

Movimiento oscilatorio de un elevador del edificio CIT en la Universidad del Valle de Guatemala

EDVCAIO PHYSICORVM



ISSN 1870-9095

Alvarez, Erick¹, Reyes, Edgar¹, Sánchez, Diego¹

¹Departamento de Física, Universidad del Valle de Guatemala, 18 avenida 11-95. Ciudad de Guatemala, 01015.

E-mail: alv20900@uvg.edu.gt

(Recibido el 27 de noviembre de 2022, aceptado el 24 de abril de 2023)

Resumen

Los elevadores que funcionan por medio de cables pueden ser modelados como sistemas masa-resorte y por medio de la ley Hooke se puede cuantificar el periodo de oscilación de este, mostrando que el cuadrado del periodo de la oscilación es directamente proporcional a la longitud del cable [4]. Se planteó utilizar una aplicación de celular, para estudiar el movimiento oscilatorio amortiguado de un elevador. Se utilizó un elevador de 11 niveles del edificio CIT en la Universidad del Valle de Guatemala, la aplicación Phyphox y los programas Excel y Capstone. Se grabó aceleración perpendicular dentro del elevador en función del tiempo al saltar dentro de este en los 11 distintos niveles, con lo que se obtuvo el periodo de oscilación del sistema masa-resorte (elevador). Se obtuvo un coeficiente de correlación $R^2 = 0.98$ realizado al gráfico del cuadrado del periodo en función del nivel del edificio CIT, valor con el que se validó la hipótesis planteada. Se llegó a la conclusión general que para un elevador funcionando por medio de un sistema de cables, el cuadrado del periodo de la oscilación es directamente proporcional a la longitud del cable.

Palabras clave: Movimiento oscilatorio amortiguado, amortiguación en un elevador, sistema masa-resorte, relación periodo y longitud.

Abstract

Cable-driven building elevators can be seen as a spring-mass system and, by means of Hooke's Law, we may quantify its oscillation period, resulting that the square of said period is directly proportional to the length of the wire [4]. We set upon ourselves the task to validate said results. We used the elevator of the CIT building found at Universidad del Valle de Guatemala, Phyphox app, Excel and Capstone programs for data analysis purposes. We recorded the perpendicular acceleration inside the elevator as a function of the time on all 11 floors after making it oscillate with a jump, obtaining the oscillation period of the system (elevator). Amongst the results, we obtained the correlation ratio $R^2 = 0.98$ of the linear regression applied in the graph relating the square of the period as a function of each level of the CIT Building, a value which validated the hypothesis. We reached the consensus stating that an elevator functioning by a spring-mass system, the square of the oscillation period is directly proportional to the length of the wire.

Keywords: Damped oscillatory motion, damping in an elevator, spring-mass system, period length relation.

I. INTRODUCCIÓN

Un sistema de oscilatorio amortiguado es aquel que dispersa la energía del sistema a través del tiempo [6]. Se ha llegado a modelar un elevador como un sistema masa resorte amortiguado en otras publicaciones, así como también se han utilizado Smartphones para medir la aceleración respecto al tiempo del elevador cuando una persona salta en su interior [4]. Pusimos en uso la aplicación gratuita de Phyphox, con la cual mediremos la aceleración perpendicular dentro de un elevador al saltar sobre este. Demostrando que este tiene un movimiento oscilatorio amortiguado y que el pseudo periodo de la oscilación disminuye en los niveles más altos (cuando la longitud del cable es más pequeña).

