FORMACIÓN DEL PROFESORADO
E INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
ISBN: 84-600-9563-O

REFLEXIONES SOBRE UN ALUMNO VISUALIZADOR

Inés del Carmen Plasencia Cruz
José Ángel Dorta Díaz
María Candelaria Espinel Febles

Universidad de La Laguna

Resumen

Mostramos el estudio de un caso de un alumno buen visualizador. Este poder para formar imágenes le permite resolver problemas matemáticos, así, en sólo cuatro problemas, identificamos varios tipos de imágenes citadas por Presmeg (1985). Sin embargo, en el caso que nos ocupa, esta forma de resolver problemas no es valorada en la escuela. La investigación base, de la que se ha entresacado este estudio particular, fue realizada en un colegio de Tenerife donde el principal propósito era: a) analizar si los alumnos (edad 13-14 años) hacían uso de las imágenes mentales cuando resolvían problemas de matemáticas, y b) analizar si el papel del profesor tenía proyección en esta actividad matemática.

Abstract

We show the study of a case of a good visualiser student. This capacity to form images allow him to solve mathematical problems, so in only four problems, we identify some types of images cited by Presmeg (1985). However, in the case we are speaking about, this form to solve problems isn´t valorated in the school. The investigation base, from which it has been pick out this particular study, was realised in one school from Tenerife (Spain) where the main purpose was: a) analyse if the students (age 13-14 years) made use of the mental images during the solution of mathematical problems, and b) analyse if the paper of the teachers had projection in this mathematical activity.

1. ANTECEDENTES.

El papel que juegan las imágenes mentales en los procesos de pensamiento humano y en la construcción del conocimiento matemático ha sido objeto de estudio, a lo largo de los tiempos, por diferentes personas: pensadores, filósofos, poetas, oradores, frailes y psicólogos (Kosslyn, 1983; Sommer, 1978). En las últimas décadas investigadores en educación matemática han dedicado algunos de sus trabajos a líneas de investigación donde las imágenes mentales y la visualización tienen un papel destacado (Bishop, 1983, 1989; Clements, 1981, 1982; Presmeg, 1985, 1997; Zimmerman & Cunningham, 1990; Wheatley, 1997; Sutherland R. & Mason J, 1995; Plasencia, I., Dorta & Espinel, 1998).

Nuestra investigación, desde el campo de la Educación Matemática, quiere hacer una modesta contribución en los tópicos de las imágenes y la visualización, siendo su foco principal analizar el uso o no que los profesores y estudiantes hacen de las imágenes mentales cuando enseñan o aprenden matemáticas. Profundizaremos en algunos de nuestros datos empíricos, sugiriendo posibles razones que puedan ayudar a entender nuestros resultados.

Aunque nuestro trabajo, fundamentalmente, está relacionado con las imágenes visuales, imágenes mentales con una fuerte componente visual, será la observación y el análisis del trabajo de los estudiantes y de la profesora (esto es, las representaciones externas que hicieron, el alumno cuando resolvió un problema o la profesora cuando explicaba) lo que nos permitió dar razón e interpretar los procesos de pensamiento y los caminos en los que “nuestro” alumnado y “su” profesora dieron sentido a los conceptos e ideas matemáticos, siguiendo nuestra propia manera de dar sentido a esas acciones.

Existen algunos términos en los estudios relacionados con las imágenes mentales que son polémicos, ya que son definidos de distinta manera por diferentes autores.

En nuestro trabajo **llamaremos imagen mental** a una construcción cognitiva que la mente crea a través de uno o más sentidos, **visualizar** para referirnos al proceso en el que relacionamos imágenes mentales y en el que la mente tiene un papel activo, por ejemplo, rotando, trasladando o trasformando la imagen. El termino **visualización** se refiere al hecho de poder visualizar.

Siguiendo las investigaciones de Presmeg (1986) nos referiremos a **método visual** como estrategia para resolver un problema que utiliza imágenes visuales, con o sin diagramas, como una parte esencial del método de solución, aunque se empleen también razonamientos algebraicos.

Llamaremos **visualizadores** a aquellas personas que prefieren usar métodos visuales cuando están ante un problema matemático que pueden resolver por métodos visuales o no visuales.

Se consideran “buenos” visualizadores a los individuos que además de preferir usar métodos visuales frente a problemas matemáticos, tienen la habilidad de girar, manipular, deslizar, y transformar mentalmente la imagen construida de un objeto, y también de relacionar esas imágenes previamente construidas.

Presmeg (1985) en la investigación que realizó con estudiantes y profesores de secundaria identificó cinco tipos de imágenes diferentes: *concretas, patrones, de memoria de fórmulas, cinestésicas y dinámicas.* Nos ayudaremos de esta clasificación para diferenciar las imágenes usadas por nuestros sujetos de estudio.

