

DOI: <https://doi.org/10.56712/latam.v4i2.787>

Coeficientes de rigidez para barras de sección variable

Stiffness coefficients for variable section bars

Marcos Josué Rupay Vargas

mrupay@uniscjsa.edu.pe
<https://orcid.org/0000-0002-7891-1838>
Chan Chamayo – Perú

Cristian Pool Gómez Aranda

cristianpoolga1999@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-0229-313X>
Chan Chamayo – Perú

Ronaldo Robles Espinoza

rroblesespinoza16@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0005-2952-8874>
Chan Chamayo – Perú

Freud Cayo Yupanqui Navarro

yupanqui4525@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-7724-4033>
Chan Chamayo – Perú

Dalesca Cesibel Fernández Aliaga

76547620@uniscjsa.edu.pe
<https://orcid.org/0000-0003-4313-5290>
Chan Chamayo – Perú

Elizabeth Andrea Esquivel Cucho

74298210@uniscjsa.edu.pe
<https://orcid.org/0009-0005-7492-7129>
Chan Chamayo – Perú

Artículo recibido: 21 de junio de 2023. Aceptado para publicación: 06 de julio de 2023.
Conflictos de Interés: Ninguno que declarar.

Resumen


La finalidad del presente artículo es determinar los coeficientes de flexibilidad de vigas con sección variable, mediante el uso de integrales con respecto a sus dimensiones (L, a, b). El análisis se aplicó en diferentes vigas con secciones variables que se mostrara a continuación en el artículo. La metodología es descriptiva, donde consiste en determinar la matriz de rigidez de una viga con sección variable de cualquier dimensión de longitud, a partir de ello se obtendrán resultados: coeficientes de flexibilidad, matriz de rigidez. Concluyendo que el método de flexibilidad con matrices en vigas de secciones variables coincide con la tabla de rigidez.

Palabras clave: matriz de rigidez, coeficiente de flexibilidad, sección variable, integrales

Abstract

The purpose of this article is to determine the flexibility coefficients of beams with variable cross-section, by using integrals with respect to their dimensions (L , a , b). The analysis was applied to different beams with variable cross-sections that will be shown later in the article. The methodology is descriptive, where it consists of determining the stiffness matrix of a beam with variable section of any length dimension, from which results will be obtained: flexibility coefficients, stiffness matrix. Concluding that the flexibility method with matrices in variable section beams coincides with the stiffness table.

Keywords: stiffness matrix, flexibility coefficient, variable section, integrals

Todo el contenido de LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades, publicados en este sitio está disponibles bajo Licencia Creative Commons . 

Como citar: Rupay Vargas, M. J., Gómez Aranda, C. P., Robles Espinoza, R., Yupanqui Navarro, F. C., Fernández Aliaga, D. C., & Esquivel Cucho, E. A. (2023). Coeficientes de rigidez para barras de sección variable. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades* 4(2), 2708–2728. <https://doi.org/10.56712/latam.v4i2.787>

INTRODUCCIÓN

El coeficiente de rigidez es la fuerza que se genera cuando se les asigna desplazamientos unitarios a los grados de libertad. Esto es muy importante al momento de analizar una estructura y reducir tiempo al momento de su análisis.

Lo que se busca en este presente artículo es minimizar el tiempo y la complejidad del cálculo de coeficientes de rigidez en secciones variables llegando a un resultado confiable. Además de ello, que se conozca el procedimiento adecuado para la demostración de los coeficientes de rigidez para cualquier tipo de sección variable linealmente.

Actualmente no se cuenta con mucha información acerca de los coeficientes de rigidez para elementos de sección variable, lo que resulta en un problema para muchos al tratar de analizar estructuras con elementos de sección variable.

El objetivo buscado por el presente artículo es el de demostrar la obtención de los coeficientes de rigidez para elementos de sección variable linealmente y posterior a ello definir tablas que nos ayuden en la solución de estructuras con elementos de sección variable linealmente.

METODOLOGÍA

Planteamiento

Resolver de esta forma una estructura hiperestática de primer orden resulta fácil, pero cuando el número de incógnitas aumenta el planteamiento del problema se hace más complejo. (Apuntes de Clases A.E. I, 2022-I)

Para ello transformaremos el procedimiento anterior de tal forma que obtengamos los coeficientes de un sistema de ecuaciones que definan los valores de las redundantes. (Apuntes de Clases A.E. I, 2022-I)

Según (Ottazzi, 2014) en su libro, El Método de Flexibilidad se basa en:

- En el principio de superposición aplicado a las fuerzas.
- Las incógnitas son las redundantes estáticas.
- La compatibilidad (externa y/o interna) de la estructura es violada en la estructura primaria ya que se remueven apoyos o fuerzas internas o una combinación de ambas.
- El sistema de ecuaciones que conduce a la solución de las redundantes se obtiene forzando la compatibilidad de desplazamientos externos y/o internos.

$$\{D\} + [F]\{X\} = \{0\} \quad (\text{Ecuación de Compatibilidad})$$

$$\{X\} = -[F]^{-1}\{D\} \quad (\text{Solución})$$

- El equilibrio se cumple automáticamente ya que la estructura primaria es isostática (Blanco Díaz, Cervera Ruiz, & Suárez Arroyo, 2015; Rojas Rojas & Padilla Punzo) y estable.

