FORMACIÓN DEL PROFESORADO
E INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
ISBN: 84-600-9563-O

RESEÑA Y PRESENTACIÓN DEL MATERIAL "MATEMATICAS PARA NUESTRO TIEMPO"

María Candelaria Espinel Febles

Universidad de La Laguna

Resumen:

La publicación de "Matemáticas para nuestro tiempo" está dirigida a los alumnos y las alumnas de Educación Secundaria. En la preparación de las actividades, que han sido elaboradas y llevadas a la práctica por profesores de distintos niveles educativos, han primado la teoría de grafos y la matemática realista.

Abstract:

The publication of "Mathematics for our time" is directed to the pupils of Secondary Education. In the preparation of the activities, which have been elaborated and carried to practice by teachers of different educational level, has been predominated the theory of graphs and the realistic mathematics.

Introduccion

Una experiencia que solemos vivir en las aulas los primeros días de clase es la elección de delegado y subdelegado. Los profesores de matemáticas le podemos sacar algún provecho.

Veamos un ejemplo del tipo de actividad que se propone en este material.

Cada uno de los 16 alumnos que están en el aula, ordenan según sus preferencia a los cuatro compañeros candidatos. Los resultados de la votación son los que siguen.

Ana > Beatriz > Carlos > Daniel	6 votos
Carlos > Beatriz > Ana > Daniel	2 "
Beatriz > Daniel > Carlos > Ana	2 "
Ana > Beatriz > Daniel > Carlos	1 "
Carlos > Beatriz > Daniel > Ana	1 "
Carlos > Daniel > Ana > Beatriz	1 "
Beatriz > Ana > Carlos > Daniel	1 "
Beatriz > Carlos >Daniel > Ana	1 "
Beatriz > Ana > Carlos > Daniel	1 "

La cuestión es decidir quien será delegado/a y subdelegado/a teniendo en cuenta las preferencias de todos los estudiantes. Esto nos ofrece la oportunidad de trabajar un aspecto de las matemáticas poco conocido como son los procedimientos de decisión cuando hay más de dos candidatos. Existen muchas alternativas para elegir, y el resultado se puede ver afectado según la estrategia o procedimiento utilizado. Veamos algunos de esos procedimientos.

Mayoría simple: el candidato que tiene más votos.

Dado que Ana tiene 6 votos, lo que supone más votos que cualquier otro candidato, Ana sería elegida delegada. Sin embargo, cuatro compañeros la eligen en último lugar y otros tres compañeros la eligen sólo en tercer lugar, es decir que hay siete compañeros que no elegirían a Ana delegada. Aplicar una mayoría simple en este caso puede ser controvertido.

Mayoría absoluta: el candidato debe obtener no menos de la mitad de los votos.

El delegado necesita 9 votos. Según nuestros resultados ninguno de los cuatro resulta elegido, lo que supone un bloqueo. Una solución es admitir propuestas para solucionar este bloqueo. Un camino es buscar un candidato de compromiso, quizás el menos malo para la mayoría.

Método de puntuaciones: los candidatos reciben una puntuación o peso de acuerdo con las preferencias de los electores.

Puntuación de Ana: $4 \cdot 6 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 44$

Puntuación de Beatriz: $3 \cdot 6 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 51$

Puntuación de Carlos: $2 \cdot 6 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 40$

Puntuación de Daniel: $1 \cdot 6 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 25$

Por tanto los candidatos quedarían ordenados: Beatriz > Ana > Carlos > Daniel.

Con un ejercicio como el descrito, nuestros alumnos pueden observar como el resultado depende de la forma en que se efectué la elección. Estamos advirtiendo que la democracia va más allá de la regla de la mayoría porque ésta puede ser incoherente. La persona que salga elegida depende del método utilizado. Podrán descubrir cómo ningún sistema electoral es perfecto.

Cuando n electores deben escoger, cada uno con sus propios criterios o motivaciones, un único elegido de entre m candidatos, nos encontramos ante un problema de elección social. Este problema se presenta a los jueces que forman un tribunal, en política, en economía, ... Los orígenes de la elección social se fundamentan en los trabajos de Borda y Condorct de finales del siglo XVIII. Mas recientemente destaca el economista Kenneth J. Arrow (Premio Nobel de Economía en 1972), por su teorema de imposibilidad, según el cual, bajo ciertas condiciones razonables, es imposible encontrar un método totalmente justo.