Como ya hemos dicho, la visualización ha sido un área de interés para un número considerable de investigadores en educación matemática. Algunos sugieren que el pensamiento visual puede ser una alternativa y un poderoso recurso para hacer matemáticas. La visualización abre un camino para una amplia gama de formas de pensamiento, diferentes de la forma tradicional, donde el formalismo y la simbología dominan la enseñanza en esta materia.

Bishop (1983) llama la atención sobre el hecho de que si se quiere examinar o estudiar la visualización en matemáticas se debería usar pruebas que incluyan tanto elementos figurativos como no. Pensamos que tener en cuenta lo anterior es importante en estudios experimentales, como es el nuestro, ya que creemos que la visualización puede suceder no solamente en geometría, sino en álgebra o aritmética.

Rina Hershkowitz y otros (1996) destacan desde el punto de vista cognitivo varios aspectos para desarrollar el pensamiento visual en los años escolares [1] :

- *la visualización es una parte esencial de la inteligencia humana;*
- *el desarrollo visual no ocurre de una forma lineal;*
- *la aproximación fenomenológica para aprender matemáticas puede dar al estudiante un mejor conocimiento del espacio y la forma (comenzando con situaciones problemáticas, búsqueda de patrones, contextos ricos en lugar de otros pobres, el papel de la reinvención).*

Se considera que es posible desarrollar y mejorar la capacidad de visualización de los alumnos, lo cual les permitiría abordar problemas matemáticos de cierta dificultad con mayores garantías, y por eso el pensamiento visual puede ser una alternativa y un poderoso recurso para hacer matemáticas (Guzmán, 1997).

[1] El texto en cursiva es traducción del original.

2. PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO.

Nuestra investigación con los estudiantes tenía como finalidad conseguir información sobre su nivel de comprensión matemática y sobre la utilización o no que hacían de los procesos de visualización en los problemas matemáticos planteados por la primera autora del artículo, además de conocer sus creencias acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje, en general, y sobre las matemáticas en particular.

Los datos en los que nos apoyamos para escribir nuestras ideas y conclusiones se han obtenido a través de diferentes fuentes:

- entrevistas clínicas vídeo y audio grabadas a los estudiantes,
- entrevistas semiestructuradas a la profesora,
- cuadernos de clase de los estudiantes,
- exámenes,
- diario del investigador.

El criterio utilizado para la selección de los estudiantes fue la puntuación en el test WSAT (Wheatley Spatial Ability Test) diseñado por el profesor Wheatley (1978), el cual mide la habilidad espacial de los estudiantes para rotar figuras en dos dimensiones. Este test se ha utilizado en estudios realizados en Florida State University (USA) por diversos investigadores (Brown & Wheatley ,1989, 1990; Brown y Presmeg, 1993; Brown, 1993; Wheatley & Brown y Solano, 1994) quienes encontraron que alumnos que tuvieron puntuación alta en el test eran mas "competentes" en matemáticas frente a problemas no rutinarios que los que obtuvieron bajas puntuaciones.

2.1. ANÁLISIS DE UN CASO.

Nuestro objetivo es describir y analizar una situación no habitual; se trata de un estudiante, Kevin, que de acuerdo con otros estudios (Presmeg, 1985; Zazkis, Dubinsky & Dautermann, 1996) y de nuestra propia investigación, se le puede considerar "buen" visualizador.

Kevin fue elegido para esta investigación por su puntuación en el test WSAT. Obtuvo un 90.5; de las 100 cuestiones planteadas en el test contestó, en el tiempo establecido 95, de las que resolvió correctamente 92. En relación con el WSAT es un estudiante con una puntuación alta.

Según su profesora, es un alumno "singular", dado que manifiesta actitudes diferentes a la mayoría de los estudiantes. Nuestra impresión, basada en los datos y en el tiempo que permanecimos trabajando con él, es que era muy extrovertido, con gran facilidad de palabra y con ideas propias sobre:

- la escuela,
- el proceso de enseñanza aprendizaje,
- las matemáticas.

En la entrevista que le hicimos a la profesora, para recabar información sobre Kevin, considera que podría ser un buen estudiante: [2]

"es un chico problemático, pero a nivel de comportamiento y de personalidad. A nivel de conocimientos no es nada problemático [...], es un alumno que podría ser brillante si tuviese constancia, si viniera a clase; si no tuviera esos problemas tan "gordos" que tiene de familia, de personalidad, de exigencia a sí mismo, podría ser un alumno "super" brillante".

[2] Los textos en cursiva corresponden a las transcripciones textuales de las entrevistas.

Debido a su ambiente social, que es bajo, Kevin se puede considerar como un alumno "con problemas" (según su maestra). Nuestra opinión como investigadores es que Kevin fue un alumno que colaboró con entusiasmo en las entrevistas, no faltando a ninguna de ellas, en total nueve, cada quince días y durante cinco meses. Parecía que esperase con gran ilusión el día de las entrevistas, ofreciéndose en todo lo que fuese necesario en relación con la ayuda logística. Cabría resaltar su interés en expresar sus pensamientos y razonamientos en la solución de los problemas matemáticos de la forma más clara posible para facilitar el trabajo de investigación, no desanimándose, y mostrándose muy activo mientras resolvía los problemas.

