



Análisis estructural para la determinación de la Rigidez lateral de un pórtico de concreto armado

Structural analysis to determine the lateral rigidity of a reinforced concrete frame

Análise estrutural para determinação da rigidez lateral de um pórtico de concreto armado

Marcos Josué Rupay Vargas ^I
mrupay@uniscjsa.edu.pe
<https://orcid.org/0000-0002-7891-1838>

Rossmery Lizbeth Hinostróza Enrique ^{II}
rossmeryhinostrózaenrique@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0008-0340-8606>

Yupanqui Navarro Freud Cayo ^{III}
yupanguinavarro@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-7724-4033>

Ángel Brayan Loayza Pérez ^{IV}
bryanloayzaloper@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0002-5717-280X>

Adriana Carla Buendía Ramos ^V
adrianatase10@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0004-8620-0472>

Correspondencia: mrupay@uniscjsa.edu.pe

Ciencias Técnica y Aplicadas
Artículo de Investigación

* **Recibido:** 23 de octubre de 2023 * **Aceptado:** 22 de noviembre de 2023 * **Publicado:** 07 de diciembre de 2023

- I. Maestrante candidato a doctor Marcos Josué Rupay Vargas, Perú.
- II. Estudiante de la Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa, Junín, Perú.
- III. Estudiante de la Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa, Junín, Perú.
- IV. Estudiante de la Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa, Junín, Perú.
- V. Estudiante de la Universidad Nacional Intercultural de la Selva Central Juan Santos Atahualpa, Junín, Perú.

Resumen

En el presente artículo se detalla la resolución de una estructura tipo pórtico de un nivel a través de la aplicación de tres metodologías distintas: el método directo de la rigidez, las fórmulas de Wilbur y el método de Muto. El objetivo principal de este estudio es obtener las deformaciones y, por lo tanto, la rigidez lateral de la estructura. La metodología empleada en esta investigación es de carácter descriptivo, con un enfoque cuantitativo. Este enfoque implica desarrollar un ejemplo de aplicación utilizando las mencionadas metodologías y posteriormente comparar resultados obtenidos. La conclusión de esta comparación se llevará a cabo al finalizar el estudio, utilizando el software Etabs V. 2018 para modelar la estructura y calcular la deformación lateral del pórtico, lo que permitirá determinar su rigidez lateral. De esta manera, se analizará qué método se asemeja mejor a los resultados obtenidos a través del programa Etabs, buscando identificar la metodología más confiable para la resolución de este tipo de problemas estructurales.

Palabras Clave: Rigidez relativa; momento de inercia; fórmulas de Wilbur; deformación; rigidez lateral; método directo de la rigidez; método de Muto.

Abstract

This article details the resolution of a single-level frame-type structure through the application of three different methodologies: the direct stiffness method, the Wilbur formulas and the Muto method. The main objective of this study is to obtain the deformations and, therefore, the lateral stiffness of the structure. The methodology used in this research is descriptive in nature, with a quantitative approach. This approach involves developing an application example using the aforementioned methodologies and subsequently comparing the results obtained. The conclusion of this comparison will be carried out at the end of the study, using the Etabs V. 2018 software to model the structure and calculate the lateral deformation of the frame, which will allow its lateral stiffness to be determined. In this way, it will be analyzed which method best resembles the results obtained through the Etabs program, seeking to identify the most reliable methodology for solving this type of structural problems.

Keywords: Relative rigidity; moment of inertia; Wilbur formulas; deformation; lateral stiffness; direct stiffness method; Muto method.

Resumo

Este artigo detalha a resolução de uma estrutura do tipo pórtico de nível único através da aplicação de três metodologias diferentes: o método da rigidez direta, as fórmulas de Wilbur e o método de Muto. O principal objetivo deste estudo é obter as deformações e, portanto, a rigidez lateral da estrutura. A metodologia utilizada nesta pesquisa é de natureza descritiva, com abordagem quantitativa. Esta abordagem envolve o desenvolvimento de um exemplo de aplicação utilizando as metodologias acima mencionadas e posteriormente a comparação dos resultados obtidos. A conclusão desta comparação será realizada no final do estudo, utilizando o software Etabs V. 2018 para modelar a estrutura e calcular a deformação lateral do pórtico, o que permitirá determinar a sua rigidez lateral. Desta forma, será analisado qual o método que melhor se assemelha aos resultados obtidos através do programa Etabs, procurando identificar a metodologia mais fiável para a resolução deste tipo de problemas estruturais.

Palavras-chave: Rigidez relativa; momento de inércia; Fórmulas de Wilbur; deformação; rigidez lateral; método de rigidez direta; Método Muto.

Introducción

Los pórticos son elementos horizontales que se encuentran unidos a elementos verticales (vigas y columnas) mediante nudos rígidos (San Bartolomé, 1998). El comportamiento y eficacia depende, por ser una estructura hiperestática, de la rigidez relativa de las vigas y columnas. La finalidad del análisis es obtener la distribución de los esfuerzos y los desplazamientos de la estructura sometida a una determinada carga.

En la actualidad, existen una variedad de métodos para los cálculos estructurales, ya que este es un campo extenso donde se analizan de diversas formas, pero lo que les hace meritorio es su aproximación en los cálculos reales., pero en el presente artículo utilizaremos el método directo de la rigidez, que desde nuestro punto de vista resulta ventajosa sobre los demás; ya que su aplicación es más accesible sin importar si las estructuras sean isostáticas o hiperestáticas, considerando solicitaciones externas (asentamiento) y con apoyos (fijos o móviles) rotados respecto a la horizontal. Asimismo, se utilizará las fórmulas de Wilbur para determinar la rigidez en el cual consiste en asignar a la estructura una rigidez determinada, llamada rigidez elemental que va depender de sus condiciones (articulación, nudo rígido).