Al ingresar al elevador, podemos darnos cuenta de que este comienza a oscilar; si saltamos en su interior, las oscilaciones se vuelven más notorias. Los elevadores tienen un sistema de seguridad, el cual depende de la elasticidad del cable que los guía, haciendo que este se amortigüe y evitando oscilaciones prolongadas en el tiempo [6]. Debido a esto, podemos moldear un elevador como un sistema masa resorte,

y utilizando la ley de Hooke se puede plantear el siguiente modelo para determinar el periodo de oscilación [7]:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (1)$$

Donde T representa el periodo de la oscilación, m la masa del elevador y k la constante que establece la analogía a la constante de proporcionalidad del resorte (cable). La constante del resorte k puede ser expresada de la siguiente al analizar su elasticidad de la siguiente manera:

$$k = \frac{EA}{L} \quad (2)$$

Donde E representa el módulo de Young del cable, A el área transversal y L el largo del resorte. Sustituyendo la expresión (2) en (1) y elevando ambos lados de la ecuación al cuadrado, obtenemos la relación del cuadrado del periodo como:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{mL}{EA} \quad (3)$$

De donde se obtiene la relación de proporcionalidad entre el periodo al cuadrado y el largo de la cuerda. Podemos utilizar un gráfico de dispersión del periodo al cuadrado en función del largo de la cuerda para determinar el valor del coeficiente de correlación para comprobar, experimentalmente, este modelo.

La relación entre el periodo de una oscilación y la frecuencia angular del sistema ω_0 está dada por la siguiente expresión [7]:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (4)$$

Para descartar errores sistemáticos, se buscó aleatoriedad en el gráfico de residuos. Para ello, se puede realizar una prueba de normalidad mediante un gráfico de probabilidad normal entre la variable que se desea verificar la aleatoriedad (en este caso los residuos) y los cuantiles teóricos [1]. Un gráfico de probabilidad normal es un método gráfico que permite comparar la distribución empírica de un conjunto de datos con la distribución normal. Ya que, se utilizan los cuantiles de la normal estándar para realizar la gráfica, de forma que se puede determinar si los datos siguen una distribución normal cuando los puntos tengan un comportamiento rectilíneo [1].

Se planteó la tarea de analizar el movimiento oscilatorio amortiguado de un elevador, utilizando la aplicación gratuita de *Phyphox* [4], sobre la relación entre el cuadrado del periodo de oscilación de un elevador en función de la longitud del cable. Para ello se supuso que el sistema elevador, cable, Tierra se modela como un péndulo elástico. Para ello, se utilizaron los elevadores del edificio CIT de la Universidad del Valle de Guatemala. Donde se realizaron mediciones del movimiento oscilatorio de los elevadores, respetando los límites de seguridad brindados por el fabricante de estos.

Entre los objetivos de la investigación se busca determinar el periodo de oscilación en cada nivel del edificio CIT de la Universidad del Valle de Guatemala, así como la relación entre el cuadrado del periodo de oscilación del elevador y el nivel del edificio CIT.

Se plantea la hipótesis que indica El periodo de oscilación de los elevadores disminuye en los niveles más altos del edificio CIT en la Universidad del Valle de Guatemala.

II. MÉTODOS Y MATERIALES

Para poder realizar las mediciones de las oscilaciones amortiguadas en un elevador, se utilizó la aplicación gratuita *Phyphox* [5], la cual nos permitió tomar datos de la aceleración en función del tiempo al dar un brinco dentro del elevador (acelerómetro *Phyphox*). Además, se utilizaron los sistemas Excel y Capstone, con los cuales se aplicó mínimos cuadrados a los datos para obtener las ecuaciones a los datos obtenidos.

Se inició dejando el celular en el suelo del elevador, iniciando desde el sótano más bajo y repitiendo hasta llegar al nivel más alto (11 niveles en total), donde la aplicación permite grabar la aceleración en función del tiempo. Cabe mencionar que se deja el celular en el suelo para evitar que el

movimiento con las manos altere los resultados. Posteriormente, se dio un salto y se grabó la oscilación del elevador. Los datos obtenidos fueron exportados en formato CSV y se utilizó Capstone para obtener las regresiones sinusoidales amortiguadas, con lo que se obtuvo el valor de la frecuencia angular del sistema. Posteriormente, aplicando la expresión (4) se determinaron los valores de los periodos de oscilación para los 11 niveles del edificio. Finalmente se grafican los cuadrados de los periodos en función de cada nivel, donde se aplica una regresión de tipo lineal para demostrar la relación de proporcionalidad teórica deducida en la expresión (3).