Queremos dejar constancia del contraste en el cambio de actitud del alumno en la escuela y en la colaboración para esta investigación. Justificaríamos este cambio en el interés que le suscitaba lo que hacía en las entrevistas, en las que se valoraban sus aptitudes para resolver problemas sin estar pendiente de una calificación.

2.2 CREENCIAS PEDAGÓGICAS DE KEVIN.

Con el fin de encontrar información sobre las creencias y concepciones pedagógicas de Kevin, creímos conveniente realizarle una entrevista donde pudiésemos descubrir sus ideas acerca de las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje, el cómo percibe al profesorado, y cómo se siente en la escuela. Lo que sigue es una parte de esta entrevista que consideramos relevante para este artículo.

Kevin percibe los problemas de clase como sistemáticos y rutinarios, algo que no le ocurre con los problemas de las entrevistas Esto lo expresa de la siguiente manera:

"los de clase son para aprender a sumar, restar, multiplicar, dividir, raíz cuadrada, todo lo que hacemos. Y esto que hacemos contigo es para saber, para aprender a razonar".

Además, considera que los problemas de clase se los “enseñan y explican” a diferencia de los problemas no rutinarios, propuestos en esta investigación. Comenta:

“los de clase nos lo enseñan, nos lo explican, pero estos no, tú tienes que fabricar una especie de modo para escapar de ahí”.

Claramente Kevin nos expone su idea de cómo se puede construir una situación de aprendizaje.

Otra de las ideas que subyace en la entrevista es la de que en la escuela el conocimiento está uniformado y todo el alumnado aprende lo mismo y de la misma forma:

“En la escuela si uno va por una línea el otro también, pero aquí no, si uno va por un lado, el otro va por otro y cada uno lo resuelve según su método”.

Muchas veces la práctica, si está adecuadamente planteada nos lleva, de forma inductiva, a construir esquemas teóricos que ayudan a estructurar el pensamiento científico. Kevin ante esta situación alude a su preferencia por la enseñanza práctica, en contraposición a la teórica, de la siguiente forma:

“Si estás estudiando vamos a ponerle química pues ¿qué te gusta a ti más?, ¿ir pensando, a lo mejor, el calcio tiene valencia 2, o cogerte un calcio y un magnesio y mezclarlo?. La práctica, no la teoría. A mí no me gusta la teoría, me gusta la práctica”.

A través de los párrafos anteriores, podemos elaborar una imagen de Kevin que nos hace percibirlo como un alumno, como ya hemos dicho, con ideas propias sobre la escuela.

2.3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

En este apartado analizaremos la actuación matemática de Kevin, en dos situaciones: la primera, corresponde a una entrevista y, la segunda a un examen escrito que realizó como parte de la evaluación de la asignatura de matemáticas. Nos centraremos, al interpretar los problemas, en el uso que hace Kevin de las imágenes mentales y la visualización.

2.3.1. VISUALIZANDO UN MODELO GEOMÉTRICO.

La primera tarea formó parte de una entrevista donde se pretendía averiguar la calidad de las imágenes de los estudiantes. Es una tarea que ya ha sido usada por otros investigadores (Brown & Wheatley, 1990; Brown, 1993) con buenos resultados y que nosotros hemos adaptado para nuestra investigación.

Para la realización de la misma se le proporcionó al estudiante las siete piezas del tangram, material no familiar en el aula. El investigador le mostró, brevemente, los modelos que aparecen en la Figura 1 que presentamos a continuación y le pidió que los reprodujera utilizando las imágenes que construía en su memoria.

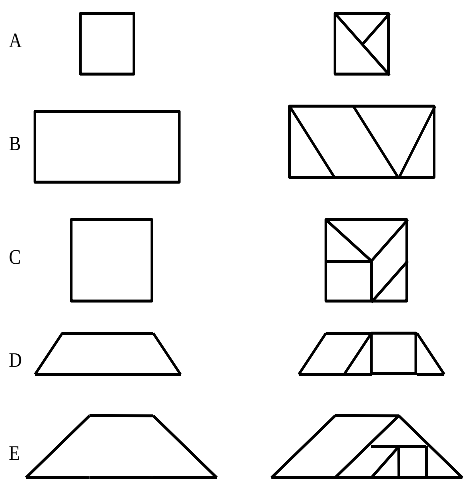

Figura 1

Kevin no tuvo problemas para resolver con éxito esta tarea.

