

SOBRE LA CURVIDAD Y LA LIMPIDEZ DE LAS RAYAS DE FRAUNHOFER EN LOS ESPECTROS PRISMÁTICOS, *nota 2.^a*, por **Antonio Tarazona** (1).

Finalmente, la revista de Espectroscopia y Física astronómica *The Astrophysical Journal* publicó en el tomo V y número 5, correspondiente á Mayo de 1897, una demostración de la fórmula contenida en el libro de Scheiner, debida á Mr. H. L. Lord, del Observatorio Emerson Mac-Millin. Por nota dice Mr. Lord que el método seguido por Christie es *somewhat different from miner and his final results are not in quite the same form as those given in Scheiner*. Verdaderamente, y ya hemos visto por qué, por fuerza habían de ser diferentes los resultados. La demostración de Lord, exacta en su esencia, es sobradamente complicada, y algo deja que desear en lo tocante al rigorismo matemático cuando, llegado el momento de ocuparse de las cantidades pequeñas, han de reemplazarse los senos por los arcos y los cosenos por la unidad. Como vamos á ver, bastan sencillas consideraciones naturalmente desprendidas de la figura de Christie para dejar ligadas las coordenadas $z = P Q = P_1 Q_1$ y $x = P' P_1 = Q' Q_1$, pues aunque no lo parezca y produzca extrañeza, me atrevo á asegurar que la disposición de la figura geométrica de Christie es indudablemente lo que mejor plantea el problema y más favorece la resolución.

Como puntos de partida, verdaderos temas para la nueva demostración que vamos á dar, adoptamos los siguientes:

En primer lugar la figura de Christie, ó sea la núm. 2 (2).

2.^o Las propiedades arriba demostradas tocante á la igualdad de las inclinaciones de los rayos oblicuos incidente y emergente á sendos lados de la sección normal, y á quedar ligadas por la ley de Descartes una cualquiera de estas dos inclinaciones y la del rayo oblicuo interior del prisma con la misma sección normal.

3.^o Las consideraciones hechas para aclaración del texto de Christie sobre la magnitud relativa bajo el carácter infinitesimal de las cantidades pequeñas que figuran en el razonamiento.

Como notación empleamos la siguiente, que aclararíamos aquí con todo detalle, si no estuviese ya hecho en lo que precede:

(1) Véase ANALES DE LA SOCIEDAD ESPAÑOLA DE FÍSICA Y QUÍMICA, tomo I, pág. 91. Madrid, 1903.

(2) *Loco citato*, pág. 94.

$$\begin{aligned}
 i &= XP & r &= Xp & R &= X'p & I &= X'P' & z &= QP \\
 i_1 &= XQ & r_1 &= Xq & R_1 &= X'q & I_1 &= X'Q_1 & z' &= q\pi \\
 \alpha &= \text{ángulo } QXP \\
 \alpha' &= \text{ángulo } Q_1X'P_1
 \end{aligned}$$

Llamaremos ∞ al ángulo P_1P' de los meridianos $P'Z$ del rayo emergente normal P' y P_1Z del emergente oblicuo Q_1 , resultando que $X'P_1 = I + x$.

Y llamemos ξ al ángulo $p\pi$ de los meridianos pZ y πZ correspondientes á los rayos interiores del prisma p y q normal el primero y oblicuo el segundo, y será $X\pi = r - \xi$ y $X'\pi = R + \xi$.

De los triángulos rectángulos QPX y $q\pi X$ resulta

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned}
 tg PX &= tg QX \cos \alpha; & tg i &= tg i_1 \cos \alpha \\
 tg \pi X &= tg qX \cos \alpha; & tg(r-\xi) &= tg r_1 \cos \alpha
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned}
 \frac{\text{sen } i}{\cos(r-\xi)} &= \frac{\text{sen } i_1}{\cos i_1} \cdot \frac{\cos r_1}{\text{sen } r_1} \\
 &= \frac{\text{sen } i_1}{\cos i_1} \cdot \frac{\cos r_1}{\text{sen } r_1}
 \end{aligned} \quad (1)
 \end{aligned}$$

El tercer factor $\frac{\text{sen } i_1}{\text{sen } r_1}$ es igual á μ , índice de refracción media del prisma.

El segundo factor $\frac{\cos r_1}{\cos(r-\xi)}$ es igual á $\cos z'$ por el triángulo $q\pi X$

Y el primero $\frac{\cos i}{\cos i_1}$ es igual á $\frac{1}{\cos z}$ por el triángulo QPX .

