

Desenvolvimento e proposta de material potencialmente significativo para o estudo de equilíbrio de corpos rígidos com o software GeoGebra

Development and proposal of potentially meaningful material to balance of rigid bodies study with the software Geogebra.

KATERYNE HAMBERGER FERREIRA¹

BRUNO NUNES MYRRHA RIBEIRO²

Resumo

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento e proposta de um material potencialmente significativo baseado na Teoria de Aprendizagem Significativa, capaz de simular as reações necessários para manter em equilíbrio corpos rígidos, sendo o objeto um modelo de guindaste. O desenvolvimento computacional consiste na implementação no software Geogebra, com a finalidade de simular, calcular e representar as reações exercidas nos apoios, bem como as forças internas da própria estrutura e as forças externas atuantes. Os resultados caracterizam um aplicativo que alia os conceitos teóricos a tecnologia, possibilitando a exploração e a visualização da dinamicidade que a geometria permite, no processo de construção do conhecimento de tópicos de Mecânica Geral, bem como a interação do usuário com o simulador.

Palavras-chave: *Equilíbrio de corpos rígidos, material potencialmente significativo, Geogebra.*

Abstract

This paper aims to development and proposal aimed at a potentially meaningful material based on Meaningful Learning Theory able to simulate the reactions necessary to maintain in equilibrium rigid bodies, being the object a crane model. The computational development is to implement on Geogebra software, in order to simulate, calculate and represent the reactions carried out in support, as well as the own internal forces of the structure and the external forces acting. These results identified an application that combines theoretical concepts technology, enabling the exploration and the dynamics of the view that the geometry allows, in the construction process of knowledge of topics of general mechanics, as well as user interaction with the simulator.

Keywords: *Equilibrium of rigid bodies, potentially meaningful material, Geogebra.*

¹ Centro Universitário Geraldo Di Biase – k.eng.ugb@gmail.com

² Centro Universitário Geraldo Di Biase, Universidade Severino Sombra – myrrhaugb@gmail.com

Introdução

Esse trabalho foi desenvolvido no LPEE – Laboratório de Pesquisa em Educação em Engenharia (Site: <http://labpee.wordpress.com/>), um laboratório de pesquisa e desenvolvimento de soluções didáticas para o ensino de engenharia, custeado pelo CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e instalado no UGB – Centro Universitário Geraldo Di Biase. Seu objetivo está delimitado na reflexão, contribuição, desenvolvimento de soluções didáticas e práticas pedagógicas para o ensino-aprendizagem de tópicos de corpos rígidos, na disciplina de mecânica geral, básica dos cursos de engenharia.

Em geral, os problemas práticos envolvem uma quantidade elevada de abstração em termos de visualização, o que inviabilizaria a capacidade humana de alcançar rapidamente uma solução desses problemas. Isto acontece porque, muitas vezes, se torna necessário realizar várias simulações de uma ou técnicas dentro do ambiente de resolução. Do ponto de vista humano, sem o auxílio de computadores, hoje em dia isto seria impraticável. Para auxiliar a familiarização das características de mecânica geral, diversas ferramentas educacionais estão sendo desenvolvidas, e têm por objetivo propiciar a visualização mediante conceitos geométricos e algébricos.

As ferramentas educacionais tornam-se cada vez mais potenciais no aperfeiçoamento de alunos, professores e das próprias instituições de ensino. D'Ambrosio (2009) faz uma analogia observando que: na década de 70 surgiram calculadoras, que representavam uma revolução no ensino da matemática, equivalente ao embate da numeração indo-arábica no século XIII. Atualmente refaz-se a analogia, indicando a utilização de *softwares* educacionais, do mesmo modo que as calculadoras na década de 70, como um novo pivô no desenvolvimento e evolução das técnicas de ensino. As ferramentas educacionais desenvolvidas e aplicadas sob a Teoria da Aprendizagem Significativa são classificadas como Materiais Potencialmente Significativos.

Foi selecionado o software GeoGebra para desenvolver atividades computacionais na forma de simuladores de tópicos relacionados ao conteúdo de mecânica geral, classificados como materiais potencialmente significativos.

1. Mecânica Vetorial

A Mecânica é uma ciência aplicada que analisa fenômenos físicos, caracterizando a ação de forças atuantes em corpos, e é subdividida em mecânica dos corpos rígidos, dos corpos deformáveis, dos solos e dos fluidos, basicamente estruturada na análise dos seguintes conceitos básicos de grandezas: espaço, tempo, massa e força (BEER; JOHNSTON; EISENBERG, 2006). Os tópicos de Centroide, Sistemas Equivalentes de Forças e Equilíbrio de Corpos Rígidos são conceitos básicos de Mecânica Vetorial, que necessitam da compreensão do conteúdo de vetores como conhecimentos prévios.

