



EL MATERIAL DIDÁCTICO “PUZZLE ALGEBRAICO”. UN RECURSO INNOVADOR EN CLASE DE MATEMÁTICAS

Eligia del Pilar Domínguez Santana
Martín M. Socas Robayna

Universidad de La Laguna

Resumen

La innovación, en sentido general, se puede considerar como la incorporación de un aspecto nuevo a los elementos que constituyen el sistema escolar. Por ejemplo, el uso en clase de Matemáticas de materiales concretos con fines didácticos ha tenido gran interés en relación con los aspectos innovadores en el aula de Matemáticas.

En este trabajo se presenta y analiza una experiencia didáctica que se llevó a cabo con alumnos de Tercer curso de ESO, relativa al estudio de las expresiones algebraicas elementales y operaciones con expresiones algebraicas, siguiendo una unidad de aprendizaje que incluye el “Puzzle Algebraico” como un sistema de representación semiótico para el lenguaje algebraico.

Abstract

Innovation, in a general sense, can be considered as the incorporation of a new aspect among the elements that constitute the school system. For example, the use of specific materials in Mathematics class with didactic ends has had a great interest in connection with the innovative aspects in Mathematics classrooms.

In this work, a didactic experience that was carried out on 3rd ESO students is presented and analysed. We are going to work the elementary algebraic expressions and the operations that contain algebraic expressions, following a learning unit that includes the “Algebraic Puzzle” as a system of semiotic representation for the algebraic language.

Introducción

El concepto de innovación es complejo y difícil de definir; cada individuo que forma parte del sistema educativo lo entiende de diferente forma. En cualquier caso, lo podemos caracterizar de manera general como cualquier aspecto que resulte novedoso para los elementos que constituyen el sistema escolar.

En general, hablaremos de innovación en el contexto escolar cuando se producen cambios curriculares y cuando se introducen nuevos productos, materiales, ideas o personas.

En la innovación educativa surgen dos cuestiones fundamentales: la internalización del cambio y la evaluación de la efectividad de la innovación. La internalización del cambio supone que la innovación sea aceptada por los sujetos implicados (profesores) ya que son ellos los encargados de situarla en la “práctica educativa”, mientras que la evaluación de la efectividad de la innovación es el punto de contacto entre la innovación y la investigación.

La investigación educativa, por otra parte, se considera como un proceso sistemático, controlado y objetivo, dirigido hacia el desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos científicos acerca de la educación, que debería capacitar al educador para determinar qué tipo de enseñanza y qué condiciones de aprendizaje debe proporcionar al educando para obtener conductas predeterminadas. El objetivo de la investigación es la de facilitar información a los que tienen que tomar decisiones para que la educación resulte eficaz.

En los trabajos de innovación en el Área de Matemáticas los materiales concretos constituyen uno de los elementos relevantes. En los últimos años se ha originado un gran interés por los materiales concretos con fines didácticos, debido a la diversidad cognitiva que nos encontramos en el aula. Pero la utilización de materiales en el aula no es algo nuevo, se vienen implementando en las aulas desde hace mucho tiempo. Aún hoy, la principal preocupación es si los materiales benefician o perjudican el aprendizaje del alumno. En este

sentido, se plantea si con la utilización del material didáctico los alumnos están aprendiendo un nuevo objeto que nada tiene que ver con la Matemática o están conociendo un concepto matemático a través de él, o sólo se utiliza como herramienta para plantear o resolver problemas. Responder a estas cuestiones es algo muy complejo y que aún en estos momentos está siendo objeto de investigación.

Diferentes han sido las propuestas de organización que se han hecho de los materiales didácticos. Por ejemplo, Szendrei (1996) se refiere a los materiales didácticos para la enseñanza/aprendizaje de las Matemáticas en términos de utensilios comunes, materiales educativos, materiales concretos y juegos.

Los materiales concretos (usados con fines didácticos) son, por una parte, objetos de la vida real empleados en clase, que llamamos *utensilios comunes*; y también herramientas especialmente construidas con fines educativos, que llamaremos *materiales educativos*.

En Coriat (1997) encontramos una organización centrada en recursos y materiales didácticos, que ofrece una clara distinción entre ambos.