Conviértese así la fórmula (1) en

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen}(r-\xi)} = \mu \frac{\cos z'}{\cos z} \quad (2)$$

Idénticas consideraciones con los elementos de los triángulos $Q_1X'P_1$ y $qX'\pi$ conducen á

$$\frac{\text{sen}(I+x)}{\text{sen}(R+\xi)} = \mu \frac{\cos z'}{\cos z} \quad (3)$$

El segundo miembro de (2) y (3) se transforma fácilmente con eliminación de z' del modo siguiente, recordando que $\text{sen } z = \mu \text{sen } z'$

$$\frac{\mu \cos z'}{\cos z} = \frac{\sqrt{\mu^2 \cos^2 z'^2}}{\cos z} = \frac{\sqrt{\mu^2 - \mu^2 \text{sen}^2 z'}}{\cos z} = \frac{\sqrt{\mu^2 - \text{sen}^2 z}}{\cos z} \quad (4)$$

Y las ecuaciones (2) y (3) toman la forma

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{sen} i &= \frac{\sqrt{\mu^2 - \operatorname{sen}^2 z}}{\cos z} \operatorname{sen}(r - \xi) \\ \operatorname{sen}(I + x) &= \frac{\sqrt{\mu^2 - \operatorname{sen}^2 z}}{\cos z} \operatorname{sen}(R + \xi) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

en las cuales i, μ, R, I son constantes en cada caso particular, fácilmente obtenibles en función de i por las fórmulas generales del prisma, y variables z, ξ, x , funciones estas dos de la independiente z . Basta, pues, eliminar á ξ en las ecuaciones (5) para tener ligada inmediatamente la desviación x con la distancia z de un punto cualquiera de la rendija al foco del colimador.

Para evitarnos la molestia de arrastrar en los siguientes desarrollos el segundo miembro de (4), factor en los segundos miembros de las (5), haremos hasta que nos convenga

$$\frac{\sqrt{\mu^2 - \operatorname{sen}^2 z}}{\cos z} = K \quad (6)$$

Con ello las fórmulas (5) quedan convertidas en las de forma más sencilla.

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{sen}(I + x) &= K \operatorname{sen}(R + \xi) \\ \operatorname{sen} i &= K \operatorname{sen}(r - \xi) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Para eliminar ξ puede procederse del modo siguiente, convirtiendo en los segundos miembros la suma y la diferencia de senos en productos

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(I + x) + \operatorname{sen} i &= 2 K \operatorname{sen} \frac{1}{2}(R + r) \cos \left[\frac{1}{2}(R - r) + \xi \right] \\ \operatorname{sen}(I + x) - \operatorname{sen} i &= 2 K \cos \frac{1}{2}(R + r) \operatorname{sen} \left[\frac{1}{2}(R - r) + \xi \right] \end{aligned}$$

Advirtiendo que en el prisma ángulo $A = r + R$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\operatorname{sen}(I + x) + \operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} A} \right)^2 &= 4 K^2 \cos^2 \left[\frac{1}{2}(R - r) + \xi \right] \\ \left(\frac{\operatorname{sen}(I + x) - \operatorname{sen} i}{\cos \frac{1}{2} A} \right)^2 &= 4 K^2 \operatorname{sen}^2 \left[\frac{1}{2}(R - r) + \xi \right] \end{aligned}$$

Sumando y quitando denominadores y restableciendo el valor K de (6)

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}^2(I + x) + \operatorname{sen}^2 i + 2 \operatorname{sen}(I + x) \operatorname{sen} i \cos A &= K^2 \operatorname{sen}^2 A \\ &= \frac{\mu^2 - \operatorname{sen}^2 z}{\cos^2 z} \operatorname{sen}^2 A \end{aligned} \quad (8)$$

Cuando se anula la distancia z del punto Q , considerado en la rendija al foco P , se anula también la desviación $x = P' P_1$, y la ecuación (8) se convierte en

$$\operatorname{sen}^2 I + \operatorname{sen}^2 i + 2 \operatorname{sen} I \operatorname{sen} i \cos A = \operatorname{sen}^2 A \mu^2 \quad (9)$$

Y restando (9) de (8)

