

DOI: <https://doi.org/10.56712/latam.v4i3.1103>

## Desarrollo de un modelo matemático de la reacción fotocatalítica con óxido de titanio (iv) para la evaluación de la eficiencia de remoción de cianuro

Development of a mathematical model of the photocatalytic reaction with titanium (iv) oxide for the evaluation of cyanide removal efficiency

**Wilson Patricio León Cueva**

wleon@utmachala.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0002-5474-430X>

Universidad Técnica de Machala

Machala – Ecuador

**Ricardo Valentín León Cueva**

rleon@utmachala.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0001-7104-2492>

Universidad Técnica de Machala

Machala – Ecuador

**Delly Maribel San Martín Torres**

dsanmartin@utmachala.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0002-4680-4042>

Universidad Técnica de Machala

Machala – Ecuador

**Cristina Vanessa Fernández Vélez**

cvfernandez@utmachala.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0003-1256-405X>

Universidad Técnica de Machala

Machala – Ecuador

**Susana Elizabeth Blacio Toro**

sblacio@utmachala.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0003-0619-9578>

Universidad Técnica de Machala

Machala – Ecuador

Artículo recibido: 01 de septiembre de 2023. Aceptado para publicación: 11 de septiembre de 2023.  
Conflictos de Interés: Ninguno que declarar.

### Resumen

El presente estudio tiene como objetivo desarrollar un modelo matemático de la reacción fotocatalítica con óxido de titanio (IV) para la evaluación de la eficiencia de eliminación de cianuro en la empresa minera Orenas, para el modelado se obtuvo mediante evaluación cinética de la reacción fotocatalítica de una sustancia problema mezclada. con TiO<sub>2</sub> a una concentración de 1 g/L potenciado con tres tierras raras: nitrato de europio (III) pentahidrato, cloruro de lantano (III) heptahidrato y cloruro de cerio (III) heptahidrato; Además, se empleó un sistema combinado con H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> para mejorar la fotooxidación. El modelo matemático fue desarrollado con el programa GNU Octave mediante los parámetros de la ecuación de Langmuir-Hinshelwood. De los modelos matemáticos desarrollados, el tratamiento de TiO<sub>2</sub> +

cloruro de lantano (III) Heptahidrato al 95,8% presenta la mayor eficiencia en la eliminación de contaminantes. El modelo tuvo una desviación promedio del 16% respecto a otros autores; por lo tanto, se considera aceptable.

*Palabras clave:* remediación, cianuro, minería, fotocatalítica, eficiencia

## Abstract

The present study aims to develop a mathematical model of the photocatalytic reaction with titanium (IV) oxide for the evaluation of the cyanide removal efficiency in the mining company Orenas, for the modeling was obtained by kinetic evaluation of the photocatalytic reaction of a problem substance mixed with TiO<sub>2</sub> at a concentration of 1 g/L enhanced with three rare earths: Europium (III) nitrate pentahydrate, Lanthanum (III) chloride heptahydrate and Cerium (III) chloride heptahydrate; in addition, a combined system with H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> was employed to enhance photooxidation. The mathematical model was developed with the GNU Octave program through the parameters of the Langmuir-Hinshelwood equation. Of the mathematical models developed, the treatment of TiO<sub>2</sub> + lanthanum (III) chloride Heptahydrate at 95.8% presents the highest efficiency in contaminant removal. The model had an average deviation of 16% compared to other authors; therefore, it is considered acceptable.

*Keywords:* remediation, cyanide, mining, photocatalytic, efficiency

Todo el contenido de LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades, publicados en este sitio está disponibles bajo Licencia Creative Commons . 

Como citar: León Cueva, W. P., León Cueva, R. V., San Martín Torres, D. M., Fernández Vélez, C. V., & Blacio Toro, S. E. (2023). Desarrollo de un modelo matemático de la reacción fotocatalítica con óxido de titanio (iv) para la evaluación de la eficiencia de remoción de cianuro. *LATAM Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades* 4(3), 636–659. <https://doi.org/10.56712/latam.v4i3.1103>

## **INTRODUCCIÓN**

El desarrollo del ser humano en un ámbito de consumo de bienes y servicios ha ocasionado la degradación del medio ambiente, esto debido a la extracción de materias primas, la refinación de las mismas y la producción de bienes de consumo. La contaminación que generamos por cada actividad antropogénica compromete la calidad ambiental del planeta.

Una de las matrices ambientales más afectadas por la contaminación del ser humano, es la calidad del agua; esta, se encuentra cada vez más presente en nuestro día a día, mostrándonos las consecuencias de la contaminación de ríos, lagos, lagunas, mares y océanos.

En el Ecuador, el panorama no es distinto, debido a la explotación de materia prima, la extracción y producción industrial se ha producido contaminación de los cuerpos hídricos; ocasionado por la descarga de aguas residuales sin tratamiento previo a cuerpos hídricos, conformándose una problemática pendiente a ser resuelta.

La actividad minera ha sido una de los más grandes contaminantes en el país; la actividad no se encuentra regulada y la minería ilegal es cada vez más grande en el país. Lo que provoca que se contaminen las fuentes hídricas, mismas que son necesarias tratarlas previo a la descarga en el ambiente.

Es por ello que, en la actualidad, una de las mayores preocupaciones para la sociedad es el cuidado del medio ambiente; en este sentido, se ha buscado durante las últimas décadas técnicas, tecnologías y métodos para prevenir, remediar o remediar el daño ambiental provocado por el desarrollo de las actividades humanas. El presente trabajo tiene como objetivo, desarrollar un modelo matemático de la reacción fotocatalítica con óxido de titanio (IV) para la evaluación de la eficiencia de remoción de cianuro en la empresa minera Orenas.

Para el desarrollo del modelo de reacción fotocatalítica del óxido de titanio se consideró como base, estudios relacionados con la producción de Energía eléctrica con un Ciclo Orgánico residual híbrido activado con Calor residual y Energía solar, descritos por Christos , Evangelos, & Kimon y Xu , y otros, mientras que para el modelo matemático se consideró el estudio de Bellos & Tzivanidis.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

### **Descripción y generalidades del proceso**

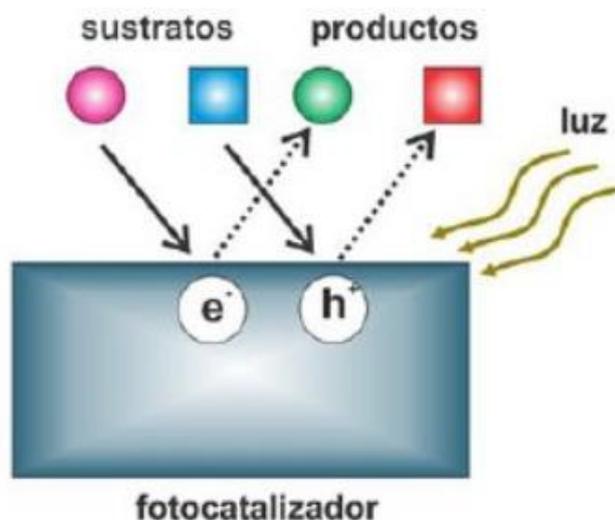
Los procesos de oxidación avanzada (AOP) son una técnica respetuosa con el medio ambiente para la eliminación de varios tipos de contaminantes: contaminantes del aire, contaminantes del agua como aromáticos, contenido a base de petróleo, hidrocarburos de petróleo, hidrocarburos clorados, pesticidas, insecticidas, compuestos orgánicos volátiles (COV), tintes y otros materiales orgánicos.