Finalmente, utilizaremos el método de Muto que ha desarrollado un procedimiento aproximado para analizar estructuras aporticadas planas constituidas por miembros estructurales esbeltos, vigas, columnas, con nudos rígidos. Cabe resaltar, que en este método se considera que las vigas son axialmente indeformables, así como también existe un desplazamiento similar para todos los nudos de un determinado nivel. Los conceptos y procesos detallados del cálculo se explicarán a continuación.

1. Método directo de la rigidez

El método directo de la rigidez se basa en el cumplimiento de las siguientes características:

- I. **Compatibilidad:** La deformación es una función continua y tiene un valor único en cada punto. En consecuencia, los movimientos también lo son, y en particular, los movimientos en los extremos de las piezas que ocurren en un mismo nudo son idénticos para todas las piezas.
- II. **Equilibrio:** tanto la estructura globalmente con cada parte de la misma, y en particular cada nudo y cada pieza e la misma está en equilibrio estático, bajo la acción de las fuerzas exteriores de los esfuerzos internos.
- III. **Ecuaciones constitutivas (linealidad):** La estructura se comporta linealmente tanto a nivel local (relación tensión- deformación según la Ley de Hooke), como a nivel global (relaciones desplazamiento-deformación y fuerzas –tensiones, según hipótesis de los pequeños movimientos). En virtud de esta linealidad, es válido el principio de superposición. Asimismo, establece la superposición de fuerzas o desplazamientos nulos más un caso de F o D unitarios (multiplicados por las incógnitas) para alcanzar resultados reales.
 - Se emplea en estructuras isostáticas e hiperestáticas.

2. Fórmulas de Wilbur

Casal (1987), nos dice que el método Wilbur toma un modelo matemático idealizado que utiliza masas y resortes, se focaliza la masa en las losas de cada entrepiso, dado que estas concentran la mayor carga en cada nivel. Es por ello, que define la rigidez lateral, como la relación entre el cortante absorbido por un pórtico en un piso específico y el desplazamiento relativo entre dos niveles adyacentes (p. 11).

Y para definir si la estructura de un pórtico se trata de una de corte o de flexión, se emplea el parámetro ρ , definido como el índice de rotación; que es resultado de lo siguiente:

$$\rho = \frac{\sum I_v/I}{\sum I_c/h}$$

Donde:

- $\sum I_v/I$: sumatoria de rigideces relativas de vigas de un piso
- $\sum I_c/h$: sumatoria de rigideces relativas de columnas

Obteniendo el valor de ρ , se puede especificar:

- $\rho > 0.10$: La estructura es de corte.
- $\rho < 0.01$: La estructura es de flexión
- $0.01 < \rho < 0.10$: No se puede definir exactamente la estructura, por lo que podría haber errores al momento del análisis.

Como se observa, las fórmulas de Wilbur, se utilizan en estructuras de corte, en otras palabras, en pórticos regulares compuestos de elementos estructurales que tienen una inercia constante. Estas fórmulas se fundamentan en las hipótesis descritas a continuación:

- Los giros en los nudos de un nivel y de los niveles adyacentes son iguales, salvo por el nivel inicial, en el que se considera el empotramiento o articulación.
- En los dos pisos adyacentes, sus cortantes actuantes son del mismo valor al de éste.

A partir de las suposiciones previas, se deduce lo siguiente:

Primer piso:

- a) Columnas empotradas en la base

$$K_1 = \frac{48E}{h_1 \left[\frac{4h_1}{\sum k_{c1}} + \frac{h_1+h_2}{\sum k_{v1} + \frac{\sum k_{c1}}{12}} \right]}$$

- b) Columnas articuladas en la base

$$K_1 = \frac{24E}{h_1 \left[\frac{8h_1}{\sum k_{c1}} + \frac{2h_1+h_2}{\sum k_{v1}} \right]}$$

Segundo piso:

- a) Columnas empotradas en la base

$$K_2 = \frac{48E}{h_2 \left[\frac{4h_2}{\sum k_{c2}} + \frac{h_1+h_2}{\sum k_{v1} + \frac{\sum k_{c1}}{12}} + \frac{h_2+h_3}{\sum k_{v2}} \right]}$$

b) Columnas articuladas en la base

$$K_2 = \frac{48E}{h_2 \left[\frac{4h_2}{\sum k_{c2}} + \frac{2h_1+h_2}{\sum k_{v1}} + \frac{h_2+h_3}{\sum k_{v1}} \right]}$$

Pisos intermedios:

$$K_n = \frac{48E}{h_n \left[\frac{4h_n}{\sum k_{cn}} + \frac{h_m+h_n}{\sum k_{vm}} + \frac{h_n+h_o}{\sum k_{vn}} \right]}$$

Donde:

- K_n : rigidez del piso “n”
- k_{vn} : rigidez relativa (I_v/L) de las vigas del nivel sobre el piso “n”
- k_{cn} : rigidez relativa ($\frac{I_c}{L}$) de las columnas del piso “n”
- m, n, o : índices que identifican tres niveles consecutivos desde abajo hacia arriba
- E : módulo de Elasticidad

