



Influencia del contexto de enseñanza en la representación de patrones en educación infantil

Influence of the teaching context on pattern representation in early childhood education

Yeni Acosta es profesora investigadora en formación, Universidad de Girona, España (yeni.acosta@udg.edu) (<https://orcid.org/0000-0001-9873-2127>)

Dr. Ángel Alsina es profesor catedrático de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Girona, España (angel.alsina@udg.edu) (<https://orcid.org/0000-0001-8506-1838>)

Recibido: 2022-02-14 / **Revisado:** 2022-05-27 / **Aceptado:** 2022-06-07 / **Publicado:** 2022-07-01

Resumen

Con base en el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM), que propone secuencias de enseñanza intencionadas desde lo concreto hasta lo simbólico, se analiza cómo influye el contexto de enseñanza en las tareas con patrones de repetición en un grupo de 24 escolares españoles durante dos cursos académicos consecutivos (4-6 años). Para ello, se han implementado tareas de patrones de repetición de los dos contextos extremos de un itinerario previamente diseñado y validado: situaciones reales y contextos gráficos, respectivamente. Los datos se han analizado a partir de esquemas metodológicos etnográficos de observación participante (diario de campo); la documentación pedagógica (registro audiovisual); y las producciones escritas de los patrones (representaciones). Los principales resultados obtenidos muestran que: a) en el alumnado de 4-5 años se ha identificado una diferencia positiva del 32,9 % de las situaciones reales frente a los recursos gráficos; b) en el alumnado de 5-6 años, si bien desciende ligeramente dicha diferencia entre ambos contextos, continúa estando por encima del 30 %. Se concluye que el contexto de enseñanza influye en la comprensión de los patrones de repetición, por lo que es necesaria una enseñanza de los patrones desde el nivel situacional hasta el formal.

Descriptores: Patrones de repetición, representación en matemáticas, situaciones reales, recursos gráficos, educación infantil.

Abstract

According to the Mathematics Teaching Itineraries Approach (EIEM), which proposes intentional teaching sequences from the concrete to the symbolic, we analyse how the teaching context influences the repetition pattern tasks in a group of 24 children during two consecutive school years (4-6 years old). For this purpose, repetition pattern tasks have been implemented in the two extreme contexts of a previously designed and validated itinerary: real situations and graphic contexts, respectively. The data have been analysed from ethnographic methodological schemes of participant observation (field diary); pedagogical documentation (audiovisual record); and written productions of the patterns (representations). The main results obtained show that: a) in pupils aged 4-5 years, a positive difference of 32.9% of real situations versus graphic resources has been identified; b) in pupils aged 5-6 years, although the difference between the two contexts decreases slightly, it continues to be above 30%. It is concluded that the teaching context influences the understanding of repetition patterns, so that it is necessary to teach patterns from the situational to the formal level.

Keywords: Repetition patterns, representation in mathematics, real situations, graphical resources, early childhood education.

1 Introducción y estado de la cuestión

En los últimos años, se le ha conferido a la infancia una especial importancia para el desarrollo integral de la persona. Bowman *et al.* (2001, p. 23), por ejemplo, afirman que “[...] los niños pequeños son estudiantes capaces y que la experiencia educativa durante los años preescolares puede tener un impacto positivo en el aprendizaje escolar”. En este sentido, diversas investigaciones señalan que las competencias matemáticas tempranas (de 4 a 6 años básicamente) pueden llegar a ser un indicador del éxito académico en etapas posteriores (Nguyen *et al.*, 2016; Rittle-Johnson *et al.*, 2017; Wijns *et al.*, 2021, entre otros). En consecuencia, resulta necesaria una planificación e implementación efectiva que permita promover el desarrollo de la competencia matemática desde las primeras edades, diversificando el uso de escenarios educativos que conduzcan a buenas prácticas en el aula de matemáticas (Alsina, 2019, 2022; *National Council of Teachers of Mathematics* [NCTM], 2000, 2014).

Desde este prisma, este artículo asume el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas de Alsina (2019, 2020, 2022), en adelante EIEM, que plantea que la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades debería proponerse como un recorrido de lo concreto a lo abstracto a través de secuencias de enseñanza que contemplen distintos contextos de enseñanza, con el fin de promover una adquisición consolidada de competencias matemáticas. Este enfoque establece una secuencia intencionada que incluye tres niveles de enseñanza que avanzan de lo particular a lo general, ofreciendo una orientación de uso jerarquizado de los contextos que lo conforman. En el primer nivel se encuentran los contextos informales que se deberían “consumir” diariamente: las situaciones reales, los recursos manipulativos y el uso de propuestas lúdicas y recreativas; en el siguiente nivel se hace alusión a los contextos intermedios que deberían utilizarse algunas veces, como los recursos

literarios y tecnológicos; y finalmente, aparecen aquellos contextos formales que deberían implementarse ocasionalmente, como las fichas y los libros de texto.