Se tendrá en consideración ambos principios para formular un sistema de ecuaciones, en función de las redundante.

$$D_{REAL} = D_{F=0} + D_{F=1} * D$$

$$\{0\} = \{D\} + [F]\{X\}$$

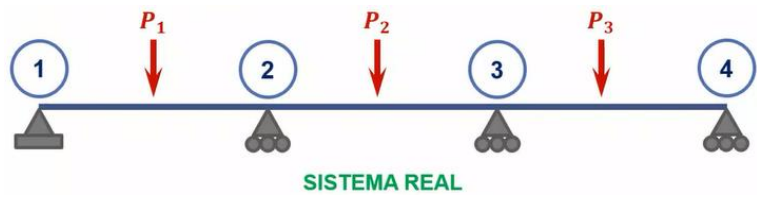
Estado Primario: $\{D\}$

Estado Complementario: $[F]\{X\}$

Sea la siguiente una estructura hiperestática sujeta de cargas que lo mantiene en equilibrio, al cual llamaremos sistema real. (Apuntes de Clases A.E. I, 2022-I)

Figura 1

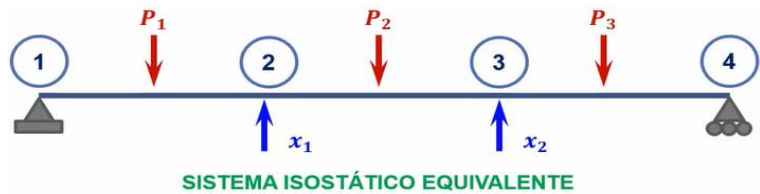
Sistema real



1° Paso: Modelo Matemático

Figura 2

Sistema isostático equivalente

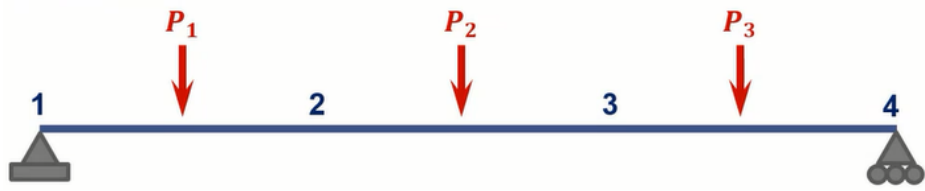


Se busca un sistema isostático equivalente, quiere decir que se tiene que retirar los 2 apoyos móviles y se tendrá que reemplazar por las redundantes: x_1 ; x_2 . (Apuntes de Clases A.E. I, 2022-I)

2° Paso: Principio De Superposición De Efectos

Figura 3

Sistema primario



No se considera las redundantes, solo tal cual esta las cargas externas. (Apuntes de Clases A.E. I, 2022-I)

El número de sistemas complementarios es igual al número de redundantes. (Apuntes de Clases A.E. I, 2022-I)

Figura 4

Sistema complementario 01



Figura 5

Sistema complementario 02



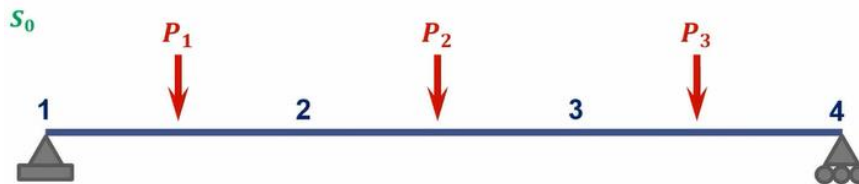
La suma de estos tres efectos tendremos el sistema real, es equivalente al sistema inicialmente planteado.

Ojo: Se vuelve un poco complejo analizar con dos, tres, cuatro redundantes, entonces para ello se aplicará el principio de proporcionalidad.

3° Paso: Principio de Proporcionalidad

Figura 6

Sistema Primario



El sistema primario no hay ninguna incógnita ya que las cargas externas son conocidas.

Principio de proporcionalidad va a tomar en consideración lo que se vino viendo; multiplicar la incógnita por el sistema virtual ($x_1 * Sistema Virtual$). (Apuntes de Clases A.E. I, 2022-I)

Lo que se hace es plantear un sistema virtual y a ese sistema virtual multiplicarle la redundante x_1 y lo mismo se hace para el sistema complementario 02. (Apuntes de Clases A.E. I, 2022-I)

Figura 7

Sistema Complementario 01



Figura 8

Sistema Complementario 02



4° Paso: Desplazamiento (D_{ij})

Para el cálculo de estos desplazamientos se basa en el Principio de Trabajo Virtual con la carga unitaria. (Apuntes de Clases A.E. I, 2022-I)

La representación de

$i = \# \text{ de Redundante}$

$j = \# \text{ de Sistema}$

Para ello se denota a los Sistemas con sus Subíndices $S_0 - S_1 - S_2$

Figura 9

Sistema primario

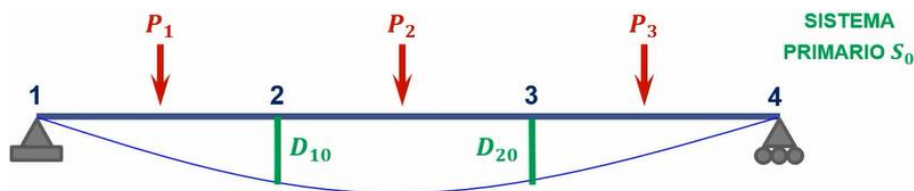


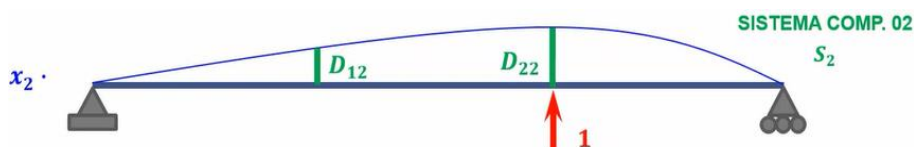
Figura 10

Sistema Comp. 1



Figura 11

Sistema Comp. 2



5° paso: compatibilidad de deformaciones

$$D_{10} + D_{11} * x_1 + D_{12} * x_2 = 0$$

$$D_{20} + D_{21} * x_1 + D_{22} * x_2 = 0$$

De esos sistemas de ecuaciones se puede expresar de forma matricial:

$$\{D_{10} \ D_{20}\} + [D_{11} \ D_{12} \ D_{21} \ D_{22}] * \{x_1 \ x_2\} = \{0 \ 0\}$$

La matriz de Flexibilidad tiene que ser Simétrico y Cuadrada.