Los AOP se basan en la generación de especies reactivas de oxígeno como radicales hidroxilo con un electrón desapareado, y debido a esto, poseen una vida útil corta. Por lo tanto, reaccionan activa y fácilmente con una serie de especies químicas, que de otra manera serían muy difíciles de degradar y por lo tanto, son comparativamente mejores que otros métodos convencionales porque generan productos de oxidación termodinámicamente estables como dióxido de carbono, agua y orgánicos biodegradables. Los AOP incluyen el proceso de fotocatalisis, que juega un papel importante en la captación de la luz solar mediante un fotocatalizador.

En la Figura 1 se muestra el procedimiento de la fotocatalización con base en la presencia de sitios activos:

Figura 1

Fotocatalizador con base en la presencia de sitios activos



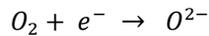
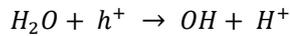
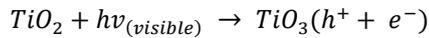
La fotocatalisis es un proceso en el cual el fotocatalizador es expuesto a la luz de la longitud de onda deseada (energía suficiente), la energía de los fotones es absorbida por un electrón ( $e^-$ ) de la banda de valencia y se excita a la banda de conducción. En este proceso se crea un agujero ( $h^+$ ) en la banda de valencia. Este proceso conduce a la formación de un estado de fotoexcitación y se genera el par  $e^-$  y  $h^+$ . Este electrón excitado se usa para reducir un aceptor en el que se usa un agujero para la oxidación de moléculas donantes. La importancia de la fotocatalisis radica en el hecho de que un fotocatalizador proporciona tanto un entorno de oxidación como un entorno de reducción y eso también, simultáneamente. El destino del electrón excitado y el agujero se decide por las posiciones relativas de las bandas de conducción y valencia del semiconductor y los niveles redox del sustrato.

El óxido de titanio (IV) o dióxido de titanio es un compuesto químico cuya fórmula es  $TiO_2$ , entre otras cosas, es utilizado en procesos de oxidación avanzada fotocatalizada. Además, se usa como pigmento blanco. El dióxido de titanio es un semiconductor sensible a la luz que absorbe radiación electromagnética cerca de la región UV. El dióxido de titanio es anfotérico, muy estable químicamente y no es atacado por la mayoría de los agentes orgánicos e inorgánicos. Se disuelve en ácido sulfúrico concentrado y en ácido hidrofúrico).

La degradación de contaminantes orgánicos a través del proceso fotocatalítico implica la generación de pares  $e^-$  (CB) y  $h^+$  (VB). El agujero positivo ( $h^+$ ) reacciona además con las moléculas de  $H_2O$  en un medio acuoso para formar grupos -OH. Los grupos -OH formados se adsorberán en la superficie del  $TiO_2$  y producirán radicales hidroxilos ( $\cdot OH$ ). En general, se ha encontrado que la función de trabajo ( $\Phi$ ) de los metales lantánidos es menor que la del titanio mismo, que puede definirse como la medida de la energía mínima requerida para extraer un electrón de la superficie limpia de un sólido que tiene una estructura de cara monocristalina.

Por lo tanto, al dopar de  $TiO_2$ , los electrones ( $e^-$ ) son profundamente atraídos por los dopantes debido a la diferencia en su función de trabajo con el semiconductor de  $TiO_2$ , lo que resulta en la tasa de recombinación de pares reducidos  $e^-$  y  $h^+$  [14]. El dopado metálico en la superficie de  $TiO_2$  aumenta la separación de carga al actuar como captadores de electrones y, en consecuencia, produce más electrones ( $e^-$ ) para la reacción en la superficie del catalizador. Sin embargo, el aumento de la cantidad de dopantes metálicos en la superficie bloquea la superficie

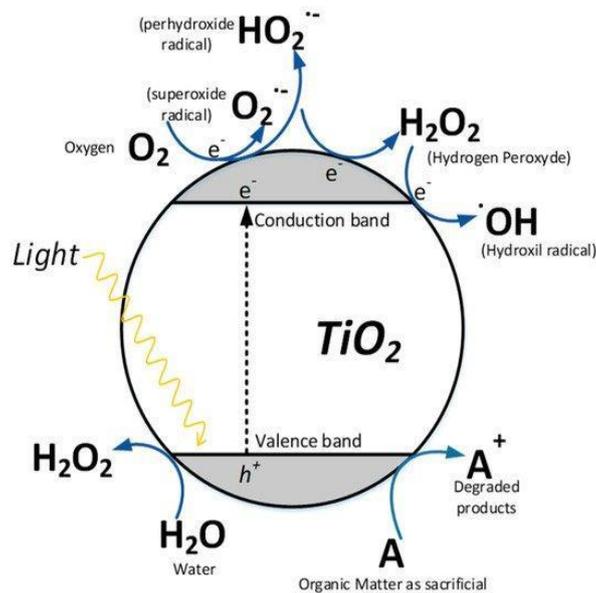
activa del fotocatalizador de TiO<sub>2</sub>, lo que eventualmente conducirá a la disminución de la eficiencia del fotocatalizador hacia la degradación de contaminantes al reducir el rendimiento de pares fotoinducidos y h<sup>+</sup>. La reacción redox fotoinducida de metales dopantes en presencia de TiO<sub>2</sub> ocurre de la siguiente manera:



El fotogenerado de e<sup>-</sup> (Ec. 1) migra a la banda de conducción (CB), mientras que el fotogenerado h<sup>+</sup> permanece en la banda de valencia (VB) que oxida el H<sub>2</sub>O (Ec. 2). Los radicales ·OH formados (Ec. 2) por oxidación de h<sup>+</sup> fotogenerado, atacan además los contaminantes orgánicos como los tintes, lo que resulta en la descomposición de contaminantes orgánicos en productos inoos. En la Figura 2, se muestra el mecanismo fotocatalítico en una partícula de TiO<sub>2</sub>:

**Figura 2**

*Mecanismo fotocatalítico en una partícula de TiO<sub>2</sub>*

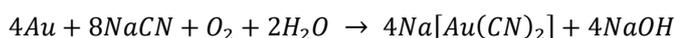


Las modificaciones con lantánidos (Ln (III)) pueden cambiar significativamente las propiedades eléctricas, físicas y químicas del fotocatalizador de TiO<sub>2</sub>. La configuración electrónica de las características 4f, 5d de los iones metálicos lantánidos altera las propiedades ópticas y catalíticas del TiO<sub>2</sub> al producir vacantes lábiles de oxígeno con una movilidad de cargas bastante alta y por acoplamiento redox de Ln<sup>n+</sup>/Ln<sup>(n - 1) +</sup> que las especies de oxígeno a granel de Celosía de TiO<sub>2</sub>, dado que los radios iónicos de los metales de tierras raras (RE) son más grandes que el ión Ti<sup>4+</sup>, se depositan en la superficie, lo que aumenta la superficie efectiva del fotocatalizador de TiO<sub>2</sub>.

