

Cóputas Arquimedianas para la evaluación de la confiabilidad de LEDs empleados en iluminación

Archimedean copulas for reliability evaluation of LEDs used in lighting

Ernesto Alejandro Guerra Blanco¹*, Diego de los Angeles Fernández Labrada¹, Claudia Andrea Vidales-Basurto^{II}

^IUniversidad Tecnológica de La Habana José A. Echeverría, La Habana, Cuba

^{II}Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California, México

*Autor de correspondencia: erneb612@gmail.com

Recibido: 20 de marzo de 2023 Aprobado: 20 de junio de 2023

Este documento posee una [licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0 internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/) 

RESUMEN/ABSTRACT

Debido a la complejidad de los modos y mecanismos de falla de los LEDs, su confiabilidad resulta un tema clave de investigación. Los métodos existentes para la predicción de la confiabilidad de los LEDs solo consideran un modo de falla: la degradación del flujo luminoso o el cambio de color; pese a que trabajar con un solo modo de falla podría limitar el alcance del análisis. Este artículo muestra el procedimiento para la obtención de modelos de confiabilidad de LEDs blancos mediante Cóputas bivariadas, a partir de "tiempos hasta el fallo" tomados de la literatura consultada. Los resultados obtenidos muestran que el modelo de cóputa que mejor se ajusta, según el Criterio de información Akaike (AIC) es la cóputa de Clayton, cuyo coeficiente de correlación de Kendall indica que los parámetros característicos "variación del flujo luminoso" y "variación de las coordenadas de cromaticidad" no son completamente independientes.

Palabras clave: LEDs blancos, análisis de confiabilidad, cóputas bivariadas, AIC, tiempo de vida.

Due to the complexity of LEDs failure modes and mechanisms, its reliability is a key research issue. Existing methods for LEDs reliability prediction only consider one failure mode: lumen degradation or color change; however, working with only one failure mode could limit the scope of the analysis. This paper shows the procedure for obtaining reliability models of white LEDs through of bivariate copulas, from "times to failure" taken from the consulted literature. The results obtained show that the best fitting copula model, according to the Akaike Information Criterion (AIC) is the Clayton copula, whose Kendall correlation coefficient indicates that the characteristic parameters "lumen maintenance" and "variation of chromaticity coordinates" are not completely independent.

Key words: white LEDs, reliability analysis, bivariate copulas, AIC, lifetime.

INTRODUCCIÓN

El acelerado incremento de la tecnología LEDs en los sistemas de iluminación ha traído consigo que la predicción de la confiabilidad de estos dispositivos se convierta en un desafío y un tema de vital interés dentro de la comunidad científica moderna. Los mecanismos y modos de falla de estos dispositivos son muy complejos y los métodos tradicionales, frecuentemente usados para detectar fallas en las fuentes tradicionales de iluminación, no pueden ser aplicados a los LEDs, debido a que estos se degradan continuamente; es decir, los valores de los indicadores de desempeño (flujo luminoso, coordenadas de cromaticidad, entre otros) varían eventualmente hasta alcanzar niveles que constituyen fallas.

Cómo citar este artículo:

Ernesto Alejandro Guerra Blanco y otros. Cóputas Arquimedianas para la evaluación de la confiabilidad de LEDs empleados en iluminación. Ingeniería Energética. 2023. 44 (2), mayo/agosto. ISSN: 1815-5901.

