



ESTUDIO PRELIMINAR SOBRE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS EN LA ENSEÑANZA OBLIGATORIA

José Carlos Carrión Pérez

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Resumen

A continuación se expone una breve reseña sobre una visita realizada al Departamento de Matemáticas de la Universidad de Auckland, en Nueva Zelanda, con motivo del inicio de un trabajo de investigación en Educación Estadística, en particular, sobre la utilización de gráficas estadísticas por estudiantes en la educación obligatoria.

Abstract

We expose a short review about a visit to the Department of Mathematics of the University of Auckland, New Zealand. We have begun an investigation on Statistics Education; in particular, about how students use some types of graphs during Compulsory Education.

I. Introducción. Breve descripción de la Universidad de Auckland

La Universidad de Auckland es el centro universitario más relevante en Nueva Zelanda en cuanto a investigación se refiere. Se fundó en 1883, es actualmente la Universidad más grande del país y está a la cabeza en cuanto a calidad de la investigación. La docencia y la enseñanza tienen lugar en 8 facultades; éstas son las de Artes, Economía y Empresariales, Arte Creativo e Industrias, Educación, Ingeniería, Derecho, Ciencias Médicas y de la Salud y de Ciencias. Hay además más de 30 centros de Investigación que van desde pequeñas unidades hasta grandes Institutos Investigación en los que se desarrollan investigaciones en los campos más emergentes del conocimiento.

Una información más amplia sobre la Universidad de Auckland puede encontrarse en la dirección www.auckland.ac.nz

La Facultad de Educación de la Universidad de Auckland

La Facultad de Educación es la más reciente de la Universidad de Auckland. Ofrece programas para la preparación de docentes para Educación Infantil, Primaria y Secundaria, y algunas especialidades, tales como Educación Especial, Trabajador Social, Educación Física y Educación Maorí y de islas del Pacífico. El rango de cualificaciones que ofrece esta Facultad va desde la obtención de certificados, diplomaturas, y licenciaturas hasta programas de doctorado.

Entre las titulaciones que ofrece la Facultad de Educación, cabe mencionar la **Diplomatura de Maestro de Educación Infantil**, con 360 créditos, 120 por año, con tres asignaturas del área de Matemáticas con 10 créditos cada una, que son: *Introducción al aprendizaje de las Matemáticas en los niños*, *Aprendizaje de las Matemáticas en los niños en Nueva Zelanda* y *Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Nueva Zelanda*; la **Licenciatura en Educación**, con

mínimo de 360 créditos generales más 360 créditos opcionales en especialización, prácticum, desarrollo profesional y optativas; con tres especializaciones: Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Maorí, con las asignaturas del área de Matemáticas siguientes: *Introducción al aprendizaje de las Matemáticas en los niños*, *Aprendizaje de las Matemáticas en los niños en Nueva Zelanda*, *Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Nueva Zelanda*, *Educación Matemática: preparándose para el Aula*, *Aspectos sociales y culturales en Educación Matemática* y *Desarrollo del inicio a la investigación en Educación Matemática*, cada una con 10 créditos; y la **Licenciatura en Educación Física**, con 480 créditos, en las que no hay carga en asignaturas de Matemáticas, por ser una titulación exclusiva para la docencia en el área de la educación física y para la salud.

Con posterioridad se pueden obtener maestrías para licenciados en Educación Infantil, Primaria o Secundaria, con alrededor de 160 créditos, con presencia de asignaturas de Matemáticas con un peso de entre 20 y 30 créditos por especialidad.

Los departamentos de Matemáticas y de Estadística de la Universidad de Auckland

Los departamentos de Matemáticas y de Estadística se encuentran localizados en la Facultad de Ciencias; forman organismos independientes, y están estrechamente ligados a otros departamentos tales como Ciencias de la Computación, Ciencias de la Ingeniería o al Instituto de Matemáticas y sus aplicaciones.

El departamento de Matemáticas es, en número de componentes, el mayor de todas las universidades neozelandesas, y cubre un amplio rango de campos de las Matemáticas, entre ellos el de la Educación Matemática. La continua

actividad investigadora del departamento, particularmente en el campo de la Educación Matemática, se ve plasmada en la frecuente impartición de seminarios.

Cabe destacar, en particular, la actividad investigadora de la doctora Maxine Pfannkuch en Evaluación en Educación Matemática y en Pensamiento Estadístico y, la del profesor Bill Barton, en Lenguaje y Matemáticas, Etnomatemáticas, Formación del profesorado de Matemáticas y en el uso de calculadoras en Educación Matemática.