1.1. Vetores

Segundo Steinbruch e Winterle (1987), vetor é um conjunto de todos os segmentos orientados equipolentes a um segmento dado, que assume as seguintes características: módulo ou norma, direção e sentido. Um vetor pode ser determinado por inúmeros segmentos orientados, nomeados de representantes com a característica de serem equipolentes entre si, ou seja, apresentam a mesma direção, sentido e comprimento, e estes representam o mesmo vetor. Os vetores podem ser simbolizados por um segmento de reta como descrito acima ou através de uma relação de orientação com os sistemas de eixos cartesianos. Sendo dois vetores quaisquer, não colineares, ou seja, de direções diferentes, denominados de \vec{v}_1 e \vec{v}_2 , qualquer vetor \vec{v} coplanar a eles poderá ser decomposto conforme suas respectivas direções. Existe, porém, uma dificuldade em se definir os vetores que apresentam as mesmas direções de \vec{v}_1 e \vec{v}_2 , aos quais sua adição seja \vec{v} , para isso é necessária à inclusão de dois números reais, a e b , tal que $\vec{v} = a\vec{v}_1 + b\vec{v}_2$ (Figura 1):

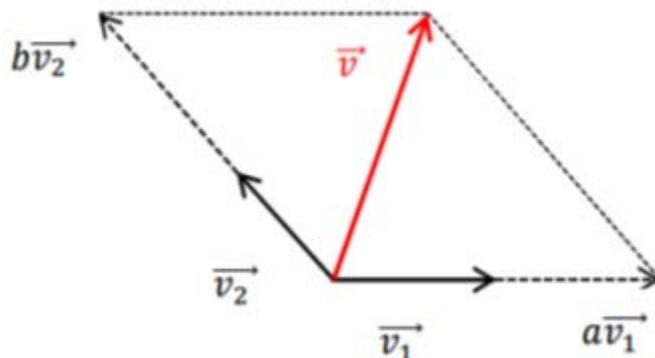


FIGURA 1: Projeção de um vetor

FONTE: Ribeiro (2014)

Através dessa combinação linear, os vetores \vec{v}_1 e $\vec{v}_2 \dots$, não colineares, podem ser considerados como a base no plano cartesiano. Os valores de a e b são denominados

de coordenadas de \vec{v} tomando como base $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$. As bases mais utilizadas são as chamadas ortonormais caracterizadas por vetores ortogonais e unitários. Dentre as bases ortonormais a que apresenta maior relevância é a canônica, representados por \vec{i} e \vec{j} (Figura 2).

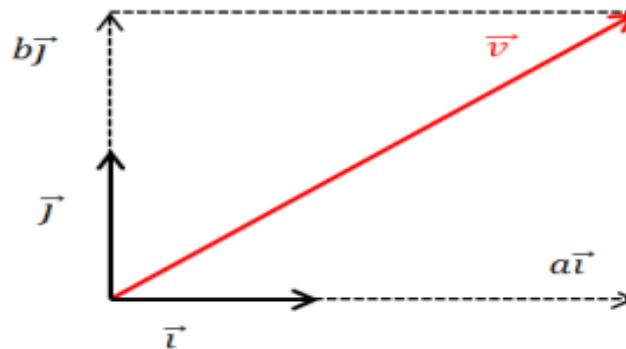


FIGURA 2: Decomposição vetorial bidimensional

FONTE: Ribeiro (2014)

1.2. Equilíbrio de Corpos Rígidos

De acordo com Beer et al. (2012) um corpo rígido é aquele que não apresenta deformação ao longo do tempo. As forças que atuam nesses corpos podem ser diferenciadas em duas categorias: externas e internas. As forças externas são aquelas que podem gerar movimento ou assegurar sua permanência em repouso, e é o resultado da ação de outros corpos no corpo considerado. As forças internas, por vez, possibilitam a conservação das partículas que formam o corpo rígido quando unidas.

O princípio da transmissibilidade determina que as condições de equilíbrio ou movimento sejam conservadas no caso de uma força qualquer F atuante em uma determinada posição do corpo rígido for permutada por outra força F' de mesma intensidade, direção e sentido, porém atuando em outro ponto qualquer do corpo, atendendo a premissa de que ambas as forças estejam na mesma linha de ação. Logo, essas forças serão ditas equivalentes, podendo então ser representadas por vetores deslizantes, pois podem deslizar sobre a linha de ação.

Considerando uma força F atuante em um corpo rígido, sabe-se que seu efeito dependerá da posição onde ela é aplicada. Esta posição pode ser explicitada por outro vetor, chamado de r que faz a ligação deste ponto com a origem O , sendo denominado de vetor posição.