Sitio de la revista: <https://rie.cujae.edu.cu/index.php/RIE/index>

También el incremento de los procesos y nuevos materiales en la industria de la iluminación basada en LEDs han provocado que estén apareciendo modos de fallas desconocidos [1]. Esto ha abierto el camino para que los métodos de predicción de la confiabilidad de los LEDs se conviertan en temas de investigación constante en el campo de la iluminación artificial. En la confiabilidad de los LEDs, con la excepción de algunos posibles fallos catastróficos, los modos de fallas más importantes son la degradación del flujo luminoso y el cambio de color [2, 3]. La Alianza para Sistemas y Tecnologías de Iluminación de Estado Sólido (ASSIST, Alliance for Solid-State Illumination Systems and Technologies) define dos tipos de vida útil según el flujo luminoso, en condiciones específicas. Uno es el tiempo de vida L_{50} para la iluminación decorativa, que es el tiempo que el flujo luminoso alcanza una degradación del 50%, y el otro es el tiempo de vida L_{70} para la iluminación general, que consiste en el tiempo en que el flujo luminoso se degrada hasta el 70% (disminuye en un 30%) con respecto al valor inicial [4]. Por otra parte, los criterios para el mantenimiento del color para los LEDs de alta potencia están establecidos en la norma ANSI/IES TM-35-19 [5], la cual plantea como umbral de falla, una desviación de las coordenadas de cromaticidad de $\Delta u'v' = 0.007$ (criterio CS7 según norma ANSI/IES TM-35-19).

Actualmente, en la evaluación de la confiabilidad en el campo de la iluminación de estado sólido, predomina el análisis univariado con distribuciones tradicionales de probabilidad como la distribución Normal, la distribución Lognormal y la distribución de Weibull; pese a que los parámetros característicos más importantes de los LEDs son el mantenimiento del flujo luminoso y el mantenimiento del color, y considerar un solo modo de falla podría limitar el alcance del análisis. Precisamente, atendiendo a los planteamientos anteriores y a la paulatina introducción en Cuba de sistemas de iluminación basados en LEDs, y con el objetivo de ofrecer una línea de trabajo, información base y otras alternativas para el análisis y evaluación de la confiabilidad de LEDs empleados en iluminación, este artículo muestra el procedimiento para la obtención de modelos de confiabilidad de LEDs blancos mediante Cóputas bivariantes, a partir de "tiempos hasta el fallo" obtenidos según criterio L_{70} de ASSIST y ANSI/IES TM-35-19 tomados de la literatura consultada.

MATERIALES Y MÉTODOS

Los términos "función cópula" o "cópula" se refieren a una función de distribución que es capaz de asociar una función de distribución multivariada, con sus distribuciones marginales de bajo orden [6, 7]. Actualmente las cóputas se han convertido en una fuerte herramienta en la modelación multivariada en muchos campos, donde la dependencia multivariada es de gran interés. En la ingeniería, este tipo de herramienta es utilizada en control de procesos multivariados y en el modelamiento hidrológico [8, 9]. La clase de cóputas llamadas Arquimedianas, la cual agrupa algunos modelos de cóputas con propiedades analíticas más sencillas y sus elementos tiene propiedades estocásticas que los hacen activos para el tratamiento estadístico de los datos, pueden describir una gran variedad de estructuras de dependencia. En el presente trabajo, para obtener los modelos de confiabilidad de LEDs blancos utilizados en iluminación en base a la degradación del flujo luminoso y al cambio de color como modos de falla, se emplean cóputas bivariadas Arquimedianas como las cóputas de Frank, Clayton y Gumbel.

Funciones cóputas bivariadas

Una cópula 2-dimensional es una función C que cumple con las siguientes propiedades [6, 7], vea ecuación (1):

$$\begin{aligned} C : [0,1]^2 &\rightarrow [0,1] \\ C(0,v) = C(u,0) &= 0 \forall u,v \in [0,1] \\ C(1,v) = v, C(u,1) &= u \forall u,v \in [0,1] \\ C(u_2,v_2) - C(u_2,v_1) - C(u_1,v_2) + C(u_1,v_1) &\geq 0, : u_1 \leq u_2, v_1 \leq v_2 \end{aligned} \quad (1)$$

La primera condición permite utilizar una cópula sobre los valores tomados por funciones de distribución. La segunda condición es el requisito de tener distribuciones marginales Uniformes. Las otras dos condiciones son propias de toda función de distribución bivalente.