3. Método de Muto

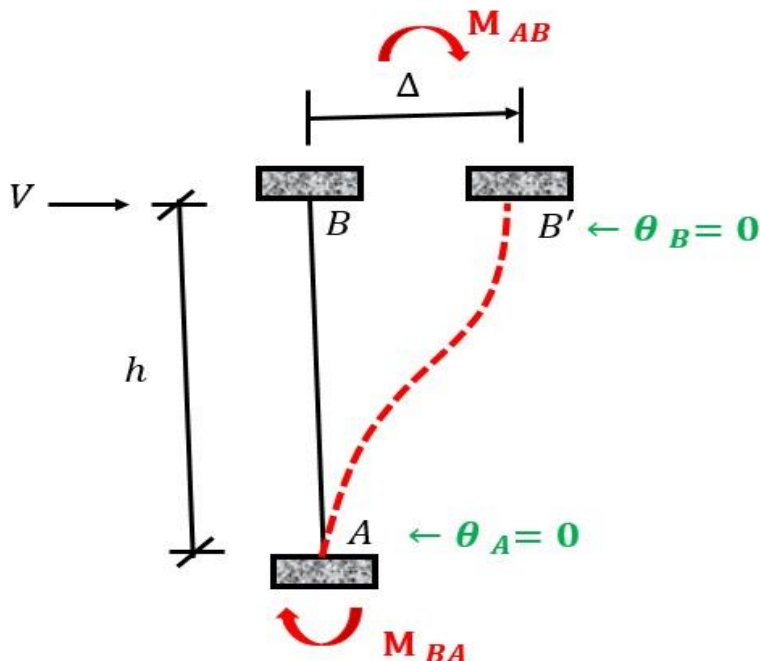
De acuerdo con el autor (San Bartolomé, 1998) El método de Muto se utiliza para resolver en forma aproximada a los pórticos de edificios compuestos por vigas y columnas ortogonales, sujetos a carga lateral producidas por el viento o los sismos. El método contempla en cierta forma la deformación por flexión de las barras, con lo cual, los resultados que se obtienen son mucho más precisos que los calculados mediante el método del Portal o del Voladizo, e incluso pueden utilizarse para el diseño de estructuras de mediana altura, donde los efectos de la deformación axial son despreciables.

3.1. Rigidez lateral

Supongamos la siguiente columna biempotrada, sujeta a un desplazamiento lateral:

Figura 1

Demostración para la rigidez lateral de una columna biempotrada.



Nota. Elaboración propia.

Dónde:

$$M_{AB} = 0 + \frac{2EI}{h} \left(2\theta_A + \theta_B - 3\frac{\Delta}{h} \right)$$

$$M_{AB} = \frac{-6EI\Delta}{h^2}$$

$$M_{BA} = 0 + \frac{2EI}{h} \left(2\theta_B + \theta_A - 3\frac{\Delta}{h} \right)$$

$$M_{BA} = \frac{-6EI\Delta}{h^2}$$

Por equilibrio:

$$\sum M_A = 0$$

$$M_{AB} + M_{BA} + V * h = 0$$

$$V = 12EI\Delta/h^3$$

Obtenemos la Rigidez máxima biempotrada de la columna (K_{be}):

$$K_{be} = 12EI/h^3$$

También tenemos las siguientes ecuaciones:

$$K_c = \frac{I_c}{H}$$

$$K_v = \frac{I_v}{L}$$

Dónde:

K_c : Rigidez de la columna

K_v : Rigidez de la viga

I_c : Inercia de la columna

I_v : Inercia de la columna

H : Longitud de la columna

L : Longitud de la Viga

Luego tenemos la rigidez relativa (\bar{K}):

$$\bar{K} = \frac{K_{v1} + K_{v2}}{K_c}$$

Multiplicado por el porcentaje de una rigidez biempotrada de una columna (a):

$$a = \frac{0.5 + \bar{K}}{2 + \bar{K}}$$

Resulta:

$$K_{Col "n"} = a \times K_{be}$$

Donde:

$K_{Col "n"}$: Rigidez total de una columna "n"

Entonces la ecuación final de la rigidez total de la estructura está dada por:

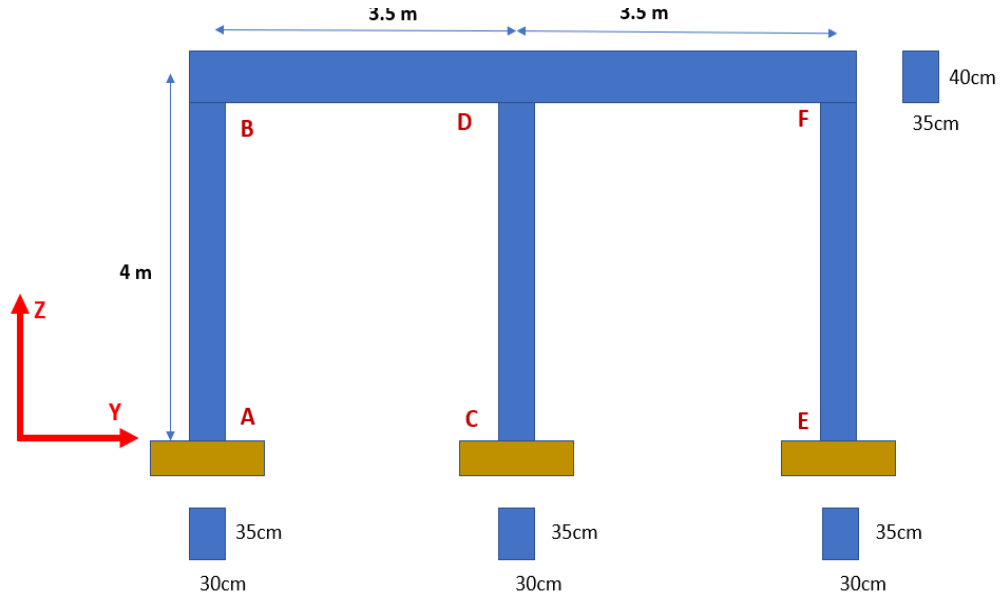
$$\sum K_{Col n} = K_{Col "1"} + K_{Col "2"} + K_{Col "n"}$$

4. Materiales y métodos

Determinar el análisis estructural (rigidez lateral) del pórtico mostrado en la figura N° 1 aplicando el método directo de la rigidez, fórmulas de Wilbur y el método de Muto. Se sabe que las vigas y columnas tienen una sección transversal de $35 \times 40 \text{ cm}$ y $35 \times 30 \text{ cm}$ respectivamente, un $f'c = 280 \frac{\text{Kgf}}{\text{cm}^2}$ y un $E = 2.50998 \times 10^6 \frac{\text{Tonf}}{\text{m}^2}$ para todos los elementos.

Figura 2

Ejercicio de aplicación



Nota. Pórtico propuesto. Elaboración propia.