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}^2 A \frac{(\mu^2 - 1) \operatorname{sen}^2 z}{\cos^2 z} &= \operatorname{sen}^2(I+x) - \operatorname{sen}^2 I + 2 \cos A \operatorname{sen} i [\operatorname{sen}(I+x) - \operatorname{sen} I] \\ &= [\operatorname{sen}(I+x) - \operatorname{sen} I] [\operatorname{sen}(I+x) + \operatorname{sen} I + 2 \cos A \operatorname{sen} i] \\ &= (\operatorname{sen} I \cos x + \cos I \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} I) \\ &(\operatorname{sen} I \cos x + \cos I \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} I + 2 \cos A \operatorname{sen} i) \quad (10) \end{aligned}$$

El criterio para saber si cabe escribir en el segundo miembro x en vez de $\operatorname{sen} x$ y 1 en vez de coseno se forma consultando las series

$$x - \operatorname{sen} x = \frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{5!} \dots \text{3.}^{\text{er}} \text{ orden respecto al orden de } x$$

$$1 - \cos x = \frac{x^2}{2!} - \frac{x^4}{4!} \dots \text{2.}^{\text{o}} \text{ orden respecto al orden de } x.$$

Ya hemos visto que considerando á $z = PQ$ como magnitud principal, el grandor de x referido á z es de 2.º orden; por consiguiente, la diferencia $1 - \cos x$ es de 4.º orden, y de 6.º la $x - \operatorname{sen} x$. Y pues que sólo hemos de conservar el cuadrado de z en el primer miembro de (10), dentro de las circunstancias que permitan hacer á $\operatorname{sen} z = z$ y á $\cos z = 1$, bien podemos hacer en el segundo á $\operatorname{sen} x = x$ y á $\cos x = 1$, y conservar únicamente las primeras potencias resultantes de x . Con lo cual se convierte la fórmula (10) en

$$\operatorname{sen}^2 A (\mu^2 - 1)^2 z^2 = 2 \cos I (\operatorname{sen} I + \cos A \operatorname{sen} i) x \quad (11)$$

El factor binomio se transforma del modo siguiente:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} i &= \mu \operatorname{sen} r = \mu \operatorname{sen} (A - R); \operatorname{sen} I = \mu \operatorname{sen} R \\ \operatorname{sen} I + \cos A \operatorname{sen} i &= \mu [\operatorname{sen} R + \cos A \operatorname{sen} (A - R)] \\ &= \mu (\operatorname{sen} R \operatorname{sen}^2 A + \operatorname{sen} R \cos^2 A + \cos A \operatorname{sen} A \cos R - \cos A^2 \operatorname{sen} R) \\ &= \mu \operatorname{sen} A (\cos A \cos R + \operatorname{sen} A \operatorname{sen} R) = \mu \operatorname{sen} A \cos (A - R) \end{aligned}$$

y la fórmula (11) pasa á ser

$$z^2 = \frac{2\mu}{\mu^2 - 1} \frac{\cos I \cos (A - R)}{\text{sen } A} x$$

ya obtenida al rectificar á Crhistie.

Y con repetir lo dicho respecto á la significación negativa de x

$$z^2 = - \frac{2\mu}{\mu^2 - 1} \frac{\cos I \cos (A - R)}{\text{sen } A} x$$

que es la misma fórmula definitiva bajo la cual han quedado identificadas las parábolas de Crhistie y de Scheiner.

Y entre los dos métodos demostrativos, el que acabamos de exponer y el de Crhistie, ¿por cuál optar? Por cualquiera, como resolución del problema. Mas si se consideran circunstancias didácticas, el de Crhistie merece la preferencia. Con el que figura en último lugar, ó con otro más rigurosamente analítico, se demuestra la ley de la desigual desviación de los rayos emergentes; con el de Crhistie se demuestra y se evidencia. En Matemáticas, y muy especialmente en Física, una cosa es *demonstrar* y muy otra *evidenciar*; y didácticamente al menos siempre vale más, incomparablemente más, *evidenciar* que *demonstrar*.

*
* * *

En el preámbulo de la nota inserta en el número anterior decíamos que con la refracción prismática no solamente toman las rayas de Fraunhofer la forma parabólica, sino que, por regla general, pierden su limpidez, y que esta pérdida se acentúa hacia los extremos de las rayas. Á explicar este segundo defecto y á deducir el ajuste más conveniente del espectroscopio para atenuarlo y aun destruirlo va encaminada esta segunda nota. En la anterior, al tratar de la curvatura, hemos procurado dar vigor á los razonamientos geométrico-analíticos; en ésta, tocante á la limpidez, no nos proponemos ir más allá de una explicación del fenómeno; y para exponerlo cualitativamente, y para decir cómo se reduce el defecto respecto á su cuantía, no son necesarios, sobre quedar facilitada la exposición, inútiles rigorismos; al menos dentro de los límites usuales en que va hoy encerrado el manejo práctico del espectroscopio. Si empleáramos á cada paso, como lo pide el rigorismo de los conceptos, los adverbios *sensiblemente*, *próximamente*, *aproximada-*