Reproducimos a continuación, parte de la entrevista, en la que intervenía el modelo C de la Figura 1 (cuadrado grande):

Una vez que Kevin ha visto unos segundos el modelo, comienza dudando y la profesora se lo vuelve a enseñar. Entonces elige las piezas adecuadas y construye el modelo correctamente en pocos segundos, pero con las partes derecha e izquierda invertidas, como se puede observar en la Figura 2:

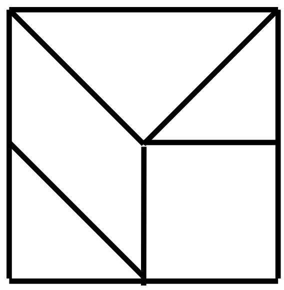

Figura 2

Entrevistadora: ¿Es esa la imagen que tienes en la cabeza?

Kevin: Sí

E: ¿Por qué crees que es la misma? ¿Crees que es la misma o tienes alguna duda?

K: Tengo dudas.

E: ¿Por qué crees que tienes dudas? ¿Crees que hay alguna diferencia entre lo que tu hiciste y lo que yo te enseñé?

K: Sí.

E: ¿Cuál crees que es la diferencia?

K: Sé que hay diferencias, pero no sé qué diferencia es. Enséñamelo de nuevo.

La entrevistadora se lo muestra un segundo

E: ¿Podrías ponérmelo como yo te lo enseñé?

Kevin coloca un papel encima de la construcción para que no se le desplacen las piezas y realiza primero un giro de 180 grados en el espacio y a continuación otro de 180 grados en el plano quedándole la Figura 3:

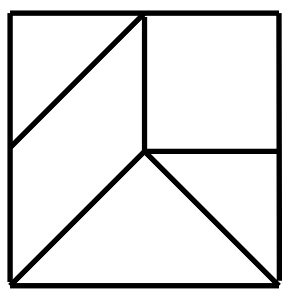

Figura 3

E: ¿Qué imagen tienes en tu cabeza, esto o lo que yo te dí?

K: A la hora de hacerlo lo hago como más fácil me sea.

E: ¿Lo puedes poner como yo te lo enseñé?

El alumno se da cuenta que, de alguna manera, lo tiene al revés, pero argumenta que las imágenes son las mismas; toma la hoja, y la gira 180 en el plano obteniendo la posición correcta (Figura 4).

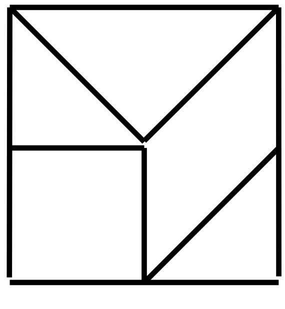

Figura 4

En la realización de esta tarea observamos la facilidad que tuvo Kevin para construir y transformar mentalmente sus imágenes - procesos implicados en el uso de imágenes (Kosslyn, 1983). Lo que nos hace pensar frente a actuaciones "más pobres" que contemplamos en otros estudiantes entrevistados, en su fuerte capacidad de visualización o de relación entre imágenes mentales.

Al observar el vídeo se constata que las imágenes mentales que Kevin utiliza son *dinámicas* y *cinestésicas* (Presmeg, 1985) por el continuo desplazamiento que suponemos que en la mente del alumno se está produciendo y por el movimiento de sus manos al tratar de explicar la situación. Las imágenes tienen un papel destacado en esta tarea donde Kevin tiene que anticipar la rotación de las piezas antes de colocarlas para formar el modelo proporcionado (Wheatley & Bebout, 1990).

2.3. RESOLVIENDO TRES PROBLEMAS

Iniciamos este apartado describiendo, en líneas generales, una prueba propuesta conjuntamente por los investigadores y la maestra que constaba de dos partes. En la primera parte de la prueba los alumnos tenían que resolver tres sistemas de ecuaciones por los métodos de sustitución, igualación y reducción y, en la segunda, plantear y resolver tres problemas verbales sobre sistemas de ecuaciones. Estos últimos problemas tienen un doble objetivo, por un lado, sirven para valorar los conocimientos de álgebra después de una instrucción en esta materia, y por otro, son de aquella gama que proporcionan oportunidades para que los estudiantes los resuelvan por métodos visuales, que les lleven a construir las ideas matemáticas con comprensión y con significado, y donde llegar a la solución no se limita a la aplicación rutinaria de un algoritmo.

La diferencia de estos problemas con el del tangram es que, en éstos, el alumno puede o no "inventarse" o "utilizar" una imagen como una posible estrategia para resolver el problema planteado, lo que nos podría ayudar a saber las preferencias por el uso de imágenes, mientras que, en el tangram, tenía que construir necesariamente una imagen como parte de la tarea.

Para interpretar los resultados de los tres problemas aquí considerados nos apoyamos en el conocimiento que disponemos de Kevin, ya que participó en 17 problemas planteados en las entrevistas.