Señala el autor, que se entiende por recurso cualquier material, no diseñado específicamente para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, que el profesor decide incorporar en sus enseñanzas. Son recursos habituales la tiza y el encerado o el cuaderno del alumno.

Distingue los recursos de los materiales didácticos, porque estos últimos se suelen diseñar con fines educativos. Son ejemplos de materiales didácticos los siguientes: las hojas de trabajo preparadas por el profesor, los programas de ordenador, las regletas de Cuisenaire, los bloques multibásicos de Dienes, etc.

Igualmente, el uso de los materiales en el sistema educativo se ha hecho bajo la influencia de diferentes teorías, pero los resultados obtenidos no son lo suficientemente significativos para la Educación Matemática.

Nos propusimos, en este trabajo, realizar una experiencia didáctica con alumnos de 3º de Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) relacionada con el lenguaje algebraico usando el material didáctico “Puzzle Algebraico” como un registro de este lenguaje, con los dos objetivos siguientes:

1. Diseñar, implementar y evaluar una unidad de aprendizaje del lenguaje algebraico que utiliza el material didáctico (Puzzle Algebraico) como un organizador del currículo.
2. Analizar las competencias cognitivas de los alumnos que siguen una unidad de aprendizaje en la ESO.

Diseño de la experiencia didáctica y marco teórico

Diseñar, desarrollar y evaluar una propuesta de innovación curricular en Matemáticas supone hacer frente a múltiples cuestiones. Analizamos en este epígrafe dos aspectos: en primer lugar, la problemática general que se ocasiona al implementar una experiencia didáctica innovadora; en segundo lugar, el diseño, los sujetos y las técnicas e instrumentos para recoger la información. Finalmente, explicitamos, el marco teórico con sus diferentes componentes.

Problemática general

Problemas institucionales. Se comentó la decisión en el Departamento de Matemáticas del IES “Puerto de la Cruz”, y se discutió si sería interesante para el alumnado y el profesorado introducir un material didáctico en clase de Matemáticas. Como se trataba de una acción concreta realizada por una profesora del seminario, ofrecieron su apoyo; hemos de señalar que se trata de un Departamento muy implicado en los temas de innovación en el aula, de hecho acordaron aplicar esta medida a uno de los grupos flexibles con más problemas de motivación, aprendizaje y hábitos de trabajo.

Problemas curriculares. Aceptada la propuesta por el Departamento hubo que comenzar por organizar la experiencia analizando la incidencia que el material didáctico iba a tener en el desarrollo de los contenidos. En el caso concreto de la experiencia, los contenidos que se propusieron se referían a los siguientes tópicos:

- Números enteros.
- Expresiones algebraicas (monomios, binomios, polinomios).
- Operaciones con expresiones algebraicas.
- Valor numérico

El primer problema con el que uno se encuentra al utilizar un material didáctico es sus limitaciones para tratar todos los aspectos que se fijan en la programación, por ejemplo, la regla de Ruffini. Es el momento de seleccionar aquellos conceptos que se podían tratar con el Puzzle Algebraico y, por lo tanto, seleccionar y ajustar las actividades del libro (McGraw-Hill, 3º ESO) a las limitaciones del material didáctico.

Seleccionados los contenidos y diseñadas las actividades que pretendíamos realizar mediante el uso del material, surge el gran problema: el tiempo. Evidentemente, todo material didáctico requiere un mayor tiempo de desarrollo, sobre todo si, inicialmente, los alumnos desconocen su funcionamiento. Esto supuso dedicar mucho tiempo a la unidad de aprendizaje y dejar de impartir otros contenidos.

Otro de los problemas relevantes con el que nos encontramos al diseñar e implementar la unidad de aprendizaje utilizando un mediador curricular como el Puzzle Algebraico es que, por principio, la introducción del material en el aula se hace con el objetivo de proporcionar al alumno estrategias de enseñanza y aprendizaje que le faciliten la comprensión de determinados conceptos. Es decir, es necesario definir en primer lugar las estrategias de enseñanza y aprendizaje y, luego, caracterizar las maneras de entender el aprendizaje.