5. Desarrollo del ejercicio de aplicación

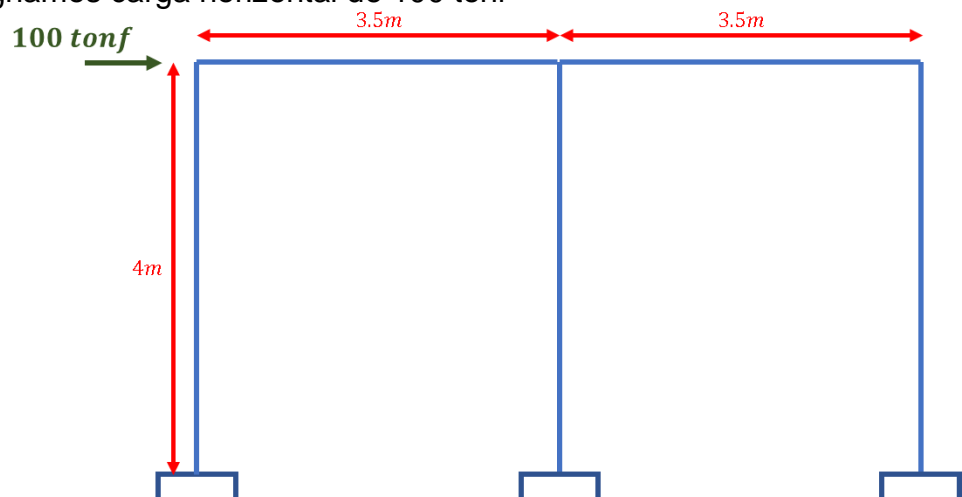
5.1. Mediante el método directo de la rigidez

a) Paso 1: Modelo Matemático:

Asignamos una carga de 100 tonf.

Figura 3

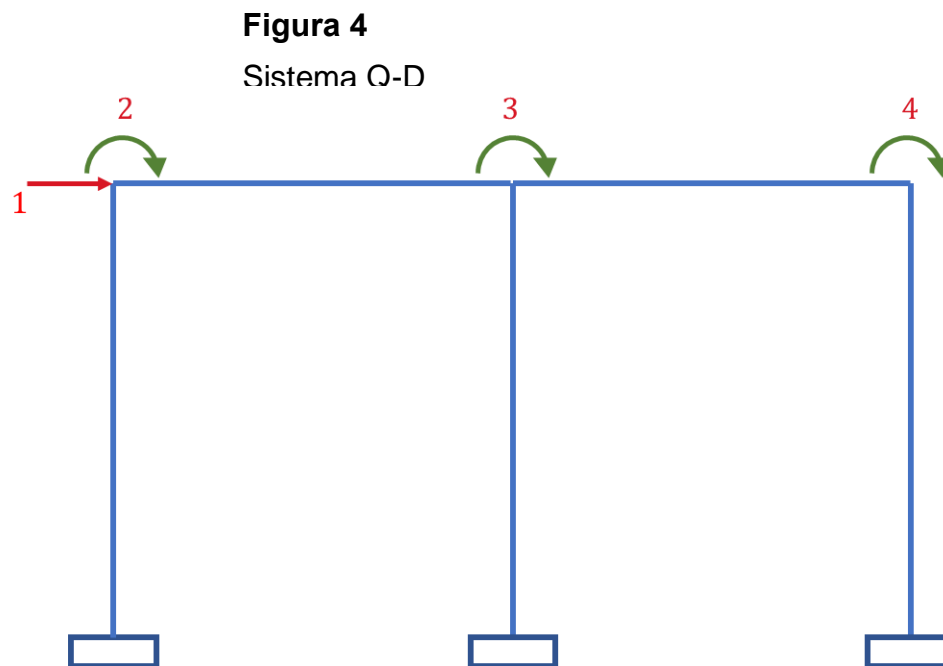
Asignamos carga horizontal de 100 tonf



b) Paso 2: Sistema Q-D

Se plantea el sistema Q-D basado en los grados de libertad que se encuentran en la estructura. “Los grados de libertad de una estructura son el número mínimo de parámetro, desplazamientos (traslaciones y rotaciones) que describen de manera única la deformada estructura” (Godiño, Lopez y Rupay, 2017, p.257).

En otras palabras, los GDL describen el comportamiento de una estructura en función de los desplazamientos y fuerzas que están relacionados con un número de grados de libertad.



Nota. Sistema Q-D propuesto para la armadura. Elaboración propia.

Calculamos la Inercia de cada elemento estructural y su Elasticidad:

$$E = 2.50998 * 10^6 \text{ tonf/m}^2$$

$$b_c = 0.35 \text{ m} \quad h_c = 0.30 \text{ m} \quad h_1 = 4 \text{ m}$$

$$b_v = 0.35 \text{ m} \quad h_v = 0.40 \text{ m} \quad L_v = 3.50 \text{ m}$$

$$I_c = \frac{b_c * h_c^3}{12} = 0.000788 \text{ m}^4 \quad I_v = \frac{b_v * h_v^3}{12} = 0.001867 \text{ m}^4$$

Por tanto, tendremos el vector de carga “Q”:

$$Q = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{Tonf}$$

c) Paso 3: Sistema complementario

En esta parte, se le asigna un valor unitario a cada grado de libertad propuesto, y se hallan los coeficientes de rigidez.

Para hallar las fuerzas en las barras que estén asociadas a las deformadas, se empleará la siguiente fórmula:

$$F = \frac{EI}{L} * \Delta$$

Donde:

- F: Fuerza en la barra
- E: Módulo de elasticidad de la barra
- I: Momento de inercia
- L: Longitud de la barra
- Δ : Deformación de la barra