Destaquemos que desconoce las herramientas algebraicas enseñadas en la escuela como lo corrobora el hecho de que dejara en blanco la primera parte del examen, esto es, los sistemas de ecuaciones propuestos. También la profesora en la entrevista citada opina sobre Kevin:

"No tiene las herramientas necesarias para plantearlos, resuelve todos los problemas por tanteo, pero en el caso que se encuentre un problema que no pueda resolver por tanteo, no tiene herramientas, no sabe propiedades, no tiene métodos, no tiene nada, porque no lo ha adquirido aquí…"

Presentamos ahora el enunciado, la solución escaneada y nuestro análisis de los tres problemas realizados por Kevin.

Problema de la balanza.

Si colocas un queso en un platillo de una balanza y ¾ partes del queso más un peso de ¾ kilos en el otro platillo, la balanza se equilibra. ¿Cuánto pesa el queso?

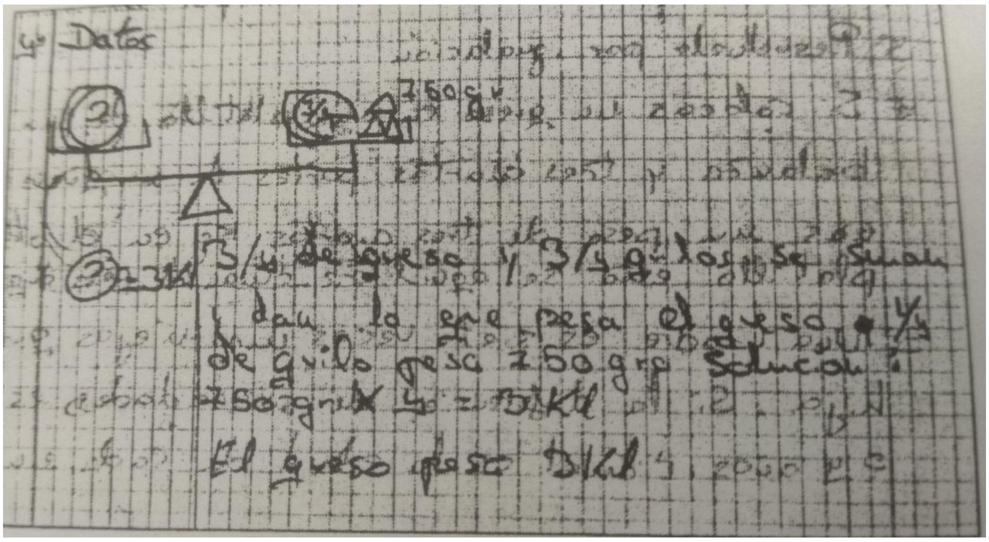

Figura 5: Solución de Kevin al problema de la balanza

Podemos decir que Kevin sigue un pensamiento lógico en este problema. Al no disponer de las herramientas algebraicas tiene dificultad para comunicar sus estrategias. La forma que tiene de exteriorizar sus imágenes y representaciones mentales es haciendo un dibujo (Figura 5), que apenas nos es accesible a los demás. Sin embargo, Kevin expresa todos los conceptos e ideas y la solución en el mismo. Es la profesora la que no valora las reglas de interpretación de su representación, por lo que no le puntuó.

Pensamos que Kevin utiliza un método visual (Presmeg, 1986); se apoya en el dibujo que el enunciado del problema le sugiere, esta imagen figurativa se corresponde con las imágenes *concretas* a que alude Norma Presmeg (1985).

Destacar como Kevin utiliza la equivalencia 3/4 = 750 gr, dato, éste, que posiblemente no lo haya aprendido en la escuela, sino que probablemente lo ha adquirido por su experiencia en la vida cotidiana. Esta forma autodidacta se manifiesta además, en el hecho de que escribe de una manera natural 3 kl en lugar de 3 kg, escribiendo correctamente 750 gr, lo cual no da lugar a error porque mantiene el vocabulario común.

Al hacer el dibujo pensamos que Kevin ya ha resuelto el problema: tiene la imagen visual de la solución. Su estrategia para resolverlo concuerda con el método visual (Presmeg, 1986). La explicación que utiliza a continuación del dibujo es sólo un intento de justificar el resultado ya visualizado.

Problema de la madre y la hija.

Una madre es siete veces más vieja que su hija. Si la diferencia de sus edades es 24 años. ¿Cuál es la edad de cada una?.