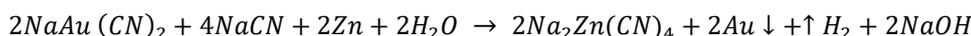
### Producción y caracterización de aguas residuales con cianuro

La cianuración se utiliza cuando el oro está en forma de pirita y no se puede extraer mediante métodos de separación física. Este proceso se lleva a cabo mediante el uso de cianuro de sodio en la fase alcalina y con un exceso de oxígeno, como se muestra en la ecuación (Ec. 4) [17]. Una vez que se extrae Au de los minerales, el oro se precipita agregando Zn (cementación), reemplazando el oro del ion aurocianuro con cianuro de zinc y precipitándose en forma metálica, como se indica en la ecuación (Ec. 5). Aunque la eficiencia del proceso es del orden del 99%, las aguas residuales tienen cianocomplejos metálicos disociables de ácidos fuertes (SAD), como hierro, cobre y cobalto, así como ácidos débiles disociables (WAD), como níquel, plata, zinc y arsénico [15].

Cianuración:

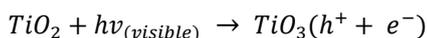


Cementación:

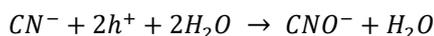


EL proceso de remoción de cianuro con dióxido de titanio funciona exponiendo las aguas residuales a las fuerzas combinadas de la luz solar y el catalizador semiconductor de dióxido de titanio (TiO<sub>2</sub>), el cual puede mezclarse con el agua, creando una lechada, o fijarse a una estructura de tipo rejilla por donde fluye el agua [18]. Las reacciones químicas que representan este proceso de oxidación de cianuro son las siguientes:

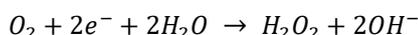
Formación de espacios con luz ultravioleta (luz solar o fuente artificial)



Reacción de los espacios de las bandas de valencia (h) con el ion cianuro:



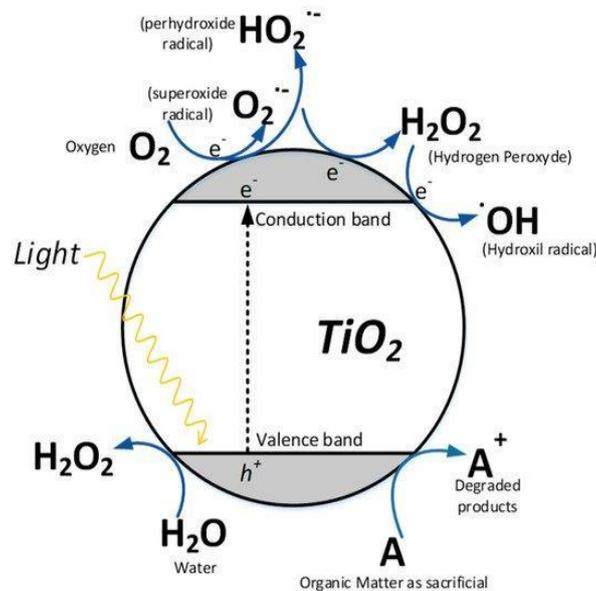
Por último, la reducción de oxígeno consumo los electrones generados por la reacción (Ec. 1):



Se considera que la oxidación del radical hidroxilo es el mecanismo principal para la destrucción del ion cianuro. Los rayos UV necesarios para los procesos fotocatalíticos pueden provenir de una fuente artificial o del sol (Parga, J., y cols., (2012). La degradación fotocatalítica de cianuro libre se describe en la Figura 3. En el que, la oxidación se lleva a cabo por diferentes vías: oxidación por huecos (h<sup>+</sup>), oxidación por superóxido (O<sub>2</sub><sup>-</sup>) y oxidación por radicales hidroxilo (OH). La reacción del CN<sup>-</sup> con los radicales lo transforma en cianato (CNO<sup>-</sup>), amonio (NH<sub>4</sub><sup>+</sup>), nitratos (NO<sub>2</sub><sup>-</sup>, NO<sub>3</sub><sup>-</sup>) y carbonatos (HCO<sub>3</sub><sup>-</sup>, CO<sub>3</sub><sup>-</sup>) [15].

Figura 3

Esquema fotocatalítico de cianuro libre en una partícula de  $TiO_2$



### Modelo matemático

Según Velten [19], los modelos matemáticos juegan un papel importante en la optimización y el control de procesos y pueden definirse como una tríada de 1) el sistema observado, 2) una pregunta relacionada con el sistema y 3) un conjunto de enunciados matemáticos, que responden a la pregunta. El objetivo de un modelo matemático es proporcionar una descripción cuantitativa con el propósito de representar y predecir un fenómeno de interés dentro de un sistema confinado.

La formulación del modelo depende del enfoque elegido y puede incluir elementos estadísticos, mecanicistas y empíricos. Una noción importante es que el término modelos opuestos a la ley implica que la descripción no es exacta, sino aproximada por naturaleza. En consecuencia, la validación y la verificación son uno de los pasos principales del proceso de modelado. La validación conceptual tiene como objetivo determinar si el modelo conceptual proporciona un nivel aceptable de acuerdo para el dominio de la aplicación prevista, mientras que la verificación del modelo computarizado se refiere a la justificación de que el modelo computarizado representa el modelo conceptual. La validación operativa denota la justificación de que el modelo computarizado es suficientemente preciso para la aplicación prevista.

La modelización matemática en relación con los problemas de cinética química tiene como objetivo establecer el tipo de dependencias según las cuales ocurren las reacciones investigadas. En este caso, son posibles dos situaciones fundamentalmente diferentes. El primero surge cuando se conoce el mecanismo de una reacción química, pero para escribir las ecuaciones es necesario conocer ciertos parámetros (por ejemplo, las constantes de velocidad de reacción). La segunda situación corresponde al caso en el que el mecanismo de reacción no se comprende completamente. Por lo tanto, en primer lugar, es necesario identificar exactamente qué reactivos están reaccionando y en qué cantidad, para establecer el número de variables del modelo y luego determinar los valores de los parámetros correspondientes. La primera de las situaciones descritas es un ejemplo del problema de identificación en sentido estricto (o el problema de identificación paramétrica), y la segunda en sentido amplio.