En concreto, este artículo aplica este enfoque en la enseñanza de patrones de repetición, dado que se ha evidenciado que el conocimiento de patrones y su estructura influye positivamente en el desarrollo temprano del pensamiento matemático (Clements y Sarama, 2015; Lüken y Kampmann, 2018; Mulligan *et al.*, 2020; Papic *et al.*, 2011; Rittle-Johnson *et al.*, 2018; Tirosh *et al.*, 2018; y Wijns *et al.*, 2021). Por lo tanto, la exploración de patrones puede considerarse una puerta de entrada para promocionar la generalización (Vanluydt *et al.*, 2021), la anticipación, la conjetura, la justificación, la representación y el uso preciso del lenguaje matemático (Acosta y Alsina, 2020). Al hablar de patrones matemáticos, es necesario distinguir entre patrón como una secuencia o seriación ordenada, y entre estructura de patrón, es decir, organización o regla que subyace al patrón (Mulligan y Mitchelmore, 2009). Estas autoras australianas puntualizan que los patrones comprenden dos componentes: uno cognitivo, relacionado con el conocimiento de la estructura; y otro meta-cognitivo, asociado con la capacidad de búsqueda y análisis de patrones. Mulligan *et al.* (2020) exponen que la falta de consciencia del patrón y su estructura puede llegar a ser un predictor de dificultades matemáticas futuras. Sin embargo, poco se sabe sobre cómo influye el contexto de enseñanza en la comprensión y representación de patrones. De hecho, autores como Wijns *et al.* (2019) plantean la necesidad de estudiar si las tareas con patrones que se implementan promueven de forma óptima todo su potencial, para así fomentar el desarrollo de la percepción algebraica de los escolares. Como afirma Alsina (2020), el libro de texto se postula en ocasiones como un recurso preponderante que no deja espacio para abordar conceptos y procedimientos matemáticos desde otros escenarios más realistas, concretos y significativos para los escolares.



En esta línea, nuestro propósito es aportar datos que permitan iniciar una aproximación al modo en que los niños y niñas de 4 a 6 años ejecutan patrones de repetición y exteriorizan su representación en diversos contextos de enseñanza, para así abordar el desarrollo de la comprensión de patrones de una manera contextualizada y longitudinal, considerando los planteamientos del EIEM.

Desde esta perspectiva nos formulamos las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cómo influye el contexto de enseñanza en las tareas con patrones de repetición?
- ¿Qué relación se establece entre los contextos de enseñanza concretos (situaciones reales) y los contextos de enseñanza abstractos (recursos gráficos) durante la comprensión y representación de patrones de repetición?

De estas preguntas se derivan los siguientes objetivos de estudio:

- Analizar la relación que se establece entre la comprensión y la representación de patrones de repetición.
- Evidenciar la influencia que ejerce el contexto de aprendizaje en el éxito de la representación de patrones de repetición.

1.1 Enseñanza y representación de patrones de repetición desde el enfoque de itinerarios didácticos

En las siguientes líneas se abordan los pilares que fundamentan el EIEM como marco teórico de nuestro estudio, se define qué se entiende por patrón, la importancia de su enseñanza y la representación como proceso matemático que promueve la comprensión.

Acosta y Alsina (2021) señalan que el aprendizaje de los patrones se inicia en situaciones concretas hasta consolidarse en experiencias abstractas. Por consiguiente, se toma como referente el EIEM (Alsina, 2019, 2020) que se

fundamenta en tres pilares interrelacionados: a) la Perspectiva Sociocultural del Aprendizaje Humano (Vygotsky, 1978), que entiende la educación como un fenómeno social y cultural que contempla el lenguaje y la interacción como herramientas esenciales para fomentar el aprendizaje; b) el Modelo Realista de Formación del Profesorado (Korthagen, 2001), que considera que los docentes deben de estar familiarizado con diversas maneras de intervenir y ejercitarlas en la práctica, es decir, deben tener criterio para saber cuándo, qué y por qué alguna situación es susceptible para reflexionar de forma sistemática; y c) la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991), que promueve la utilización de problemas contextualizados en situaciones reales como inicio del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Con base en estos pilares, el EIEM (Alsina, 2019, 2020, 2022) considera la enseñanza de las matemáticas a través de secuencias didácticas que incluyen los siguientes tres niveles:

- Nivel informal: la enseñanza de los contenidos matemáticos se prioriza desde contextos de situaciones reales y cercanas al alumnado, haciendo uso de materiales manipulativos y lúdicos, apoyándose, a su vez, en el conocimiento informal, el sentido común y la experiencia. En estos contextos, las demandas cognitivas que se movilizan son: la exploración, la manipulación o la experimentación, conformándose como requisitos para visualizar y comprender las ideas matemáticas de forma concreta.
- Nivel intermedio: la enseñanza de los contenidos continúa en contextos que se configuran como puente entre los contextos de la fase anterior y los contextos formales de la fase posterior. Se incluyen en este nivel, recursos literarios (cuentos y canciones) y tecnológicos (Applets, robots educativos programables, etc.). En estos contextos, las exigencias cognitivas se centran en: la exploración y la reflexión, que facilitan de manera



progresiva la esquematización y generalización del conocimiento matemático.

- Nivel formal: la enseñanza del contenido termina en contextos gráficos y simbólicos donde se fomenta la representación y formalización del conocimiento matemático, haciendo uso de procedimientos y notaciones convencionales para promocionar el aprendizaje de lo concreto a lo simbólico. En estos contextos, pues, las exigencias cognitivas se centran principalmente en: la abstracción y la generalización.

Desde este enfoque se apuesta por la actividad heurística más que la pura ejercitación, y el pensamiento matemático crítico más que la simple repetición (Alsina, 2019).

Como se ha indicado en la introducción, este estudio se focaliza en la enseñanza de patrones. Cuando hablamos de patrón, nos referimos desde nuestro punto de vista, a una secuencia de elementos ordenados de acuerdo con una norma, regla, núcleo o unidad periódica determinada. Clements y Sarama (2015) exponen que la enseñanza de patrones persigue, precisamente, la búsqueda de regularidades y estructuras matemáticas. Es así como reconocer patrones se configura como una capacidad fundamental para muchos dominios del conocimiento como la lectura, las matemáticas o las artes, puesto que los patrones aportan significado y cohesión (Björklund y Pramling, 2014). Por esta razón Papic (2015) sugiere la necesidad de promover la conciencia de los niños y las niñas sobre los patrones para estimular el desarrollo estructural, la comprensión relacional y la generalización desde una edad temprana y, aunque de forma emergente, sentar las bases del pensamiento matemático en general y algebraico en particular. No podemos obviar que un pensamiento algebraico consolidado requiere capacidad para simbolizar y generalizar (Sibgatullin *et al.*, 2022).