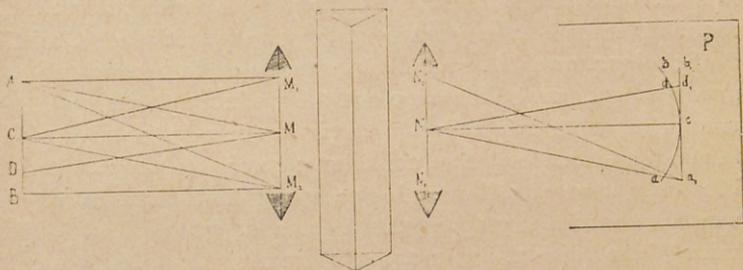
mente, con los correspondientes adjetivos, produciríamos un martilleo en las frases tan insoportable como inútil. Sólo emplearemos, pues, estas dicciones de vez en cuando, seguros de que no son abusivamente necesarias para quedar bien suplidas por el criterio de cuantos, conocedores de la teoría general de las lentes, lean esta nota.

La posición de la ventana del espectroscopio (siempre paralela á la arista refringente) y la de los rayos incidentes sobre el prisma ó sobre la lente del antejo ocular ó visual (que con ambos calificativos se le distingue) deben suponerse cual si no existiese la refracción normal, al efecto de que los puntos luminosos de la rendija y los de sus imágenes queden ligados en cada caso particular como verdaderos focos conjugados según la teoría y fórmulas de las lentes convergentes. En otros términos (no sabemos si más claros y precisos), miraremos, por una parte, como sin valor las pequeñas distancias entre el prisma y las lentes al efecto de evitar confusiones en las figuras con la gran complicación de las líneas difíciles de representar con exactitud en sus pequeñas desviaciones; y supondremos, por otra, ópticamente situados los rayos incidentes, de manera que sean producidas las imágenes cual si no existiese la refracción normal, tomando en cuenta únicamente las diferencias entre esta refracción normal y las refracciones oblicuas.—Por la necesidad ó por la conveniencia al menos de precisar, supondremos que los rayos oblicuos que alcanzan al prisma ó á la lente del antejo visual están comprendidos todos entre los rayos normales (AM_1 y BM_2 de las figuras siguientes) de los puntos extremos de la ventana, designándolos con el apelativo de *rayos útiles*; y que, para este mismo efecto, el centro ó punto medio de la rendija y su rayo normal corresponden, con las anteriores restricciones, al eje principal del antejo ocular.—Consideraremos monocromática la luz, con lo cual, suprimida toda dispersión, no hay que atender más que á las desviaciones prismática y lenticular de los rayos emanados de los diferentes puntos de la ventana lineal.—Y una vez definido el fenómeno para una raya, fácilmente queda restablecida la circunstancia de la dispersión con decir que sucedería otro tanto con otra raya cualquiera en igualdad de condiciones.

Bajo estas convenciones pasamos á examinar la formación de las imágenes de la rendija, ora esté el espectroscopio provisto ora desprovisto de colimador.

EL ESPECTROSCOPIO ESTÁ PROVISTO DE ANTEOJO COLIMADOR

En la fig. 4.^a, la parte de la izquierda del prisma representa el colimador con la rendija rectilínea AB y la lente M de foco en C medio de la misma rendija. Á la derecha están la lente N del anteojo ocular y su plano focal P . Este plano cambia de posición con el variable ajuste del anteojo, pero es constantemente perpendicular al eje principal Nc . Tanto en la figura 4.^a como en las siguientes se representa el plano en que se pintan las imágenes tendido sobre el eje óptico mediante giro alrededor de la recta $a_1 b_1$ paralela á la arista refringente.

Figura 4.^a

Cuando no está interpuesto el prisma y han sido ajustadas las dos lentes M y N bajo la coincidencia de sus ejes, todos los rayos emitidos desde el punto C salen de la M y caen sobre la N paralelos á su común eje principal y forman la imagen en el punto c , foco de esta segunda lente. Los que emanan de los puntos A y B , extremos de la rendija, quedan entre las dos lentes paralelos á los respectivos ejes secundarios y forman las imágenes sensiblemente en los puntos a_1 y b_1 del plano focal P . Y, en una palabra, los demás puntos de la rendija comprendidos entre A y B tendrían sus imágenes entre los a_1 y b_1 sobre la recta focal $a_1 b_1$. Sabido es además que la imagen es real é invertida y que si iguales fuesen las dos distancias focales, iguales serían en grandor la rendija y su imagen.