La evaluación también sufre cambios en relación con los métodos tradicionales que se deben sustituir por otros no tan comunes, para poder obtener conclusiones o resultados fiables y poder emitir juicios de valor sobre los alumnos y los materiales didácticos.

Como vemos, son muchas las cuestiones que debemos cambiar para enfrentarnos a la realidad del aula con una propuesta de innovación ya que afecta a diferentes elementos del sistema educativo.

Diseño, sujetos y técnicas

Para llevar a cabo esta experiencia se opta por un diseño preexperimental de tipo pretest-posttest con la intervención de un mediador curricular como el Puzzle Algebraico utilizado como un sistema de representación semiótico, es decir, como un registro autosuficiente para el lenguaje algebraico.

Al comenzar la experiencia se les pasa a los alumnos un cuestionario adaptado de Palarea (1998) que nos permite conocer el conocimiento previo que poseen con respecto al Lenguaje Algebraico y que también nos permite determinar si progresan o no. Además sirve para extraer información del efecto causado por los diferentes mediadores que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En el cuestionario aparecen preguntas relativas a números enteros, expresiones algebraicas, operaciones con expresiones algebraicas y cálculos de áreas y perímetros de figuras planas.

Este cuestionario se les pasa antes de comenzar la unidad de aprendizaje utilizando para ello una sesión. A continuación se dedican tres sesiones para presentar y enseñar a los alumnos a manejar el Puzzle Algebraico. Una vez familiarizados con el Puzzle se comienza el tema en cuestión y se introducen los conceptos que queremos tratar con dicho material.

Con la utilización del Puzzle se pretende que el alumno tenga un recurso más para la elaboración de actividades. De manera que si al realizar una

actividad tiene dificultades sea capaz de recurrir al Puzzle para proseguir o viceversa. Es decir, se le presenta la unidad de forma distinta a lo que se hace diariamente en clase. Se deja de lado el libro de texto y se utiliza en su lugar el Puzzle Algebraico, durante un período aproximado de cuatro semanas. Finalmente, se vuelve a las actividades propuestas en el libro de texto y se abandona a nivel manipulativo el Puzzle Algebraico.

Finalizada la experiencia y pasados unos días, sin previo aviso, se les vuelve a pasar el cuestionario con la intención de observar si han mejorado o no y el efecto que ha causado el material didáctico como representación semiótica de los contenidos algebraicos tratados.

La experiencia se realizó con 17 alumnos de Tercer curso de ESO del IES “Puerto de la Cruz”. Estos alumnos pertenecían al grupo flexible con nivel académico más bajo y peor predisposición al trabajo en clase. Es por ello, como hemos señalado, por lo que se decidió introducir el Puzzle Algebraico con objeto de lograr una mayor motivación y atender a la diversidad, así como evaluar los efectos que este producía.

Como hemos indicado con anterioridad, la experiencia duró aproximadamente cinco semanas. Una vez terminada y pasadas tres semanas se seleccionaron cuatro alumnos para hacerles una entrevista. El protocolo de la entrevista se organizó tomando seis ejercicios del cuestionario, con el objetivo de analizar con más profundidad el efecto del Puzzle en los alumnos.

Para evaluar la experiencia y obtener resultados y conclusiones fue necesario utilizar diferentes instrumentos (pretest y postest) y técnicas.

* Cuestionario (pre y postest)

Se les pasó a los alumnos un cuestionario, adaptado de Palarea (1998), antes del comienzo de la experiencia y después de la misma para determinar el progreso o no de los alumnos.

* Producciones de los alumnos, recogidas en los cuadernos de clase.

* Entrevistas

Se organizaron cuatro sesiones de unos 40-50 minutos de duración. La selección de los cuatro alumnos para la entrevista se hizo con base en los resultados obtenidos en el pretest y en el postest, en el desarrollo de las sesiones de instrucción, y en las calificaciones del área de Matemáticas; dos fueron de nivel medio, uno de nivel medio bajo y otro de nivel bajo.

Marco teórico

A los efectos de alcanzar los dos objetivos de la experiencia didáctica, se diseñó un marco teórico organizado en los tres elementos siguientes: sistemas de representación y comprensión, materiales didácticos como sistemas de representación y diseño de instrucción.