O produto vetorial do vetor posição r e da força F propiciará o momento de F em relação à origem:

$$M_o = r \times F$$

As forças externas que atuam em um corpo podem ser facilmente substituídas por um sistema força-binário em um ponto arbitrário da origem O . A disposição a ser atendida para que este corpo permaneça em equilíbrio é a de que a força e o binário sejam iguais à zero. Logo, a premissa fundamental para o equilíbrio se dá por:

$$\sum F = 0 \quad \sum M_o = \sum (r \times F) = 0$$

Ou podemos representá-la através de quatro equações escalares, relacionadas ao plano formado pelos eixos cartesianos x e y , assim sendo:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 & \sum F_y &= 0 \\ \sum M_x &= 0 & \sum M_y &= 0 \end{aligned}$$

Essas relações escalares permitem definir forças ou reações tanto aplicadas quanto exercidas pelo corpo rígido. Ainda de acordo com Beer et al. (2012), as reações de apoio que agem sobre uma estrutura bidimensional podem ser classificadas em três tipos, dependendo do tipo de apoio que ela apresenta (Figura 3):

- Reações equivalentes a uma força com linha de ação conhecida: os movimentos são impedidos em apenas uma direção, envolvendo uma incógnita.
- Reações equivalentes a uma força de direção, sentido e intensidade desconhecidos: impedem a translação do corpo livre em todas as direções, mas não impedem de rotacionar em torno da conexão, envolve duas incógnitas, geralmente x e y .
- Reações equivalentes a uma força e a um binário: impedem toda a movimentação do corpo, envolvendo três incógnitas, em geral dois componentes da força e o momento binário.

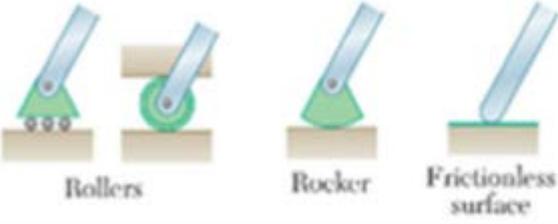
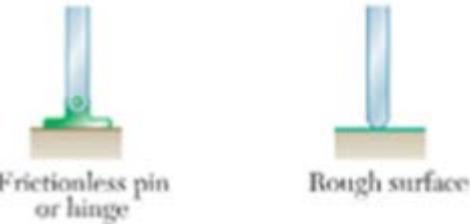
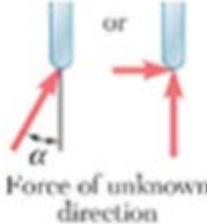
Support or Connection	Reaction	Number of Unknowns
 <p>Rollers Rocker Frictionless surface</p>	 <p>Force with known line of action</p>	1
 <p>Frictionless pin or hinge Rough surface</p>	 <p>Force of unknown direction</p>	2

FIGURA 3: Reações de apoio e conexões

FONTE: Beer et. Al (2012)

1.3. Centroide

O termo centroide pode ser definido como o centro geométrico de um corpo, superfície ou linha. É comum ponderar a força peso de um corpo como sendo uma carga concentrada, agindo em um único ponto, quando em casos reais, ocorre que cada parcela da matéria tem o seu próprio peso, ou seja, em casos hipotéticos considera-se a força agindo em uma porção da matéria, denominada de baricentro (BEER et al., 2012).

Para o caso de estruturas triangulares, podemos trabalhar com uma propriedade matemática relacionada ao centroide onde se utiliza de um dos quatro pontos notáveis para a determinação do seu centro de gravidade: o baricentro (Figura 4). Segundo ASSIS (2008) o baricentro é o encontro das medianas, que são retas que ligam os vértices aos pontos médios dos lados opostos. Magalhães (2013) aborda a demonstração desse postulado através do Teorema de Ceva, uma vez que M_a , M_b , M_c são os pontos médios, respectivamente, dos lados \overline{BC} , \overline{AC} e \overline{AB} tem-se que:

$$\frac{\overline{BM_a}}{\overline{M_aC}} = \frac{\overline{CM_b}}{\overline{M_bA}} = \frac{\overline{AM_c}}{\overline{M_cB}} = 1$$

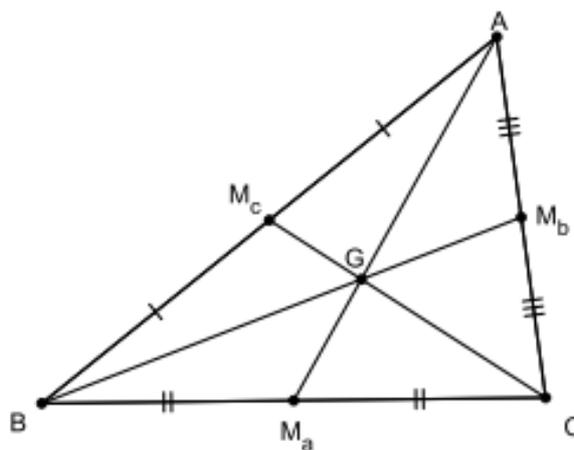


FIGURA 4: Centroide de um triângulo

FONTE: Magalhães (2013)