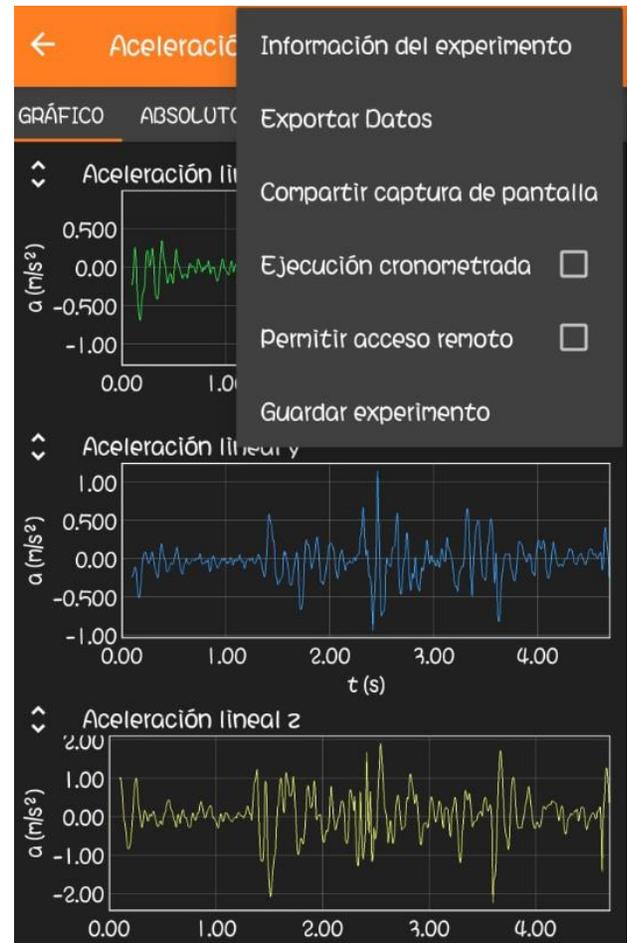


FIGURA 1. Ejemplo de la interfaz de la plataforma gratuita *Phyphox*, donde se muestra la aceleración lineal a lo largo del eje “z” y la opción para exportar los datos.

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Un sistema de oscilaciones amortiguadas es aquel en el que la energía del sistema se dispersa a través del tiempo [7]. Los elevadores tienen este sistema de funcionamiento, por lo que se pueden modelar como un sistema masa resorte [4]. Durante la experimentación, se logró determinar el periodo de oscilación en cada nivel del edificio CIT de la Universidad del Valle de Guatemala, con la ayuda del programa Capstone y la aplicación *Phyphox*. Además, se logró determinar la relación entre el cuadrado de dicho periodo en función del

nivel del edificio CIT, relación con la que se aceptó la hipótesis planteada. Se llegó a la conclusión general indicando que para un elevador funcionando por medio de un sistema de cables (moldeable como un sistema masa-resorte), el cuadrado del periodo de la oscilación es directamente proporcional a la longitud del cable.

Se obtuvieron los datos de la aceleración en el eje “z” en función del tiempo, donde se graficaron los datos y se realizó un ajuste sinusoidal amortiguado para cada nivel. Se agrega una captura de la toma de datos representativa.