Los sistemas de representación y la comprensión del lenguaje algebraico

Para Hiebert y Carpenter (1992) existen dos tipos de representaciones: las externas y las internas. De manera que si queremos comunicar algunas ideas necesitamos de una representación externa, es decir, símbolos escritos, dibujos, objetos, etc. Pero cuando pensamos sobre ideas matemáticas necesitamos de una representación interna, mental.

Hiebert y Carpenter (op. cit.) estudian relaciones entre ambos tipos de representaciones externas e internas y la manera de relacionar o conectar las representaciones internas entre sí; dichos estudios se basan en trabajos sobre la ciencia cognitiva.

Ambos autores aceptan que las representaciones matemáticas externas influyen en la construcción de las representaciones internas. Esto es, según la manera con la que interactúe un estudiante con una representación externa se

generará un tipo u otro de representación interna y recíprocamente. De esta manera, la comprensión se produce cuando las representaciones se conectan en redes cada vez más estructuradas y cohesivas.

Kaput (1987) pone de manifiesto que cualquier sistema de representación semiótico (SRS) se ocupa al menos de cuatro fuentes de significado:

- Las traslaciones entre SRS formales.
- Las traslaciones entre SRS formales y no formales.
- Las transformaciones y operaciones dentro de un mismo SRS, sin referencia a ningún otro SRS.
- La consolidación a través de la construcción de objetos mentales mediante acciones, procedimientos y conceptos que se dan en los SRS intermedios.

La Matemática no puede ser comunicada sin estos sistemas de representación externa y sin estas fuentes de significado.

Duval (1995), por otra parte, caracteriza un sistema semiótico como un sistema de representación de la siguiente manera: “un sistema semiótico puede ser un registro de representación si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiosis:

1. La presencia de una representación identificable.
2. El tratamiento de una representación, que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formada.
3. La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial.

Para que el alumno asimile un objeto matemático es necesario que trabaje con varias representaciones del mismo. La manipulación de varias representaciones por el alumno le permite construir imágenes mentales adecuadas de un objeto matemático.

Considerando que los objetos del Álgebra pueden ser representados mediante diferentes registros semióticos, la competencia algebraica del alumno debe ser entendida, desde el punto de vista semiótico, como la articulación coherente de diferentes registros de representación de un objeto algebraico.

Los materiales didácticos como representaciones semióticas

En relación con los materiales didácticos, tomamos como referencia el marco teórico presentado en Socas (1999). El autor propone que para que un material didáctico se constituya como un medio que facilite la comprensión conceptual y procedimental de un objeto matemático en el alumno, debe usarse como una representación semiótica autosuficiente del objeto matemático.

El autor toma, en un primer momento, la organización propuesta por Coriat (1997) para los objetos materiales, en la que se utiliza el término recurso didáctico para considerar todos aquellos materiales que usa el profesor en el aula (tiza, cuaderno, libro, etc.), y material didáctico para aquellos otros que se construyen con fines educativos. Pero no los utiliza en el sentido estricto de Coriat, sino que establece una relación de inclusión entre recursos y materiales didácticos, y define el paso del primer término al segundo mediante “transformaciones adaptativas” (Socas, 1999), y de éstos a las representaciones semióticas mediante el mismo procedimiento; de esta manera podemos transformar un material didáctico en un sistema de representación semiótica para un objeto matemático. Es decir, propone una organización de los objetos materiales usados en clase de Matemáticas en tres grupos diferenciados: recursos, materiales didácticos y representaciones semióticas, y establece entre ellos una relación de inclusión y un proceso de transformación, que denomina “adaptativo”, que permite el paso de un grupo a otro. A los objetos materiales utilizados en clase de Matemáticas los denomina “Medios Didácticos” y cada uno de ellos es identificado como un “Mediador del Currículo”. De esta manera,

obtenemos la siguiente relación de inclusión para los diferentes medios didácticos:

Recursos \supset Materiales didácticos \supset Sistemas de Representaciones Semióticas.