Al departamento de Matemáticas pertenece la unidad de Educación Matemática, cuya actividad investigadora y docente se organiza, desarrolla y divulga mediante la asistencia y participación de todos los miembros de la Unidad y sus profesores invitados, en reuniones o seminarios que se celebran quincenalmente, a los cuales tuve el honor de asistir y participar activamente.

El departamento de Matemáticas organiza además, a lo largo de cada curso, unas jornadas conocidas como GRID (Jornadas sobre Investigaciones Predoctorales), en las que profesores, investigadores y estudiantes de tercer ciclo presentan resultados de sus últimos trabajos de investigación.

II. Estudio preliminar sobre gráficas estadísticas en la enseñanza obligatoria.

A lo largo del curso académico 2002/2003 comenzó a gestarse una idea, entre tres profesores de los departamentos de Matemáticas de las dos Universidades canarias, de desarrollar una investigación en Educación Estadística sobre el uso de gráficas estadísticas en la Enseñanza Obligatoria; posteriormente se incluyó el factor “sistema educativo” aprovechando una visita al departamento de Matemáticas de la Universidad de Auckland, en Nueva Zelanda, durante el curso 2003/2004.

Por invitación del profesor Bill Barton, director de la Unidad de Educación Matemática, se produjo la visita a este Departamento y se comenzó entonces a trabajar en este proyecto en Educación Estadística, en particular, centrado en el estudio de las capacidades y limitaciones de los alumnos de Educación Primaria en la lectura, comprensión e interpretación de las gráficas estadísticas. La elección de este tema de estudio se basó fundamentalmente en la contemplación de los aspectos siguientes:

- El área de Estadística está siempre al final de los contenidos curriculares, cursos y libros de texto en la Educación Primaria en España, no así en otros sistemas educativos, por ejemplo el de Nueva Zelanda.
- La Estadística se estudia muchas veces de una manera muy superficial, y con frecuencia en algunos centros no se imparte esta área curricular en dicho nivel educativo.
- Los dos puntos anteriores se hacen aún más problemáticos cuando los centros docentes se encuentran localizados en áreas donde las condiciones sociales y económicas son más limitadas; generalmente en este tipo de centros los objetivos curriculares están más centrados en cubrir otras necesidades más básicas del estudiante.

En función de estas premisas se propone la realización de una experiencia cuyo objetivo es detectar tipos de dificultades, obstáculos y errores que tanto estudiantes como maestros tienen cuando trabajan en Estadística; en particular, cuando leen información dada en tablas o gráficos, o cuando construyen gráficas a partir de unos datos.

Después de realizar un estudio detallado de los tipos de gráficos de uso común en el currículum escolar se procedió a diseñar un cuestionario que nos permitiera concebir una idea inicial sobre capacidades y dificultades en los

estudiantes en el uso de algunas gráficas estadísticas, así como encontrar posibles discrepancias entre diferentes sistemas educativos.

Basándonos en los estándares propuestos por el NCTM para los grados 6 y 7, es decir, para estudiantes de entre 11 y 12 años, se decide realizar el estudio para este nivel, por ser donde los estudiantes deben adquirir competencias en la selección, creación y uso de gráficas para la representación de datos, tales como de gráficos de dispersión, histogramas o de cajas, o en la de entender la correspondencia entre diferentes tipos de representaciones gráficas. En el anexo 1 se recogen los estándares propuestos por el NCTM (2000) para el contenido de Análisis de datos.

Debido a que el estudio propuesto se iba a realizar tanto en centros docentes españoles como neozelandeses, se decidió realizar una comparación entre los sistemas educativos de ambos países. En ambos sistemas el nivel elegido corresponde a los últimos cursos de la Educación Primaria, y corresponde al intervalo de 11 a 12 años, grado 6 de los estándares del NCTM. Una tabla comparativa entre tres sistemas educativos (España, USA y Nueva Zelanda), en la que aparece con un trazo más grueso el nivel educativo seleccionado para el estudio se recoge también en el anexo 1, al final del artículo. Existe una correspondencia entre los sistemas español y neocelandés, de modo que el estudio realizado afecta a los últimos años de la Educación Primaria en ambos sistemas. Tanto para 6º curso como *Year 7* los contenidos curriculares para el bloque del análisis de datos se adaptan a los estándares propuestos por el NCTM, con lo que el cuestionario desarrollado puede utilizarse para grupos de estudiantes de la misma edad.