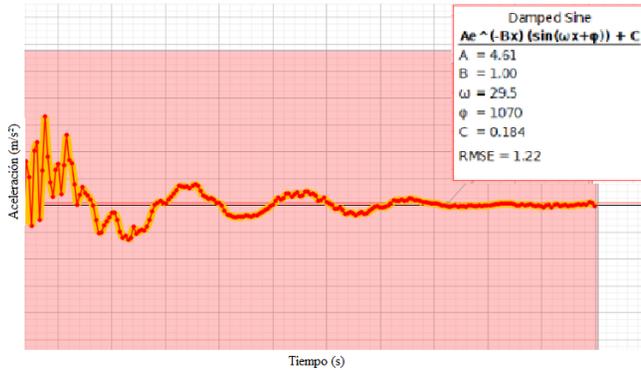


FIGURA 2. Gráfico aceleración en el eje “z” en función del tiempo del nivel 2 del edificio CIT. Se muestran los coeficientes de la regresión sinusoidal amortiguada aplicada, así como el RMSE entre los datos y el ajuste.

Se procedió a determinar el periodo de la oscilación para cada nivel con la ecuación (4), obteniendo como resultado los siguientes valores:

TABLA I. Valores de la frecuencia angular, periodo y cuadrado del periodo de cada nivel, obtenidos a partir de los datos de la frecuencia angular de las regresiones sinusoidales aplicadas a los datos de los distintos niveles del edificio CIT.

Índice	Nivel del Edificio	Frecuencia angular (rad/s)	Periodo oscilación (s)	Cuadrado del periodo (s ²)
1	7	51.3	0.122	0.015
2	6	49.2	0.128	0.016
3	5	35.9	0.175	0.031
4	4	34.4	0.183	0.033
5	3	30.8	0.204	0.042
6	2	29.5	0.213	0.045
7	1	26.6	0.236	0.056
8	S1	23.4	0.269	0.072
9	S2	21.8	0.288	0.083
10	S3	21.4	0.294	0.086
11	S4	19.7	0.319	0.0102

Se graficaron los resultados del cuadrado del periodo en función del índice del nivel, utilizando el nivel 7 con el índice 1 como el nivel más alto del edificio, gráfica a la cual se le aplicó una regresión de tipo lineal, obteniendo la ecuación y el coeficiente de determinación de la regresión.

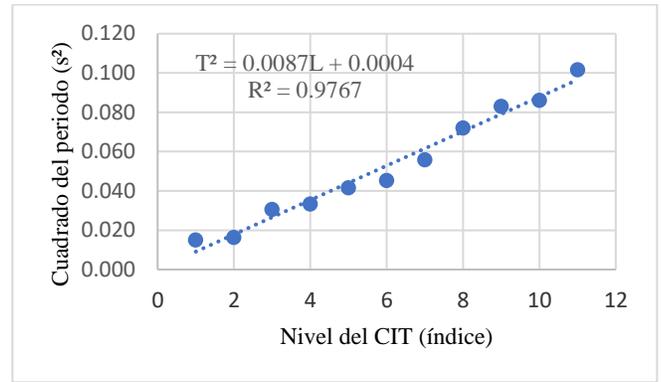


FIGURA 3. Cuadrado del periodo de oscilación en función del nivel del edificio CIT. Se observa un coeficiente de determinación

Se procedió a realizar un ajuste de tipo lineal al gráfico anterior. Se obtuvo la ecuación $T^2 = 0.0087L + 0.0004$ donde T^2 es el cuadrado del periodo y L es el nivel del cit. Además, se obtuvo de la regresión lineal el coeficiente de correlación $R^2 \approx 0.98$ mostrado en la figura (3).

Se utilizó la ecuación obtenida de la regresión lineal para determinar el valor del cuadrado del periodo teórico. Se obtuvo los residuos entre los valores teóricos y experimentales, obteniendo como resultado

TABLA II. Residuos del cuadrado del periodo obtenidos entre la diferencia de los valores teóricos calculados con la ecuación de la regresión lineal mostrada en la figura (3) y los valores experimentales del cuadrado del periodo mostrados en la tabla I.

Índice	Cuadrado periodo teórico (s ²)	Residuos (s ²)
1	0.009	-0.006
2	0.018	0.001
3	0.027	-0.004
4	0.035	-0.002
5	0.044	0.006
6	0.053	0.007
7	0.061	0.002
8	0.07	0.002
9	0.079	-0.004
10	0.087	0.001
11	0.096	-0.006

Se procedió a graficar los resultados de los residuos en función del valor teórico del cuadrado del periodo, donde el cuadrado del periodo teórico es la variable independiente y los residuos la variable dependiente.