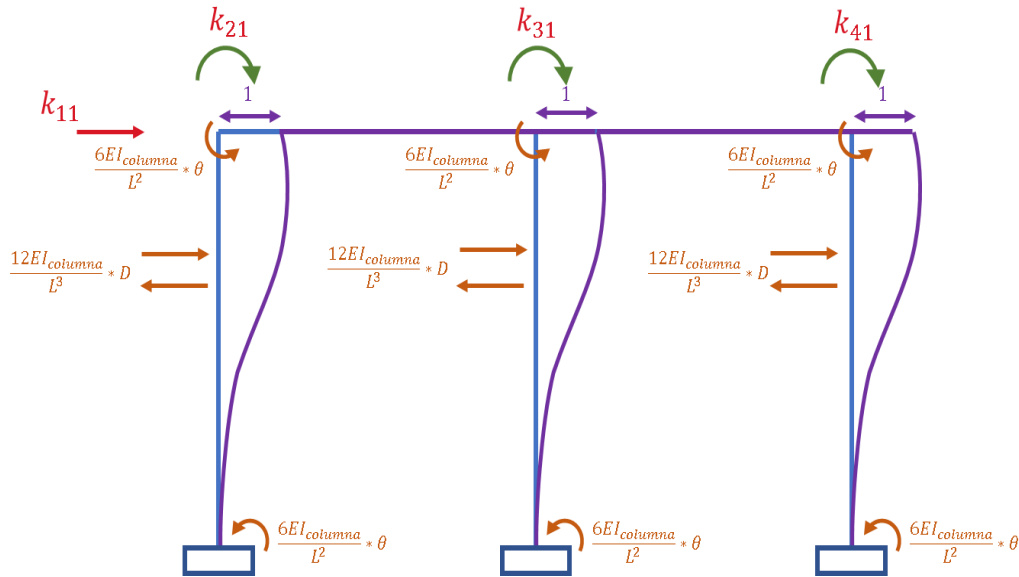
Entonces, se lleva a cabo la solución, de las siguientes redundantes para obtener una matriz “k” de 4x4:

Para :

$$D_1 = 1$$

Figura 5

Desplazamiento unitario respecto a la redundante 1



Nota. Elaboración propia.

Los coeficientes de rigidez de la primera redundante, son los siguientes:

$$k_{11} = \frac{3 * 12 * E * I_c}{h_1^3} = 1.1118 * 10^3$$

$$k_{21} = \frac{-6 * E * I_c}{h_1^2} = -741.2285$$

$$k_{31} = \frac{-6 * E * I_c}{h_1^2} = -741.2285$$

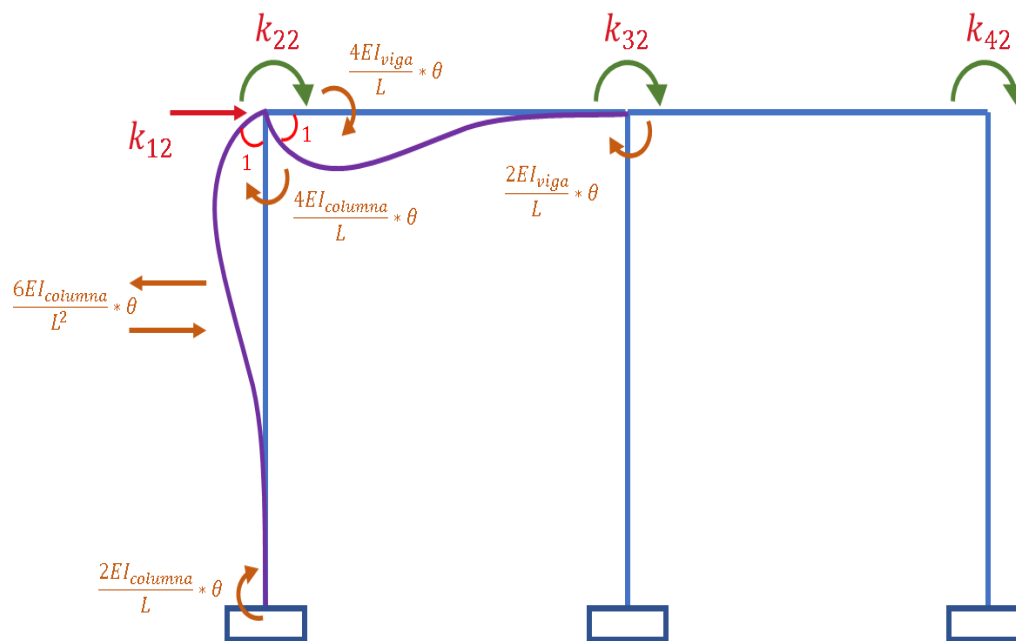
$$k_{41} = \frac{-6 * E * I_c}{h_1^2} = -741.2285$$

Para

$$D_2 = 1$$

Figura 6

Rotación unitaria respecto a la redundante 2



Nota. Elaboración propia.

Seguidamente, tenemos los coeficientes de rigidez de la segunda redundante:

$$k_{12} = \frac{-6 * E * I_c}{h_1^2} = -741.2285$$

$$k_{22} = \frac{4 * E * I_v}{L_v} + \frac{4 * E * I_c}{h_1} = 7.3312 * 10^3$$

$$k_{32} = \frac{2 * E * I_v}{L_v} = 2.6773 * 10^3$$

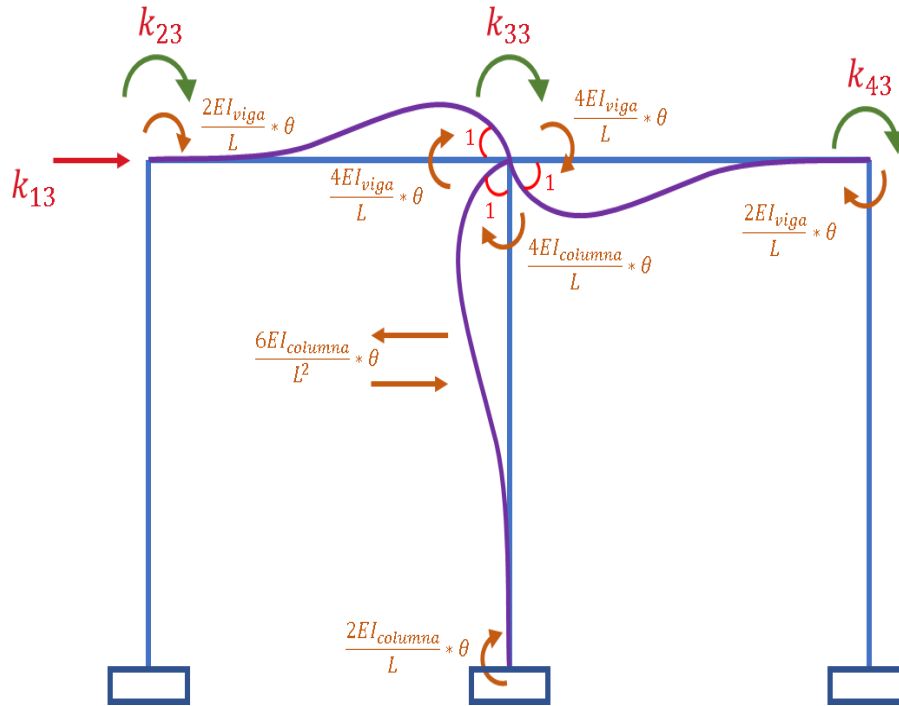
$$k_{42} = 0$$

Para

$$D_3 = 1$$

Figura 7

Rotación unitaria respecto a la redundante 3



Nota. Elaboración propia.

Y por lo tanto, los coeficientes de rigidez de la tercera redundante son:

$$k_{13} = \frac{-6 * E * I_c}{h_1^2} = -741.2285$$

$$k_{23} = \frac{2 * E * I_v}{L_v} = 2.6773 * 10^3$$

$$k_{33} = \frac{2 * 4 * E * I_v}{L_v} + \frac{4 * E * I_c}{h_1} = 1.2686 * 10^4$$

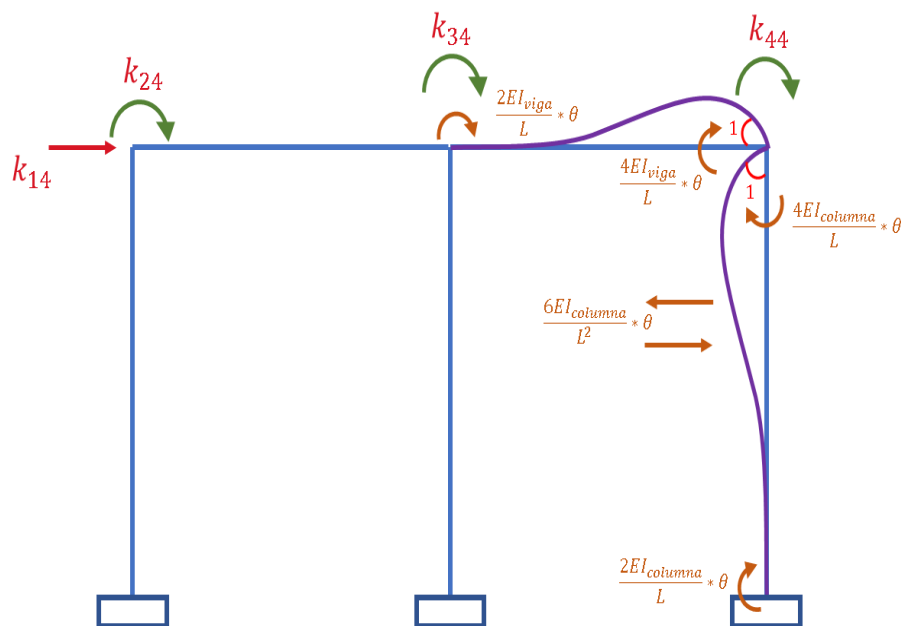
$$k_{43} = \frac{2 * E * I_v}{L_v} = 2.6773 * 10^3$$

Para:

$$D_4 = 1$$

Figura 8

Rotación unitaria respecto a la redundante 4



Nota. Elaboración propia.

Se tiene los coeficientes de rigidez de la cuarta redundante:

$$k_{14} = \frac{-6 * E * I_c}{h_1^2} = -741.2285$$

$$k_{24} = 0$$

$$k_{34} = \frac{2 * E * I_v}{L_v} = 2.6773 * 10^3$$

$$k_{44} = \frac{4 * E * I_v}{L_v} + \frac{4 * E * I_c}{h_1} = 7.3312 * 10^3$$

A continuación, se ensambla la matriz de rigidez, con los valores obtenidos a partir del sistema complementario. Se debe verificar que se cumplan las características de la matriz:

- El tamaño de la matriz va a estar en función al sistema Q-D.
- La matriz de rigidez es una matriz cuadrada.
- La diagonal principal siempre es positiva.
- La matriz de rigidez es simétrica.

$$K = \begin{bmatrix} 1.1118 * 10^3 & -741.2285 & -741.2285 & -741.2285 \\ -741.2285 & 7.3312 * 10^3 & 2.6773 * 10^3 & 0 \\ -741.2285 & 2.6773 * 10^3 & 1.2686 * 10^4 & 2.6773 * 10^3 \\ -741.2285 & 0 & 2.6773 * 10^3 & 7.3312 * 10^3 \end{bmatrix}$$

d) Paso 4: Vector de deformación

Después se calcula las deformaciones en los nodos mediante la siguiente fórmula:

$$\{Q\} = \{R\} + [K] * \{D\}$$

Se despeja el vector $\{D\}$, y se obtiene:

$$\{D\} = [K]^{-1} * (\{Q\} - \{R\})$$

$$D = \begin{bmatrix} 1.1118 * 10^3 & -741.2285 & -741.2285 & -741.2285 \\ -741.2285 & 7.3312 * 10^3 & 2.6773 * 10^3 & 0 \\ -741.2285 & 2.6773 * 10^3 & 1.2686 * 10^4 & 2.6773 * 10^3 \\ -741.2285 & 0 & 2.6773 * 10^3 & 7.3312 * 10^3 \end{bmatrix}^{-1} * \left(\begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - [0] \right)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.104358 \\ 0.0098414 \\ 0.0019436 \\ 0.0098414 \end{bmatrix} m$$

e) Paso 5: Rigidez lateral

$$K_{lateral} = \frac{Q_{lat(1,1)}}{D_{lat(1,1)}} = 958.236 \text{ tonf/m}$$

5.2 Mediante las fórmulas de Wilbur

Se tiene la siguiente formula:

$$K_1 = \frac{48E}{h_1 \left[\frac{4h_1}{\sum k_{c1}} + \frac{h_1+h_2}{\sum k_{v1} + \frac{\sum k_{c1}}{12}} \right]}$$