Uno de los resultados más importantes en teoría de cóputas es el Teorema de Sklar, el cual plantea que:

Teorema de Sklar (versión bivalente): dada una función de distribución bivalente $F(x_1, x_2)$ con distribuciones marginales F_1, F_2 , existe una cópula $C: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ tal que $\forall x_1, x_2$ en \mathbb{R}^2 se tiene la ecuación (2):

$$\forall (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \rightarrow F(x_1, x_2) = C(F_1(x_1), F_2(x_2)) \quad (2)$$

Entonces: existe una cópula que toma sobre todo \mathbb{R}^2 los mismos valores numéricos que la función de distribución $F(x_1, x_2)$. Decimos que C es la cópula de la distribución F . Nótese que $u_1 = F_1(x_1)$ y $u_2 = F_2(x_2)$ serán variables $U(0,1)$. Si las distribuciones marginales son continuas, dicha cópula es única [6, 7].

Las cóputas, al igual que las funciones de distribuciones de variables aleatorias continuas, admiten la noción de función de densidad. La función de densidad $c(u, v)$ asociada a la cóputa $C(u, v)$ está dada por: ecuación (3).

$$c(u, v) = \frac{\partial^2 C(u, v)}{\partial u \partial v} \quad (3)$$

Para variables aleatorias continuas, la densidad de la cóputa está relacionada con la densidad de función de distribución $F(x_1, x_2)$, denotada como $f(x_1, x_2)$.

Si $f(x_1, x_2)$ y $f(x_1), f(x_2)$ denotan la las funciones de densidad conjunta y las densidades marginales de las variables aleatorias X_1, X_2 respectivamente, con función de distribución conjunta $F(x_1, x_2)$, entonces: vea ecuación (4).

$$c(F(x_1), F(x_2)) = \frac{f(x_1, x_2)}{f(x_1)f(x_2)} \quad (4)$$

De **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**3) se tiene la representación canónica de una cóputa, que es de la siguiente forma: vea ecuación (5).

$$f(x_1, x_2) = c(F(x_1), F(x_2))f(x_1)f(x_2) \quad (5)$$

Cóputas Utilizadas

Las cóputas con mayor campo de aplicación son las cóputas arquimedianas, pues, pueden describir una gran diversidad de estructuras de dependencia [7]. En general existen cerca de 22 familias, pero para este trabajo se seleccionaron las tres más utilizadas, las cuales se relacionan en la tabla 1.

Tabla1. Cóputas utilizadas

Nombre y dominio de θ	$C(u, v; \theta)$	$c(u, v; \theta)$
Clayton $(-1, \infty) \setminus \{0\}$	$\max\{(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}, 0\}$	$(1 + \theta)(uv)^{-(\theta+1)}(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-2-1/\theta}$
Frank $(-\infty, \infty) \setminus \{0\}$	$-\frac{1}{\theta} \log\left(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1}\right)$	$\frac{-\theta(e^{-\theta} - 1)e^{-\theta(u+v)}}{((e^{-\theta} - 1) + (e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1))^2}$
Gumbel $[1, \infty)$	$\exp\left(-(\tilde{u}^\theta + \tilde{v}^\theta)^{1/\theta}\right)$	$\frac{C(u, v)}{uv} \frac{(\tilde{u}\tilde{v})^{\theta-1}}{(\tilde{u}^\theta + \tilde{v}^\theta)^{2-1/\theta}} \left((\tilde{u}^\theta + \tilde{v}^\theta)^{1/\theta} + \theta - 1\right)$

$$\tilde{u} = -\log(u) \text{ y } \tilde{v} = -\log(v)$$

Medidas de dependencia de las cóputas

En la mayoría de los casos las cóputas, representan distribuciones conjuntas de parejas aleatorias continuas, una de las características de estas funciones es capturar la dependencia entre variables aleatorias de forma invariante al reescalamiento [6, 7]; esto significa que las propiedades y las medidas no cambian al realizar transformaciones estrictamente crecientes sobre las variables aleatorias. De esta forma, las medidas de asociación invariantes bajo reescalamiento y las de concordancia pueden estudiarse sin necesidad de especificar las distribuciones marginales.