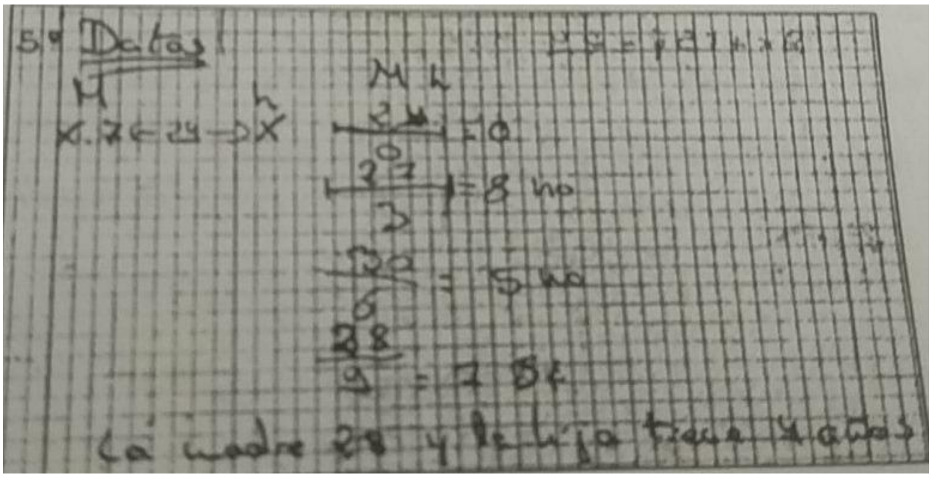

Figura 6: Solución de Kevin al problema de la madre y la hija.

En primer lugar Kevin intenta plantear el problema algebraicamente y lo hace utilizando sólo la incógnita x que asocia con la edad de la hija, escribiendo:

$$\begin{array}{ccc} M & & h \\ x \cdot 7 & - \; 24 \; = & x \end{array}$$

Nótese que no escribe en el papel una segunda incógnita y = x . 7 (edad de la madre), sino que mantiene en su mente esa relación, lo que nos permite en cierto modo, afirmar que recurre a una imagen mental. Por otra parte, destacar que en su planteamiento no escribe la diferencia de las edades que sería lo cómodo y que es la estrategia de la mayoría de las personas (y - x = 24), sino que escribe x.7 - 24 = x , lo que indica que entiende y da significado al enunciado del problema. Destacar que no resuelve el problema por la sencilla ecuación que ha planteado (6 x = 24) lo que es evidente para la mayoría de los estudiantes, sino que recurre al método de ensayo y error mediante una "tabla de doble entrada" donde las variables son las edades de madre e hija (numerador y denominador) y el objetivo es encontrar un siete, lo que descubre al cuarto intento, en cuyo proceso los ensayos fueron realizados con edades lógicas para la madre.

Problema de patos y conejos.

En un corral hay patos y conejos siendo un total de 39 cabezas y 126 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase?

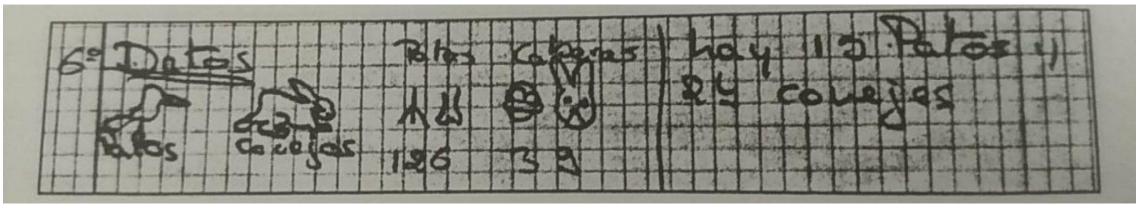

Figura 7: Solución de Kevin al problema de los patos y los conejos.

Como se observa en la Figura 7 Kevin apunta correctamente el resultado, 15 patos y 24 conejos sin aportar estrategia alguna de solución.

¿A qué profesor no le ha sucedido pasar por alto un resultado y no valorarlo al no encontrar escrito ningún método de solución? .

Nosotros creemos que Kevin resolvió el problema haciendo uso de una estrategia: mentalmente usa imágenes y no necesita apoyo concreto que le ayude en la búsqueda de la solución.

Nuestra afirmación se basa en que Kevin de los 17 problemas planteados en las entrevistas clínicas, que hicimos a los estudiantes, resolvió dos muy parecidos al que analizamos aquí y utilizando el mismo método. Uno de ellos se enuncia de la siguiente forma: **en un corral había conejos y gallinas. Cuando Jonás miró a través de la valla vio 7 cabezas y 20 patas. ¿Cuántos conejos había? ¿Cuántas gallinas?** (Adaptado de Brown, 1993).

Transcribimos a continuación parte de la entrevista donde Kevin resolvió el problema anterior.

K.: Siete y veinte patas, ¿pero siete cabezas…?

E: En total

K: En total. Voy a resolver primero cuántos conejos había. Sería siete cabezas y veinte patas. Vamos a resolver primero las cabezas.

E: ¿Resolver las cabezas? ¿A qué te refieres?

K: Cuántas cabezas de conejo había.

E: ¿Y cómo lo vas a hacer?

K: Vamos a poner tres de conejo y después tres de gallina, […] los conejos tienen cuatro patas, tres por cuatro igual a doce. Doce, cuatro por dos, ¡ya está resuelto!