Para diseñar el cuestionario que nos permitiera obtener datos para dicho estudio se decidió utilizar cuatro tipos de representaciones gráficas diferentes,

dos de ellas de uso muy frecuente y bien conocidas: histogramas y gráfico de dispersión, y las otras dos, menos conocidas dada su incorporación más reciente, son los gráficos de cajas y de tallo-hojas.

Teniendo en cuenta que nos interesa obtener información sobre relaciones de datos en la forma tabla-gráfica, texto-gráfica y texto-tabla, se puede construir una tabla de doble entrada como la que se expone a continuación:

| Tipo de gráfico - Tipo de actividad | Histograma | de Cajas | de Dispersión | de Tallo-Hoja |
|-------------------------------------|------------|----------|---------------|---------------|
| I Info - Gráfico | ✓ | ✓ | ✗ | ✓ |
| II Tabla - Gráfico | ✓ | ✓ | ✗ | ✓ |
| III Gráfico - Info | ✓ | ✗ | ✓ | ✓ |
| IV Gráfico - Tabla | ✓ | ✗ | ✓ | ✓ |
| V Info - Tabla | ✓ | | | |
| VI Tabla - Info | ✓ | | | |

El hecho de que el cuestionario que se iba a diseñar estuviera dirigido a estudiantes de entre 11 y 12 años, llevó a plantearnos que éste tendría que cumplir algunos requisitos, como eran los de claridad y brevedad en los enunciados, la adaptación de las situaciones problemáticas al entorno cotidiano del alumno y alumna y, que el cuestionario no se hiciera demasiado extenso y que a la vez nos ofreciera la mayor cantidad de información posible.

Con todo ello, se decidió suprimir un tipo de gráfica para cada uno de los tipos de relaciones entre información textual, tabla y gráfica, es decir, tipos I, II, III y IV. Se mantuvieron todas las formas para el histograma como tipo de gráfica más habitual, y para los gráficos de tallo-hojas, como representación gráfica menos conocida. Para los dos tipos de gráficos restantes se optó por mantener un solo sentido en las transferencias de información en forma textual o tabla a gráfica, es decir, para las gráficas de cajas se eliminó la opción de

transferencia desde gráfico, mientras que para las gráficas de dispersión se mantuvo, y viceversa.

Cada uno de los 6 tipos de actividades, I a la VI, contienen un enunciado inicial y los datos del problema, en forma de texto para las actividades I y V, como tabla en las actividades II y VI y en forma de representación gráfica en las actividades III y IV. Los tipos I al IV contienen cada uno tres apartados a), b) y c); cada uno de los cuales corresponde a un tipo de gráfica distinta; cada apartado tiene tres posibles respuestas (1), (2) o (3), de la que se elige la correcta. Los tipos V y VI tienen un solo apartado, puesto que no contiene relaciones a las gráficas. Al final de cada tipo se ha colocado un apartado en el que el estudiante anotará la razón por la que elige la respuesta.

De este análisis resultó finalmente un cuestionario compuesto por 14 actividades que corresponden a las opciones marcadas con \surd en la tabla anterior. Este modelo de cuestionario se elaboró en dos idiomas, español e inglés; el test se pasó a un total de 55 estudiantes, correspondientes a tres grupos escolares, uno de ellos localizado en un colegio de la ciudad de Auckland y los otros dos localizados en la ciudad de Las Palmas de Gran Canaria. Los anexos 2 y 3 recogen una muestra de algunos de los ítemes utilizados en el cuestionario.

Referencias bibliográficas

- Curcio F. R (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*. 8, 5,382-393.
- Espinel, M. C. (1999-2000). Gráficas estadísticas: perspectiva desde la Educación Matemática. *El Guiniguada*. 8/9, 445-464.
- González, M. I. (2001). *El análisis matemático en el sistema educativo español y en el norteamericano para la etapa de Secundaria. Un estudio comparativo*. Tesina. Universidad de La Laguna.
- NCTM (2000). *Principles and Standard for School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics. Reston, VA.

Socas, M. y otros. (1996). *Lectura e interpretación de gráficas cartesianas*. Cuadernos de aula. Gobierno de Canarias.