Se aplicó una prueba de normalidad de cuantiles teóricos para determinar si los residuos tienen un comportamiento aleatorio, con la finalidad de descartar errores sistemáticos con la metodología.

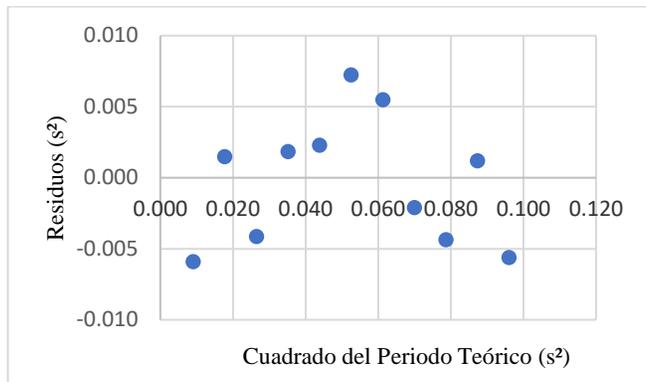


FIGURA 4. Gráfico de los residuos del cuadrado del periodo, los cuales presentan un comportamiento aleatorio alrededor del 0, comprobados en la figura 5 con la prueba de normalidad de cuantiles teóricos aplicada.

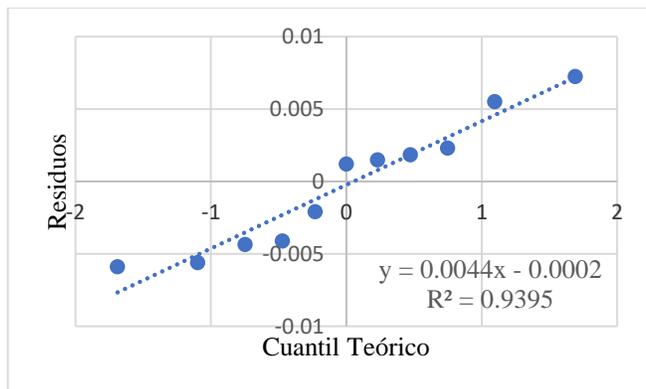


FIGURA 5. Gráfico de probabilidad normal, prueba de cuantiles teóricos en donde un 94% de los datos se ajustan a la regresión lineal aplicada.

Se analizó el gráfico obtenido de la aceleración lineal en el eje 'z' en función del tiempo. Se observó que, en efecto, las oscilaciones tienden a disminuir con el paso del tiempo. Sin embargo, se observó un RMSE de 2.44 al realizar un ajuste sinusoidal amortiguado, siendo este el valor más alto de los 11 niveles. El error cuadrático medio debe ser un valor bajo (cercano a 0) para indicar que los datos siguen el comportamiento del ajuste realizado [1]. Por lo que el ajuste realizado no se acopló a los resultados observados de la manera esperada. Se determinó que dos factores influyeron en el RMSE obtenido. El primero, se observó que, en los gráficos, existió ruido al inicio de todas las oscilaciones. Este ruido se dio al momento en que se realizó un impulso para saltar en el elevador. El segundo factor se debió a la dificultad al momento de realizar el ajuste sinusoidal amortiguado en el sistema Capstone, dado que se debió reiniciar el sistema para que el ajuste se pudiera aplicar al conjunto de datos. En los intentos al realizar el ajuste, el programa mostraba errores en las constantes y no aplicó exitosamente la regresión. Sin embargo, ante los dos factores presentados, se logró obtener la frecuencia angular de las oscilaciones con dicho programa.