En nuestro estudio se asume que los patrones pueden variar según su regularidad y contenido; y que atendiendo a esta afirmación

los patrones pueden presentar unidades que se repiten; que se ordenan de manera estructural o simétrica; o que crecen (Bock *et al.*, 2018). La tipología de patrón que se aborda en nuestro itinerario de enseñanza son los de repetición. Es decir, patrones que mediante secuencias iterativas muestran regularidades o repeticiones de características cualitativas y/o cuantitativas específicas (color, formas, tamaño, sonidos, o números, por ejemplo, “verde, verde, amarillo, verde, verde, amarillo” o “■○■○”).

Autores e instituciones de prestigio señalan que la enseñanza de patrones de repetición y la comprensión de su estructura influye positivamente en el desarrollo matemático temprano, puesto que promueve un cimiento veraz para el pensamiento algebraico (Mulligan *et al.*, 2020; Rittle-Johnson *et al.*, 2018; Wijns *et al.*, 2019). Desarrollar el concepto de patrón implica percibir la regla subyacente e identificar de manera consciente y funcional la unidad de repetición. De acuerdo con Wijns *et al.* (2019) es necesario apostar por la implementación de tareas con patrones que den la oportunidad a los escolares de transitar del pensamiento recursivo al funcional, es decir, de observar la relación consecutiva de elementos que yace en una seriación, para de manera guiada y acompañada lograr abstraer y representar la estructura interna de su núcleo.

Ahora bien, ¿qué implica la representación en matemáticas? Para Freudenthal (1991) el desarrollo progresivo de la representación de las ideas y procedimientos matemáticos va de lo concreto a lo abstracto, de manera que puede tener formas diversas a través de objetos físicos, lenguaje natural, dibujos y símbolos convencionales. Según afirma Reed (2001, p. 215), “dibujar puede ser una ventana a la mente de un niño”. Por tanto, es necesario respetar y favorecer el proceso de la representación con la finalidad de aprender (y sobre todo comprender) el símbolo que representa un objeto, una situación o una idea matemática. Es por esta razón que Duval (1995, p. 15) considera que “no hay conocimiento que pueda ser movilizado por un individuo



sin una actividad de representación”. Asimismo, en relación con la representación como un proceso matemático que externaliza la comprensión del alumnado, Pino-Fan *et al.* (2017) aseguran que dicho proceso tiene un rol fundamental con la adquisición y el tratamiento del conocimiento de un individuo. Desde este prisma, el NCTM (2014) apuesta por una enseñanza de las matemáticas que permita establecer conexiones entre representaciones para así vincular de manera eficaz la comprensión conceptual y procedimental.

Considerando estos antecedentes, conceptualizamos la representación en matemáticas como un proceso interconectado que permite plasmar de manera concreta, a través de la utilización de diferentes signos, gráficos y/o lenguaje natural, el conocimiento y procedimientos matemáticos que poseen los alumnos. De esta manera se consigue organizar, comprender y comunicar la naturaleza matemática de acciones previamente realizadas en el plano educativo y social.

2 Metodología

El presente estudio se desarrolla desde un enfoque cualitativo para comprobar las oportunidades de comprensión que brinda el contexto más concreto (situaciones reales) y el más abstracto (recursos gráficos) del EIEM (Alsina, 2019, 2020) cuando se enseñan patrones de repetición al alumnado de educación infantil (4-6 años). De acuerdo con Maldonado (2018), este enfoque apuesta por la interpretación, descripción, análisis y comprensión de información cualitativa obtenida a través de grabaciones, observaciones, entrevista, etc. En consonancia con esta aportación, nuestro diseño facilita un análisis descriptivo e interpretativo que permite mostrar, mediante la representación en matemáticas de los alumnos, los resultados obtenidos de manera longitudinal en el nivel informal, concretamente en el contexto de situaciones reales, haciendo una comparativa con los resultados recogidos en el nivel formal (recursos gráficos).

2.1 Diseño y procedimiento

Como se ha indicado, se han seleccionado las actividades enmarcadas en los contextos de situaciones reales y recursos gráficos que conforman el EIEM. Las seis propuestas han sido sometidas a un juicio de expertos donde se han valorado: a) aspectos didácticos, b) organizativos, c) metodológicos, y d) pedagógicos del itinerario didáctico. Este procedimiento, junto con la práctica reflexiva desarrollada después de cada sesión, han favorecido la articulación de análisis continuos y retrospectivos que informan sobre el diseño y facilitan su mejora longitudinalmente. Se puede ampliar dicho procedimiento en Acosta y Alsina (2020) cuando validaron y aplicaron un itinerario de patrones de repetición con escolares de 3 años.

La implementación se ha llevado a cabo de manera longitudinal, con 24 escolares españoles pertenecientes todos a una misma clase de un centro de educación público. La muestra está conformada por 12 niños y 12 niñas. La edad promedio de la muestra es de 4,8 años y 5,8 años para los dos cursos escolares correspondientes a la intervención. Se ha seleccionado este grupo por las facilidades de acceso; por la continuidad y seguimiento longitudinal de la maestra tutora; y por estar considerado un centro con baja movilidad de matrícula en cursos preescolares.

Seguidamente en la tabla 1 se muestran las actividades diseñadas y validadas para escolares de 4 a 6 años.