Encontramos en los trabajos de este autor que un medio didáctico puede ser usado en clase de Matemáticas con tres intenciones diferentes. Por ejemplo, para poder utilizar un material didáctico como representación semiótica en un proceso de enseñanza/aprendizaje, se necesita realizar “transformaciones adaptativas” del mismo, de manera que este material didáctico se configure como un sistema de representación semiótico “autosuficiente” (Palarea y Socas, 1994b), que permita tanto las elaboraciones sintácticas como las semánticas del objeto.

Este conjunto de transformaciones nos permite pasar de recursos a sistemas de representaciones semióticos autosuficientes, y estos a su vez pueden ser de naturaleza diferente: analógica, digital o mixta.

En este marco de referencia podemos señalar las condiciones que debe cumplir un material didáctico como medio para el aprendizaje matemático; situación que describiremos más adelante con el material utilizado en la experiencia: “Puzzle Algebraico”.

Diseño de instrucción

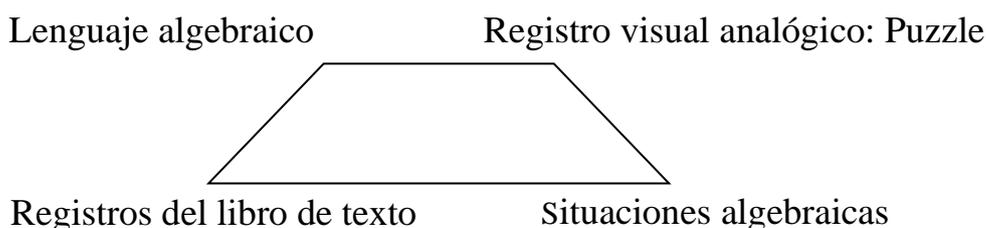
Partiendo de la base de que los objetos matemáticos se comunican mediante los SRS y que existen diferentes tipos de representaciones que favorecen una comprensión más amplia de los conceptos. Hemos de tener presente la preocupación entre los matemáticos y los profesores de Matemáticas para que los alumnos no confundan los objetos matemáticos con sus representaciones, y por ello utilizan los SRS formales. Pero como señala Socas (1997), este tipo de SRS formal es el objetivo final que se trataría de conseguir a través de un proceso en el que nos encontramos los siguientes estadios de

desarrollo del signo matemático: el estadio semiótico; el estadio estructural y el estadio autónomo del SRS formal.

Teniendo en cuenta los estudios experimentales sobre lenguaje algebraico (Palarea y Socas, 1994a y 1994b), se ha constatado la necesidad de ampliar las fuentes de significados para el lenguaje algebraico a SRS de procedencia analógica y visual.

Se diseñó una estrategia de enseñanza para el lenguaje algebraico basada en el modelo descrito en Socas y Palarea (1997) para la búsqueda de significados en Álgebra mediante el uso de sistemas de representación semióticos.

En general se sugieren los dos caminos trazados en el siguiente esquema:



En primer lugar, la estrategia de enseñanza siguió el camino: situaciones algebraicas-Puzzle-lenguaje algebraico, es decir, se reproducían las situaciones problemáticas planteadas utilizando para ello el Puzzle. En un segundo momento se abandonó el Puzzle para proseguir con la unidad de aprendizaje mediante el método habitual, es decir, utilizando el libro de texto.

Los aspectos relativos al aprendizaje se organizaron con la idea de estudiar el álgebra mediante el uso de distintas representaciones ya que partíamos de la hipótesis de que esto facilitará la comprensión y les ayudará a afrontar las dificultades que se puedan encontrar.

El registro visual analógico “Puzzle Algebraico” es utilizado como un SRS autosuficiente para los objetos matemáticos desarrollados en esta

experiencia. En Socas (2000) se describe este material didáctico y se aporta una guía con actividades y sugerencias didácticas para su uso en el contexto escolar.

La secuencia seguida es extraída del libro de texto de la editorial McGraw-Hill usado por los alumnos y adaptada al material. Se seleccionaron cuatro temas de estudio: Operaciones con números enteros, Expresiones algebraicas. Sumas y productos con expresiones algebraicas y Cálculo de perímetros y áreas de figuras planas sencillas.

