



TRATAMIENTO DE ALGORITMOS NO TRADICIONALES EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE PRIMARIA

Alicia Bruno Castañeda
Aurelia Noda Herrera

Universidad de La Laguna

Resumen

En este trabajo presentamos una revisión de trabajos que abordan la enseñanza de los algoritmos no tradicionales en la escuela. A partir de ella, planteamos una secuencia de actividades para abordar esta cuestión en la formación de profesores de Primaria.

Abstract

In this paper we present a revision of works that tackle with the teaching of the non traditional algorithms in the school. Beginning with this revision we propose a sequence of activities to broach the problems that arise when training teachers for Primary Schools.

Introducción

En este trabajo planteamos la necesidad de tratar en la formación de profesores de Primaria los algoritmos no tradicionales para las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). Esta necesidad viene determinada por las tendencias actuales en la enseñanza de los números y sus operaciones.

Los currículos de diferentes países abogan por dedicar menos tiempo a los cálculos de lápiz y papel en favor del cálculo mental, de la estimación y del uso de la calculadora (Verschaffel y De Corte, 1996; NCTM, 2003). Asimismo,

entre las nuevas tendencias en la enseñanza de la aritmética elemental destaca la corriente a favor de trabajar con los algoritmos no tradicionales (Baek, 1998; Campbell y otros, 1998; Kamii y Dominick, 1998; Kamii, 1985; 1989; 1994; McClain y otros, 1998; NCTM, 2003).

La práctica común en la enseñanza de las operaciones es presentar un único algoritmo para cada operación. Sin embargo, existe más de un algoritmo eficiente y preciso. En los trabajos citados anteriormente se defiende la idea de que, si se les da la oportunidad, los alumnos pueden inventar de forma natural, métodos de cálculo que tienen sentido para ellos (NCTM, 2003).

El objetivo de este trabajo es plantear que en la formación de profesores es necesario hacer participes a los futuros docentes de este debate existente entre los propios profesores de Educación Primaria y entre los investigadores en educación matemática. Para ello, hacemos una recensión de diferentes experiencias de aula con alumnos de Primaria en las que se ha seguido una metodología de enseñanza de los algoritmos diferentes a la tradicional. Estos trabajos han sido publicados por el NCTM en Estados Unidos en el “libro del año” (*Yearbook*) de 1998, titulado *Teaching and learning of algorithms in school Mathematics*. Tomando como base dichos trabajos, presentamos un esquema de cómo abordar en la formación de profesores, y dentro de las asignaturas dedicadas a la Didáctica de las Matemáticas, el tratamiento de este debate.

Experiencias sobre el tratamiento de algoritmos no tradicionales

Resumimos en ese apartado tres experiencias de profesores que, con diferentes metodologías, han planteado a sus alumnos una enseñanza de algoritmos no tradicionales.

Experiencia 1

El trabajo titulado “Los efectos perjudiciales de los algoritmos en los niveles 1-4” (Título original: *The harmful effects of algorithms in grades 1-4*) de Kamii y Dominick (1998) tiene como objetivo presentar evidencias de que los algoritmos tradicionales no son sólo poco útiles en el aprendizaje de la Aritmética, sino que obstaculizan el razonamiento numérico.

Para defender estas ideas, desde nuestro punto de vista bastante arriesgadas, muestran resultados de experiencias de diferentes profesores que las han llevado a la práctica.

A continuación, se muestran ejemplos de cómo han resuelto algunas operaciones, alumnos que participaron en estas experiencias sin utilizar el algoritmo tradicional:

$\begin{array}{r} 18 \\ +17 \\ \hline \end{array}$	$10 + 10 = 20$ $8 + 7 = 15$ $20 + 10 = 30$ $30 + 5 = 35$	$10 + 10 = 20$ $8 + 2 = \text{another ten}$ $20 + 10 = 30$ $30 + 5 = 35$	$10 + 10 = 20$ $7 + 7 = 14$ $14 + 1 = 15$ $20 + 10 = 30$ $30 + 5 = 35$
$\begin{array}{r} 44 \\ -15 \\ \hline \end{array}$	$40 - 10 = 30$ $4 - 5 = 1 \text{ less than } 0$ $30 - 1 = 29$	$40 - 10 = 30$ $30 - 5 = 25$ $25 + 4 = 29$	$40 - 10 = 30$ $30 + 4 = 34$ $34 - 5 = 29$
$\begin{array}{r} 135 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$	$4 \times 100 = 400$ $4 \times 30 = 120$ $4 \times 5 = 20$ $400 + 120 + 20 = 540$	$4 \times 100 = 400$ $4 \times 35 = 70 + 70 = 140$ $400 + 140 = 540$	

Como se puede observar, cuando los niños inventan sus algoritmos tienden a empezar por las decenas o centenas.