La intervención se lleva a cabo en grupo reducido (12 niños y niñas) para facilitar la atención individualizada y la recogida de evidencias específicas y personalizadas. Dicha distribución de participantes se realiza de manera aleatoria y se mantienen los dos subgrupos de 12 alumnos durante toda la intervención. Por tanto, de manera longitudinal, se destinan un total de ocho sesiones de intervención directa para el contexto de situaciones reales y cuatro sesiones para el de recursos gráficos, con una duración de 50 minutos cada una. Cabe destacar que previamente a la intervención, se obtuvo el consentimiento informado de todas las familias.



Tabla 1

Propuestas desarrolladas de acuerdo al contexto de enseñanza

4-5 años	
Situaciones reales	A1. Se utiliza Google Maps en la pizarra digital para mostrar diferentes calles de nuestra ciudad en busca de patrones matemáticos. A través de buenas preguntas se propone a los escolares fijarse en las fachadas de casas, edificios y comercios. Una vez identificados los patrones, de manera conjunta se reproducen utilizando cartulinas de colores.
	A2. Se muestra una imagen de un enjardinado y se invita a los alumnos a describir cómo están colocados los arbustos. Mediante buenas preguntas se les consulta si creen que los arbustos siguen una secuenciación y se les propone recrear la seriación con plastilina.
Recursos gráficos	A través de una tarea escrita previamente diseñada con diferentes tipos de toldos, se invita a los escolares a ampliar la seriación.
5-6 años	
Situaciones reales	A1. Se presenta a los alumnos una cesta con calcetines y jerséis con diseños variados; juego de ajedrez, piano de juguete; juego de barajas, fotos de baldosas; trozos de telas con dibujos de piel de algunos animales, fotos de toldos...Y se les invita a “cazar” e identificar los patrones presentes en los objetos de la cesta.
	A2. Paseo por el patio de la escuela con la finalidad de capturar fotográficamente los patrones existentes en este espacio educativo. Seguidamente, se propone a los alumnos el reto de representar en un papel alguna de las seriaciones encontradas.
Recursos gráficos	A través de fichas previamente diseñadas se invita a los alumnos a observar, identificar, analizar y leer las seriaciones propuestas para reconocer los elementos que componen la unidad mínima del patrón y poder completar la seriación.

Las sesiones se dividieron en tres fases: a) introducción de la propuesta, b) interacción y desarrollo, y c) representación y reflexión. Es importante destacar que en la fase final el alumnado representa de memoria el patrón que ha identificado en la actividad sin tener delante el modelo. El rol del docente es de guía e incitador de aprendizaje a través de preguntas intencionadas (NCTM, 2014) que inviten a generar conocimiento compartido con el grupo de iguales. Deben evitarse preguntas que no impliquen razonamiento, ni argumentación por parte de los escolares y que se contesten con un “sí” o un “no”.

2.2 Recogida de datos

La recogida de datos contempla tres herramientas: i) esquemas metodológicos etnográficos de observación participante donde se hace uso del diario de campo como instrumento para registrar expresiones espontáneas de los niños y las niñas durante la realización de las tareas; II) documentación

pedagógica a través del registro audiovisual, fijo y móvil, de todas las sesiones; y III) producciones escritas, en formato dibujo, de todas las representaciones de los escolares como muestra de la formalización de los conocimientos adquiridos.

Kawulich (2006) considera la observación participante como una destreza que capacita a los investigadores para reflexionar y aprender sobre las propuestas que se desarrollan con participantes en un contexto natural, utilizando la observación y la participación activa como herramientas facilitadoras de una interacción directa y sin interferencias. Por su parte, la documentación pedagógica adopta un carácter reflexivo que da voz al pensamiento del niño, reconociendo al observador como un agente activo que co-construye significado de manera reflexiva, activa y recíproca con la finalidad de crear un espacio plural y transformador (Mitchelmore, 2018). No podemos obviar que las expresiones verbales y no verbales son claves para interpretar los conocimientos y habilidades de los escolares más pequeños (Björklund *et al.*, 2020).



2.3 Análisis de los datos obtenidos

Las producciones infantiles, recogidas en formato de dibujo, se han categorizado siguiendo el diagrama que se muestra a continuación con la intención de eliminar el sesgo que genera una presencia jerarquizada de propuestas de acuerdo con el modelo que plantea el EIAM (Alsina, 2019, 2020). Se considera la categoría “correcto” cuando la representación no presenta errores e “incorrecto” cuando la producción presenta error en su estructura.

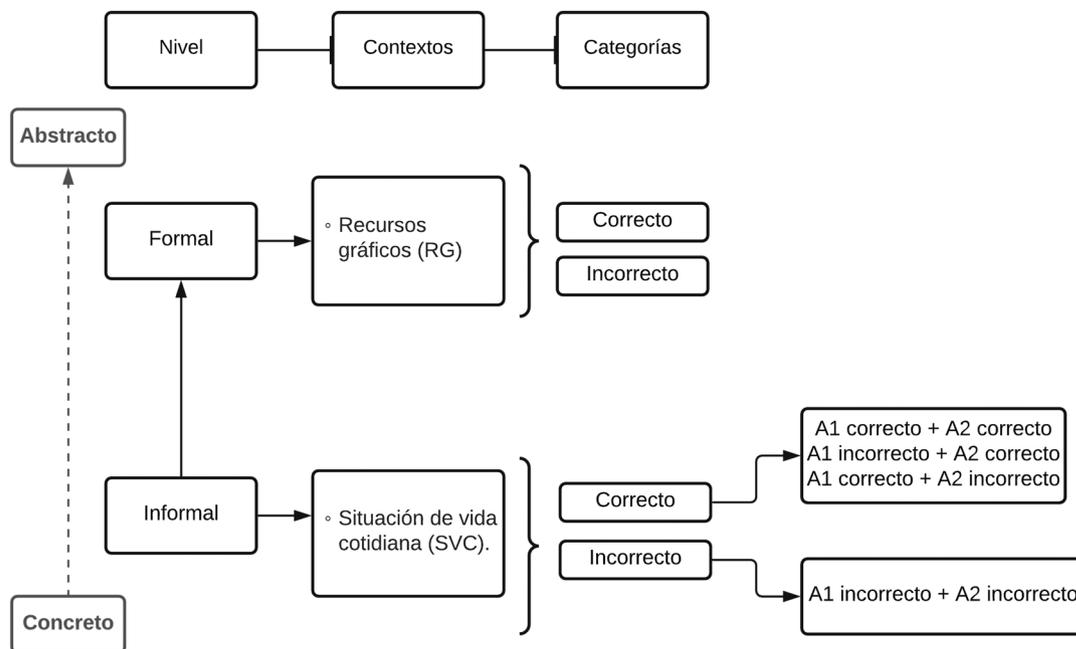
A partir de la información mostrada en la figura 1, se realiza un análisis cuantitativo donde