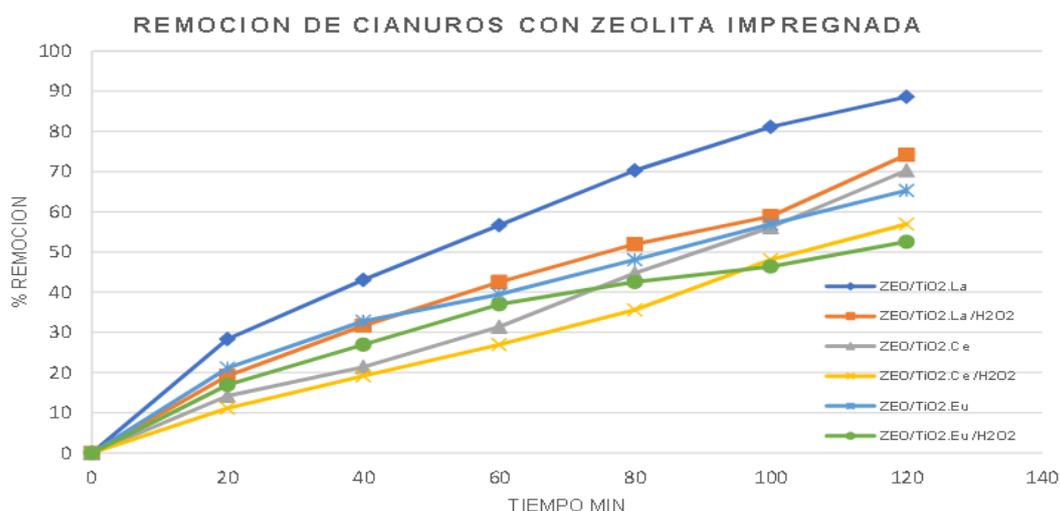
## METODOLOGÍA

La primera parte de este estudio consiste en obtener los datos para el modelo matemático, para ello se considera el trabajo desarrollado por León, en el que se evaluó las propiedades fotocatalíticas en la remoción de cianuro a partir de sistemas acuosos; para lo cual, se procedió a sintetizar mediante el método Sol – gel a partir de Etóxido de Titanio utilizado como precursor orgánico del Óxido de Titanio (IV); y además para potenciar sus propiedades se lo dopó con tres tierras raras: Nitrato de europio (III) pentahidratado, Cloruro de lantano (III) Heptahidratado y Cloruro de Cerio (III) heptahidratado todos de la marca SIGMA – ALDRICH.

El procedimiento para la evaluación cinética, de la actividad fotocatalítica, consistió en aplicar una dosis 1 g/L de TiO<sub>2</sub> dopado en la solución problema, la mezcla se colocó en el reactor de flujo continuo dotado de una lámpara UV OPP – 625 en el cual se procedió a irradiar con Luz UV la solución durante 2 horas a flujo continuo y cada 20 minutos se procedió a tomar una muestra de la solución problema para su análisis y así verificar la remoción de CN<sup>-</sup> con ayuda de un espectrofotómetro UV, destacado que además se empleó un sistema combinado con H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> para aumentar la fotoxidación. Los resultados que se observan en el gráfico 1 serán analizados para la elaboración del modelo matemático:

### Gráfico 1

Esquema fotocatalítico de cianuro libre en una partícula de TiO<sub>2</sub>



## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Porcentajes de concentración de óxido de titanio

En la tabla 1 se puede apreciar la reacción de la muestra problema con óxido de titanio y su potenciación con tierras raras, donde La corresponde a Cloruro de lantano (III) Heptahidratado; Ce equivale a Cloruro de Cerio (III) heptahidratado y Eu corresponde a Nitrato de europio (III) pentahidratado; todos medidos en concentración mol/L, a concentración de 1%, 0,5% y 0,25%

**Tabla 1**

*Porcentaje de Concentración de TiO<sub>2</sub> en el tiempo (continua)*

TIEMPO (min)	TiO <sub>2</sub>	TiO <sub>2</sub> .La 1 %	TiO <sub>2</sub> .La 0.5%	TiO <sub>2</sub> .La 0.25%	TiO <sub>2</sub> .Ce 1 %
0	40,448	39,84	39,64	39,49	39,59
20	29,414	21,57	29,30	26,41	30,97
40	24,414	15,53	21,80	19,22	26,48
60	19,241	11,48	15,66	15,57	20,79
80	16,052	7,60	9,98	12,59	15,79
100	12,172	5,79	7,25	11,38	10,97
120	8,379	4,84	6,23	8,54	7,43

**Tabla 2**

*Porcentaje de Concentración de TiO<sub>2</sub> en el tiempo*

TIEMPO (min)	TiO <sub>2</sub> .Ce 0.5%	TiO <sub>2</sub> .Ce 0.25%	TiO <sub>2</sub> .Eu 1 %	TiO <sub>2</sub> .Eu 0.5%	TiO <sub>2</sub> .Eu 0.25%
0	39,24	40,45	41,67	41,78	41,56
20	32,26	35,28	36,89	35,78	36,89
40	23,64	31,31	31,11	30,78	31,00
60	19,76	24,76	25,11	24,44	27,44
80	16,83	15,71	17,89	18,44	20,67
100	12,86	11,31	13,33	11,89	14,89
120	7,43	7,60	7,89	8,33	12,78

En la tabla 2 se encuentra la reacción de la muestra problema con óxido de titanio, peróxido de hidrógeno y su potenciación de tierras raras, medidos en concentración mol/L, a concentración de 1%, 0,5% y 0,25%.

**Tabla 3**

*Porcentaje de Concentración de TiO<sub>2</sub> y H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> en el tiempo (continua)*

TIEMPO (min)	TiO <sub>2</sub> / H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	TiO <sub>2</sub> .La 1 %	TiO <sub>2</sub> .La 0.5%	TiO <sub>2</sub> .La 0.25%	TiO <sub>2</sub> .Ce 1 %
0	40,793	40,205	39,636	39,486	39,948
20	27,948	20,545	23,273	21,108	22,862
40	21,138	15,091	18,159	16,514	17,345
60	17,517	10,432	6,909	10,162	13,810
80	13,379	5,318	2,364	8,000	11,052
100	10,879	2,705	2,364	6,378	7,086
120	7,086	1,795	1,682	4,757	5,276

**Tabla 4**

*Porcentaje de Concentración de TiO<sub>2</sub> y H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> en el tiempo*

TIEMPO (min)	TiO <sub>2</sub> .Ce 0.5%	TiO <sub>2</sub> .Ce 0.25%	TiO <sub>2</sub> .Eu 1 %	TiO <sub>2</sub> .Eu 0.5%	TiO <sub>2</sub> .Eu 0.25%
0	40,448	40,534	41,667	41,778	41,667
20	37,172	36,138	33,556	29,778	36,519
40	31,569	28,466	24,444	27,889	30,963
60	20,707	18,983	19,778	18,889	25,667
80	11,138	9,586	13,444	14,000	19,000
100	6,569	5,448	10,444	10,778	13,370
120	6,224	3,983	6,778	5,778	9,667

En las tablas 5 y 6 se detalla la reacción de la muestra problema con óxido de titanio, zeolita impregnada y su potenciación de tierras raras, medidos en concentración mol/L, a concentración de 1%, 0,5% y 0,25%; así mismo se muestra el experimento incluyendo peróxido de hidrógeno.