2. Aprendizagem Significativa e Material Potencialmente Significativo

A Teoria de Aprendizagem Significativa proposta por David Ausubel, representante do cognitivismo visa explicar como ocorre à aprendizagem de um novo conceito pelo indivíduo. A incorporação de um novo conteúdo pode ocorrer através da aprendizagem mecânica ou significativa, sendo a segunda o objeto de estudo dessa pesquisa. Todos os conceitos que o indivíduo possui são adquiridos através dos anos, de suas experiências, e da forma como os novos conceitos interagem com os já existentes. A aprendizagem, dita mecânica é aquela onde novas informações são absorvidas sem que haja interação com ideias já presentes na estrutura cognitiva do indivíduo, e é armazenada de forma arbitrária, sucedendo de forma repetitiva. Este tipo de aprendizagem é necessário para se criar subsunçores, que posteriormente servirão para a ancoragem de novas ideias. O conceito de maior relevância na Teoria de Ausubel é o de aprendizagem significativa, descrito como “*um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo*” (MASINI & MOREIRA, 2006, pg. 7).

Este é um processo que visa definir a forma como uma nova informação se relaciona com conhecimentos que o indivíduo já possui, chamado subsunçor. O processo ocorre quando a nova informação se ancora aos subsunçores, em geral, com os que apresentam maior magnitude para a nova informação.

Os organizadores prévios são importantes no processo de aprendizagem, pois facilitam a aprendizagem significativa, servindo de elo entre aquilo que já é de conhecimento do indivíduo e o que a ele será exposto, e devem ser descritos previamente a nova informação.

Segundo Moreira (2011), os mapas conceituais são indicados como uma ferramenta que torna possível a organização, similaridade e diferenças do conhecimento. “Os mapas conceituais não buscam classificar conceitos, mas sim relacioná-los e hierarquizá-los” (MOREIRA, 2011, p. 124). As vantagens da utilização dos mapas conceituais são: enfatizar a estrutura conceitual de uma disciplina e o papel dos sistemas conceituais no seu desenvolvimento; mostrar que os conceitos de certa disciplina diferem quanto ao grau de generalidade, e apresentar esses conceitos numa ordem hierárquica de inclusividade que facilite a aprendizagem e a retenção dos mesmos; prover uma visão integrada do assunto e uma espécie de “listagem” daquilo que foi abordado nos materiais instrucionais. O mapa conceitual descrito na figura 5 representa o conjunto de conceitos descritos no objeto de estudo deste trabalho.

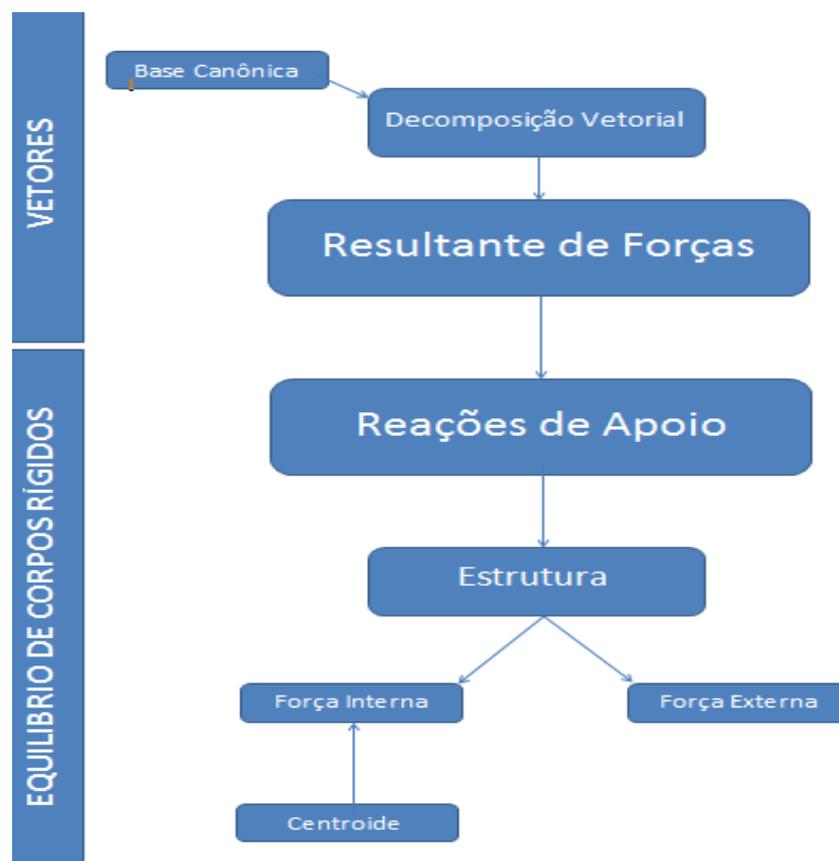


FIGURA 5: Mapa conceitual

FONTE: Os autores.