ANEXO 1: Estándares curriculares del NCTM para el análisis de datos y comparación entre los sistemas educativos español y neozelandés.

| Edad | | NCTM Grades | Data Analysis Standards | |
|---------|--|-------------|--|--|
| 11 - 12 | | 6 - 7 | <ul style="list-style-type: none"> Formular cuestiones que puedan ser resueltas con la recopilación y organización de datos para mostrar información relevante que den respuesta a las mismas. Seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para el análisis de datos. Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en los datos. | <ul style="list-style-type: none"> Seleccionar, crear y usar representaciones estadísticas apropiadas para los datos, incluyendo histogramas, gráficos de cajas y diagramas de dispersión. Discutir y comprender la correspondencia entre conjuntos de datos y sus representaciones gráficas, especialmente histogramas, gráficos de tallo-hojas, gráficos de cajas y diagramas de dispersión. Hacer conjeturas sobre posibles relaciones entre dos características de una muestra a partir de diagramas de dispersión de datos y de líneas de tendencia. |

| Age | Sistema Educativo Español | | NCTM Grades | New Zealand Education System |
|---------|---------------------------|----------------|-------------|------------------------------|
| 0 - 1 | 1º | Ed. Infantil | Pre-K | Early Childhood Education |
| 1 - 2 | 2º | | | |
| 2 - 3 | 3º | | | |
| 3 - 4 | 4º | | | |
| 4 - 5 | 5º | | | |
| 5 - 6 | 6º | | | |
| 6 - 7 | 1º | Ed. Primaria | 1 | Primary School |
| 7 - 8 | 2º | | | |
| 8 - 9 | 3º | | | |
| 9 - 10 | 4º | 2º Ciclo | 2 | Primary School |
| 10 - 11 | 5º | | | |
| 11 - 12 | 6º | 3º Ciclo | 3 | Primary School |
| 12 - 13 | 1º | 1º ciclo | 4 | Primary/Intermediate School |
| 13 - 14 | 2º | | | |
| 14 - 15 | 3º | 2º Ciclo | 5 | Primary/Intermediate School |
| 15 - 16 | 4º | | | |
| 16 - 17 | 1º | Ed. Secundaria | 6 | Primary/Intermediate School |
| 17 - 18 | 2º | | | |
| | | | | |
| | | Bachillerato | 7 | Primary/Intermediate School |
| | | Bachillerato | 8 | Secondary School |
| | | | | |
| | | | | |
| | | Bachillerato | 9 | Secondary School |
| | | | | |
| | | Bachillerato | 10 | Secondary School |
| | | | | |
| | | | | |
| | | Bachillerato | 11 | Secondary School |
| | | | | |
| | | | | |
| | | Bachillerato | 12 | Secondary School |
| | | | | |
| | | | | |



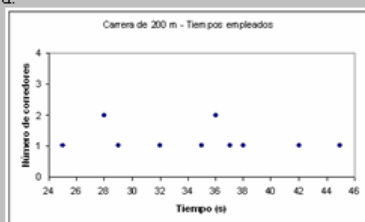
ANEXO 2: Cuestionario utilizado en el estudio. La ficha siguiente corresponde a la actividad desarrollada en el cuestionario para la actividad tipo III, de paso de información desde gráfica a texto; en esta actividad se seleccionó un gráfico de dispersión, un gráfico de tallo-hojas y un histograma.

Tres grupos de estudiantes han participado en carreras de 200 m. Los siguientes gráficos muestran los tiempos alcanzados por cada estudiante en cada grupo.

Seleccionar la información correcta para los gráficos siguientes:

III

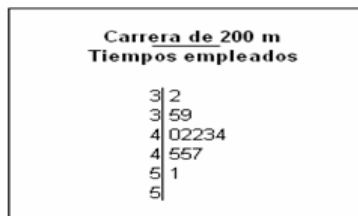
a.



- (1): La mayoría de los estudiantes usaron más de 30 segundos. El estudiante más rápido utilizó 25 segundos.
- (2): Muchos corredores han usado menos de 25 segundos; solo unos pocos estudiantes han necesitado más de 30 segundos.
- (3): Todos los estudiantes excepto uno (1) han usado más de 30 segundos en la carrera.

RESPUESTA CORRECTA (Escribe 1, 2, 3):

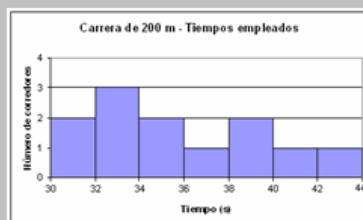
b.