**Tabla 5**

*Porcentaje de Concentración de TiO<sub>2</sub> y Zeolita Impregnada en el tiempo*

TIEMPO (min)	ZEO/TiO <sub>2</sub>	ZEO/TiO <sub>2</sub> .La	ZEO/TiO <sub>2</sub> .Ce	ZEO/TiO <sub>2</sub> .Eu
0	40,00	40,00	40,00	40,00
20	29,78	28,67	34,33	31,56
40	26,22	22,78	31,45	26,89
60	22,78	17,33	27,44	24,22
80	19,11	11,89	22,11	20,78
100	15,33	7,56	17,56	17,22
120	14,67	4,56	11,89	13,89

**Tabla 6**

*Porcentaje de Concentración de TiO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> y Zeolita Impregnada en el tiempo*

TIEMPO (min)	ZEO/TiO <sub>2</sub>	ZEO/TiO <sub>2</sub> .La	ZEO/TiO <sub>2</sub> .Ce	ZEO/TiO <sub>2</sub> .Eu
0	40,00	40,00	40,00	40,00
20	29,78	28,67	34,33	31,56
40	26,22	22,78	31,45	26,89
60	22,78	17,33	27,44	24,22
80	19,11	11,89	22,11	20,78
100	15,33	7,56	17,56	17,22
120	14,67	4,56	11,89	13,89

En la tabla 7 se encuentra la reacción de la muestra problema con óxido de titanio, y radiación ultravioleta (FAU) y su potenciación de tierras raras, medidos en concentración mol/L, a concentración de 1%, 0,5% y 0,25%.

**Tabla 7**

*Porcentaje de Concentración de TiO<sub>2</sub> y Radiación Ultravioleta Impregnada en el tiempo*

TIEMPO (min)	FAU	FAU/TiO <sub>2</sub>	FAU/TiO <sub>2</sub> .La	FAU/TiO <sub>2</sub> .Ce
0	39,558	39,750	39,558	39,558
20	30,327	26,096	18,788	27,731
40	23,981	16,673	8,885	12,731
60	21,962	11,962	8,404	10,327
80	21,000	11,577	8,115	10,038
100	20,615	11,192	7,731	9,654
120	20,423	11,000	7,442	9,365

### Desarrollo del modelo matemático

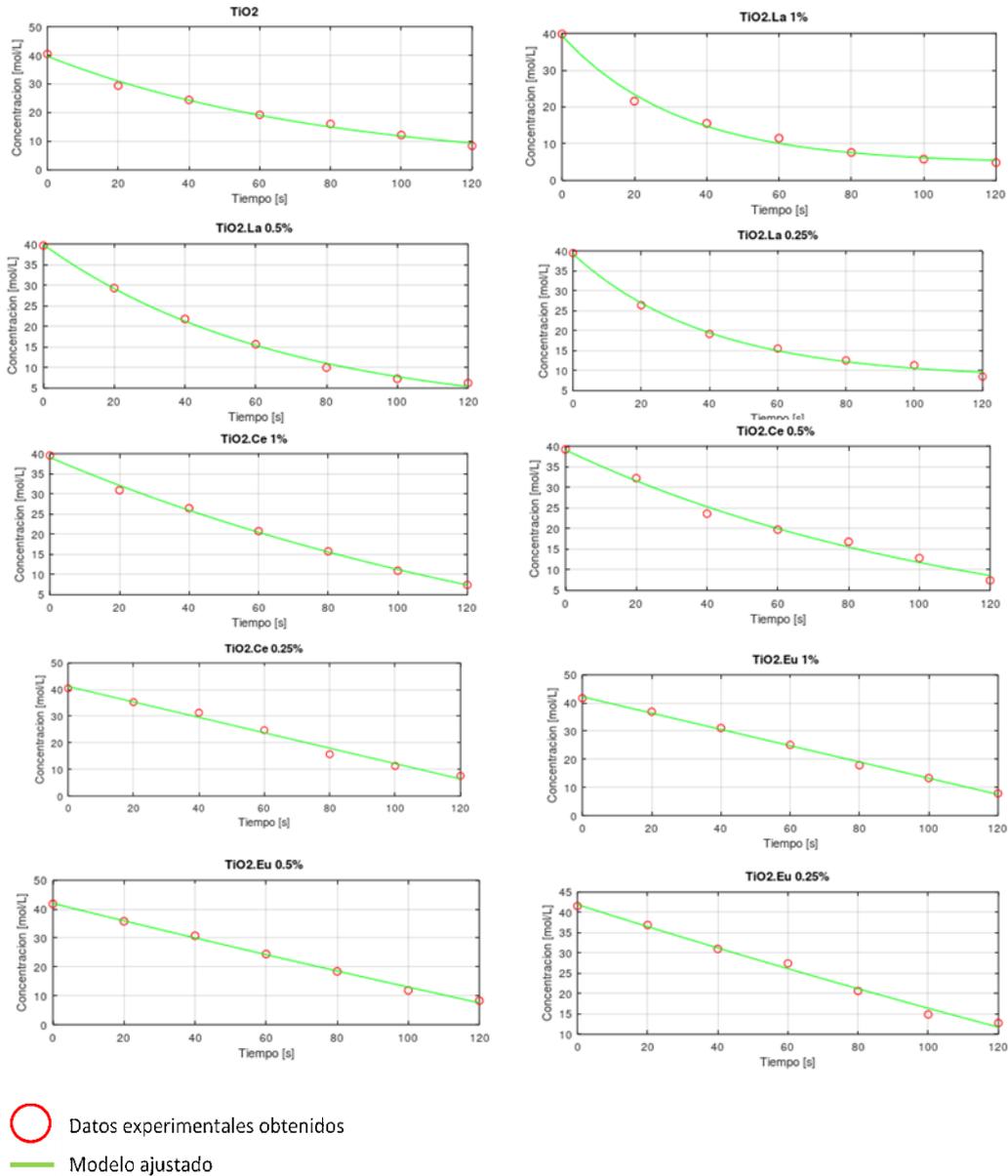
Una vez procesados los datos obtenidos de las reacciones fotocatalíticas para el modelo matemático; se ha procesado para realizar la predicción del comportamiento cinético de la reacción. Mediante estos modelos matemáticos se puede realizar una medición de la eficiencia de la remoción del cianuro.

Para esto se realiza un script en el programa de uso libre Octave. Este Script permite obtener los datos tabulados desde Excel, y posteriormente utilizarlos para obtener el modelo matemático de mejor ajuste para cada uno de los casos.

Esto se logra mediante la utilización de dos librerías, IO y OPTIM. IO es la librería de entrada y salida de datos, con la cual podremos realizar la obtención de los datos desde Excel. Estos datos serán almacenados en una matriz. Se obtuvieron los siguientes resultados:

**Gráfico 2**

Reacción con  $TiO_2$  y Tierras Raras



La ecuación 16 representa el comportamiento de la concentración de cianuro con el tiempo a la reacción con óxido de titanio como compuesto capaz de remover el cianuro de la muestra problema. Se puede apreciar que a medida que el tiempo aumenta, disminuye la concentración de cianuro, lo que quiere decir que se requiere de un tiempo establecido para la remoción requerida del contaminante de una muestra problema.