se describen las variables categóricas según el número y porcentaje de casos en cada categoría.

Con la intención de complementar los datos anteriores, se transcriben y discuten las evidencias audiovisuales a través de un análisis interpretativo del discurso. Este análisis de los fragmentos más relevantes permite revisar las relaciones entre los textos y la realidad haciendo visible el discurso utilizado por el niño, su punto de origen, cómo fluye, y qué lo acompaña (Leeuwen, 2008). Esta información se triangula y contrasta con los datos cuantitativos, con las notas de campo registradas y con las producciones escritas de los niños y las niñas, para así mostrar también el rol que adopta el docente.

Figura 1

Diagrama de flujo con el proceso de categorización de las representaciones obtenidas



3 Resultados

Considerando el propósito de nuestro estudio, se analizan los resultados obtenidos longitudinalmente en contextos de situaciones reales y recursos gráficos, con la intención de compro-

bar cómo influye el contexto de enseñanza en la comprensión y representación de tareas con patrones de repetición.

Como se aprecia en la tabla 2, el 85 % de casos válidos realizó correctamente la representación del patrón identificado en las actividades que se desarrollan en el contexto de situaciones reales,



frente a un 15 % que no logró desempeñar la tarea con éxito. Sin embargo, se observa un aumento significativo de errores en el contexto de recursos

gráficos, situándose en un 54,2 %. El grado de éxito en este contexto es solo del 45,8 %.

Tabla 2

Resultados obtenidos para 4-5 años

Situaciones reales	Frecuencia	Porcentaje	Pct. válidos
Correcto	17	70,8	85,0
Incorrecto	3	12,5	15,0
Total válidos	20	83,3	100
No válidos	4	16,7	
Total	24	100	
Recursos gráficos	Frecuencia	Porcentaje	Pct. válidos
Correcto	11	45,8	45,8
Incorrecto	13	54,2	54,2
Total válidos	24	100	100
No válidos	0	0,0	
Total	24	100	

A continuación, se muestran los resultados correspondientes a 5-6 años.

De acuerdo con la información que se aprecia en la tabla 3, el 100 % de casos válidos representaron sin errores los patrones identificados en

el contexto de situaciones reales, mientras que en el contexto de recursos gráficos solo lo hizo el 69,6 %. Observamos que, en comparación con la intervención del año anterior, las representaciones incorrectas disminuyeron un 23,8 %.

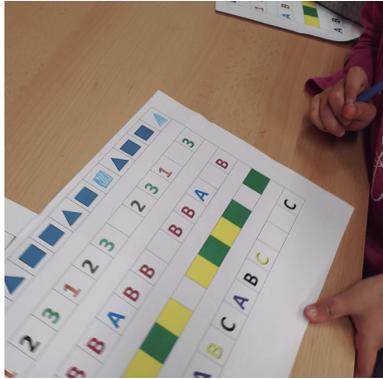
Tabla 3

Resultados obtenidos para 5-6 años

Situaciones reales	Frecuencia	Porcentaje	Pct. válidos
Correcto	23	95,8	100,0
Incorrecto	0	0,0	0,0
Total válidos	23	95,8	100,0
No válidos	1	4,2	
Total	24	100	
Situaciones reales	Frecuencia	Porcentaje	Pct. válidos
Correcto	16	66,7	69,6
Incorrecto	7	29,2	30,4
Total válidos	23	95,8	100,0
No válidos	1	4,2	
Total	24	100	



Tabla 4
Evidencias de la implementación en cada contexto según edad

Contexto	4-5 años	5-6 años
Situaciones reales		
	Reproducen la seriación utilizando cartulinas de colores (A1)	Descubren seriaciones con elementos del patio (A2)
Recursos gráficos		
	Amplían la seriación	Completan los elementos faltantes de las seriaciones

En la tabla 4 mostramos algunos ejemplos de la implementación. Por razones de espacio se selecciona uno para cada contexto y edad.

Seguidamente, se exponen algunos ejemplos de representaciones y transcripciones de diálogos obtenidos durante la implementación pedagógica para ilustrar el rol del docente como generador y promotor de aprendizaje.

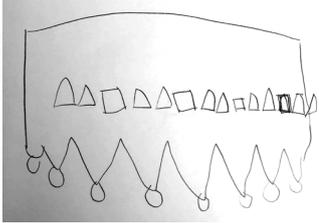
A partir de los ejemplos que se muestran en la tabla., podemos observar cómo la justificación del alumnado, a pesar de la realización correcta, es más elaborada y consolidada en el contexto de

situaciones reales que en el de recursos gráficos. De la misma manera, se aprecia cómo el docente a través de buenas preguntas, es decir, de intervenciones abiertas y con un lenguaje matemático preciso, invita e incita al alumnado a comunicar, justificar y razonar sus respuestas. Este escenario permite una discusión constructiva, desde una perspectiva paralela vivida por otro participante, que favorece un enriquecimiento y conceptualización para aquellos escolares que no han tenido éxito en la tarea (Vygotsky, 2004).