"Matemáticas para nuestro tiempo" recoge diez experiencias matemáticas, análogas a la descrita, y siempre de un nivel asequible a los estudiantes de secundaria. Se redactan para ofrecer a los estudiantes áreas de la matemática no introducidas entre los contenidos del currículo pero que tienen cierta relevancia en la matemática actual.

Proyecto y presentación

El trabajo que presentamos surge a partir de un proyecto de investigación que tiene como objetivo estudiar temas de matemática actual, factibles de incorporar a los contenidos curriculares para alumnos de 11 a 17 años. Se abordan temas de matemática aplicada que fomenten el gusto por las matemáticas a las próximas generaciones y con cierto auge en el desarrollo de la matemática actual, como es el caso de combinatoria, grafos, matrices, problemas de optimización, procesos iterativos o recursividad.

El diseño de la experiencia se llevó adelante por un equipo de profesores de secundaria y universidad. La planificación o realización del proyecto fue la siguiente. Después de una primera lista de propuestas, cada miembro del equipo pensó dos actividades las cuales llevo al aula. A partir de ahí se corrige vocabulario, orden de las preguntas, y se paso de nuevo en otra aula con otro profesor y se realizaron nuevas correcciones. Las actividades definitivas se llevaron a la práctica con profesores que las desarrollaron en Educación Secundaria, en especial, en la asignatura "Taller de Matemáticas".

La propuesta de actividades se han elaborado siguiendo el *enfoque realista* desarrollado por el Instituto Freudenthal (Utrecht, Holanda). El punto de partida del enfoque realista siempre es la realidad. El principio didáctico es de reconstrucción o reinvención. Las actividades fundamentales son construir, reflexionar, anticipar e integrar.

Los temas elegidos conectan principalmente con la *matemática discreta*. Creemos que la matemática discreta es una excelente forma de mejorar el razonamiento y desarrollar habilidades para la resolución de problemas. Además tiene muchas aplicaciones a las Ciencias Sociales. Ello puede ayudar a mejorar la percepción social de las matemáticas y a incrementar el interés por estas.

El objetivo de las actividades relacionadas con grafos y matrices es la construcción y la interpretación de modelos matemáticos, para comprender ciertos procesos o para resolver ciertos problemas desde la realidad. Es claro que los instrumentos matemáticos no tienen por qué ser demasiado complejos. Matrices y grafos son bastantes sencillos y no exigen demasiado de las habilidades técnicas. En el libro se brindan varias actividades de matemática discreta acompañadas de interesantes aplicaciones de la matemática a diversas tareas de la sociedad actual que afectan a la industria, arquitectura, deportes o democracia.

Describimos brevemente las 10 actividades que componen el texto. Las primeras cinco actividades se dedican a grafos, las tres siguientes tocan temas variados y las dos últimas se dedican a votaciones.

A1. *Redes e Información*.

A partir de una red de carreteras local se trabajan los conceptos de grafo, grado, grafos eulerianos y hamiltonianos, árbol de expansión, localización de centros y matrices o tablas asociadas a un grafo. Se interpretan operaciones con matrices.

A2. *Saludos*.

Considerando los saludos entre un grupo de personas se llega a varios conceptos de teoría de grafos, como son grado de un vértice, codificación de un grafo, grafos regulares, que la suma de los grados de todos los vértices es un número par, ...

A3. *Torneos*.

La codificación de los grados de los vértices mediante una secuencia, introducida en la actividad anterior, permite trabajar los grafos dirigidos y en especial los grafos torneo. Aprovechamos el término torneo para trabajar la modelización de las competiciones deportivas mediante los grafos torneo. Se pretende ver la no transitividad de la relación "vencer a", estudiar la distribución de posibles victorias según el número de equipos que participan en el torneo,...

A4. *Arquitectura*.

El diseño de una casa, un museo u otro edificio se han de tener en cuenta diversos tipos de relaciones, como acceso (puertas, ventanas), recorridos según distribución de espacios, adyacencias de servicios e instalaciones. Muchas relaciones pueden interpretarse y dar las mejores soluciones recurriendo a la teoría de grafos. Algunas de estas relaciones se ponen de manifiesto en esta actividad.

A5. *Reforzar mecanos*.