MÉTODO

Para la demostración de los coeficientes de rigidez se empleará el método de las fuerzas (método de flexibilidad). Al tratarse de elementos con sección variable, se recurrió a los casos generales del empleo de integrales.

Durante la aplicación se hizo uso del método de superposición y el método de proporcionalidad con el objetivo de facilitar los cálculos.

La metodología seguida con el método de las fuerzas fue el siguiente:

- Estructura hiperestática.
- Sistema isostático equivalente.
- Sistemas complementarios.
- Coeficientes de flexibilidad.
- Matriz de rigidez.
- Factores de rigidez y transporte.

A continuación, se procedió a la demostración de casos específicos para posterior a ello llegar al resultado final que son las tablas.

Figura 12

Viga de dos tramos de sección constante

Sistema hiperestático

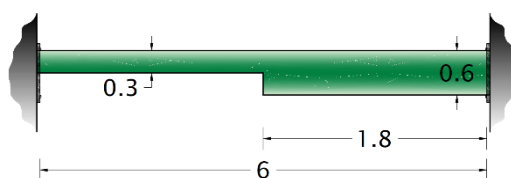
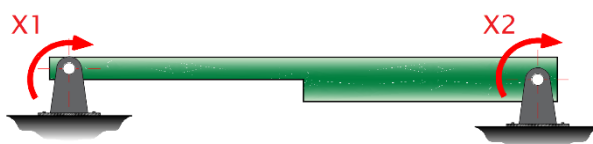


Figura 13

Sistema isostático equivalente



Sistemas complementarios

Figura 14

Sistema primario X1

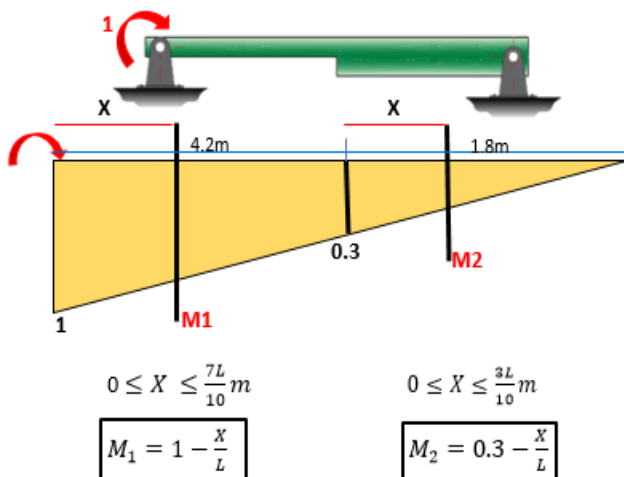
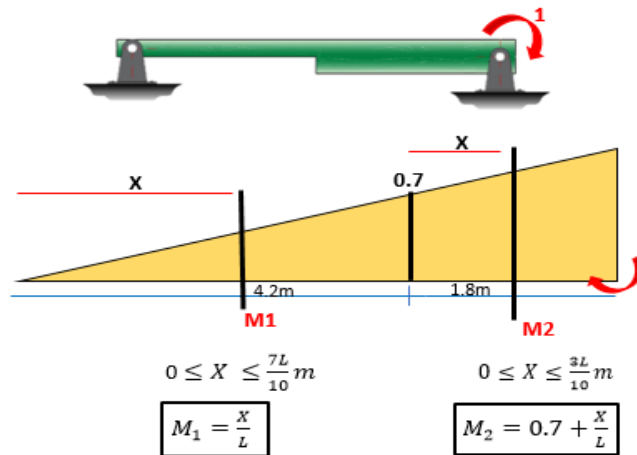


Figura 15

Sistema primario X2



Coefficientes de flexibilidad

Matriz de rigidez

Factores de rigidez y transporte

Para obtener el factor de transporte se realizará mediante una fracción entre la rigidez intermedia y las externas.

5.0882

11.6861

Tabla 1

Las 4 preguntas de todo artículo científico [2]

Viga de dos tramos con un tramo constante y otro variable linealmente

Factor de Dimensión		Matriz de Rigidez			
		Factores de Rigidez		Factor de Transporte	
a	b	K11(EI/L)	K22(EI/L)	f12	f21
0.3	2	5.0882	11.6861	0.9538	0.4153