Los alumnos en clase seguían usando el mismo material, es decir, un cuaderno en el que realizaban los ejercicios y tomaban notas. Pero, además, ahora se añadía otro utensilio que les permitía resolver las actividades manipulando el material.

La clase comenzaba recordando lo visto el día anterior y corrigiendo los ejercicios que habían quedado pendientes, aprovechando para recordar a los más despistados el manejo del Puzzle.

Los alumnos anotaban en sus cuadernos los nuevos conceptos aprendidos y los resultados de cada ejercicio incluyendo una representación gráfica del Puzzle. Se les insta para que primero obtengan el resultado manipulando el Puzzle y luego lleven esa representación al cuaderno.

Tareas y resultados

Para el estudio de las tareas propuestas se configuran diferentes categorías de análisis. Por ejemplo, los resultados de los tests se codifican como: B (Bien), cuando el alumno contesta correctamente más del setenta y cinco por ciento de las preguntas relativas a uno de los temas; R (Regular), cuando el alumno contesta entre el veinticinco y el setenta y cinco por ciento de dichas preguntas; M (Mal), cuando el alumno contesta menos del veinticinco por ciento de las preguntas; y NC (No contesta), cuando el alumno no da ninguna respuesta a las preguntas. Mientras que, para analizar la comprensión de los estudiantes, se utilizan los elementos descritos en el marco teórico:

1. Tres sistemas de representación: Formal (F), Visual Geométrico (G) y Esquemas/Puzzle (E).
2. Tres tipos de acciones realizadas por los estudiantes:
 - Reconocimiento de los elementos de un sistema de representación semiótico (R_F, R_G, R_E).
 - Transformaciones internas en un sistema de representación semiótico: (T_F, T_G, T_E).
 - Conversiones (transformaciones externas) entre sistemas de representación semióticos: ($C_F \rightarrow G, C_G \rightarrow F, C_E \rightarrow G \dots$).
3. Tres estadios de desarrollo cognitivo: semiótico, estructural y autónomo.

A modo de ejemplo, comentaremos algunos resultados. Como hemos indicado, se realizaron cuatro entrevistas tres semanas después de finalizar el desarrollo del diseño de instrucción. Las entrevistas tienen como soporte actividades seleccionadas del test pasado a los alumnos antes del comienzo y después del final de la experiencia didáctica, relativas a cantidades numéricas positivas y negativas y expresiones algebraicas y tienen como finalidad analizar el tipo de acciones que realiza el estudiante, es decir, sus competencias en los contenidos tratados, capacidad para reconocer los elementos de un sistema de representación semiótico en lenguaje formal, visual y con el Puzzle y capacidad para hacer transformaciones internas o externas.

Analizamos el comportamiento del *Alumno de nivel medio bajo (L. A. M.)* ante las actividades 1, 2, 8 y 9 del test que corresponden a las cuatro primeras del protocolo de la entrevista.

La actividad 1 consiste en operaciones con cantidades positivas y negativas, y es el único caso en el que el alumno usa la representación gráfica del Puzzle para resolverlo.

CENTRO:
NOMBRE Y APELLIDOS: Lia zid
CURSO:

1. Realiza las siguientes operaciones:

a) $(+5) + (-20) = -15$
b) $(-2) \cdot (+5) = -10$
c) $(+4) - (+2) = +2$
d) $(+24) : (-6) = (-24) - 4$

Se observa que únicamente en el apartado g) no utiliza la representación gráfica del Puzzle, ya que como nos indica el alumno: “Son números muy grandes y tendría que dibujar muchas fichas”.

En el resto de los ejercicios de expresiones algebraicas, por el contrario, no vuelve a utilizar la representación gráfica del Puzzle.

Este alumno, pasados ya aproximadamente treinta días de la finalización de la experiencia, sigue utilizando la representación gráfica del Puzzle para resolver el ejercicio de números enteros al igual que ocurrió en el postest.

Veamos los ejercicios 2 y 8.

E: Haz ahora el ejercicio 2, apartados a), c) y f).