Para Moreira (2011) uma das condições de relevância para que a aprendizagem significativa ocorra é a de que o argumento a ser exposto apresente importância ao aprendiz, ou seja, potencialmente relacionável a estrutura de conhecimento, de forma a ocorrer a ancoragem deste com subsunçores específicos. Este material é dito como potencialmente significativo, sendo assim classificado uma vez que apresente um significado lógico ao aprendiz. A outra condição é que exista disposição do aprendiz em relacionar o novo conteúdo em sua estrutura cognitiva e que também possua conhecimentos prévios a fim de servirem de subsunçores para o novo conteúdo. Caso esta não ocorra, a aprendizagem se dará de forma mecânica.

O trabalho “*A Proposal of Potentially Meaningful Material for Teaching of Vector Mechanics*” apresenta a proposta de um material potencialmente significativo que simula conceitos de corpos rígidos em mecânica vetorial, no ambiente de geometria dinâmica *GeoGebra*, cujo objetivo é representar e calcular forças tridimensionais atuantes em uma torre (Figura 6).

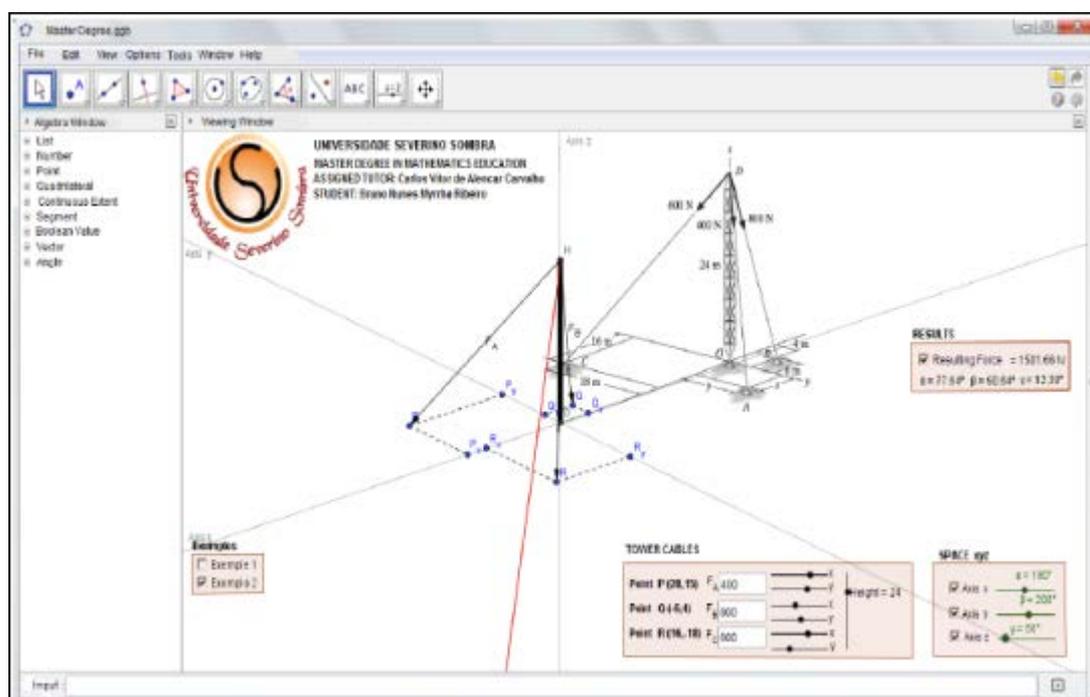


FIGURA 6: TORRE-RES3D

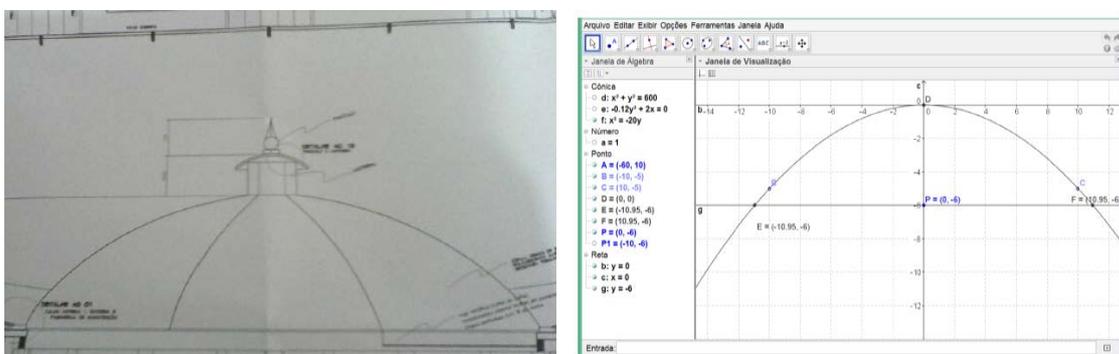
FONTE: Ribeiro e Carvalho (2014)