Con la interposición del prisma no se refringen por igual los haces paralelos á los ejes secundarios definidos por los puntos de la rendija, sino que se desvían según la fórmula de Scheiner y la rectificadas de Christie hacia la base del prisma, tanto más

cuanto mayor es el ángulo del correspondiente eje secundario con el principal, y como consecuencia de esta variable cuantía de la refracción oblicua las imágenes a_1 , b_1 , d_1 de los puntos A , B , D de la ventana se desvían de la recta $a_1 b_1$ para formar la curva parabólica $a b c$ de concavidad vuelta hacia la base del prisma.

Pudiera parecer, como consecuencia de esta manera de decir, que la imagen parabólica $a c b$ de la ventana no pierde limpidez comparada con la rectilínea $a_1 c b_1$, por cuanto, prescindiendo de las pérdidas variables por absorción y reflexión, concurren en d , en a , en b ... todos los rayos y sólo los rayos respectivamente emitidos por los puntos D , A , B ... de la rendija, como concurren en d_1 , c y b_1 ... cuando no está interpuesto el prisma. Pero es menester tener en cuenta, y bien resalta de los razonamientos hechos para identificar las fórmulas de Christie y de Scheiner, que la forma de la imagen de la ventana no es rigurosamente parabólica, sino que se producen á manera de aberraciones, tanto más acentuadas cuanto más dista del centro de la rendija el punto que se considere; como son tanto más notables las que se estudian en los espejos y lentes cuanto mayores son las aberturas; y agregadas á éstas las que, á falta de denominación admitida, llamaremos *aberraciones prismáticas*, dependientes de la longitud de la rendija, producen la pérdida de la limpidez, más acentuada en los extremos que en la porción media de la imagen. Con este fenómeno se relaciona íntimamente la *teoría de la pureza* de las rayas espectrales; pero no entra en nuestros propósitos descender ahora á minuciosidades analíticas, de que en otra ocasión no prescindiríamos, bastando dejar consignado: 1.º, el abultamiento del fenómeno por la que denominamos *aberración prismática*; 2.º, que la porción central de la imagen de la rendija conserva sensiblemente su limpidez, y 3.º, que esta porción central es tanto mayor cuanto mayor sea la distancia focal de las lentes empleadas, sin incurrir, por supuesto, en exageraciones innecesarias, por ser menor la oblicuidad de los rayos extremos en identidad de las demás circunstancias, como magnitud de la ventana, grandor geométrico de la lente, etc.

ESPECTROSCOPIOS SIN COLIMADOR

Muy otro es el caso cuando falta la lente del colimador.

Cada punto de la rendija, como el C en la fig. 5.^a, emite rayos luminosos en cada una de las direcciones comprendidas entre las extremas CM_1 y CM_2 . Si no estuviese interpuesto el prisma entre la rendija y la lente N , el punto C , que ya no es más que un punto cualquiera del eje de esta lente, tendría su conjugado en c_1 sobre el mismo eje, y más allá del foco principal F ; y la rendija AB tendría por imagen la recta $a_1 b_1$. Pero con la interposición del prisma ya no van á c_1 los rayos emitidos