Entonces; si X_1 y X_2 son variables aleatorias continuas con función de distribución conjunta $F(x_1, x_2)$ y distribuciones marginales $F(x_1)$ y $F(x_2)$ respectivamente, sea C una cóputa, tal que se cumpla [1], entonces ρ_r de Spearman, y τ de Kendall para X_1 y X_2 pueden ser expresados, en términos de cóputas, como: vea ecuación (6 y 7).

$$\rho_r = 12 \int_0^1 \int_0^1 C(u, v) du dv - 3 \quad (6)$$

$$\tau = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u, v) dC(u, v) - 1 \quad (7)$$

En la tabla 2, se presentan las medidas de correlación por rangos para las cóputas empleadas en el método propuesto, en ella puede observarse que tanto ρ_r como τ , en algunas cóputas, se pueden expresar en función del parámetro de dependencia de la cóputa [6, 7].

Tabla 2. Expresiones para la correlación en términos del parámetro de dependencia de la cóputa

Nombre y dominio de θ	τ de Kendall	ρ_r de Spearman
Clayton $(-1, \infty) \setminus \{0\}$	$\frac{\theta}{\theta + 2}$	*
Frank $(-\infty, \infty) \setminus \{0\}$	$1 - \frac{12}{\theta} [1 - D_1(\theta)]$	$1 - \frac{12}{\theta} [D_1(\theta) - D_2(\theta)]$
Gumbel $[1, \infty)$	$\frac{\theta - 1}{\theta}$	*

* No se tiene una expresión explícita para ρ_r en términos de θ .

$D_k(x)$ es la Función de Debye, $D_k(x) = \frac{1}{x^k} \int_0^x \frac{t^k}{e^t - 1} dt$, $k \in \mathbb{N}^+$

Métodos para estimar los parámetros de dependencia de la cóputa

Cuando se conocen los parámetros de las marginales, los métodos más empleados en la estimación de parámetros de dependencia de cóputas son el método de estimación de máxima verosimilitud (MLE, por sus siglas en inglés) y el método de inferencia por las marginales (IFM, por sus siglas en inglés). En el MLE se debe maximizar la función log-verosimilitud que es de la forma [6, 7]. Vea ecuación (8):

$$\begin{aligned} l(\theta; x_i) &= \sum_{i=1}^N \log \left(c(F_1(x_{1i}), F_2(x_{2i}), \dots, F_n(x_{ni})) \cdot \prod_{j=1}^n f_j(x_{ji}) \right) \\ &= \sum_{i=1}^N \log c(F_1(x_{1i}), F_2(x_{2i}), \dots, F_n(x_{ni})) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \log f_j(x_{ji}) \end{aligned} \quad (8)$$

La implementación de este método es muy compleja, pues se debe maximizar una función $(n + n_c)$ -dimensional, donde n es la dimensión de la cóputa y n_c es el número de parámetros de la cóputa, por lo que puede ser muy caro computacionalmente. Una alternativa para superar este problema es el IFM, el cual fue el empleado en el método propuesto. El IFM propone obtener los parámetros de [5], en los siguientes pasos:

- 1) Estimar el vector de parámetros de las marginales θ_1 : ecuación (9).

$$\hat{\theta}_i = \text{ArgMax}^i(\theta_i) := \text{ArgMax} \sum_{t=1}^T \ln \ln f_i(x_i^t; \theta_i) \quad (9)$$

- 2) Estimar, una vez obtenido el vector de parámetros $\hat{\theta}_1$, el parámetro de la cóputa θ_2 . Ecuación (10):

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_2 &= \text{ArgMax}^C \left(\hat{\theta}_2 \right) \\ &:= \text{ArgMax} \sum_{t=1}^T \ln \left(c \left(F_1 \left(x_1^t; \hat{\theta}_{1_1} \right), F_2 \left(x_2^t; \hat{\theta}_{1_2} \right), \dots, F_n \left(x_n^t; \hat{\theta}_{1_n} \right); \theta_2 \right) \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Entonces, el estimador IFM se define como: ecuación (11):

$$\hat{\theta}_{IFM} = \left(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2 \right)' \quad (11)$$

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

A continuación, se presenta la obtención de modelos de confiabilidad de LEDs blancos empleados en iluminación, a partir de las funciones de Cóputas Arquimedianas de los “tiempos hasta el fallo”, tomados de los resultados de Jian Hao y Hong-LiangKe [10], los cuales se muestran en la tabla 3, expresados horas (h).