3. O Software GeoGebra

O GeoGebra é um software de geometria dinâmica – DGS (Dynamic Geometry System), caracterizado pela comunidade matemática assim por ser um modelo dinâmico de geometria euclidiana e suas ferramentas, que permite a direta manipulação dos objetos estudados advindo de um dispositivo indicativo, assim como permite agrupar uma vasta sequência de comandos ou passos de construção, além de exibir o traço geométrico de um ponto, ou do objeto em estudo, dependendo do movimento de outro ponto. Assim como outros softwares DGS disponíveis no mercado, possibilita o estudo de problemas que envolvem variações de grandezas.

Uma das características mais importantes do GeoGebra, é a capacidade destes ambientes de interagirem no mesmo arquivo, por ser compatível com a linguagem de programação JavaScript (FLÔRES, 2011). Também é possível manipular conteúdos como segmentos, retas, gráficos de funções, etc. Além disso, possibilita a interação com equações e coordenadas cartesianas, em um campo específico desenvolvido no programa, sendo capaz de manejar possíveis variáveis, associadas a escalares, vetores e/ou pontos, designando derivadas e integrais de funções.

No ensino de engenharia, Loteiro (2013) desenvolveu e apresentou atividades no Geogebra 2D e 3D, com práticas exploratórias e aplicações nas disciplinas de Geometria Analítica e Álgebra Linear, no curso de Engenharia Civil do Centro Universitário de Brusque. A prática educativa foi implementada com a finalidade de contextualizar os conceitos básicos, proporcionados a partir da visualização dos problemas apresentados ao estudo das cônicas, aplicadas na análise da cúpula da universidade (Figura 7).



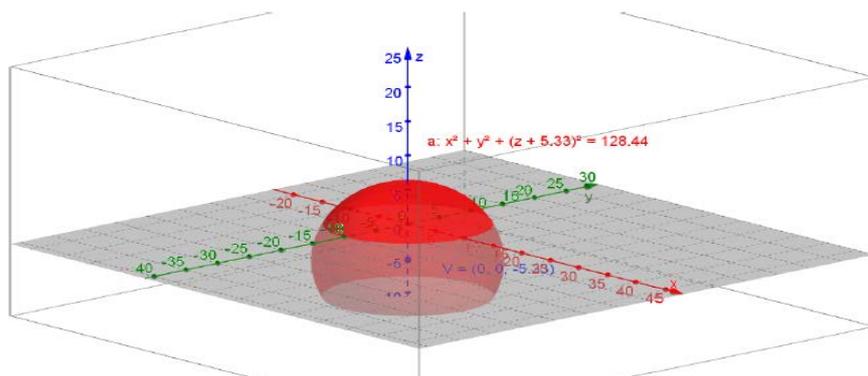


FIGURA 7: Interface da Atividade no GeoGebra

FONTE: Retirado de Loteiro (2013)

4. Proposta de um Material Potencialmente Significativo para o Estudo do Equilíbrio de Corpos Rígidos

Das diversas aplicabilidades dos conceitos de equilíbrio de corpos rígidos, selecionou-se o problema do guindaste como objeto de estudo. Contudo, foi desenvolvido o aplicativo VET-CRANE2D com base na Teoria da Aprendizagem Significativa, sendo classificado como material potencialmente significativo para o estudo de Mecânica Vetorial. Sua verificação ocorreu diante de sua aplicação na disciplina de Mecânica Geral do curso de Engenharia Mecânica do Centro Universitário Geraldo Di Biase.

4.1. O problema do guindaste

Problemas que envolvem estruturas capazes de movimentar cargas são amplamente explorados no estudo de mecânica vetorial, pois reúnem em uma única prática diversos conceitos matemáticos e mecânicos como: a determinação das forças externas como reações de apoio, necessárias para manter o corpo em repouso, através do estudo do equilíbrio de corpos rígidos, utilizando ainda do momento físico gerado pela reação da carga içada e pelo peso da estrutura ponderada no centroide da estrutura. Tais práticas demandam em um estudo que envolve equacionamentos e cálculos com uma ou duas incógnitas, e uma ferramenta computacional tem a capacidade de simplificá-los, além de permitir uma melhor visualização gráfica do problema (Figura 8).