- a) $6 \cdot (b+x)$
c) $x \cdot (y-x)$
f) $b(3b+x) + x(2b-x)$

A: (Realiza los cálculos y obtiene):

2. Escribe de forma más simplificada, reduciendo hasta donde sea posible hacerlo correctamente:

a) $6 \cdot (b + x) = 6 \cdot bx = 6bx$

b) $x \cdot (y - x) = x^2 + y = x^2$

c) $b(3b + x) + x(2b - x) = 3b^2x + 2bx^2 = 5bx^2$

E: Explica lo que haz hecho.

A: Hay que simplificar, entonces multiplico 6 por bx y da 6bx.

E: Aquí no has utilizado las fichas del Puzzle. ¿No se pueden utilizar?

A: Si se puede, pero ya sé hacerlo directamente.

E: ¿Has pensado en el Puzzle para hacerlo?

A: No, en cómo lo hacía el año pasado.

E: Sigue con el ejercicio 8 apartados a), d) y g).

a) $x+x+3b+5x=$

d) $3y-(b-2y)=$

g) $(x-b+y)-(b-x+y)$

A: (Realiza los cálculos y obtiene):

8. Calcula y reduce, cuando sea posible, las expresiones siguientes:

a) $x+x+3b+5x = 7x+3b$

d) $3y+(b-2y) = +5y+b$

g) $(x-b+y)-(b-x+y) = -2x-2b+y$

E: Comenta lo que has hecho.

A: Estaba pensando en las fichas, como 2x positivo y 5x positivo da 7x positivo y después había 3b que no se puede sumar con las otras. En d) había 3y, que se puede sumar con 2y, y da 5y, bueno -5y.

E: ¿Por qué?

A: Porque - "y" + da - ; y +b que no se puede sumar. En el g) sumé x con x, b con b e y con y.

E: ¿Por qué aquí no dibujas las fichas del Puzzle?

A: Porque ya lo sé hacer sin dibujarlas.

Estas actividades caracterizan a un alumno que tiene dificultades con la multiplicación de expresiones algebraicas en el sistema formal. Es capaz de reconocerlas (R_F), pero tiene dificultad para transformarlas (T_F).

En la actividad 9 el alumno procede de la siguiente manera:

9. Sabiendo que el perímetro de un polígono se calcula sumando las longitudes de todos sus lados, halla el perímetro de las figuras siguientes:

$4+4=8$
 $9+9=18$
 $8+18=26$

$e+e=e^2$
 $a+a=a^2$
 $= e^2+a^2+$

En general, L.A.M. es un alumno que reconoce los tres sistemas de representación R_F , R_G y R_E , pero tiene dificultades, por ejemplo, para realizar transformaciones desde el sistema de representación semiótico visual geométrico al formal o desde el formal al del esquema. El alumno cree que controla uno de los sistemas, el del esquema para las cantidades positivas y negativas y el formal para la suma y multiplicación de expresiones algebraicas y los utiliza para la conversión a otros registros. Se trata de un alumno que en el caso de las cantidades positivas y negativas se encuentra en el estadio de desarrollo estructural, pero en el caso de las expresiones algebraicas está en el estadio de desarrollo semiótico en relación con el registro formal y tiene muchas dificultades para la suma y multiplicación de expresiones algebraicas por falta de sentido en estas operaciones.

Consideraciones finales

De esta experiencia hemos podido extraer algunas conclusiones que han sido de gran utilidad para el diseño de nuevos trabajos en esta línea de innovación/investigación con materiales didácticos. En resumen, podemos señalar que:

- El material “Puzzle Algebraico”, se puede utilizar en el aula de Matemáticas sin que existan conflictos con los alumnos.

- El uso del material permite darle otro planteamiento a las clases de Matemáticas que consigue, motivar a los alumnos, de modo que estos tienen la sensación de aprender las matemáticas de manera diferente a lo habitual.

- El “Puzzle Algebraico” es un recurso apropiado para atender a la diversidad cognitiva que nos encontramos en las clases de Matemáticas, de manera que cada alumno puede trabajar a su nivel y ritmo en el lenguaje algebraico.