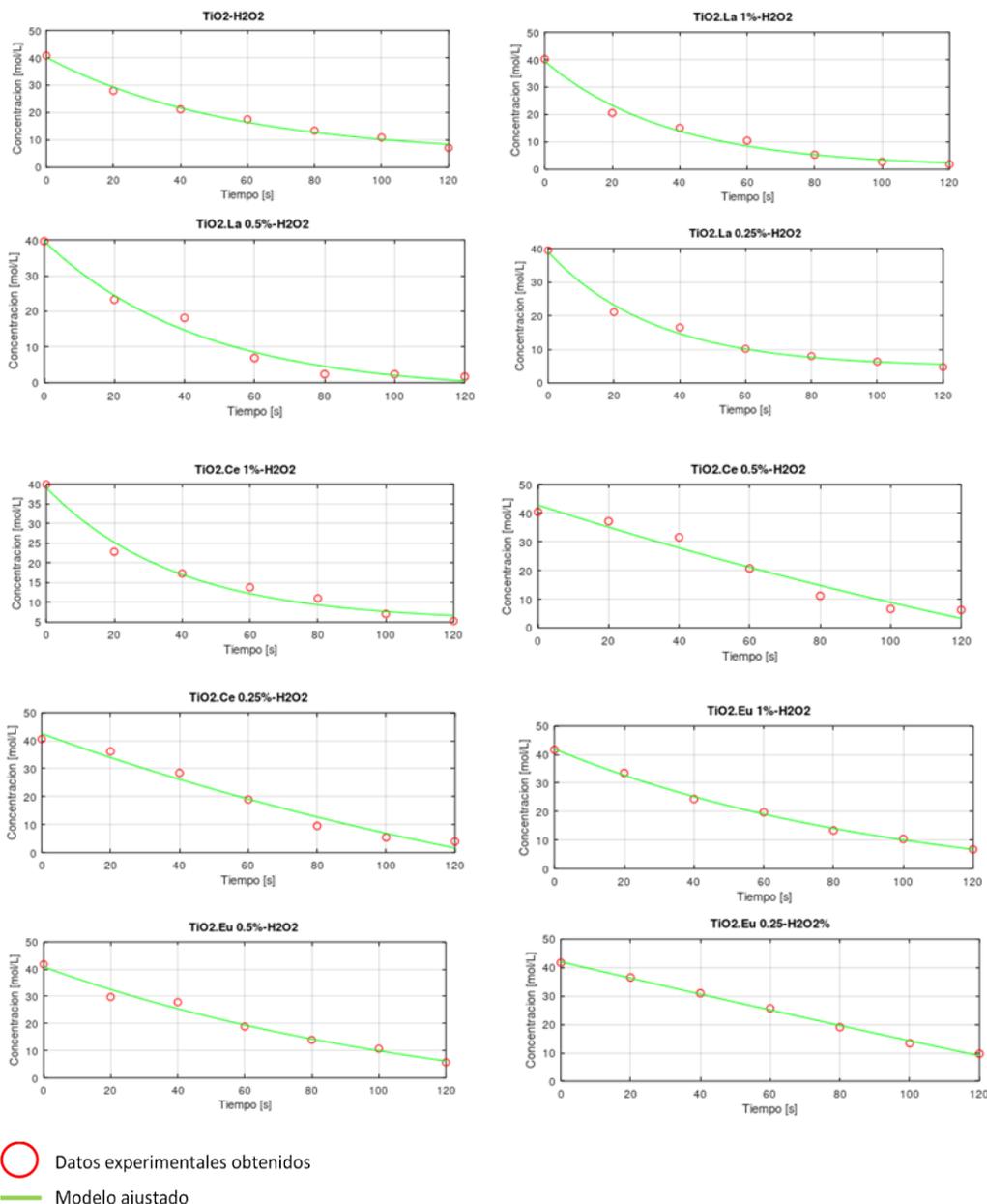
Para mejorar la eficiencia de reacción se puede potenciar al óxido de titanio con Cloruro de lantano (III) Heptahidratado al 1%; esto aumentaría la eficiencia en al menos 50%. Se evidencia que, al disminuir la concentración de la tierra rara de lantánido, no se aprecia diferencia en la concentración final obtenida entre la reacción únicamente con óxido de titanio y la reacción del óxido de titanio potenciado con la tierra rara

Se puede apreciar que el comportamiento de la reacción del óxido de titanio con la tierra rara de cerio, otorga un comportamiento semejante a la linealidad. Sin embargo, no se presenta una diferencia de remoción significativa respecto a la reacción con el óxido de titanio. En comparación con la tierra rara de lantano, se evidencia que disminuye la eficiencia de la reacción; dejando como una mejor opción la utilización del compuesto de lantano para conseguir la máxima remoción de cianuro posible.

La eficiencia de la reacción, no presenta la misma eficiencia de la reacción con únicamente  $TiO_2$ ; con una diferencia del 6% de la concentración de la reacción solo de  $TiO_2$ . Tanto la tierra rara de cerio, como la de europio, no se presentan como alternativas en la mejora de la eficiencia de la remoción de cianuro. Dejando únicamente al compuesto de lantano como opción viable para disminuir la concentración del contaminante.

### Gráfico 3

Reacción con  $TiO_2$  más  $H_2O_2$  y Tierras Raras



Con el fin de mejorar la eficiencia de la remoción de cianuro, se presenta la reacción de óxido de titanio con un agente oxidante (peróxido de hidrógeno). El comportamiento del modelo es similar a la reacción del  $TiO_2$  sin ningún otro componente; sin embargo, se puede apreciar un aumento en la eficiencia de remoción del 15%.

El comportamiento de la reacción se puede ver que aumenta la eficiencia de la reacción. Se puede observar el 75% de aumento de la eficiencia de la remoción de cianuro; la reacción de  $TiO_2$ , potenciada con peróxido de hidrógeno y cloruro de lantano (III) presentó una concentración de 1,80 mol/L de cianuro, en comparación de la concentración de 7,09 mol/L de la reacción de  $TiO_2$  potenciada con peróxido de hidrógeno. Se presentan como una mejor alternativa la utilización de la tierra rara de lantano y peróxido de hidrógeno para llegar a una eficiencia de la remoción del 95,8% de cianuro de la muestra problema.