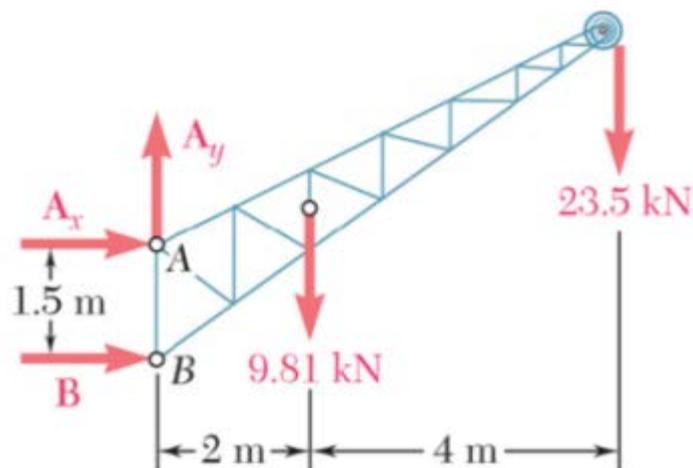


FIGURA 8: Estudo do guindaste

FONTE: Beer et. al (2012)

4.2. VET-CRANE2D

Este aplicativo foi desenvolvido com a finalidade de auxiliar no estudo do cálculo das reações de apoio necessárias para manter um guindaste em equilíbrio. O VET-CRANE2D (Figura 9) une conceitos teóricos a tecnologia, e possibilita o dimensionamento da estrutura tanto no sentido longitudinal quanto latitudinal (para altura e comprimento), além de permitir a modificação do peso da estrutura, que pode variar segundo sua composição e ainda o valor da carga que é içada. Dependendo dos valores de altura e comprimento, o ponto de aplicação da força peso, centroide, se modifica, e é recalculado através das relações trigonométricas de triângulos, previamente programado no aplicativo, permitindo assim que os valores das reações de apoio em A e B sejam respectivas as dimensões inseridas pelo usuário, ou seja, o aplicativo é capaz de realizar e representar o cálculo instantâneo destas reações. Partindo de conceitos de geometria analítica, é possível através da decomposição vetorial, determinar o real ângulo de atuação da reação do apoio de segundo gênero.

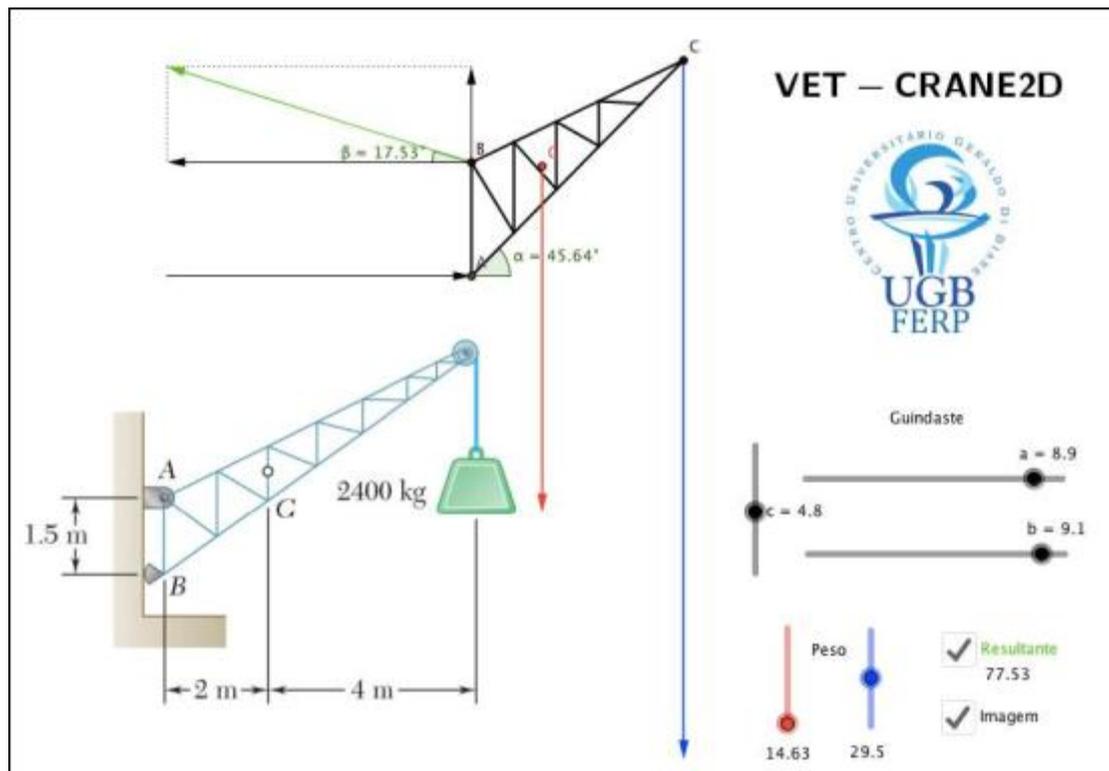


FIGURA 9: VET-CRANE2D

FONTE: Os Autores

4.3. Discussão

O material potencialmente significativo proposto nesse trabalho aborda o estudo do cálculo e da representação das forças atuantes em problemas de mecânica vetorial. Foram desenvolvidas atividades em sala de aula com alguns alunos do curso de Engenharia Mecânica do Centro Universitário Geraldo Di Biase.