Kevin abordó el problema por ensayo y error, donde como primer ensayo tomó el número tres, que no eligió al azar (como nos explicó en la parte posterior de la entrevista), sino que recordó a su vez la solución de un problema resuelto días anteriores:

K: "[…] *tres porque es como la mitad de siete*"

En el problema que nos ocupa, y actuando de forma similar, tomó un número cerca de la mitad del total de cabezas, 20 en este caso, y supone que hay 20 conejos, procediendo, según nuestra opinión así:

20cx4p=80p, (80 patas);

126p-80p=46p, (46 patas);

46p:2=23p (23 patos);

20conejos + 23patos = 43cabezas;

Como no le da 39 cabezas, que es el dato del problema, en otros intentos obtiene la solución exacta: 24 conejos y 15 patos que es, como se observa en la figura x , lo único que Kevin escribe en el papel.

En síntesis, Kevin estableció una relación conectando mentalmente la solución de este problema con otras soluciones, lo que se denota como un acto cognitivo. La imagen de un problema resuelto anteriormente le ayuda a resolver una situación análoga (Presmeg, 1997).

A pesar de que Kevin resolvió correcta y creativamente, utilizando un método visual, los tres problemas planteados, no aprobó el examen. La explicación está en que la maestra no valoró estas estrategias porque lo que quería evaluar era si los alumnos sabían o no, álgebra; si sabían resolver los sistemas de ecuaciones por los métodos de sustitución, igualación, y reducción, algo que Kevin no demostró.

3. RESULTADOS.

A través de la actuación matemática de Kevin, puesta de manifiesto en los problemas anteriores, podemos considerarle como un buen visualizador, lo cual se manifestó en la resolución de los cuatro problemas. Así utiliza:

- en el tangram, imágenes dinámicas y cinestésicas
- en la balanza, la representación de una imagen concreta
- en el problema de la edad, la imagen de una relación, y
- en el de los patos y conejos, la representación de una imagen concreta.

Kevin fue un alumno que no aprobó las matemáticas. Además de no pasar los exámenes faltaba mucho a clase, por lo que la maestra, en un momento de la entrevista, nos dijo:

"... yo no lo puedo aprobar, aunque haya hecho un control brillante."

Partiendo de la base de que la evaluación debe formar parte del proceso de enseñanza, nos surge una duda razonable sobre la actuación de la maestra en relación con la calificación a Kevin.

Dejando bien sentado que el momento de la evaluación (cuando recibe la nota) es muy importante para el alumno, un profesor no puede limitarse a poner una “cruz”, o un “no”, o “esto está mal”, o pasar por alto una cuestión, sino que debe reflexionar más sobre lo que ha escrito el alumno y lo que ello entraña… Somos conscientes de la dificultad que, en la práctica, el tratamiento individualizado conlleva, debido a múltiples razones.

Entendemos la actuación de la maestra, que coincide con la de muchos profesionales que consideran más importantes cumplir las reglas institucionales, que tener en cuenta las situaciones y realidades particulares.

Sin embargo, no se valoró el pensamiento visual en este caso concreto y, probablemente, no se valoran muchos otros, por el desconocimiento de que hay personas visualizadoras. Por ello, consideramos importante, desde la investigación, trabajar con profesores, analizando sus prácticas educativas, con el fin de mejorarlas. Serían deseables investigaciones que ayuden a los profesores a reflexionar y darse cuenta de que sus creencias y prácticas afectan al desarrollo de sus alumnos.

La situación planteada en los párrafos anteriores y la existencia de alumnos similares a Kevin (visualizadores, observadores, imaginativos, creativos, autodidactas) que no son valorados académicamente, no es nueva y ocurre con cierta frecuencia en las aulas de muchos países, donde:

- se descuida la educación visual,

- el sistema de enseñanza en general y los métodos de evaluación no permiten detectar a estos alumnos.

- el sistema educativo considera que son alumnos inteligentes (saben razonar, actúan de diferente forma ante situaciones nuevas, etc.) pero los suspende posiblemente por no utilizar las herramientas estándar.

- se tiende a no tomar en cuenta, ni valorar los conocimientos adquiridos fuera del aula.

Hay en la actualidad un consenso en que la búsqueda de patrones y relaciones matemáticas por los estudiantes debe ser tratada como una acción matemática, en que la visualización sea considerada de igual rango como el cálculo y la simbolización (NCTM, 1989; Senechal, 1990); sin embargo, la educación visual es a menudo un área olvidada en la práctica educativa, en relación a la fuerza que tienen los contenidos numéricos y algebraicos.

En la propuesta para el año 2000 de los Estándares Curriculares americanos (NCTM, 1998) se incentiva la visualización como parte fundamental del entendimiento para las relaciones en geometría, en dos y tres dimensiones, sobre todo, para estudiantes de grado medio.

Ya que el pensamiento visual proporciona a los estudiantes nuevos caminos para pensar y hacer matemáticas, sería deseable que, en el cambio gradual, desde el punto de vista de la educación matemática, se tuviera en cuenta, entre las actividades, una atención sistemática a la visualización y las nuevas tecnologías, lo cual comprometería activamente a los estudiantes en la situación de aprendizaje.

