía Modelos de competencia. Un estudio en relación con el Lenguaje

Algebraico. Departamento de Análisis Matemático. Universidad de La Laguna.

Socas, M.M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el enfoque Lógico-Semiótico. *Investigación en educación matemática XI*, 19-52.

Socas, M.M. (2010). Competencia Matemática Formal. Un ejemplo: El Álgebra escolar. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática*, 10, 9-33.

Socas, M.M. (2011). La formación del profesorado en educación matemática en el grado de Primaria en la Universidad de La Laguna. www.seiem.es/congresos/Seminario%20Castro/MSocas.pdf