Otra experiencia que se cita en este trabajo es la realizada por una profesora de 4º grado, con alumnos que habían aprendido hasta ese momento los algoritmos tradicionales, a los que les planteó la posibilidad de que inventaran otras formas de resolver las operaciones. Inicialmente les pidió que resolvieran

la suma $366 + 199$ sin papel y lápiz. Después de una hora entera de clase, casi todos los niños continuaron usando el algoritmo tradicional. Sólo un niño, que estuvo el curso anterior en una clase que permitía utilizar algoritmos no tradicionales, resolvió el ejercicio de la siguiente forma: “Cambio $366+199$ por $365+200$ y mi respuesta es 565”. Después de esa hora de interacción sólo 3 niños lo imitaron. Esto nos lleva a concluir que es complicado cambiar la metodología de enseñanza de los algoritmos una vez que se ha orientado a los alumnos hacia alguna de ellas.

Las conclusiones de estas experiencias fueron que los algoritmos tradicionales no permiten que los niños expresen sus propios pensamientos y producen un “*des-aprendizaje*” del valor posicional, lo cual les predispone a no desarrollar sentido numérico.

Experiencia 2

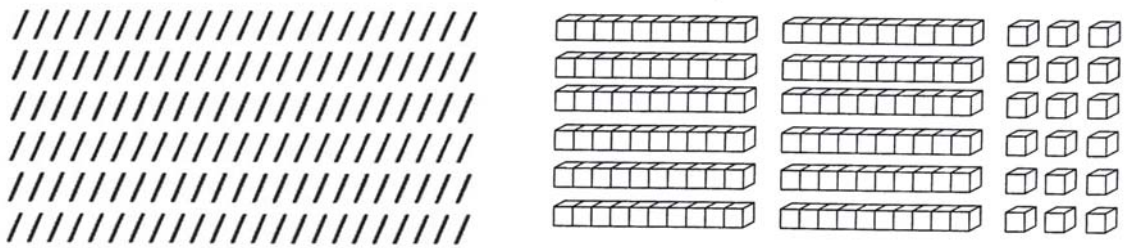
En la segunda experiencia que resumimos (“Algoritmos inventados por los niños para problemas de multiplicación de varios dígitos”. Título original: *Children’s invented algorithms for multidigit multiplication problems*, Baek, 1998) se hace una clasificación de procedimientos inventados por estudiantes de 3º y 4º grado para problemas de multiplicación. A continuación, se muestra la clasificación junto a un ejemplo de algoritmos inventados por los estudiantes.

Modelización directa

Representar cada uno de los grupos usando fichas, marcas, bloques, dibujos y cuentan el total de objetos

$$23 \times 6 = 138$$



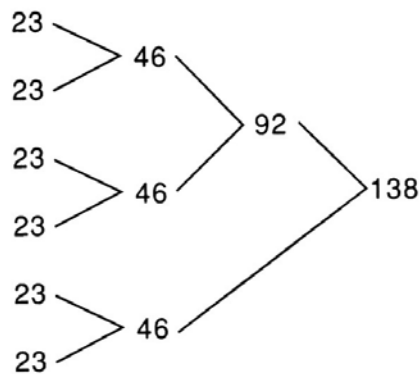


Completar el número

Sumar los multiplicandos (suma repetida o dobles)

$$23 \times 6 = 138$$

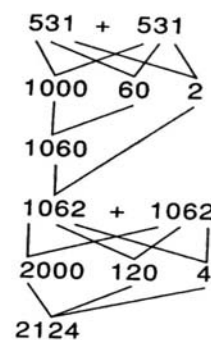
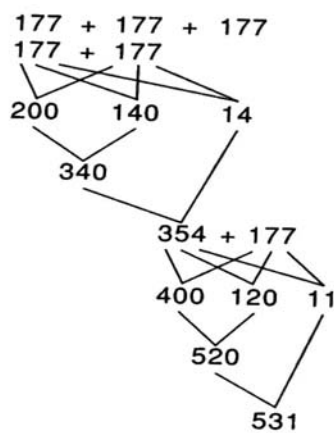
$$\begin{array}{r} 23 \\ + 23 \\ \hline 46 \\ + 23 \\ \hline 69 \\ + 23 \\ \hline 92 \\ + 23 \\ \hline 115 \\ + 23 \\ \hline 138 \end{array}$$



Partir el número

Partir el multiplicando o multiplicador en números menores que se puedan multiplicar más fácilmente.

$$15 \times 177 = (5 \times 3) \times 177 = 5 \times (3 \times 177)$$



Para llegar al resultado final el alumno debe sumar 2124 + 531.

Compensación

Ajustar el multiplicando o multiplicador (o ambos) basándose en características especiales de las combinaciones de números.

$$250 \times 5 = 1250$$

“Para multiplicar por 5 puedo hallar la mitad de 250 y multiplicarlo por 10. La mitad de 250 es 125, y 125 por 10 es 1250”.