Tabla 5

Ejemplos de representaciones correctas obtenidas en cada contexto según edad

Contexto	4-5 años	5-6 años
Situaciones reales	 <p>Docente: ¿Qué representa tu dibujo? Alumno: El toldo que vimos. Docente: ¿Por qué utilizas dos colores? Alumno: Porque era amarillo-marrón, amarillo-marrón. Docente: ¿Y el toldo que tenía rayas blancas y azul, es también igual a este? Alumno: Sí, porque también tiene dos colores diferentes.</p>	 <p>Alumno: Yo pinté 1Z y raya azul, 1Z y raya azul. Docente: ¿Qué objeto del cesto de los tesoros has representado? Alumno: El jersey de rayas rosa-lila-blanco. Docente: ¿Nos puedes explicar por qué has utilizado un., una Z y una raya azul? Alumno: Porque el rosa, el lila y el blanco son colores diferentes. Docente: ¿Entonces has asignado el número 1 al color rosa y la Z al color lila? Alumno: Sí, y la raya azul al color blanco.</p>
Recursos gráficos	 <p>Alumno: Mira yo pinté triángulos y cuadrados Docente: ¿Nos explicas que representa tu dibujo? Alumno: Son dos triángulos y un cuadrado, dos triángulos y un cuadrado y así hasta el infinito. Docente: ¿Por qué has pintado dos triángulos y un cuadrado? Alumno: Porque mi corona de aniversario era así.</p>	 <p>Docente: ¿Nos explicas tu representación? Alumno: En la ficha había un patrón con letras y también con números. Docente: ¿Entonces has hecho el mismo de la ficha? Alumno: No porque tenía la C y yo he puesto el uno. Docente: El patrón de la ficha era ABCABCABC, el tuyo es AB1AB1AB1, ¿son iguales o diferentes? Alumno: Son diferentes. Docente: Pero si nos fijamos los dos tienen tres elementos diferentes (ABC) y (AB1). Entonces los podríamos considerar iguales porque tienen la misma estructura de repetición.</p>

4 Discusión y conclusiones

Este estudio ha investigado cómo influye el contexto de enseñanza en la realización de tareas con patrones de repetición. Para ello, se analizaron las

producciones escritas del alumnado para determinar si eran capaces de representar correctamente patrones de repetición en el contexto más concreto (situaciones reales) y en el más abstracto (recursos gráficos) de un itinerario de enseñanza



de patrones previamente diseñado y validado. A partir de este análisis, se identificó una diferencia positiva del 32,9 % de las situaciones reales frente a los recursos gráficos en el alumnado de 4-5 años; en el alumnado de 5-6 años, aunque la diferencia entre ambos contextos disminuyó ligeramente, seguía siendo superior al 30 %.

Si se analizan los resultados de manera longitudinal, un 15 % de participantes de 4-5 años han representado de manera incorrecta los patrones en tareas planteadas a partir de situaciones reales, mientras que el porcentaje de incorrectos desciende al 0 % a los 5-6 años. En el contexto de recursos gráficos, las representaciones incorrectas disminuyen en un 23,8 %, siendo de 54,2 % para 4-5 años y de 30,4 % para 5-6 años. Sin embargo, a pesar de este descenso de errores, de manera general los y las participantes muestran dificultad para representar el patrón sin una previa interacción o manipulación de elementos concretos que conforman la unidad de repetición. En otras palabras, los datos obtenidos han evidenciado que la comprensión es más precisa en contextos en los que se prioriza la enseñanza a partir de situaciones informales de exploración de un entorno cotidiano y cercano a los niños y las niñas, donde es más fácil establecer relaciones con sus conocimientos previos. En este sentido, Castro y Castro (2016) señalan que aprenden a través de experiencias concretas con materiales y mediante interacciones lúdicas intencionadas y previamente planificadas. En esta misma línea, Zhong y Xia (2020) subrayan que la niñez necesita oportunidades de exploración, manipulación y experimentación, para de esta manera fomentar el aprendizaje desde una perspectiva lúdica y concreta.

Focalizándonos en las representaciones de los patrones, estamos de acuerdo con Alsina (2016) cuando señala que la representación de ideas y procedimientos matemáticos es un proceso indispensable para el aprendizaje, y por ello, si no hay representación no hay comprensión, y sin comprensión no puede haber aprendizaje de las matemáticas. Por ende, se puede asumir que,

desde una edad temprana, los escolares deben representar para aprender matemáticas y así poder organizar, comprender y comunicar la naturaleza matemática de las acciones previamente realizadas en el plano educativo y social mediante la utilización de signos, gráficos y/o lenguaje natural. Esta es la razón principal por la que hemos tomado la representación en matemáticas como un proceso interconectado que permite: a) plasmar de manera concreta los conocimientos y procedimientos que poseen los niños y las niñas acerca de los patrones de repetición; b) evaluar el progreso en la comprensión de dichos patrones, y c) reequilibrar el proceso de enseñanza de patrones a través del diseño de tareas contextualizadas que fomentan y extienden el aprendizaje.

Desde esta perspectiva, Laski y Siegler (2014) ponen de manifiesto que los materiales de aprendizaje concretos solo son efectivos en la medida en que las actividades diseñadas están alineadas con el proceso de representación mental deseado. Es por este motivo que las propuestas educativas se deben articular con la finalidad de aumentar la codificación de las características estructurales que conforman el patrón, para facilitar la representación. Carruthers y Worthington (2005) llegan a la conclusión que, cuando los docentes alientan a los escolares de 3 a 8 años a representar en papel sus ideas matemáticas, favorecen la comprensión del simbolismo abstracto.