Donde:

- K_n : rigidez del piso “n”
- k_{vn} : rigidez relativa (I_v/L) de las vigas del nivel sobre el piso “n”
- k_{cn} : rigidez relativa ($\frac{I_c}{L}$) de las columnas del piso “n”
- m, n, o : índices que identifican tres niveles consecutivos desde abajo hacia arriba
- E : módulo de Elasticidad
- h_n : altura de los entrepisos

Tenemos:

$$h_1 = 4 \text{ m}$$

$$h_2 = 0 \text{ m}$$

$$Lv = 3.5 \text{ m}$$

$$E = 2.50998 * 10^6 \frac{\text{tonf}}{\text{m}^2}$$

$$I_v = \frac{b_v \times h_v^3}{12} = \frac{0.35 \times 0.40^3}{12} = 0.001867\text{m}^4$$

$$I_c = \frac{b_c \times h_c^3}{12} = \frac{0.35 \times 0.30^3}{12} = 0.000788\text{m}^4$$

a) Paso 1: Rigidez en las columnas

$$K_{AB} = K_{CD} = K_{EF} = \frac{I_c}{h_1} = \frac{0.000788}{4} = 0.000197\text{m}^3$$

$$\sum K_{c1} = 0.000591\text{m}^3$$

b) Paso 2: Rigidez en las vigas

$$K_{BD} = K_{DF} = \frac{I_v}{Lv} = \frac{0.0019}{3.5} = 0.000533\text{m}^3$$

$$\sum K_{v1} = 0.001067\text{m}^3$$

c) Paso 3: Reemplazamos en la fórmula

$$K_1 = \frac{48E}{4 * \left[\frac{4*4}{0.000591} + \frac{4+0}{0.001067 + \frac{0.000591}{12}} \right]}$$

Por lo tanto, tenemos que la rigidez lateral del pórtico es:

$$K_1 = 981.914 \frac{\text{tonf}}{\text{m}}$$

5.3 Mediante el método de Muto

Tenemos:

$$h_1 = 4 \text{ m}$$

$$Lv = 3.5 \text{ m}$$

$$E = 2.50998 * 10^6 \frac{\text{tonf}}{\text{m}^2}$$

$$I_v = \frac{b_v \times h_v^3}{12} = \frac{0.35 \times 0.40^3}{12} = 0.001867\text{m}^4$$

$$I_c = \frac{b_c \times h_c^3}{12} = \frac{0.35 \times 0.30^3}{12} = 0.000788\text{m}^4$$

a) Paso 1: Rigidez en las columnas

$$K_{AB} = K_{CD} = K_{EF} = \frac{I_C}{h1} = \frac{0.000788}{4} = 0.000197m^3$$

b) Paso 2: Rigidez en las vigas

$$K_{BD} = K_{DF} = \frac{I_V}{Lv} = \frac{0.0019}{3.5} = 0.000533m^3$$

c) Paso 3: Rigidez Relativa para cada columna

Para la columna AB:

$$\overline{K1} = \frac{K_{BD}}{K_{AB}} = \frac{0.000533m^3}{0.000197m^3} = 2.708995$$

Para la columna CD:

$$\overline{K2} = \frac{K_{BD} + K_{DF}}{K_{CD}} = \frac{0.000533m^3 + 0.000533m^3}{0.000197m^3} = 5.417989$$

Para la columna EF:

$$\overline{K3} = \frac{K_{DF}}{K_{CD}} = \frac{0.000533m^3}{0.000197m^3} = 2.708995$$

d) Paso 4: Determinamos el porcentaje de “a” para cada columna.

Para la columna AB:

$$a1 = \frac{0.5 + \overline{K1}}{2 + \overline{K1}} = 0.681461$$

Para la columna CD:

$$a2 = \frac{0.5 + \overline{K2}}{2 + \overline{K2}} = 0.797789$$

Para la columna EF:

$$a3 = \frac{0.5 + \overline{K3}}{2 + \overline{K3}} = 0.681461$$

e) Paso 5: Determinamos la rigidez biempotrada para cada columna.

Para la columna AB:

$$K_{be1} = \frac{12EI}{h^3} = 370.614246 \text{ tonf/m}$$

Para la columna CD:

$$K_{be2} = \frac{12EI}{h^3} = 370.614246 \text{ tonf/m}$$

Para la columna EF:

$$K_{be3} = \frac{12EI}{h^3} = 370.614246 \text{ tonf/m}$$

f) Paso 6: Determinamos la rigidez lateral de cada columna.

Para la columna AB:

$$K_{Col "1"} = a1 \times K_{be1} = 252.559034 \text{ tonf/m}$$

Para la columna CD:

$$K_{Col "2"} = a2 \times K_{be2} = 295.671922 \text{ tonf/m}$$

Para la columna EF:

$$K_{Col "3"} = a3 \times K_{be3} = 252.559034 \text{ tonf/m}$$

g) Paso 7: Determinamos la rigidez lateral total de la estructura.