Figura 17

Viga hiperestática

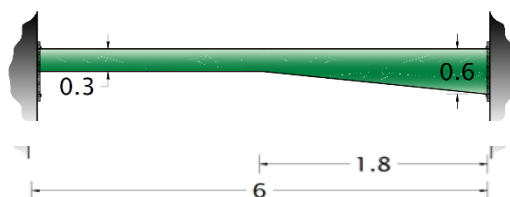


Figura 18

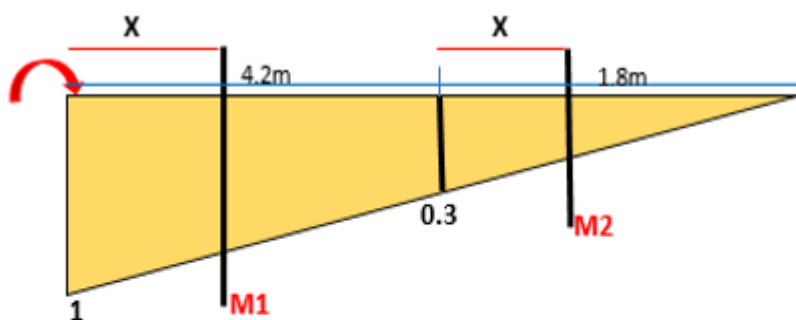
Sistema isostático equivalente



Sistema complementario

Figura 19

Sistema complementario X1



$$0 \leq X \leq \frac{7L}{10} m$$

$$M_1 = 1 - \frac{X}{L}$$

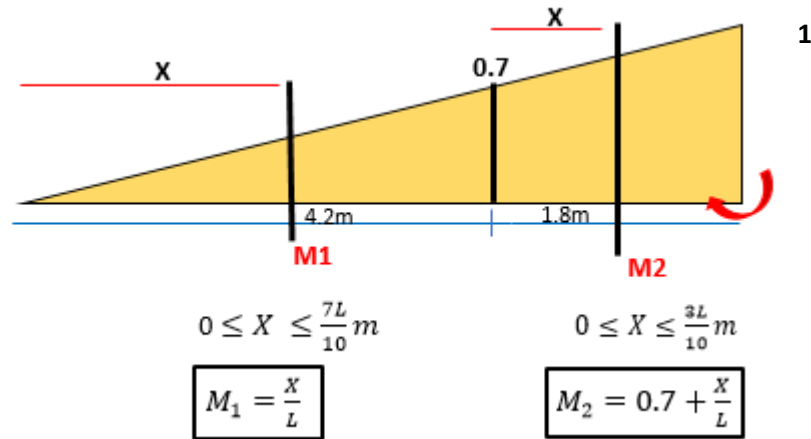
$$0 \leq X \leq \frac{3L}{10} m$$

$$M_2 = 0.3 - \frac{X}{L}$$

Figura 20

Sistema complementario X2





Coefficientes y matriz de flexibilidad

Matriz de rigidez

Factores de rigidez y transporte

4.7054

8.2902

Tabla 2

Las 4 preguntas de todo artículo científico [2]

Factor de Dimensión		Matriz de Rigidez			
		Factores de Rigidez		Factor de Transporte	
a	b	K11(EI/L)	K22(EI/L)	f12	f21
0.3	2	4.7054	8.2902	0.791	0.449

Viga de tres tramos, una variable linealmente, constante variable linealmente.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Viendo los escasos de información acerca de los coeficientes de rigidez para elementos de sección variable, se plantea esta forma de aplicar mediante integrales y generando una plantilla de coeficiente de elementos de secciones variables facilitando el uso y priorizando el tiempo, la cual se hizo una comprobación por el método de áreas en secciones variables aplicadas en el libro de "MECANICA DE MATERIALES", segunda edición Gere – Timoshenko, y el resultado fue la misma.

CONCLUSIÓN

Este artículo muestra la gran facilidad que se da con el uso de las tablas para la obtención de los coeficientes de rigidez para elementos de sección variable linealmente.

Es preferible el uso de las tablas de coeficientes de rigidez de los elementos variables mostrados en este artículo, pero también es muy importante tener en cuenta cómo es que se realiza el procedimiento para llegar a los resultados.

Es por ello que ambos casos se realizaron en este artículo.

REFERENCIAS

Blanco Díaz, E., Cervera Ruiz, M., & Suárez Arroyo, B. (2015). Análisis Matricial de Estructuras. España: Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería.

Kassimali, A. (2015). Análisis Estructural. México: Cengage Learning .


Ottazzi, P. G. (2014). Apuntes del curso Análisis Estructural I.

Rojas Rojas, R., & Padilla Punzo, H. (s.f.). Análisis Estructural con Matrices. San Nicolás de Hidalgo: Trillas.

Rupay Vargas, M. J. (2022-II). Apuntes de Clases A.E. II. Chanchamayo: UNISCJSA.

Rupay Vargas, Marcos Josue. (2022-I). Apuntes de Clases A.E. I. Chanchamayo: UNISCJSA.

Timoshenko, G. . (s.f.). "MECANICA DE MATERIALES" segunda edicion. Iberoamerica.

Todo el contenido de **LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades**, publicados en este sitio está disponibles bajo Licencia [Creative Commons](#) .