A análise foi caracterizada na clareza das informações e da qualidade dos materiais potencialmente significativos, particularmente a respeito da visualização e interatividade. Para isso uma situação que envolve um problema prático de representação e cálculo de reações de apoio agindo em um guindaste foi exposto.

Inicialmente foi apresentado como se opera o software GeoGebra e posteriormente discutidos os parâmetros e operações que podem ser modificados, isso quer dizer, as dimensões, o peso da estrutura e carga içada. Os estudantes realizam as modificações nos parâmetros citados e tentam reproduzir a imagem mostrada na Figura 8 e observam os valores das reações de apoio.

Obteve-se êxito no aproveitamento dos estudantes que participaram das atividades, observando que o programa desenvolvido atende sua proposta pedagógica e que o uso de tecnologias para auxiliar o processo ensino-aprendizagem demonstram ser uma ferramenta essencial para o uso em sala de aula. Ressalta-se alguns pontos importantes na discussão dos resultados: 1) a utilização do software GeoGebra aplicado ao ensino de engenharia se mostra como uma ferramenta facilitadora e motivadora na abordagem de diferentes conceitos; 2) a atividade VET-CRANE2D desenvolvida no ambiente GeoGebra, demonstra claramente a dependência entre as reações de apoio, o dimensionamento da estrutura, o peso e a carga içada por uma estrutura do tipo guindaste; 3) os estudantes sugeriram o desenvolvimento de outras atividades na área de Engenharia Mecânica, como cálculo das tensões em estruturas e componentes mecânicos.

Considerações Finais

Torna-se cada vez mais expressivo o uso de tecnologias computacionais que visam auxiliar no processo de ensino-aprendizagem em diversos ramos de ensino. O desenvolvimento de um aplicativo que tem por objetivo auxiliar no ensino de tópicos de mecânica vetorial se torna relevante uma vez que facilita na solução de cálculos envolvidos, além de proporcionar uma melhor visualização de toda a temática envolvida na solução deste tipo de prática. Sob esta tônica, o VET-CRANE2D desempenha um papel satisfatório a como facilitador no desenvolvimento educacional uma vez que otimiza a resolução dos cálculos e representações de forma instantânea, a cada modificação realizada pelo usuário.

Posterior a este artigo, torna-se uma sugestão de trabalho futuro, o desenvolvimento de um material potencialmente significativo que possa ser empregado em disciplinas de Mecânica Geral dos cursos de engenharia com a intenção de promover a interação do aluno com os conceitos ministrados. O VET-CRANE2D se tornaria então uma ferramenta capaz de propiciar uma melhor absorção de conceitos de mecânica vetorial. Desta forma, o material potencialmente significativo deve estar o mais próximo possível daquilo que já é conhecido pelo usuário, servindo de ancoragem aos tópicos abordados nele.

Referências

- ASSIS, A. K. T. *Arquimedes, o centro de gravidade e a lei da alavanca*. 1ª Ed. São Paulo: Apeiron Montreal, 2008, 246p.
- BEER ET AL., F.P.; JOHNSTON, R.E.; EISENBERG, E.R. *Mecânica Vetorial para Engenheiros*. Vol. Estática. 7ª edição, São Paulo: MacGraw-Hill. 2006, 619 p.
- D'AMBRÓSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: PAPIRUS, 2009. 17ª edição.
- FLÔRES, M. L. P. *Metodologia para Criar Objetivos de Aprendizagem em Matemática Usando Combinação de Ferramentas de Autoria*. UFRGS, Porto Alegre, 2011.
- LOTERO, J. Geogebra em um curso de Engenharia Civil. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, ISSN 2237- 9657, v.2 n.2, pp.102- 122, 2013
- MAGALHÃES, E.J.S. *Pontos notáveis do triângulo. Quantos você conhece?* 2013. 32 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Sergipe. São Cristóvão, 2013.
- MASINI, E; MOREIRA, M.A. (2006). *Aprendizagem Significativa: A Teoria de David Ausubel*. 2.ed. São Paulo: Centauro, 2001.
- MOREIRA, M. (2011). *Aprendizagem Significativa: A teoria e textos complementares*. 1.ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.
- RIBEIRO, B. N. M.; CARVALHO, C. V. A.. *A Proposal of Potentially Meaningful Material for Teaching of Vector Mechanics*. *Revista Creative Education*, Delaware, v. 5, 1929-1935, 2014.
- RIBEIRO, B.N. M (2014) *Desenvolvimento e proposta de uma unidade de ensino potencialmente significativa para tópicos de mecânica vetorial*. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Vassouras: Universidade Severino Sombra.
- STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. *Geometria Analítica*. 2ª ed. São Paulo: Makron Books do Brasil Editora Ltda., 1987.302 p.