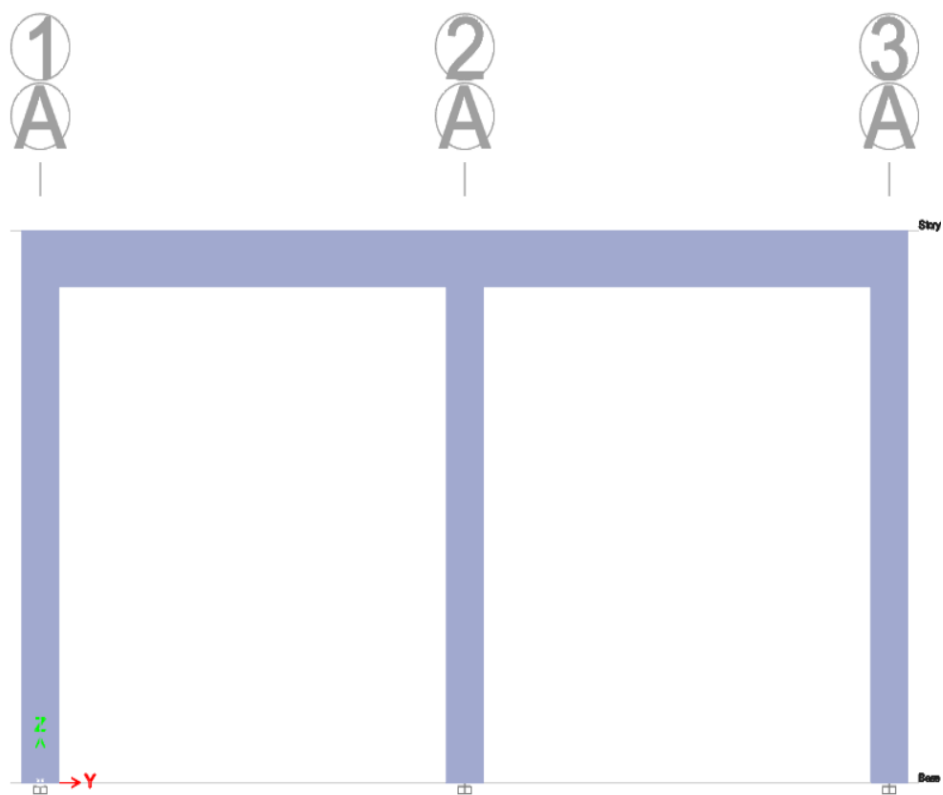
$$\sum K_{Col n} = K_{Col "1"} + K_{Col "2"} + K_{Col "3"} = \mathbf{800.79 \text{ tonf/m}}$$

5.4 Comprobación con el software Etabs V.2018

Se modeló la estructura propuesta en el ejercicio, en el software Etabs v.2018 y se obtuvo la siguiente deformación lateral del pórtico.

Figura 9

Modelamiento de la estructura.



Nota. Elaboración propia.

Figura 10

Deformación lateral del pórtico.



Nota. Elaboración propia.

Por lo tanto, aplicamos la fórmula de la rigidez lateral del primer método, entonces tenemos lo siguiente:

$$K_{lateral} = \frac{Fh}{D_h} = \frac{100}{0.105213} = 950.452891 \text{ tonf/m}$$

Conclusiones

- En conclusión, seguir los pasos (1, 2, 3, 4 y 5) detalladamente y aplicar los criterios necesarios de acuerdo al método directo de la rigidez, nos da una respuesta certera y exacta en su mayoría al cálculo de Rigidez lateral.
- Se concluye que el método de Muto no es muy exacta, de acuerdo al ejercicio planteado.
- Se concluye que el resultado de la rigidez lateral del pórtico mediante el método directo de la rigidez es el que más se asemeja a lo obtenido del modelamiento realizado en el programa Etabs V. 2018.
- Se concluye que el resultado de la rigidez lateral del pórtico mediante las fórmulas de Wilbur se asemeja un poco a lo obtenido del modelamiento realizado en el programa Etabs V. 2018.
- Se concluye que el método directo de la rigidez es la metodología más confiable para determinar deformaciones o a su vez, la rigidez lateral en este tipo de problemáticas.

Recomendaciones

- Una vez observado el desarrollo de la estructura tipo pórtico por los 3 diferentes métodos: Fórmulas de Wilbur, método de Muto y método Directo de la Rigidez comparando con el software Etabs V. 2018; se recomienda hacer el uso del método mencionado para estructuras de tipo pórtico de un solo nivel como en el ejercicio de aplicación para este presente artículo, ya que se asemeja mejor a los resultados obtenidos a través del programa ya mencionado con anterioridad.
- Antes de aplicar el método directo de la rigidez, es recomendable llegar a comprender los principios básicos de la teoría de estructuras y la mecánica de materiales. Para así llegar a familiarizarse con conceptos como las matrices de rigidez y las ecuaciones de equilibrio estructural.
- Se recomienda tener un sistema de coordenadas consistente en todo el análisis. Las direcciones de las fuerzas y los desplazamientos deben seguir el mismo sistema de referencia para evitar confusiones.
- Aunque el software puede facilitar el proceso, se recomienda llegar a tener la capacidad de realizar el análisis manualmente con los conocimientos previos de la teoría tocada

para el desarrollo de los ejercicios. Esto te permite verificar los resultados del software y comprender completamente el proceso.

Agradecimiento

- Expresamos un sincero e imperecedero agradecimiento al Magister Ingeniero Marcos Josue Rupay Vargas por el apoyo y las constantes asesorías que nos brindó como docente y profesional, motivándonos a la investigación.

Nuestro sincero agradecimiento a los autores correspondientes de la bibliografía empleada

Referencias

1. Casal, Julio. 1987. Métodos para el Análisis de Estructuras Sujetas a Fuerzas Sísmicas Laterales. s.l. : Instituto Nacional de Prevención Sísmica, 1987.
2. Godiño Poma, Francisco, López Yarango, Jorge Santiago y Rupay Vargas, Marcos Josué. 2017. Análisis Estructural I. Métodos Energético y Matricial con Aplicaciones Mathcad. Huancayo : Impresos S.R.L., 2017.
3. Gutiérrez, David. 2016. Fórmulas de Wilbur. s.l. : Universidad Autónoma del Estado de México, 2016. pág. 14.
4. Ottazi Pasino, Gianfranco. 2014. Apuntes del curso Análisis Estructural I. 2014.
5. San Bartolomé, Ángel. 1998. ANALISIS DE EDIFICIOS. Lima : Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú. ISBN: 9972-42-112-0, 1998.

© 2023 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).