Se obtuvo un coeficiente de determinación aproximado de 0.98 como se observa en la figura 3, lo que confirmó que el 98% de los datos se ajustaron a la regresión lineal realizada, validado experimentalmente los resultados planteados investigaciones donde se asume el mismo modelo [4]. Además, la regresión lineal realizada comprobó un comportamiento directamente proporcional entre el cuadrado del periodo de la oscilación y la longitud del cable, con lo que se aceptó nuestra hipótesis planteada.

Se analizó el gráfico de residuos del cuadrado del periodo obtenido. Visualmente se observó que los datos no siguen alguna tendencia. Esto se comprobó con la prueba de normalidad realizada. Se observó en la figura 3 los residuos obtenidos se acoplan en un 94% a la regresión lineal realizada. Por lo que siguen una tendencia lineal en función del cuantil teórico. Esto comprobó que los residuos siguen una distribución normal, lo que significa que existió aleatoriedad en los datos [1]. Dicha aleatoriedad descarta errores sistemáticos, lo que validó que la metodología planteada para el experimento.

IV. CONCLUSIONES

Con la metodología planteada se logró profundizar en el estudio de las oscilaciones amortiguadas, demostrando que estas las podemos estudiar con sistemas conocidos, como un elevador accionado por cables. Se comprobó experimentalmente que, para los niveles más altos de un edificio, el periodo de las oscilaciones disminuye, validando así nuestro modelo teórico. Cabe destacar la relevancia de la aplicación gratuita *Phyphox*, con la cual se demostró que es eficiente para el estudio de la aceleración de un sistema.

En caso se desee repetir el experimento, se recomienda realizar saltos desde el exterior del elevador, hacia el interior de este, para evitar el ruido causado al inicio de la toma de datos de la aceleración. Además, se recomienda utilizar otro programa para realizar la regresión sinusoidal amortiguada para evitar las dificultades que se encontraron al momento de utilizar el sistema Capstone.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la Universidad del Valle de Guatemala, por permitir utilizar las instalaciones para la experimentación. Así mismo, se le da un agradecimiento especial a nuestro director de carrera Eduardo Alvarez, y a la catedrática del curso de mecánica analítica Irene Aguilar, por todo el apoyo brindado con respecto a la resolución de dudas.

REFERENCIAS

- [1] Anderson, D., Sweeney, D., Williams, T. *Estadística para negocios y economía*, (CENGAGE Learning, México, 2012).
- [2] Castillo-Gutiérrez, S., Aguilera, E. *QQ Plot Normal. Los puntos de posición gráfica*. Iniciación a la Investigación (2007). Recuperado a partir de

<https://revistaselectronicas.ujaen.es/index.php/ininv/article/view/259>.

[3] Kisner, J., *Relating Time-Dependent Acceleration and Height using an elevator*, Phys. Teach. **53**, 220 (2015).

[4] Kuhn, J., Vogt, P., Müller, A. *Analyzing elevator oscillation with the smartphone acceleration sensors*, Phys. Teach. **52**, 55 (2014).

[5] RWTH Aachen University. *Phyphox*.

<https://play.google.com/store/apps/details?id=de.rwth_aachen.phyphox&hl=es_GT&gl=US>. (2022).

[6] Thornton, S., Marion, J. *Classical Dynamics of Particles and Systems*, (Thomson Books/Cole, USA, 2003).

[7] Young, H., Freedman, R. *Sears y Zemansky Física Universitaria*, (Editorial PEARSON, México, 2013).

[8] Biezeveld, H., *The period of a Swinging Rod in an Oscillating Frame of Reference*, Phys. Teach. **50**, 550 (2012).

[9] Digilov, R., Reiner, M., Weizman, Z. *Damping in a variable mass on a spring pendulum*, Phys. Teach. **79**, 901 (2005).

[10] Askari, H., Younesian, D., Saadatnia, Z., *Nonlinear Oscillations Analysis of the Elevator Cable in a Drum Drive elevator System*, Adv. Appl. Math. Mech. **7**, 43-57 (2015).