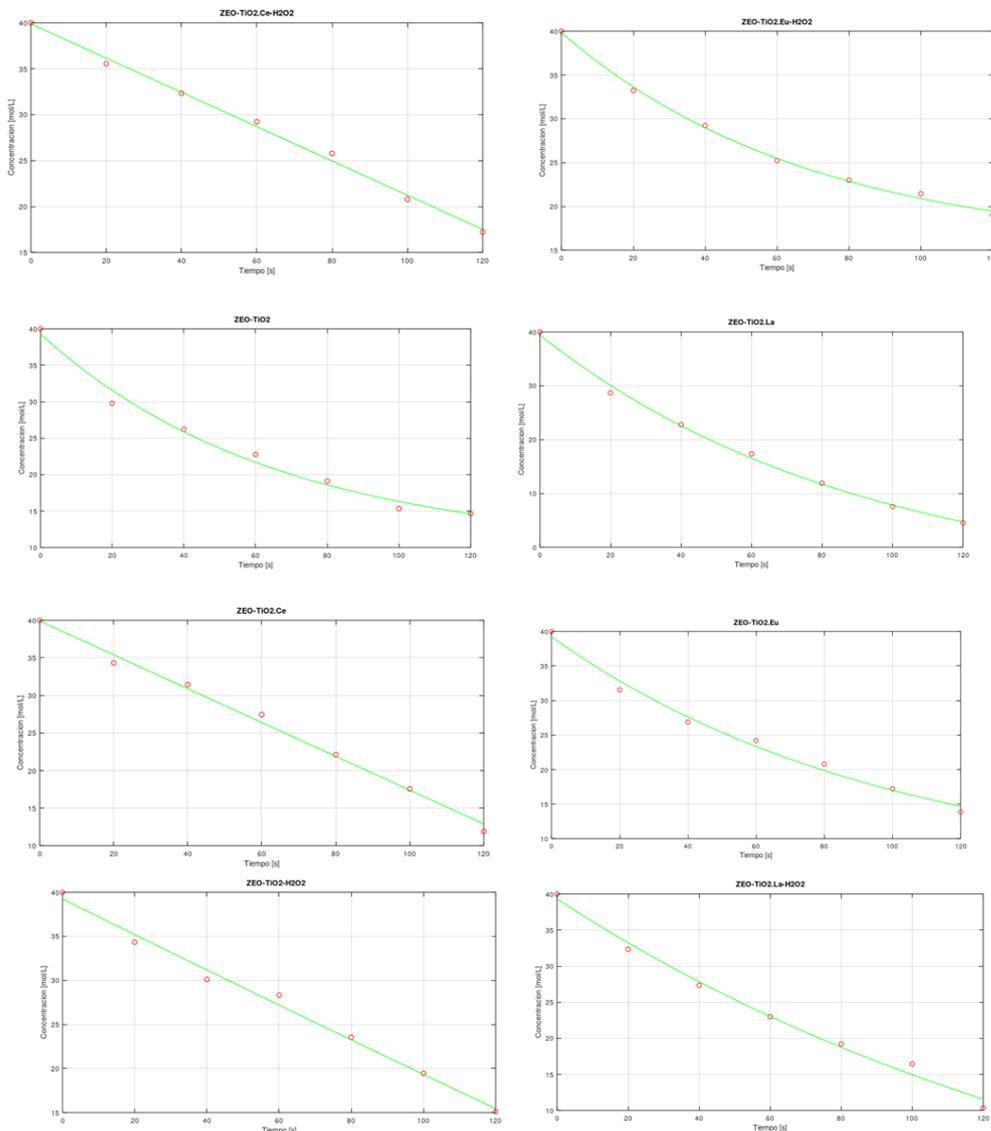
El empleo del compuesto de cerio presenta un aumento en la eficiencia de la remoción de cianuro del 26%, por lo que, a pesar de aumentar la remoción del cianuro, no se acerca a la eficiencia de la tierra rara de lantano.

Se presenta un efecto al disminuir la concentración de cerio, en el cual la eficiencia de la remoción de cianuro aumenta en 44% respecto a la eficiencia de la reacción únicamente de  $TiO_2$  y peróxido de hidrógeno. Esto puede deberse a que el compuesto de cerio actúa como un inhibidor de la acción del óxido de titanio y peróxido de hidrógeno; al disminuir la concentración, aumenta la eficiencia de la remoción de cianuro.

El comportamiento de la tierra rara de europio potenciada con peróxido de hidrógeno se comporta de manera similar que sin el peróxido; es decir que el compuesto de europio no mejora la eficiencia en la remoción de cianuro. Esto demuestra, una vez más, que el nitrato de europio (III) no es viable como un agente potenciador para la reducción de cianuro en compuestos contaminantes.

**Gráfico 4**

*Reacción de TiO2 más Zeolita y Tierras Raras*



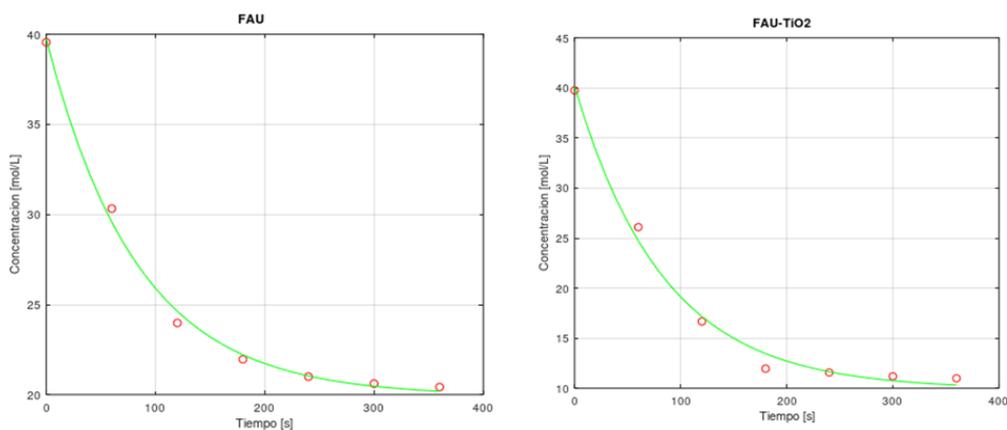
La utilización de zeolita impregnada como agente potenciador, al igual que el peróxido de hidrógeno en los casos anteriores, presentó un aumento de eficiencia. Sin embargo, no se alcanzó la remoción de la tierra rara de lantano. En este caso se puede observar que la concentración final de 14,67 mol/L; considerando que la reacción de TiO2 y peróxido de hidrógeno, obtuvo una concentración final de 7,09 mol/L, no presenta una mejora como potenciar en la remoción de cianuro.

Se evidencia que la tierra rara de lantano aumenta la eficiencia de la remoción en 70%, teniendo una concentración final de 4,56 mol/L de cianuro. Esto refuerza los resultados obtenidos, en los cuales se presenta al compuesto de lantano como mejor potenciador de la eficiencia de la remoción de cianuro.

El comportamiento de la zeolita como potenciador de la reacción de TiO2 y cloruro de cerio (III) o el nitrato de europio (III), no presentan un aumento en la eficiencia de la remoción de cianuro. Al igual que los resultados de los demás experimentos en los que se usó las tierras raras.

## Gráfico 5

### Reacción FAU más $TiO_2$ y Tierras Raras



Se puede evidenciar que se requiere de mayor tiempo de reacción para que se alcancen concentraciones similares a las obtenidas con el óxido de titanio. La eficiencia de remoción fue del 48,4%, siendo menor que las anteriores presentadas.