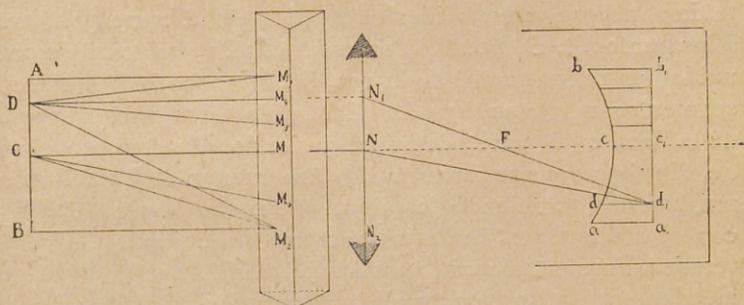


Figura 5.^a

por el punto C ; sólo va el normal CM . Los rayos CM y CM_2 se refringen desigualmente por la oblicuidad del segundo. Los rayos extremos CM_2 y CM_1 no representado en la figura 5.^a, igualmente inclinados se refringen por igual, y por su simetría se cruzan y forman en c la imagen del punto C . Cualquier otro rayo salido de C , como el CM_3 intermedio entre el normal y uno de los extremos se refringe más que el CM y menos que el CM_2 ; y con su simétrico forma la imagen de C en un punto comprendido entre c_1 y c . Y resulta en definitiva: 1.^o Que el punto C de la rendija tiene por imagen el segmento lineal $c_1 c$, continuo de c_1 á c porque también es continua la variación de la oblicuidad de los rayos salidos de C . 2.^o Que, aun prescindiendo de las pérdidas por absorción y por reflexión, y aunque sea constante la intensidad luminosa de la rendija, no puede serlo la del segmento $c_1 c$, porque la serie de puntos que le constituyen no están igualmente espaciados, es decir, que la posición de los puntos

no varía proporcionalmente á la oblicuidad de los rayos correspondientes, sino que se espacian sensiblemente según los cuadrados de aquellas oblicuidades. 3.º Que, como consecuencia, va decreciendo la intensidad luminosa del segmento c , c hacia la base del prisma.

Con los rayos emitidos por otro punto, el D por ejemplo de la misma figura 5.^a, se producen efectos análogos, pero no idénticos. Notando que el punto D emite tres clases de rayos, á saber: un rayo normal, pares de rayos simétricos hasta la oblicuidad del rayo extremo más cercano DM_1 , y rayos útiles simples desde la oblicuidad del DM_5 simétrico del DM_1 hasta la del rayo extremo útil más distante DM_2 , fácilmente se formulan las siguientes conclusiones: 1.^a La imagen de la rendija está constituida por los segmentos lineales aa_1 , bb_1 , dd_1 ... correspondientes á los puntos A , B , D ... 2.^a Por cuanto no hay solución de continuidad entre los puntos de la rendija, tampoco la hay entre los segmentos imágenes suyas. 3.^a Partiendo todos estos segmentos de la línea $a_1 b_1$ antes definida, y siendo el segmento central cc_1 el más corto por corresponder á la menor oblicuidad extrema, han de ir creciendo los demás á sendas partes del central con el crecimiento de las respectivas oblicuidades extremas, terminándose en la curva parabólica definida por la teoría geométrico-analítica arriba expuesta. 4.^a En cada uno de estos segmentos hay dos porciones señaladamente diferentes; la próxima á la recta $a_1 b_1$ formada por puntos dobles pertinentes á rayos simétricos útiles, y la más cercana al límite parabólico constituida por puntos simples debidos á los rayos que no tienen simétrico útil; siendo muy de notar que la porción compuesta de puntos dobles va disminuyendo á partir del segmento central $c_1 c$ hasta extinguirse en los segmentos extremos exclusivamente formados por puntos sencillos. 5.^a Tanto por esta última circunstancia como por lo ya dicho tocante al espaciamiento no uniforme de los puntos sobre los segmentos, debe de ir decauyendo la intensidad luminosa de la imagen de la rendija hacia la base del prisma, esto es, hacia la región violeta.

Al mismo resultado se llega si en vez de estudiar simultáneamente los rayos emitidos por un punto de la rendija y sucesivamente los emitidos por los diferentes puntos, consideramos simultáneamente todos los paralelos á una dirección dada, y sucesivamente los paralelos según inclinaciones diferentes. Los rayos AM_1 , DM_1 de la fig. 6.^a, normales á la arista, sufren to-

dos la misma desviación prismática, y paralelos al eje principal caen todos sobre la lente N ; y como cada punto de la rendija tiene su conjugado respecto á la lente N , resulta para imagen de la ventana la línea $a_1 b_1$ paralela á la arista refringente y á la ventana misma y trazada por el punto c_1 , foco conjugado del

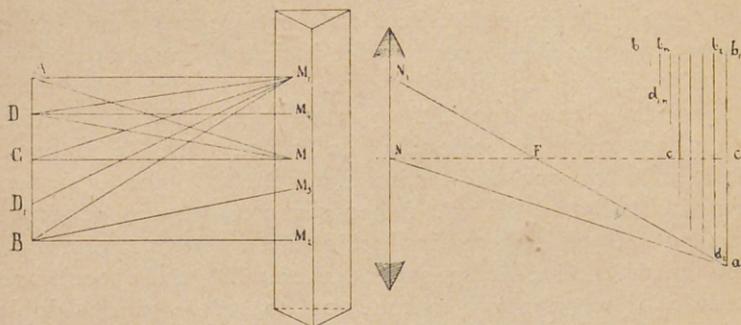


Figura 6.^a

punto C (c). Los rayos paralelos á la dirección DM_1 oblicuos bajo el ángulo $M_4 DM_1$ se refringen todos por igual, pero

(c) Tal vez parecerá extraña nuestra afirmación de que un solo rayo simple forme la imagen del punto de que emana, ya que el concepto general de la imagen de un punto envuelve la idea de cruzamiento de los rayos por él emitidos. Dos clases de consideraciones, analítica una y física otra, conducen teóricamente á la afirmación de que se trata.