ANEXOS

Gráfico 1

Tipología de Viga 01

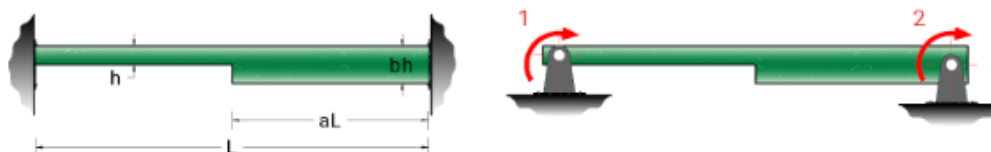


Tabla 1

Matriz de rigidez de la viga 01

FACTOR DE DIMENSIÓN		MATRIZ DE RIGIDEZ			
		FACTORES DE RIGIDEZ		FACTOR DE TRANSPORTE	
a	b	K11(EI/L)	K22(EI/L)	f12	f21
0.1	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.1438	4.6759	0.5578	0.4943
	1.4	4.2373	5.1157	0.5933	0.4914
	1.6	4.2979	5.401	0.6155	0.4898
	1.8	4.338	5.5894	0.6298	0.4888
	2	4.365	5.7168	0.6394	0.4882
	2.2	4.3839	5.8054	0.6459	0.4878
	2.4	4.3973	5.9695	0.6506	0.4875
	2.6	4.4071	5.9145	0.6539	0.4873
	2.8	4.4143	5.9488	0.6564	0.4871
0.2	3	4.4199	5.9748	0.6583	0.487
	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.2319	5.3092	0.6018	0.4797
	1.4	4.4193	6.3737	0.6769	0.4693
	1.6	4.5615	7.1837	0.7299	0.4635
	1.8	4.6664	7.7819	0.7671	0.46
	2	4.7431	8.2198	0.7932	0.4577
	2.2	4.7995	8.5414	0.8119	0.4562
	2.4	4.8412	8.78	0.8254	0.4551
	2.6	4.8726	8.9591	0.8355	0.4544
0.3	2.8	4.8964	9.0954	0.843	0.4538
	3	4.9148	9.2005	0.8488	0.4534
	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.2675	5.8336	0.6284	0.4597
	1.4	4.5224	7.6314	0.7406	0.4389
	1.6	4.7476	9.2386	0.8311	0.4271
	1.8	4.936	10.5905	0.9009	0.4199
	2	5.0882	11.6861	0.9538	0.4153
	2.2	5.2089	12.5561	0.9937	0.4122
	2.4	5.3038	13.241	1.0238	0.4101
0.4	2.6	5.3783	13.7792	1.0467	0.4085
	2.8	5.437	14.2035	1.0643	0.4074
	3	5.4835	14.5397	1.078	0.4066
	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.272	6.207	0.6359	0.4377
	1.4	4.552	87.039	0.7736	0.4046
	1.6	4.8303	11.2827	0.9007	0.3856

	1.8	5.0933	13.7637	1.0107	0.374
	2	5.3311	16.0272	1.1019	0.3665
	2.2	5.5388	18.0147	1.1757	0.3615
	2.4	5.7159	19.715	1.2347	0.358
	2.6	5.8646	21.1454	1.2817	0.3555
	2.8	5.9883	22.3369	1.319	0.3536
	3	6.0908	23.3246	1.3489	0.3522
0.5	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.2819	6.4248	0.6251	0.4166
	1.4	4.5563	9.4494	0.7685	0.3705
	1.6	4.8401	12.943	0.9185	0.3435
	1.8	5.1319	16.7267	1.0648	0.3267
	2	5.4237	20.6102	1.2	0.3158
	2.2	5.7063	24.4237	1.32	0.3084
	2.4	5.9718	28.0375	1.4237	0.3032
	2.6	6.2153	31.3679	1.5117	0.2995
	2.8	6.4342	34.3721	1.5855	0.2968
	3	6.6282	37.0397	1.6471	0.2947
0.6	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.3425	6.5174	0.6002	0.3999
	1.4	4.6208	9.8404	0.7259	0.3409
	1.6	4.8839	13.9703	0.8721	0.3049
	1.8	5.1529	18.8456	1.0315	0.282
	2	5.4344	24.3498	1.1961	0.267
	2.2	5.7278	30.327	1.3589	0.2567
	2.4	6.0286	36.6006	1.5142	0.2494
	2.6	6.3308	42.9932	1.6582	0.2442
	2.8	6.6284	49.3429	1.7888	0.2403
	3	6.9159	55.514	1.9054	0.2374
0.7	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.508	6.5358	0.5675	0.3914
	1.4	4.8615	9.9628	0.6574	0.3208
	1.6	5.138	14.3864	0.77	0.275
	1.8	5.3818	19.8742	0.9039	0.2448
	2	5.6177	26.4537	1.0563	0.2243
	2.2	5.8587	34.11	1.2233	0.2101
	2.4	6.1114	42.787	1.4002	0.2
	2.6	6.3781	52.3908	1.5821	0.1926
	2.8	6.6587	62.7951	1.7646	0.1871
	3	6.9512	73.8499	1.9436	0.1829
0.8	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.8555	6.5424	0.5347	0.3969
	1.4	5.4627	9.9726	0.5826	0.3191
	1.6	5.8949	14.4436	0.645	0.2633
	1.8	6.2161	20.0969	0.7233	0.2237
	2	6.4706	27.0588	0.8182	0.1957
	2.2	6.6874	35.4381	0.9299	0.1755
	2.4	6.8853	45.3244	1.0583	0.1608
	2.6	7.0763	56.7867	1.2025	0.1498
	2.8	7.2683	69.8717	1.3613	0.1416
	3	7.4663	84.6021	1.5331	0.1353
0.9	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	5.5315	6.618	0.5098	0.4261
	1.4	6.8709	10.1007	0.5235	0.3561
	1.6	7.9549	14.5841	0.5417	0.2955

	1.8	8.7973	20.2194	0.5649	0.2458
	2	9.4418	27.1628	0.5938	0.2064
	2.2	9.9355	35.5697	0.629	0.1757
	2.4	10.318	45.5915	0.6709	0.1518
	2.6	10.6201	57.3756	0.7201	0.1333
	2.8	10.8646	71.0646	0.777	0.1188
	3	11.068	86.7961	0.8421	0.1074
1	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	6.912	6.912	0.5	0.5
	1.4	10.976	10.976	0.5	0.5
	1.6	16.384	16.384	0.5	0.5
	1.8	23.328	23.328	0.5	0.5
	2	32	32	0.5	0.5
	2.2	42.592	42.592	0.5	0.5
	2.4	55.296	55.296	0.5	0.5
	2.6	70.304	70.304	0.5	0.5
	2.8	87.808	87.808	0.5	0.5
	3	108	108	0.5	0.5