Es frecuente estudiar la movilidad y rigidez de los mecanismos articulados en geometría con la ayuda de tiras de mecano. En esta actividad se modelizan estructuras rectangulares mediante grafos y se comprueba como la estructura es rígida si el grafo es conexo y también que el árbol de expansión de un grafo permite determinar la mínima estructura rígida.

A6. *Diferencias finitas*.

Partiendo de los números figurados se trabaja las pautas numéricas, la búsqueda de patrones y la generalización. Al mismo tiempo supone un inicio a la iteración, recursividad y a las ecuaciones en diferencias.

A7. *Empaquetar círculos*.

Se muestra como la industria está interesada en las búsqueda de empaquetamientos óptimos. Por ejemplo, al cortar monedas hay que aprovechar las planchas, ello lleva al problema de empaquetamiento de círculos. En esta actividad se muestra otra aplicación teniendo en cuenta la colocación de aspersores para el riego en la agricultura.

A8. *Buscar el mejor equipo. NBA.*

La planificación de eventos deportivos que funcionan mediante sistemas de eliminatorias, se suelen recoger en la prensa mediante un diagrama de árbol de doble entrada. Generalmente se muestra primera ronda, cuartos, semifinales y final, se puede utilizar por ejemplo la “Copa Davis”. El sentido común y el razonamiento crítico se pueden potenciar a partir de preguntas sencillas, como: número de partidos que ha tenido que jugar el campeón, número total de partidos que han tenido que planificar los organizadores, puntuaciones, etc. También es un buen punto de partida para la lectura e interpretación de datos, para hacer predicciones, conteo de puntos, detectar errores de prensa o sencillamente saber interpretar los sistemas de eliminatorias.

A9. *Elecciones y reparto de escaños*.

Aplicar la ley de D´Hont para el reparto de escaños lleva a otras actividades como cálculo de porcentajes, ordenaciones, ... y al mismo tiempo sirve para que los alumnos piensen y propongan formas de reparto de escaños alternativas que consideren justas.

A10. *Votos*.

Es una muestra de elecciones con múltiples candidatos. Como ejemplo se puede utilizar la elección de delegado de una clase que ya se ha descrito.

A modo de reflexión

Nuestra ambición con el texto es que sirva para dos fines. Por un lado divulgativo y por otro, formativo. Creemos que supone un esfuerzo de divulgación científica porque las cuestiones que se abordan son poco conocidas, incluso para los matemáticos en ejercicio. Son temas que no aparecen en los programas de enseñanza obligatoria, pero tenemos la esperanza de que el interés por los mismos se acrecentará a medida que se tome conciencia de su utilidad. No se requiere conocimientos matemáticos previos más allá de los básicos. Las actividades se diseñan de forma que puedan provocar la discusión en el aula. Pensamos que es más importante el análisis y la modelización de la situación, seguido de una interpretación y discusión adecuados, que el método de solución que se decida seguir al final.

El texto está referenciado en la página Wed de la Consejería de Educación del Gobierno de Canarias: //nti.educa.rcanaria.es/publicaciones y se puede conseguir un ejemplar en el Servicio de Publicaciones de dicha Consejería.

Referencias bibliográficas

ESPINEL, M. C. (1997). Presencia de la Matemática Discreta en las Competiciones Deportivas. *Sociedad "Puig Adam" de Profesores de Matemáticas*. Boletín 47, 47-57.

ESPINEL, M. C. (1998). Divulgar las matemáticas. *Números.* Septiembre. 35, 44-58.

GARFUNKEL, S. (Director del Proyecto)(1997). *Matemáticas en la vida cotidiana*. Addison Wesley y Univ. Autónoma de Madrid.

KENNEY, M. ; Hirsch, C. (1991). *Discrete Mathematics across the Curriculum, K-12.* N.C.T.M. Yearbook. New York.

MUELLER, D. C. (1984). *Elección pública*. Alianza Universidad.
ORE, O. (1995). *Grafos y sus aplicaciones*. La Tortuga de Aquiles, número 6. Madrid.
PELEGRIN, B. y otros. (1992). *Algoritmos en grafos y redes*. PPU. Barcelona.
SALAR, A.; ALAYO, F.; KINDT, P.; PUIG, L. (1993). *Aspectos didácticos de Matemáticas. 4*. ICE. Universidad de Zaragoza.
SEN, A. K. (1976). *Elección colectiva y bienestar social*. Alianza Universidad.
WILSON, R. J. (1983). *Introducción a la teoría de grafos*. Alianza Universidad.