Dos rectas tienen todos sus puntos comunes cuando coinciden; y, en términos generales, ninguno de ellos goza sobre los demás de ningún privilegio que le haga resaltar y distinguirse de otros. Pero cuando una de las dos rectas está sujeta á moverse, apoyándose sobre la otra y según una ley determinada, puede suceder que esta ley la lleve á la coincidencia con la fija, y que el punto de intersección tienda por consiguiente á tener una posición especial, y la tendrá realmente *en el límite* cuando sobrevenga la coincidencia; y este punto sí que se distingue analíticamente, sin ambigüedades, de todos los demás á pesar de la coincidencia geométrica de las rectas. Y lo mismo puede decirse, cuando ambas estén en movimiento, de curvas iguales ó desiguales para determinar el contacto posible, etc. Puede haber, pues, sobre una línea un punto especial que no esté definido ostensiblemente por el concurso de otra ú otras, pero que responda á una cierta ley.

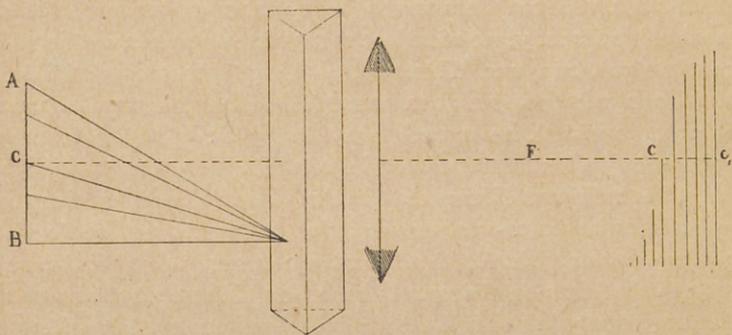
Un punto luminoso en presencia de una lente tiene su imagen en otro punto ó foco llamado conjugado, sobre el eje secundario definido por el mismo punto luminoso, y está formado por el cruzamiento de los rayos

más que los normales anteriores y dan origen al segmento $b_2 d_2$, más desviado que el anterior hacia la base del prisma. Adviértase que á causa de la inclinación dejan de ser rayos útiles los del segmento DA de la ventana, que naturalmente ha de quedar sin imagen, con lo cual resulta acortado el segmento $b_2 d_2$ por el extremo d_2 , como se indica en la figura 6.^a Claro es que con el aumento de la inclinación han de acortarse más y más los correspondientes segmentos hasta reducirse á un solo punto para la oblicuidad $B M_1$. Además, ninguno de los puntos de estos segmentos lineales es doble. Mas para las oblicuidades, simétricas de las anteriores, eonsideradas en la figura 7.^a, llegaríamos á los resultados que en la misma se indican. Y siendo evidente que ambas figuras 6.^a y 7.^a deben ser consideradas superpuestas, pues simultáneas son las incidencias simétricas representadas en una y otra, fácilmente se infiere: 1.^o Que la porción central de los segmentos superpuestos consta de puntos dobles, mientras que en las porciones extremas no hay más que puntos simples. 2.^o Que las porciones centrales van reduciéndose con el aumento de la inclinación de los rayos incidentes hasta el segmento tangente al límite parabólico (d), compuesto todo él de

convergentes, real ó virtualmente después de atravesar la lente, hecha por supuesto salvedad de toda causa de aberración sin interés en estas consideraciones. Pero si se cubriera la lente de negro de humo, y sólo se dejasen al descubierto unos cuantos puntos de la superficie, por ellos pasarían los rayos ó haces infinitesimales, para seguir su marcha y cruzarse lo mismo que antes de impedir que lo hiciesen la totalidad de los incidentes sobre la lente. Y si no dejásemos al descubierto más que un solo punto de la superficie y sólo á un rayo diésemos curso libre, no por ello dejaría de existir sobre él el punto de concurso de los demás detenidos en su propagación. Pues bien, al considerar en el texto, con referencia á la figura 6.^a, el caso, por ejemplo, de los rayos emitidos por el punto C , debe tenerse presente que no caen sobre la lente N en las condiciones ordinarias después de atravesar el prisma, y no cabe aplicarles las consideraciones envueltas en las fórmulas de las lentes para llegar á las circunstancias de la imagen. Cada rayo se conduce de un modo particular; y no obsta el que no puede aparearse con ningún otro para inferir que exista sobre él el punto de concurso de los otros, los cuales con la variable refracción prismática no pueden ser considerados con simultaneidad. Á este punto ideal hemos atendido en el texto.