Gráfico 2

Tipología de Viga 02

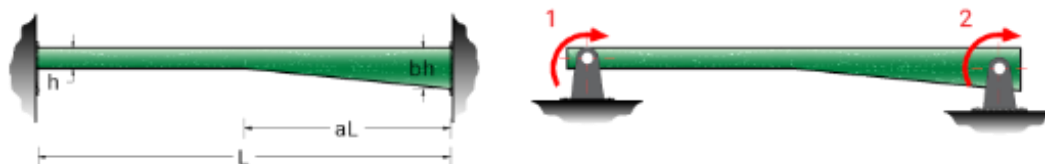


Tabla 2

Matriz de rigidez de la viga 02

FACTOR DE DIMENSIÓN		MATRIZ DE RIGIDEZ			
		FACTORES DE RIGIDEZ		FACTOR DE TRANSPORTE	
a	b	K11(EI/L)	K22(EI/L)	f12	f21
0.1	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.083	4.371	0.5327	0.4976
	1.4	4.143	4.644	0.5561	0.4961
	1.6	4.189	4.85	0.5729	0.4948
	1.8	4.223	5.01	0.5861	0.494
	2	4.25	5.137	0.596	0.4931
	2.2	4.272	5.239	0.6039	0.4925
	2.4	4.29	5.323	0.6105	0.492
	2.6	4.305	5.393	0.6158	0.4916
	2.8	4.317	5.452	0.6203	0.4912
	3	4.328	5.502	0.6241	0.4909
0.2	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.143	4.717	0.5597	0.4916
	1.4	4.259	5.315	0.606	0.4856
	1.6	4.352	5.81	0.6422	0.4811
	1.8	4.429	6.222	0.671	0.4777
	2	4.492	6.567	0.6943	0.475
	2.2	4.544	6.858	0.7135	0.4727
	2.4	4.588	7.106	0.7293	0.4709

	2.6	4.625	7.317	0.7427	0.4695
	2.8	4.657	7.501	0.7539	0.4681
	3	4.684	7.66	0.7635	0.4668
0.3	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.182	5.026	0.5801	0.4827
	1.4	4.341	5.976	0.6475	0.4704
	1.6	4.48	6.836	0.704	0.4614
	1.8	4.601	7.605	0.7511	0.4544
	2	4.7054	8.2902	0.791	0.449
	2.2	4.796	8.898	0.8246	0.4445
	2.4	4.875	9.436	0.8531	0.4408
	2.6	4.943	9.915	0.8778	0.4376
	2.8	5.003	10.341	0.8993	0.4351
	3	5.056	10.721	0.9175	0.4327
0.4	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.204	5.289	0.594	0.4721
	1.4	4.394	6.588	0.6787	0.4526
	1.6	4.569	7.861	0.7538	0.4381
	1.8	4.729	9.084	0.8203	0.427
	2	4.874	10.242	0.8787	0.4182
	2.2	5.006	11.327	0.9301	0.4111
	2.4	5.125	12.337	0.9752	0.4051
	2.6	5.232	13.274	1.0153	0.4002
	2.8	5.329	14.139	1.0507	0.396
	3	5.417	14.937	1.082	0.3924
0.5	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.219	5.5	0.6011	0.4611
	1.4	4.427	7.118	0.6973	0.4337
	1.6	4.625	8.812	0.7875	0.4133
	1.8	4.812	10.543	0.8714	0.3977
	2	4.99	12.282	0.9485	0.3854
	2.2	5.157	14.004	1.0192	0.3753
	2.4	5.315	15.691	1.0835	0.367
	2.6	5.462	17.329	1.1426	0.3601
	2.8	5.6	18.91	1.1961	0.3542
	3	5.728	20.426	1.2451	0.3492
0.6	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.236	5.663	0.6025	0.4506
	1.4	4.458	7.55	0.7035	0.4154
	1.6	4.67	9.627	0.8024	0.3892
	1.8	4.874	11.862	0.8978	0.3689
	2	5.071	14.222	0.9897	0.3529
	2.2	5.261	16.678	1.0776	0.3399
	2.4	5.445	19.203	1.1607	0.3291
	2.6	5.622	21.77	1.2396	0.3201
	2.8	5.793	24.359	1.3138	0.3125
	3	5.958	26.95	1.3835	0.3059
0.7	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.267	5.786	0.5985	0.4414
	1.4	4.512	7.884	0.6979	0.3994
	1.6	4.741	10.28	0.7973	0.3677
	1.8	4.959	12.956	0.8964	0.3431
	2	5.168	15.894	0.9946	0.3234
	2.2	5.371	19.074	1.0916	0.3074
2.4	5.568	22.473	1.187	0.2941	

	2.6	5.76	26.069	1.2804	0.2829
	2.8	5.948	29.842	1.3716	0.2734
	3	6.132	33.768	1.4602	0.2652
0.8	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.326	5.879	0.5913	0.4351
	1.4	4.619	8.139	0.683	0.3876
	1.6	4.888	10.785	0.7752	0.3513
	1.8	5.138	13.816	0.8682	0.3229
	2	5.373	17.232	0.9618	0.2999
	2.2	5.597	21.029	1.0557	0.281
	2.4	5.811	25.204	1.1502	0.2652
	2.6	6.017	29.749	1.2451	0.2518
	2.8	6.217	34.657	1.34	0.2404
	3	6.412	39.92	1.4347	0.2304
0.9	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.428	5.957	0.582	0.4326
	1.4	4.82	8.351	0.6627	0.3825
	1.6	5.182	11.2	0.7428	0.3437
	1.8	5.52	14.518	0.8221	0.3126
	2	5.837	18.32	0.9011	0.2871
	2.2	6.135	22.618	0.9804	0.2659
	2.4	6.418	27.424	1.0597	0.248
	2.6	6.688	32.747	1.1391	0.2326
	2.8	6.945	38.599	1.219	0.2193
	3	7.192	44.987	1.2992	0.2077
1	1	4	4	0.5	0.5
	1.2	4.593	6.038	0.5728	0.4357
	1.4	5.173	8.571	0.6422	0.3876
	1.6	5.744	11.632	0.7086	0.3499
	1.8	6.307	15.249	0.7725	0.3195
	2	6.863	19.45	0.8342	0.2943
	2.2	7.413	24.263	0.8942	0.2732
	2.4	7.958	29.712	0.9525	0.2551
	2.6	8.499	35.824	1.0094	0.2395
	2.8	9.037	42.623	1.0648	0.2258
	3	9.57	50.133	1.1192	0.2137