Tabla 3. Muestra de tiempo hasta el fallo de LEDs blancos durante el tiempo real 20 000 h

Modode falla	Tiempos hasta el fallo (h)									
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
Degradación del Flujo luminoso	19662	17230	12127	18642	16733	17804	14621	16653	16375	16533
Cambio de color	9845	12036	8563	12789	9120	8126	13056	12965	13021	12063

Estimación de los parámetros

Los resultados de los parámetros desconocidos de las distribuciones de Weibull, Lognormal y Normal, y la prueba de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov (K-S) y el Criterio de Información Akaike (AIC, por sus siglas en inglés) [11], correspondientes, se muestran en la tabla 5 y tabla 6, para la “degradación del flujo luminoso” y el “cambio de color”, respectivamente. Las hipótesis trabajadas en las pruebas K-S con un nivel de confianza de 95%, se exponen en la tabla 4, donde x es la variable “tiempo hasta el fallo”. Los parámetros de las distribuciones anteriormente mencionadas se calcularon según el MLE programado en una herramienta computacional.

Tabla 4. Hipótesis trabajadas en las pruebas K-S con un nivel de confianza de 95%

Para la Distribución de Weibull	Para la Distribución Lognormal	Para la Distribución Normal
$H_0: x \sim W(\beta, \eta)$ $H_1: x \not\sim W(\beta, \eta)$	$H_0: x \sim \log N(\mu, \theta)$ $H_1: x \not\sim \log N(\mu, \theta)$	$H_0: x \sim N(\mu, \theta)$ $H_1: x \not\sim N(\mu, \theta)$

Tabla 5. Parámetros estimados y el resultado de la prueba K-S (con un nivel de confianza de 95%, $D_\alpha=0,410$ [12]) para la degradación del flujo luminoso

	Weibull	Lognormal	Normal
Parámetro de Escala	$\hat{\eta} = 17468.24$	$\hat{\mu} = 9.71167135$	$\hat{\mu} = 16638$
Parámetro de Forma	$\hat{\beta} = 10.45853$	$\hat{\theta} = 0.13460784$	$\hat{\theta} = 2091.716$
p_valor	0.320202	0.03077292	0.030773
K_S	0.198716	0.27582985	0.27583
Valor Crítico	0.2606	0.262	0.262
AIC	183.0966	185.504405	184.2936

Tabla 6. Parámetros estimados y el resultado de la prueba K-S (con un nivel de confianza de 95%, $D_\alpha=0,410$ [12]) para el cambio de color

Para el Cambio de color	Weibull	LogNormal	Normal
Parámetro de Escala	$\hat{\eta} = 11948.5521$	$\hat{\mu} = 9.30422009$	$\hat{\mu} = 11158.4$
Parámetro de Forma	$\hat{\beta} = 7.51438401$	$\hat{\theta} = 0.19031631$	$\hat{\theta} = 2010.88572$
p_value	0.067211	0.02187316	0.02187316
K_S	0.25226839	0.28454605	0.28454605
Valor Crítico	0.2606	0.262	0.262
AIC	182.394023	184.281817	183.505382

Los resultados en la tabla 5 y tabla 6, muestran que, para las distribuciones Log-normal y Normal se rechazan las hipótesis nulas, y, además, no existe suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis de que los datos (tiempos hasta el fallo para la degradación del flujo luminoso y para el cambio de color) siguen distribuciones de Weibull. También, el valor del AIC, confirma que el mejor ajuste lo tiene la distribución de Weibull para ambos modos de falla.