En esta experiencia se concluyó que los niños pueden inventar algoritmos para la multiplicación si se les da la oportunidad de hacerlo y de esta manera desarrollan un conocimiento más profundo de la multiplicación. Se observó que algunos niños inventaron algoritmos más sofisticados que otros, dependiendo de su comprensión del sistema de numeración decimal y de su sentido numérico. Por último, destacan que los profesores pueden ayudar a los alumnos a desarrollar algoritmos más sofisticados una vez que han comprendido los algoritmos inventados por los estudiantes.

Experiencia 3

En la experiencia realizada por Campbell y otros (1998) “¿Qué criterios seguir para evaluar los algoritmos inventados por los estudiantes?” (Título original: *What criteria for student-invented algorithms?*) se plantea que los profesores y los propios estudiantes deben tener unos criterios para poder evaluar los algoritmos que inventan. Para ello plantean que los propios estudiantes en clase decidan la validez de los algoritmos inventados por sus compañeros utilizando los siguientes criterios:

Algoritmos eficientes

El algoritmo debe tener una codificación poco complicada y debe ser útil para efectuar la operación.



Algoritmos válidos matemáticamente

El algoritmo no puede contener ningún error desde el punto de vista matemático.

Algoritmos generalizables

El algoritmo debe poder aplicarse a una gama completa de problemas del mismo tipo del que se está resolviendo.

El ejemplo siguiente, inventado por un estudiante en esta experiencia, es un ejemplo de algoritmo eficiente, válido matemáticamente, pero no generalizable (ya que al generalizarlo pierde su eficiencia).

$\begin{array}{r} 156 \\ \div 4 \\ \hline 1\frac{1}{2} \\ 12\frac{1}{2} \\ +25 \\ \hline 39 \end{array}$ <p>6 dividido entre 4 es 1 y una mitad. 50 dividido entre 4 es 12 y una mitad. 100 dividido entre 4 es 25. Ahora sumamos. La respuesta es 39.</p>	$\begin{array}{r} 126 \\ \div 17 \\ \hline 6\frac{6}{17} \\ 1\frac{3}{17} \\ 5\frac{15}{17} \\ \hline 6\frac{24}{17} = 7\frac{7}{17} \end{array}$ <p>6 entre 17 es 6/17. 20 dividido entre 17 es 1 y 3/17. 100 dividido por 17 es 5 y 15/17. Sumo lo anterior Tenemos 6 y 24/17, es decir, 7 y 7/17</p>
--	---

A veces los criterios de eficiencia, validez y generalidad pueden ser aplicados fácilmente. En otras ocasiones, aplicar estos criterios requiere considerables reflexiones. Por ejemplo, determinar la validez matemática implica comprender por qué funciona; a veces la poca familiaridad hace que el algoritmo parezca poco eficiente o puede suceder que se decida que un algoritmo no es válido o eficiente o generalizable porque se trabajó para uno o dos problemas. La defensa

que hacen Campell y otros de este tipo de trabajo en el aula se apoya en la idea de que la clase de pensamiento que se produce al inventar y al evaluar los procedimientos es muy rico y está próximo al tipo de trabajo de los matemáticos.

Algoritmos no tradicionales y formación de maestros

Pensamos que los alumnos que en estos momentos están formándose para ser profesores de Primaria deben ser partícipes de este debate y deben conocer este tipo de experiencias. En este apartado planteamos una secuencia de actividades que pueden realizarse en las asignaturas relacionadas con la Didáctica de las Matemáticas en la formación de profesores de Primaria. Somos concientes de que estas actividades deben quedar enmarcadas en el contexto global de la asignatura, y que tal y como se presentan quedan aisladas. En concreto, deben quedar enmarcadas en la didáctica de los números y complementadas con otras actividades sobre el algoritmo tradicional. Pensamos que cada formador de profesores debe adaptarlas a su docencia y su manera de entender esta disciplina.

Se presentan 5 actividades secuenciadas que implican el manejo de parte de la bibliografía citada en este artículo, aunque podría ampliarse con otras lecturas.

Actividad 1

Resolver un problema utilizando algún procedimiento que no sea el algoritmo tradicional. Por ejemplo, pueden resolverse problemas del tipo:

- *Cuatro niños tenían tres bolsas de pastillas. Abrieron las tres bolsas y repartieron las pastillas equitativamente. Había 52 pastillas en cada bolsa. ¿Cuántas pastillas le tocó a cada niño?*

- Si hay 17 bolsas de pastillas con 70 pastillas en cada bolsa.
¿Cuántas pastillas hay en total?

Objetivo

Hacer surgir diferentes procedimientos. Tomar conciencia de la existencia de diferentes procedimientos.