Gráfico 3

Tipología de Viga 03

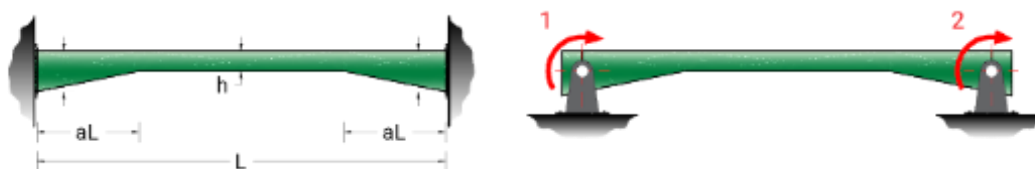


Tabla 3

Matriz de rigidez de la viga 03

FACTOR DE DIMENSIÓN		MATRIZ DE RIGIDEZ			
		FACTORES DE RIGIDEZ		FACTOR DE TRANSPORTE	
a	b	K11(EI/L)	K22(EI/L)	f12	f21
0.1	1	4		0.5	

	1.2	4.4692	0.5303
	1.4	4.835	0.5516
	1.6	5.1239	0.5671
	1.8	5.3556	0.5787
	2	5.544	0.5877
	2.2	5.6994	0.5948
	2.4	5.8293	0.6006
	2.6	5.9389	0.6053
	2.8	6.0326	0.6093
	3	6.1133	0.6126
0.2	1	4	0.5
	1.2	4.9095	0.5501
	1.4	5.748	0.5882
	1.6	6.5099	0.6195
	1.8	7.1963	0.6404
	2	7.8116	0.6586
	2.2	8.3622	0.6734
	2.4	8.8547	0.6854
	2.6	9.2956	0.6955
	2.8	9.6911	0.7039
	3	10.0468	0.711
0.3	1	4	0.5
	1.2	5.2913	0.5596
	1.4	6.647	0.6079
	1.6	8.0405	0.647
	1.8	9.4493	0.6789
	2	10.8547	0.7052
	2.2	12.242	0.727
	2.4	13.5995	0.7452
	2.6	14.9187	0.7605
	2.8	16.1936	0.7736
	3	17.42	0.7847
0.4	1	4	0.5
	1.2	5.5992	0.5596
	1.4	7.4342	0.61
	1.6	9.4961	0.6526
	1.8	11.7752	0.6887
	2	14.2612	0.7195
	2.2	16.9426	0.7458
	2.4	19.8072	0.7685
	2.6	22.8421	0.788
	2.8	26.0339	0.805
	3	29.3691	0.8197
0.5	1	4	0.5
	1.2	5.8391	0.5516
	1.4	8.0709	0.5953
	1.6	10.7173	0.6325
	1.8	13.8001	0.6646
	2	17.3408	0.6924
	2.2	21.3607	0.7168
	2.4	25.8807	0.7382
	2.6	30.9214	0.7571
	2.8	36.503	0.7739
	3	42.6455	0.789
0.6	1	4	0.5

	1.2	6.0367	0.5377
	1.4	8.6176	0.566
	1.6	11.8115	0.5864
	1.8	15.6973	0.6
	2	20.3688	0.6072
	2.2	25.9437	0.6081
	2.4	32.5786	0.6018
	2.6	40.4998	0.5868
	2.8	50.0691	0.5602
	3	61.9478	0.5157

Gráfico 4

Tipología de Viga 04

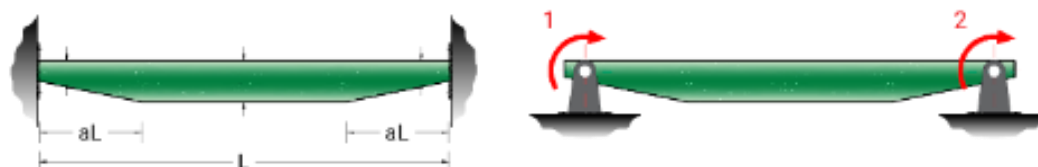


Tabla 4

Matriz de rigidez de la viga 04

FACTOR DE DIMENSIÓN		MATRIZ DE RIGIDEZ			
		FACTORES DE RIGIDEZ		FACTOR DE TRANSPORTE	
a	b	K11(EI/L)	K22(EI/L)	f12	f21
0.1	1	4		0.5	
	1.2	6.058		0.4638	
	1.4	8.4585		0.4289	
	1.6	11.1494		0.3958	
	1.8	14.0846		0.3649	
	2	17.2246		0.3365	
	2.2	20.5359		0.3105	
	2.4	23.9902		0.2868	
	2.6	27.5637		0.2654	
	2.8	31.2363		0.246	
	3	34.9912		0.2284	
0.2	1	4		0.5	
	1.2	5.5281		0.4458	
	1.4	7.1711		0.3984	
	1.6	8.9019		0.3574	
	1.8	10.7003		0.3221	
	2	12.5507		0.2918	
	2.2	14.4414		0.2656	
	2.4	16.3632		0.243	
	2.6	18.3092		0.2233	
	2.8	20.2738		0.2062	
	3	22.2528		0.1911	
0.3	1	4		0.5	
	1.2	5.176		0.4399	
	1.4	6.3933		0.3903	
	1.6	7.6411		0.3495	
	1.8	8.9115		0.3154	
	2	10.1986		0.2869	