Análisis de confiabilidad a partir de Cóputas Arquimedianas

Para la estimación del parámetro de dependencia de las cóputas se empleó el método IFM, cuyas marginales fueron las distribuciones de Weibull mostradas en la tabla 5 y la tabla 6, las cuales presentaron un mejor ajuste. En las figuras 1 y 2, se muestran los gráficos de las funciones de densidad de probabilidad (PDF, por sus siglas en inglés) y funciones de distribución (CDF, por sus siglas en inglés), respectivamente, para las muestras de los “tiempos hasta el fallo” correspondientes a la variación del flujo luminoso y al cambio de color.

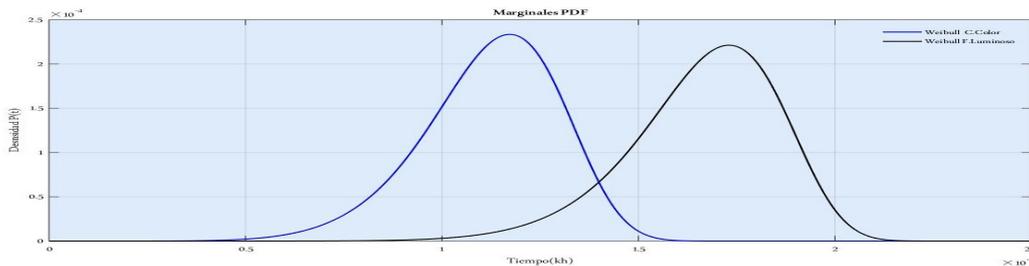


Fig. 1. Función de densidad de probabilidad

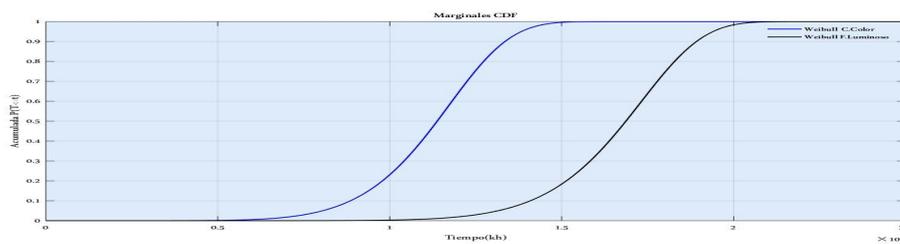


Fig. 2. Función de distribución

La evaluación de la confiabilidad en base a la “degradación del flujo luminoso” y al “cambio de color” como modos de fallas, se realizó a partir de la función de distribución conjunta de la cóputa seleccionada entre las Arquimedianas mostradas en la tabla 2. Los parámetros de dependencia, obtenidos mediante una herramienta computacional, así como el AIC y el coeficiente de correlación de Kendall para cada una de las cóputas anteriormente mencionadas, se muestran en la tabla 7.

Tabla 7. Parámetros estimados y el resultado de la prueba AIC

Familia de Cóputas Arquimedianas	Parámetro de dependencia ($\hat{\theta}$)	AIC	τ de Kendall
Frank	20802.3184601291	164.437456847873	0.999807728945721
Clayton	2.22293263566071	156.639780048947	0.526395476188531
Gumbel	20.5758360415765	158.120552129782	0.951399301686729

En la tabla 7, puede observarse, que, según el valor del AIC, la cóputa con mejor ajuste es la cóputa de Clayton; por dicha razón es seleccionada para el análisis de confiabilidad. Además, el coeficiente de correlación de Kendall con un valor de 52,6% confirma que, la degradación del flujo luminoso (criterio L_{70}) y el cambio de color ($\Delta u'v' < 0,007$) tienen cierta relación entre ellos, pero siguen siendo modos de fallas independientes y nunca el mismo; es decir, uno influye en el otro y viceversa pero no de manera absoluta; cada uno se comporta en el tiempo de forma diferente. En la figura 3, se muestran las gráficas de la función de distribución acumulada $F(u, v; \hat{\theta})$ y la función de confiabilidad $R(u, v; \hat{\theta}) = 1 - F(u, v; \hat{\theta})$ de la cóputa de Clayton.