Actividad 2

Discutir los procedimientos. Hacer una clasificación de los procedimientos no tradicionales.

Objetivo

Conocer algoritmos diferentes a los tradicionales y analizar su complejidad.

Actividad 3

Leer diferentes trabajos sobre la enseñanza de los algoritmos no tradicionales. Pueden utilizarse los siguientes:

Baek, 1998; Campbell y otros 1998; Kamii y Dominick, 1998; Kamii, 1985; 1989; 1994; McClain y otros, 1998; NCTM, 2003.

Objetivos

Conocer metodologías de enseñanza para desarrollar la enseñanza de algoritmos no tradicionales.

Conocer el tipo de algoritmos que pueden surgir.

Tener criterios para optar por una metodología de enseñanza

Actividad 4

Presentar algoritmos inventados por los niños (y por ellos mismos) y

discutirlos en función de la efectividad, validez matemática y generalidad.

Discutir los procedimientos.

Objetivos

Descubrir las propiedades matemáticas de los algoritmos de los estudiantes

Aprender a valorar los algoritmos de los estudiantes.

Actividad 5

Realizar un debate sobre la enseñanza de los algoritmos no tradicionales.

Algunas cuestiones que pueden plantearse son:

Señala ventajas e inconvenientes de la enseñanza de algoritmos no tradicionales

Una enseñanza tradicional de los algoritmos ¿Puede tener esas ventajas e inconvenientes?

Objetivos

Conocer metodologías de enseñanza para desarrollar la enseñanza de algoritmos no tradicionales.

Tener criterios para optar por una metodología de enseñanza de los algoritmos.

Nuestra experiencia al llevar a cabo esta secuencia ha sido la dificultad de los futuros profesores para realizar la actividad 1. Hemos encontrado que para muchos estudiantes es complejo encontrar algoritmos diferentes a los tradicionales; más aún, creen que es imposible la existencia de otros algoritmos y se sorprenden ante las respuestas de otros compañeros. En este sentido, coincidimos con la experiencia presentada en Kamii y Dominick (1998) donde se describía la dificultad de los niños de Primaria para intentar resolver las



operaciones con algoritmos diferentes a los tradicionales una vez que conocían éstos. En ese caso, esta actividad puede complementarse tomando ejemplos de algoritmos descritos en la literatura sobre el tema.

Reflexiones finales

La enseñanza de los algoritmos puede hacerse siguiendo los algoritmos tradicionales o no. En cualquier caso, nuestro enfoque en la formación de futuros profesores es mantener un planteamiento abierto, en el sentido de que los alumnos conozcan diferentes metodologías de enseñanza, junto a sus ventajas e inconvenientes, que reconozcan también que aunque hay investigaciones que defienden estos nuevos planteamientos, al mismo tiempo se necesitan nuevas investigaciones de aula que analicen su efectividad. En último lugar, sí queremos transmitirles que cualquier opción, enseñanza de algoritmos tradicionales o no, debe tener como objetivo primordial que los alumnos de Primaria aprendan las operaciones con *comprensión*.

Referencias bibliográficas

- Baek, J.M. (1998). Children's invented algorithms for multidigit multiplication problems. En Morrow, L.J. (ed.), *Teaching and learning of algorithms in school mathematics*, pp. 151-160. *Yearbook*, NCTM. Reston.
- Campbell, P.; Rowan, T.; Suárez, A. (1998). What criteria for student-invented algorithms? En Morrow, L.J. (ed.), *Teaching and learning of algorithms in school mathematics*, pp. 49-55. *Yearbook*, NCTM. Reston.
- Kamii, C. (1985). *El niño reinventa la aritmética*. Aprendizaje Visor. Madrid.
- Kamii, C. (1989). *Reinventando la aritmética II*. Aprendizaje Visor. Madrid.
- Kamii, C. (1994). *Reinventando la aritmética III*. Aprendizaje Visor. Madrid.
- Kamii, C. y Dominick, A. (1998). The harmful effects of algorithms in grades 1-4. En Morrow, L.J. (ed.), *Teaching and learning of algorithms in school mathematics*, pp. 130-140. *Yearbook*, NCTM. Reston.
- McClain, K.; Cobb, P.; Bowers, J. (1998). A contextual investigation of three-digit addition and subtraction. En Morrow, L.J. (ed.), *Teaching and*

learning of algorithms in school mathematics, pp. 141-149. *Yearbook*, NCTM. Reston.

NCTM (2003). *Principios y estándares para la Educación Matemática*. Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas. Sevilla (Título Original: Principles and Standards for School Mathematics. NCTM, Reston, 2000).

Verschaffel, L.; De Corte, E. (1996). Number and arithmetic. En Bishop, A. et al. (eds). *International Handbook of Mathematics Education*, pp. 99-137. Kluwer Academic Publishers. Netherlands.