	2.2	11.4983	0.2627
	2.4	12.8075	0.242
	2.6	14.1238	0.2242
	2.8	15.4455	0.2087
	3	16.7714	0.1951
0.4	1	4	0.5
	1.2	4.9316	0.442
	1.4	5.8794	0.3955
	1.6	6.8393	0.3574
	1.8	7.8082	0.3259
	2	8.7839	0.2994
	2.2	9.7647	0.2769
	2.4	10.7495	0.2575
	2.6	11.7375	0.2407
	2.8	12.7279	0.2259
0.5	1	4	0.5
	1.2	4.7551	0.4494
	1.4	5.5187	0.4081
	1.6	6.2889	0.3737
	1.8	7.0644	0.3448
	2	7.8441	0.3201
	2.2	8.6271	0.2987
	2.4	9.4128	0.2801
	2.6	10.2008	0.2637
	2.8	10.9906	0.2491
0.6	1	4	0.5
	1.2	4.6203	0.4595
	1.4	5.25	0.4244
	1.6	5.8865	0.3939
	1.8	6.5282	0.3673
	2	7.174	0.344
	2.2	7.823	0.3235
	2.4	8.4748	0.3053
	2.6	9.1287	0.289
	2.8	9.7845	0.2744
0.7	1	4	0.5
	1.2	4.5076	0.4705
	1.4	5.034	0.4415
	1.6	5.5711	0.4146
	1.8	6.1153	0.3902
	2	6.6646	0.3682
	2.2	7.2177	0.3484
	2.4	7.7738	0.3305
	2.6	8.3323	0.3142
	2.8	8.8928	0.2995
0.8	1	4	0.5
	1.2	4.4005	0.4806
	1.4	4.8416	0.4571
	1.6	5.3017	0.4336
	1.8	5.7726	0.4112
	2	6.2501	0.3905

	2.2	6.7323	0.3714
	2.4	7.2178	0.3538
	2.6	7.7058	0.3377
	2.8	8.1959	0.3229
	3	8.6875	0.3094
0.9	1	4	0.5
	1.2	4.2847	0.4882
	1.4	4.6501	0.4693
	1.6	5.0485	0.4488
	1.8	5.4631	0.4285
	2	5.8868	0.4091
	2.2	6.3159	0.3909
	2.4	6.7487	0.374
	2.6	7.1841	0.3582
	2.8	7.6213	0.3436
1	3	8.06	0.33
	1	4	0.5
	1.2	4.1487	0.4921
	1.4	4.4425	0.4765
	1.6	4.7899	0.4588
	1.8	5.1612	0.4406
	2	5.5446	0.4229
	2.2	5.9346	0.4059
	2.4	6.3283	0.3898
	2.6	6.7245	0.3747
2.8	7.1222	0.3605	
3	7.521	0.3473	

Gráfico 5

Tipología de Viga 05

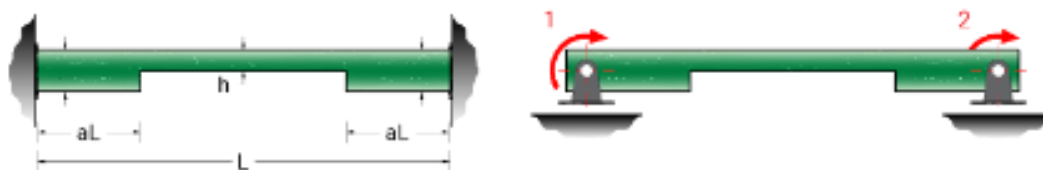


Tabla 5

Matriz de rigidez de la viga 05

FACTOR DE DIMENSIÓN		MATRIZ DE RIGIDEZ			
		FACTORES DE RIGIDEZ		FACTOR DE TRANSPORTE	
a	b	K11(EI/L)	K22(EI/L)	f12	f21
0.1	1	4		0.5	
	1.2	4.8684		0.5514	
	1.4	5.4944		0.583	
	1.6	5.9314		0.6028	
	1.8	6.2349		0.6155	
	2	6.4477		0.624	
	2.2	6.5993		0.6299	
	2.4	6.7092		0.634	
	2.6	6.7904		0.637	
	2.8	6.8515		0.6392	

	3	6.8981	0.6409
0.2	1	4	0.5
	1.2	5.6823	0.5767
	1.4	7.3204	0.6337
	1.6	8.797	0.6741
	1.8	10.0566	0.7025
	2	11.0926	0.7226
	2.2	11.9265	0.737
	2.4	12.5906	0.7474
	2.6	13.1174	0.7552
	2.8	13.5358	0.761
	3	13.8696	0.7655
0.3	1	4	0.5
	1.2	6.2915	0.5746
	1.4	9.0218	0.6417
	1.6	12.0857	0.6972
	1.8	15.3519	0.7409
	2	18.6798	0.7746
	2.2	21.9406	0.8003
	2.4	25.0329	0.8198
	2.6	27.8888	0.8348
	2.8	30.4725	0.8464
	3	32.7738	0.8555
0.4	1	4	0.5
	1.2	6.6624	0.5472
	1.4	10.1531	0.5993
	1.6	14.5207	0.6516
	1.8	19.8109	0.7006
	2	26.0606	0.7442
	2.2	33.2897	0.7816
	2.4	41.4911	0.8131
	2.6	50.6275	0.8391
	2.8	60.6315	0.8605
	3	71.4078	0.878
0.5	1	4	0.5
	1.2	6.912	0.5
	1.4	10.976	0.5
	1.6	16.384	0.5
	1.8	23.328	0.5
	2	32	0.5
	2.2	42.592	0.5
	2.4	55.296	0.5
	2.6	70.304	0.5
	2.8	87.808	0.5
	3	108	0.5