Nuestro estudio ha aportado datos relevantes que muestran cómo el grado de éxito de la comprensión a través de la representación está condicionado por el nivel de abstracción del contexto donde se plantea la propuesta. En esta línea, se considera que es necesario planificar y estructurar tareas que contemplen diferentes contextos de enseñanza, para así ofrecer una intervención educativa respetuosa con las necesidades del alumnado, en la que es imprescindible fomentar el uso de contextos concretos e informales que permitan ir avanzando hacia la generalización y formalización del conocimiento, evitando un tratamiento de los patrones exclusivamente de papel y lápiz. Este enfoque requiere, por una



parte, conocimientos disciplinares sobre lo que se desea enseñar (NCTM, 2014; Pincheira y Alsina, 2021); y por otra, habilidades didácticas y metodológicas para tratar un concepto o procedimiento determinado a partir de diferentes contextos de enseñanza (Alsina, 2022). En esta línea, Villalpando *et al.* (2020) señalan que el profesorado debe traducir el currículo oficial a un lenguaje real que permita otorgar significado a la práctica docente, para así acercar los contenidos académicos a los escolares de manera reflexiva, competente y vivencial.

Llegados a este punto de discusión, compartimos la idea de que las situaciones educativas son sensibles al contexto, al ponerse en evidencia que el éxito de la representación ha estado estrechamente ligado con la comprensión del patrón y dicha comprensión ha sido más exitosa en el nivel más concreto del EIEM, en el que se prioriza la enseñanza de contenido matemático a partir de situaciones reales o cercanas a los niños y las niñas. Se ha evidenciado, además, como a través de buenas preguntas se promueve, genera y consolida conocimiento compartido. Por esta razón, alentamos a los docentes a apostar por el acompañamiento de la enseñanza de patrones de repetición desde una visión dialógica y multimodal que contemple diversos escenarios educativos que transiten de manera progresiva de contextos concretos a abstractos. Por ende, nuestra finalidad es que estas experiencias reales acompañen, mediante la reflexión, la acción docente futura (Radford y Sabena, 2015) y que nuestras conclusiones sean motivo de inspiración, sin pretender ser directamente generalizables a otras realidades, puesto que el número reducido de nuestra muestra lo dificulta. En esta línea, también asumimos como limitación de nuestro estudio el uso diferido, a través de imágenes, de situaciones reales en la primera etapa del itinerario didáctico, puesto que puede haber influido en las respuestas del alumnado, y es posible saber con certeza si los errores habrían disminuido con una implementación en un contexto real directo. Como futuras líneas de investigación, nos proponemos seguir evidencian-

do cómo influyen los otros contextos del EIEM en la enseñanza de patrones de repetición, analizando a su vez la relación que se establece entre el conocimiento matemático del alumnado y la habilidad para justificar y argumentar sus respuestas.

Agradecimientos

Este trabajo fue respaldado por el Ministerio de Educación, Cultura y Deportes de España bajo la Subvención para Formación de Profesorado Universitario (FPU16-01856). Agradecemos la predisposición de la escuela Pericot de Girona y a Mireia Moran, maestra de los niños y las niñas participantes.

Referencias bibliográficas

- Acosta, Y. y Alsina, Á. (2020). Learning patterns at three years old: Contributions of a learning trajectory and teaching itinerary. *Australasian Journal of Early Childhood*, 45(1), 14-29. <https://doi.org/10.1177/1836939119885310>
- Acosta, Y. y Alsina, Á. (2021). Aprendiendo patrones en Educación Infantil: ¿Cómo influye el contexto de enseñanza? En P. D. Diago, D. F. Yáñez, M. T. González-Astudillo y D. Carrillo. (eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 101-108). SEIEM.
- Alsina, Á. (2016). Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. *Épsilon, Revista de Educación Matemática*, 33(1), 7-29. <https://bit.ly/3MEPMk8>
- Alsina, Á. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas de 6 a 12 años*. Graó.
- Alsina, Á. (2020). El enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué?, y ¿cómo aplicarlo en el aula? *Tangram*, 3(2), 127-159. <https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>
- Alsina, Á. (2022). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (3-6 años)*. Graó.
- Bock, A. M., Cartwright, K. B., McKnight, P. E., Patterson, A. B., Shriver, A. G., Leaf, B. M., Mohtasham, M. K., Vennergrund, K. C. y Psnak, R. (2018). Patterning, Reading, and Executive Functions. *Frontiers in Psychology*, 9, 1802.