- (1): La mayoría de los estudiantes usó alrededor de 30 segundos; solo tres (3) de ellos tardaron más de 30 segundos.
- (2): Todos los estudiantes han usado más de 40 segundos en la carrera. El más rápido ha hecho la carrera en 42 segundos y el más lento en 55 segundos.
- (3): Muchos estudiantes han usado alrededor de 40 segundos. El corredor más rápido ha empleado 32 segundos en la carrera.

RESPUESTA CORRECTA (Escribe 1, 2, 3):

c.



- (1): Hay siete (7) estudiantes con tiempos menores de 36 segundos y solo dos (2) que han hecho más de 40 segundos. El corredor más rápido estuvo cerca de 30 segundos.
- (2): Más de la mitad (1/2) de los estudiantes ha empleado más de 38 segundos en la carrera; solo dos (2) corredores han estado por debajo de 30 segundos.
- (3): Todos los estudiantes han estado por debajo de 32 segundos en la carrera, excepto uno (1) que empleó 33 segundos.

RESPUESTA CORRECTA (Escribe 1, 2, 3):

USAR ESTE ESPACIO PARA ANOTAR POR QUÉ HAS ELEGIDO ESAS OPCIONES EN ESTA ACTIVIDAD

a)

b)

c)

ANEXO 3: Cuestionario utilizado en el estudio. La actividad de tipo IV, de paso de información desde gráficas a tablas, contiene también un gráfico de tallo-hojas, un histograma y un diagrama de dispersión.

Un profesor ha propuesto a 3 grupos de estudiantes la lectura de un libro, y ha construido los gráficos que se muestran debajo para mostrar el número de días que se ha necesitado para leerlo.

Selecciona la tabla correcta para cada uno de los 3 gráficos a, b y c.

IV

a.

Días empleados en la lectura

| | | |
|---|--|---------|
| 1 | | |
| 2 | | 0 |
| 3 | | 00000 |
| 4 | | 0000000 |
| 5 | | 00 |
| 6 | | |

(1):

| Alumnos | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | P |
| Libro grupo 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 3 | 4 | 5 | 4 | 4 | 3 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 4 | 3 |

(2):

| Alumnos | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | P |
| Libro grupo 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 2 | 1 | 4 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 2 | 3 |

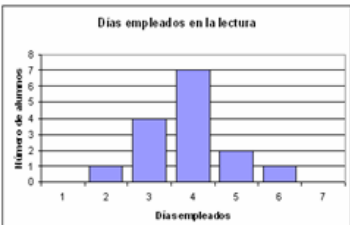
(3):

| Alumnos | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | P |
| Libro grupo 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 6 | 2 | 5 | 4 | 5 | 5 | 6 | 2 | 6 | 7 | 6 | 5 | 3 | 3 |

RESPUESTA CORRECTA (Escribe 1, 2, 3):

b.

Días empleados en la lectura



(1):

| Alumnos | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | P |
| Libro grupo 2 | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 4 | 4 | 5 | 3 | 4 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 |

(2):

| Alumnos | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | P |
| Libro grupo 2 | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 5 | 5 | 3 | 2 | 4 | 4 | 4 | 6 | 4 | 3 | 4 | 3 | 3 | 4 |

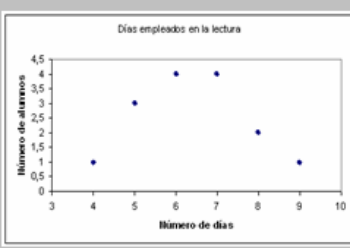
(3):

| Alumnos | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | P |
| Libro grupo 2 | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | 7 | 4 | 8 | 0 | 3 | 3 | 7 | 6 | 6 | 8 | 7 | 9 | 6 | 6 |

RESPUESTA CORRECTA (Escribe 1, 2, 3):

c.

Días empleados en la lectura



(1):

| Alumnos | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | P |
| Libro grupo 3 | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 6 | 5 | 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 3 | 9 | 6 | 7 | 4 |

(2):

| Alumnos | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | P |
| Libro grupo 3 | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 2 | 1 | 4 | 6 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 6 | 4 | 5 | 4 |

(3):

| Alumnos | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | P |
| Libro grupo 3 | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 5 | 6 | 8 | 6 | 9 | 7 | 8 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 6 | 7 |

RESPUESTA CORRECTA (Escribe 1, 2, 3):

USAR ESTE ESPACIO PARA ANOTAR POR QUÉ HAS ELEGIDO ESAS OPCIONES EN ESTA ACTIVIDAD

a)

b)

c)