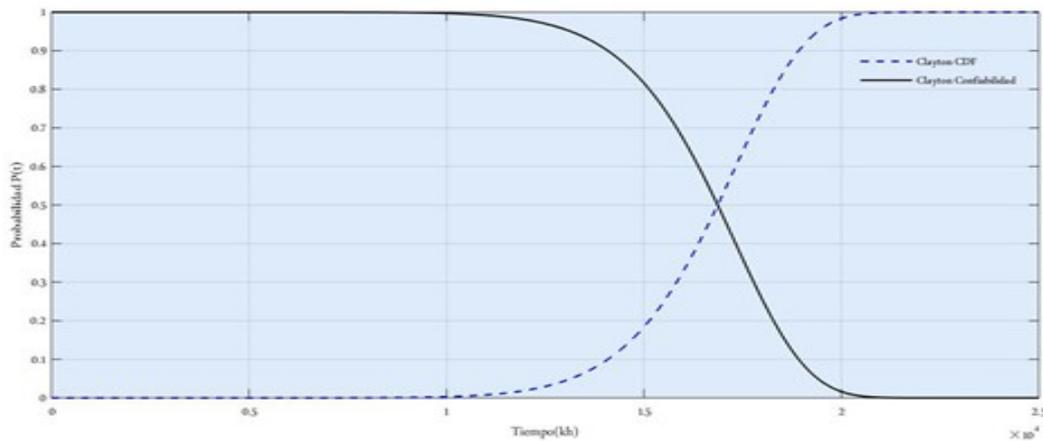


Fig. 3. Funciones de Distribución (CDF) y Confiabilidad de Clayton

Otro indicador de confiabilidad que se obtuvo fue el “Tiempo Medio Hasta el Fallo” (MTTF, por sus siglas en inglés).

La función matemática que define el tiempo medio hasta el fallo μ , está dada por: vea ecuación (12).

$$MTTF = E(T) = \mu = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} t \frac{R(t)}{dt} dt = -[tR(t)]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (12)$$

donde $R(t)$ es la función de confiabilidad, por tanto, vea ecuación (13):

$$MTTF = \mu = \int_0^{\infty} R(u, v; \hat{\theta}) dt \quad (13)$$

La integral $\int_0^{\infty} R(u, v; \hat{\theta}) dt$, o área bajo la curva de la función de confiabilidad de la figura 3, se determinó mediante el método de los trapecios, programado en una herramienta computacional; entonces: vea ecuación (14).

$$MTTF = \mu = \int_0^{\infty} R(u, v; \hat{\theta}) dt = 16649.6108h \quad (14)$$

CONCLUSIONES

Se demuestra, a partir de “tiempos hasta el fallo” obtenidos, de acuerdo a los criterios L_{70} de ASSIST y CS7 de la norma ANSI/IES TM-35-19, en ensayo de envejecimiento natural fijado a las 20.000 h, tomado de la literatura consultada, la pertinencia de la aplicación de la familia de Cóputas Arquimedianas para la obtención de modelos de confiabilidad de LEDs blancos empleados en iluminación. Los análisis realizados muestran la importancia de la aplicación conjunta de los dos criterios de falla más importantes de los LEDs, para la evaluación de la confiabilidad de dichos dispositivos electrónicos. Además, pudo observarse que las funciones con mejor ajuste son la distribución de Weibull para el caso de las marginales para la “degradación del flujo luminoso” y el cambio de color, y la cóputa Clayton para el análisis bivariado, respectivamente.