- Björklund, C. y Pramling, N. (2014). Pattern discernment and pseudo-conceptual development in early childhood mathematics education. *International Journal of Early Years Education*, 22(1), 9-104. <https://doi.org/10.1080/09669760.2013.809657>
- Björklund, C., van den Heuvel-Panhuizen, M., y Kullberg, A. (2020). Research on early childhood mathematics teaching and learning. *ZDM Mathematics Education*, 52, 607-619. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01177-3>
- Bowman, B., Donovan, M. y Burns, M. (2001). *Eager to learn: Educating our preschoolers*. National Academy Press.
- Carruthers, E. y Worthington, M. (2005) Making Sense of mathematical graphics: the development of understanding abstract symbolism. *European Early Childhood Educational Research Journal*, 13(1), 57-79. <https://doi.org/10.1080/13502930585209561>
- Castro, E. y Castro E. (2016). Matemáticas en educación infantil. En E. Castro y E. Castro (eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil* (pp. 19-41). Ediciones Pirámide.
- Clements, H. D. y Sarama, J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad*. Learning Tools LLC.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.
- Kawulich, B.B. (2005). La observación participante como método de recolección de datos. *Forum Qualitative Social Research*, 6(2), art. 43. <https://bit.ly/3Q8VM7G>
- Korthagen, F. A. (2001). *Linking practice and theory. The pedagogy of realistic teacher education*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Laski, E. V. y Siegler, R. S. (2014). Learning from number board games: You learn what you encode. *Developmental Psychology*, 50(3), 853-864. <https://doi.org/10.1037/a0034321>
- Leeuwen, V. T. (2008). *Discourse and practice: New tools for critical discourse analysis*. Oxford University Press.
- Lüken, M. M. y Kampmann, R. (2018). The influence of fostering children's patterning abilities on their arithmetic skills in grade 1. En Elia, I., Mulligan, J., Anderson, A., Baccaglini-Frank, A., Benz, C. (eds.) *Contemporary research and perspectives on early childhood mathematics education*. ICME-13 Monographs. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73432-3_4
- Maldonado, J. E. (2018). *Metodología de la investigación social: Paradigmas: Cuantitativo, sociocrítico, cualitativo, complementario*. Ediciones de la U.
- Mitchelmore, S. (2018). Providing Insight Through Pedagogical Documentation: Seeing Research as an Everyday Practice. En M. Fler, y B. van Oers (eds.), *International Handbook of Early Childhood Education Volume I* (pp.190-195). Springer.
- Mulligan, J. T. y Mitchelmore, M. C. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33-49. <https://bit.ly/3O2PeW9>
- Mulligan, J.T., Oslington, G. y English, L. D. (2020) Supporting early mathematical development through a 'pattern and structure' intervention program. *ZDM-International Journal of Mathematics Education*, 52, 663-676. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01147-9>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D., Sarama, J., Wolfe, C. y Spitler, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 550-560. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003>
- Papic, M. M. (2015). An Early Mathematical Patterning Assessment: identifying young Australian Indigenous children's patterning skills. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 519-534. <https://doi.org/10.1007/s13394-015-0149-8>
- Papic, M. M., Mulligan, J. T. y Mitchelmore, M. C. (2011). Assessing the development of pre-schoolers' mathematical patter-



- ning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42, 237-268.
<https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.42.3.0237>
- Pino-Fan, L., Guzmán, I., Font, V. y Duval, R. (2017). Analysis of the underlying cognitive activity in the resolution of a task on derivability of the absolute-value function: Two theoretical perspectives. *PNA*, 11(2), 97-124.
<https://doi.org/10.30827/pna.v11i2.6076>
- Radford, L. y Sabena, C. (2015). The question of method in a Vygotskyan semiotic approach. En A. Bikner-Ahsbabs, C. Knipping, y N. Presmeg (eds.), *Approaches to qualitative research in mathematics education: Examples of methodology and methods* (pp. 157-182). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_7
- Reed, K. (2001). Listen to their pictures. An investigation of children's mathematical drawings. En A. Cuoco, F.R. Curcio (eds.), *The roles of representation in School Mathematics* (pp. 215-227). National Council of teachers of Mathematics.
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., Hofer, K. G. y Farran, D. C. (2017). Early math trajectories: Low-income children's mathematics knowledge from age 4 to 11. *Child Development*, 88, 1727-1742.
<https://doi.org/10.1111/cdev.12662>
- Rittle-Johnson,, Zippert, E. L. y Boice, K. L. (2018). the roles of patterning and spatial skills in early mathematics development. *Early Childhood Research Quarterly*, 46, 166-178.
<https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.03.006>
- Sibgatullin, I. R., Korzhuev, A. V., Khairullina, E. R., Sadykova, A. R., Baturina, R. V. y Chauxova, V. (2022). A systematic review on algebraic thinking in education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(1), em2065.
<https://doi.org/10.29333/ejmste/11486>
- Tirosh, D., Tsamir, P., Barkai, R. y Levenson, E. (2018). Engaging young children with mathematical activities involving different representations: Triangles, patterns, and counting objects. *CEPS Journal*, 8(2), 9-30.
<https://bit.ly/3H6YNBm>
- Vanluydt, E., Wijns, N., Torbeyns, J. y Dooren, W.V. (2021). Early childhood mathematical development: the association between patterning and proportional reasoning. *Educational Studies in Mathematics* 107, 93-110.
<https://doi.org/10.1007/s10649-020-10017-w>
- Villalpando, C., Estrada-Gutiérrez, M. y Álvarez-Quiroz, G. (2020). El significado de la práctica docente, en voz de sus protagonistas. *Alteridad*, 15(2), 229-240.
<https://doi.org/10.17163/alt.v15n2.2020.07>
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (2004). Imaginación y creatividad en la infancia. *Journal of Russian and East European Psychology*, 42, 7-97.
<https://doi.org/10.1080/10610405.2004.11059210>
- Wijns, N., Torbeyns, J., Bakker, M., De Smedt B. y Verschaffel, L. (2019). Four-year olds' understanding of repeating and growing patterns and its association with early numerical ability. *Early Childhood Research Quarterly*, 49, 152-163.
<https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2019.06.004>
- Wijns, N., Verschaffel, L., De Smedt, B. y Torbeyns, J. (2021). Associations between repeating patterning, growing patterning, and numerical ability: A longitudinal panel study in four- to six-year olds. *Child Development*, 92, 1354-1368. <https://doi.org/10.1111/cdev.13490>
- Zhong, B. y Xia, L. (2020). A systematic review on exploring the potential of educational robotics in Mathematics Education. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18 (1), pp. 79-101. <https://bit.ly/3MwCUfi>