(d) Que los límites de las imágenes de que nos estamos ocupando son parabólicos sensiblemente hacia la base del prisma, es consecuencia

puntos simples ó, si se quiere, de un solo punto doble. 3.º Que en los segmentos siguientes está reemplazada la región de los puntos dobles por una región imaginaria debida á las circunstancias particulares de esta segunda manera de mirar el problema. 4.º Que la intensidad luminosa debe decrecer por la consecuencia segunda y por no estar uniformemente distribuidos los puntos, tanto dobles como sencillos, de los segmentos superpuestos á uno y otro lado de la línea media ó segmento $c_1 c$ de la figura 5.^a

Figura 7.^a

Vemos, pues, que se llega al mismo resultado, y así había de ser, en la manera de desparramarse la luz emitida por la rendija al formarse su imagen después de atravesar el prisma y la lente N , ora según las indicaciones hechas para llegar á la figura 5.^a, ora según las apuntadas para obtener la que resultaría con la superposición de las 6.^a y 7.^a Imágenes de la ventana son también las rayas de absorción que rompen la continuidad de los espectros debidos á sólidos y líquidos incandescentes, y les son aplicables cuanto acabamos de exponer para las debidas á los gases en condiciones ordinarias. Tal es, pues, la manera de perder su limpidez las rayas Fraunhofer.

Por lo que toca á las rayas prismáticas obtenidas con colimador, ya hemos indicado que, con curvatura bien definida, no es mucha la pérdida de limpidez; tan poca que es casi insensible. Respecto á las de los espectros que se obtienen sin lente coli-

directa é inmediata de la teoría geométrico-analítica expuesta en el número anterior de estos ANALES.

madora, ó *colimatrix*, según la tendencia usual á suprimir aquella terminación femenina en nuestros adjetivos de carácter científico, algo más debemos decir, aunque no parezca del todo necesario. Pues el lector habrá inferido que tal desparramamiento de la luz sobre los planos *P* de las figuras 5.^a, 6.^a y 7.^a ni por su extensión ni por su forma corresponde á lo que se observa en un espectroscopio. En la representación gráfica de los puntos y segmentos, huyendo de confusas aglomeraciones, les habíamos de dar exageradas expansiones, muy especialmente en el sentido longitudinal de los segmentos de la figura 5.^a La magnitud de la ventana siempre es pequeña, comparada con su distancia al prisma, y, no siendo exagerado suponerla de unos dos centímetros, con una distancia de 50 centímetros después de alejada lo más posible para conseguir imágenes aceptables con el antejo visual, no excede de 2.^o la oblicuidad de los rayos emanados de los extremos de la rendija. Pequeñas han de ser, pues, las máximas diferencias en la refracción prismática; pero lo suficientes para que, comparadas las rayas del sodio vistas con colimador y sin él, se advierta que, aunque subsistan separadas y distintas en el segundo caso, sea bien notable el aumento de su grosor y la pérdida de la limpidez, aun en la región central del lado que mira hacia la base del prisma; si no hasta el punto de imposibilitar las observaciones espectroscópicas, lo bastante, al menos, para rebajar la precisión en igualdad de las demás circunstancias. En cuanto á la forma de menisco elevado de las figuras 5.^a y 6.^a y 7.^a superpuestas, debemos advertir que no se hace sensible, tanto por ser menos compactos los rayos, como por no estar reforzados los puntos con su cruzamiento regular.

(Observatorio de Madrid).

PRECIPITACIÓN FRACCIONADA DE LOS ALBUMINOIDES POR LAS SALES DE ZINC, por **Obdulio Fernández**.

Uno de los medios de separar albuminoides es precipitarlos fraccionadamente. Entre las sustancias empleadas como precipitantes hállanse el sulfato amónico, que coagula á todos, excepto las peptonas, y el zíncico, que le va suplantando desde las experiencias de Zune (1).

(1) «De la separation des albuminoides pour l'emploi des sels.»—*Annales de la Société Royale des Sciences Médicales de Bruxelles* t. 9.^o, 1900