- El material es nuevo para los alumnos, pero es rechazado por la mayoría cuando las cantidades son grandes pues piensan que es más efectivo realizar las operaciones a nivel formal; no obstante, todos aprenden a manejarlo y a realizar las actividades con él.

- En relación con la situación de rechazo descrita, opinamos que su causa se debe a que son alumnos que ya tienen un conocimiento anterior del lenguaje algebraico y es más fácil y rápido realizar las actividades utilizando ese conocimiento, incluso en las situaciones que presentan dificultades para ellos.

- Se identifica como un problema relevante el factor tiempo, pues desarrollar una unidad con el Puzzle requiere un tiempo, a veces no disponible en una programación estándar; de hecho, en nuestra experiencia, no se pudieron tratar todos los conceptos previstos.

- Las propias limitaciones del trabajo no nos permiten afirmar en qué sentidos el Puzzle ha beneficiado o perjudicado el aprendizaje de los alumnos, o si la mejora que han experimentado se ha debido a él.

- En cualquier caso, sí se ha podido observar que los alumnos han mejorado en la realización de operaciones con cantidades positivas y negativas, y que, en algunos casos, utilizan el Puzzle para resolverlos. Sin embargo, no ocurre lo mismo con el lenguaje algebraico.

Entendemos, finalmente, que para un análisis más riguroso, que nos permita obtener resultados más significativos, es necesario realizar un nuevo diseño que implique un período de adaptación y una dedicación mayor al uso del Puzzle Algebraico como registro de representación autosuficiente del lenguaje algebraico. Igualmente sería conveniente utilizar el Puzzle con alumnos que no posean conocimiento anterior sobre lenguaje algebraico y que cuando se trate dicho tema ya sepan manejar el Puzzle, al menos en relación con los números enteros.

Referencias Bibliográficas

- Coriat, M. (1997): Materiales, recursos y actividades: un panorama. En Rico, L. y otros: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*, pp. 155-177. ICE- Horsori. Barcelona.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissage intellectuels*. Peter Lang. Suisse.
- González, M. T.; Escudero, J. M. (1987): *Innovación educativa: teorías y procesos de desarrollo*. Humánitas. Barcelona
- Gravemeijer, K (1994a). An instruction – theoretical reflection on the use of manipulatives. *Developing Realistic Mathematics Education*. CD-β: University of Utrecht, pp. 55 – 75.
- Hiebert, J.; Carpenter, T. P. (1992). Learning and Teaching with Understanding. En Grouws, D. A. (Ed.): *Handbook of Research on Mathematics Education*, pp. 61-88. Lawrence Erlbaum Associates London.
- Kaput, J. (1987). Representation Systems and Mathematics. En C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates. London.
- Palarea, M.M.; Socas, M.M. (1994a). Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del Lenguaje Algebraico. Monográfico Lenguaje y Matemáticas. *Suma*. Vol. 16, 91-98.
- Palarea, M.M.; Socas, M.M. (1994b). Elaborations Sémantiques vs élaborations syntactiques dans l'enseignement-apprentissage de l'Algebre scolaire (12-16 ans). *Actas de la 46 C.I.E.A.E.M.*, vol. 2, pp. 111-119. Toulouse.

- Palarea, M.M. (1998). La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en Álgebra por alumnos de 12 a 14 años. Tesis doctoral. Universidad de La Laguna.
- Socas, M.M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. En Rico, L. y otros: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*, pp. 125-154. Ed. ICE-Horsori. Barcelona.
- Socas, M. M. (1999). El papel de los materiales concretos con fines didácticos en clase de Matemáticas. En Socas, Camacho y Morales (Eds.). *Formación del profesorado e investigación en Educación Matemática*. pp. 7-32. Campus. La Laguna.
- Socas, M. M. (2000). *Guía del Puzzle Algebraico*. Campus. La Laguna.
- Socas, M.M.; Palarea, M.M. (1997). Las fuentes de significado, los sistemas de representación y errores en álgebra escolar. *Uno*. Vol. 14, 7-24.
- Szendrei, J. (1996): Concrete materials in the classroom. En Bishop, A. J. et al.(Eds.). *International Handbook of Mathematics Education*. Vol. 4, 411-434. Kluwer Academic Publishers. Netherlands.