Como conclusión enumeramos algunas consideraciones didácticas que podrían atenuar algunas de las problemas relatados en este articulo: incentivar la visualización como una herramienta para el proceso de enseñanza y aprendizaje en otros campos de la matemática: álgebra, análisis, estadística; desarrollar una educación visual en el aula por medio de ejercicios adecuados; buscar los mecanismos para detectar a alumnos visualizadores y creativos (exámenes alternativos, test); estimular y alentar a estos alumnos con un seguimiento particular donde sus capacidades puedan ser desarrolladas; valorar y no discriminar a este tipo de alumnos, aprovechando y potenciando sus capacidades innatas.

Nota: este artículo es la primera versión del artículo "Kevin, un alumno visualizador" publicado en la revista Cultura y Educación, 1999, 16, 23-38.

Referencias bibliográficas

BISHOP, A. J. (1983). Space and Geometry. En R. Lesh & Landau. *Adquisition of Mathematics Concepts and Processes.* New York: Academic Press.

BISHOP, A. J. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics.* 11(1), 7-16.

BROWN, D. L. y WHEATLEY, G. (1989). Relationship between spatial ability and mathematics knowledge. *Proceedings of the 11th annual meeting Psychology of Mathematics Education.* NA. New Brunswick, NJ.

BROWN, D. L. y WHEATLEY, G. (1990). The role of imagery in mathematics reasoning. *Proceedings of the 14th annual meeting international group for Psychology of Mathematics Education Conference.* Méjico.

BROWN, D. L. (1993). An investigation of imagery and mathematical understanding in elementary school children. Tesis de maestría no publicada. Florida State University. Tallahassee. Florida.

BROWN, D. L. y PRESMEG, N. (1993). Types of imagery used by elementary and secondary school students in mathematical reasoning. *Proceedings of the 17th annual meeting international group for Psychology of Mathematics Education Conference.* Tsukuba. Japón.

CLEMENTS, M. A. (1981). Visual imagery and school mathematics. Parte I. *For the learning of mathematics* 2 (2). 2-9.

CLEMENTS, M. A. (1982). Visual imagery and school mathematics. Parte II. *For the learning of mathematics* 2 (3). 33-38.

GUZMÁN, M. DE (1996). *El rincón de la pizarra*. Pirámide

HERSHKOWITZ, R.; PARZSZ, B. AND DORMOLEN, J. (1996). "Space and Shape".Bishop et at (eds). *International Handbook of Mathematics Education*. Kluver. 161-204.

KOSSLYN, S. M. (1983). *Ghosts in the Mind's Machine.* New York: W. W. Norton Co.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1989). *Curriculum and evaluations standards for school mathematics.* Reston, Virginia: NCTM.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1998) *Principles an standars for school mathematics discussion draft*. Reston, Virginia: NCTM

PLASENCIA, I., DORTA, J. A. y ESPINEL, C. (1998). Visualización y Creatividad. *Educación Matemática*, 10,2, 102-120

PRESMEG, N. C. (1985). *The role of visually mediated processes in high school mathematics: A classroom investigation.* Unpublished doctoral dissertation, Universityof Cambridge, Cambridge, England.

PRESMEG, N. C. (1986). Visualization in high school mathematics. *For the learning of mathematics*, 6(3), 42-46.

PRESMEG, N. C. (1997). Generalization Using Imagery in Mathematics. En *Mathematical Reasoning*. Editado por Lyn D. English. LEA. London.

SENECHAL (1990). "Shape" in Steen L.A. (ed). *On the Schoulders of Giants – New Aproaches to Numeracy*. Nacional Academic Pres. Washinton, D.C.

SOMMER, R. (1978). *The Mind' Eye.* New York: Delacorte Press.

SUTHERLAND, R. & MASON, J. (1993). *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education.* Springer. 1993.

WHEATLEY, G. (1978). *The Wheatley Test of Spatial Ability.* West Lafayette, IN: Purdue University.

WHEATLEY, G. y BEBOUT, H. (1990). Mathematical Knowledge of Young Learners. En *Transforming Children's Mathematics Education.* Editado por Leslie P. Steffe y Terry Wood. LEA. Hillsdale. N.J.

WHEATLEY, G., BROWN, D. y SOLANO, A. (1994). *Long term relationship between spatial ability an mathematical knowledge.* Comunicación presentada en el North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education. Baton Rouge, LA.

WHEATLEY, G. (1997). Reasoning With Images in Mathematical Activity. En *Mathematical Reasoning*. Editado por Lyn D. English. LEA. London.

ZAZKIS, R.; DUBINKY, E.; DAUTERMANN, J. (1996). Coordinating visual and analytic strategies: A study of students understanding of the group D4". *Journal for Research in Mathematics Education*. 27,4, 435-457.

ZIMMERMANN, W., & CUNNINGHAM, S. (Eds). (1991). *Visualization in teaching and learning mathematics.* Washington: Mathematical Association of America.