REFERENCIAS

- [1] Vos T, den Breeijen P, van Driel WD. "Quality and Reliability in Solid-State Lighting: Qua Vadis? ". En: van Driel WD, Fan X, Zhang GQ, editores. Solid State Lighting Reliability Part 2: Components to Systems [Internet]. Cham: Springer International Publishing; 2018. p. 1-13. Disponible en: https://doi.org/10.1007/978-3-319-58175-0_1
- [2] Yazdan Mehr M, van Driel WD, Zhang GQ. "Reliability and Lifetime Assessment of Optical Materials in LED-Based Products. En: van Driel WD, Fan X, Zhang GQ, editores. Solid State Lighting Reliability Part 2: Components to Systems" [Internet]. Cham: Springer International Publishing; 2018. p. 115-39. Disponible en: https://doi.org/10.1007/978-3-319-58175-0_5

- [3] Shailesh K, Kurian C, Kini S. "Understanding the reliability of LED luminaires". *Lighting Research & Technology*. 1 de diciembre de 2018; vol. 50, n. 8, p. 1179-97. Disponible en: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/1477153517728768>
- [4] ANSI/IES LM-80-21. "Measuring Maintenance of Light Output Characteristics of Solid-State Light Sources" *Illuminating*. Disponible en: <https://store.ies.org/product/lm-80-21-measuring-maintenance-of-light-output-characteristics-of-solid-state-light-sources/>
- [5] ANSI/IES TM-35-19. "Projecting Long-term Chromaticity Coordinate Shift of LED Packages, Arrays and Modules". *Illuminating*. 2019. Disponible en: <https://webstore.ansi.org/standards/iesna/ansiiestm3519>
- [6] Nelsen RB. "An Introduction to Copulas". Springer Science & Business Media; 2007. p. 277. Disponible en: <https://link.springer.com/book/10.1007/0-387-28678-0>
- [7] Chen L, *et al.* "Copulas and Its Application in Hydrology and Water Resources" [Internet]. Singapore: Springer Singapore; 2019. p. 13-38. Disponible en: https://doi.org/10.1007/978-981-13-0574-0_2
- [8] Genest C, Favre AC. "Everything You Always Wanted to Know about Copula Modeling but Were Afraid to Ask". *ASCE Library*. julio de 2007; Disponible en: <http://localhost:8080/xmlui/handle/yetl/50046>
- [9] Murthy DN, *et al.* "Two-Dimensional Failure Modeling". En: Pham H, editor. *Springer Handbook of Engineering Statistics* [Internet]. London: Springer London; 2006. p. 97-111. Disponible en: https://doi.org/10.1007/978-1-84628-288-1_5
- [10] Hao J, *et al.* "Prediction of lifetime by lumen degradation and color shift for LED lamps, in a non-accelerated reliability test over 20,000 h". *Appl Opt*, AO. 1 de marzo de 2019; vol. 58, n. 7, p. 1855-1861. Disponible en: <https://opg.optica.org/ao/abstract.cfm?uri=ao-58-7-1855>
- [11] Zhang J, Yang Y, Ding J. "Information criteria for model selection". *WIREs Computational Statistics*. 2023; DOI: <https://doi.org/10.1002/wics.1607> , Disponible en: <https://wires.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/wics.1607>
- [12] Miller I, Freund JE. "Probabilidad y estadística para ingenieros". Reverte; 1973. p. 420. ISBN: 84-291-5094-3 (España), ISBN: 966-6708-30-8 (México). Disponible en: <https://books.google.co.ve/books?id=eQTjfdD00QMC&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false>

CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses.

CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES

Ernesto Alejandro Guerra Blanco: <https://orcid.org/0000-0002-9357-7807>

Idea y diseño del estudio. Selección de los datos y análisis e interpretación de estos. Revisión del estado del arte. Redacción del borrador del artículo. Programación en la herramienta computacional de los métodos empleados. Redacción del borrador del artículo , revisión crítica de su contenido y aprobación final.

Diego de los Angeles Fernández Labrada: <https://orcid.org/0000-0002-4240-7699>

Organización metodológica de la investigación. Análisis de los resultados obtenidos en la investigación presentados en el artículo propuesto. Redacción del borrador del artículo , revisión crítica de su contenido y aprobación final.

Claudia Andrea Vidales-Basurto: <https://orcid.org/0000-0002-2659-4180>

Organización metodológica de la investigación. Análisis de los resultados obtenidos en la investigación presentados en el artículo propuesto. Redacción del borrador del artículo , revisión crítica de su contenido y aprobación final.