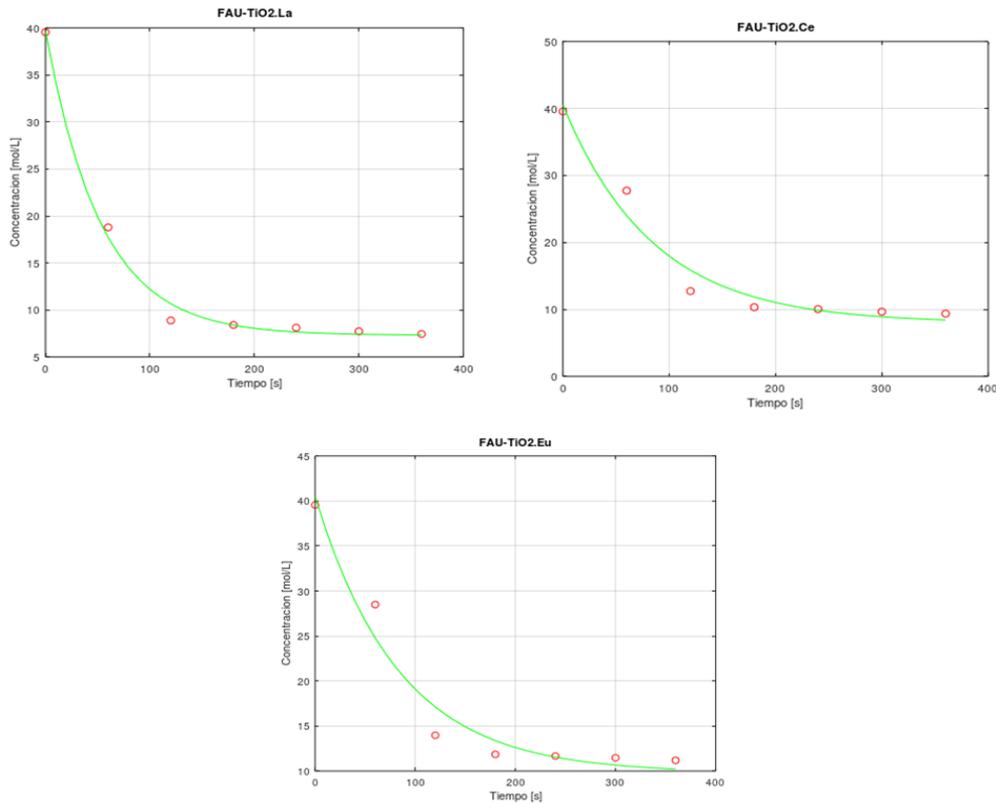
Se puede verificar que, al aplicar el óxido de titanio como agente de remediación de cianuro, la eficiencia de remoción aumenta. Para este caso en 46% respecto a la reacción únicamente con radiación ultravioleta.

Al aplicar el óxido de titanio como agente de remediación de cianuro, la eficiencia de remoción aumenta. Para este caso, incluyendo la tierra rara de lantano, en 64% respecto a la reacción únicamente con radiación ultravioleta. Para este caso, incluyendo la tierra rara de cerio, en 54% respecto a la reacción únicamente con radiación ultravioleta.

Los resultados demuestran que el óxido de titanio y el compuesto de lantano, son los potenciadores que alcanzaron el mayor porcentaje de remoción de cianuro. Una vez obtenidos los modelos matemáticos ajustados a los datos obtenidos, se puede realizar cualquier estudio de la eficiencia en cuanto a los elementos que forman parte de la reacción, de esta manera se puede encontrar la mejor alternativa para la remoción de cianuro.

**Gráfico 6**

*Ecuaciones de los modelos obtenidos*



**Tabla 8**

*Ecuaciones de los Modelos Matemáticos Obtenidos*

Modelo	Ecuación
TiO2	$Concentración\ Cianuro = 39.086 * e^{\frac{-t}{80.245}} + 0.55669$ (9)
TiO2.La 1%	$Concentración\ Cianuro = 34.717 * e^{\frac{-t}{32.532}} + 4.5853$ (10)
TiO2.La 0,5%	$Concentración\ Cianuro = 41.382 * e^{\frac{-t}{67.118}} - 1.5437$ (11)
TiO2.La 0,25%	$Concentración\ Cianuro = 31.155 * e^{\frac{-t}{39.914}} + 8.0725$ (12)
TiO2.Ce 1%	$Concentración\ Cianuro = 62.852 * e^{\frac{-t}{171.18}} - 23.77$ (13)
TiO2.Ce 0,5%	$Concentración\ Cianuro = 47.375 * e^{\frac{-t}{116.33}} - 8.2692$ (14)
TiO2.Ce 0,25%	$Concentración\ Cianuro = 9081.6 * e^{\frac{-t}{31320}} - 9040.4$ (15)
TiO2.Eu 1%	$Concentración\ Cianuro = 4425.7 * e^{\frac{-t}{15270}} - 4383.5$ (16)
TiO2.Eu 0,5%	$Concentración\ Cianuro = 299.76 * e^{\frac{-t}{984.87}} - 257.78$ (17)
TiO2.Eu 0,25%	$Concentración\ Cianuro = 179.72 * e^{\frac{-t}{653.39}} - 137.8$ (18)
TiO2-H2O2	$Concentración\ Cianuro = 35.822 * e^{\frac{-t}{55.29}} + 4.3003$ (19)
TiO2-H2O2.La 1%	$Concentración\ Cianuro = 38.475 * e^{\frac{-t}{37.04}} + 0.85456$ (20)
TiO2-H2O2.La 0,5%	$Concentración\ Cianuro = 42.012 * e^{\frac{-t}{44.492}} - 2.38$ (21)
TiO2-H2O2.La 0,25%	$Concentración\ Cianuro = 34.184 * e^{\frac{-t}{32.367}} + 4.7462$ (22)

TiO <sub>2</sub> -H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> .Ce 1%	$Concentración\ Cianuro = 33.807 * e^{\frac{-t}{38.008}} + 5.2615$	(23)
TiO <sub>2</sub> -H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> .Ce 0,5%	$Concentración\ Cianuro = 122.27 * e^{\frac{-t}{306.94}} - 79.443$	(24)
TiO <sub>2</sub> -H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> .Ce 0,25%	$Concentración\ Cianuro = 93.146 * e^{\frac{-t}{207.9}} - 50.647$	(25)
TiO <sub>2</sub> -H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> .Eu 1%	$Concentración\ Cianuro = 49.815 * e^{\frac{-t}{98.032}} - 7.871$	(26)
TiO <sub>2</sub> -H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> .Eu 0,5%	$Concentración\ Cianuro = 55.817 * e^{\frac{-t}{124.43}} - 15.001$	(27)
TiO <sub>2</sub> -H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> .Eu 0,25%	$Concentración\ Cianuro = 343.54 * e^{\frac{-t}{1186}} - 301.51$	(28)
Zeo-TiO <sub>2</sub>	$Concentración\ Cianuro = 29.366 * e^{\frac{-t}{65.631}} + 9.9055$	(29)
Zeo-TiO <sub>2</sub> .La	$Concentración\ Cianuro = 47.412 * e^{\frac{-t}{91.307}} - 8.0326$	(30)
Zeo-TiO <sub>2</sub> .Ce	$Concentración\ Cianuro = 9.3287 * 10^8 * e^{\frac{-t}{4.1416 * 10^9}} - 9.3287 * 10^8$	(31)
Zeo-TiO <sub>2</sub> .Eu	$Concentración\ Cianuro = 34.983 * e^{\frac{-t}{99.471}} + 4.2144$	(32)
Zeo-TiO <sub>2</sub> -H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	$Concentración\ Cianuro = 507.22 * e^{\frac{-t}{2498.4}} - 467.98$	(33)
Zeo-TiO <sub>2</sub> .La-H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	$Concentración\ Cianuro = 55.072 * e^{\frac{-t}{171.39}} - 15.775$	(34)
Zeo-TiO <sub>2</sub> .Ce-H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	$Concentración\ Cianuro = 2.2322 * 10^7 * e^{\frac{-t}{1.1968 * 10^8}} - 2.2322 * 10^7$	(35)
Zeo-TiO <sub>2</sub> .Eu-H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	$Concentración\ Cianuro = 24.756 * e^{\frac{-t}{69.192}} + 15.076$	(36)
FAU	$Concentración\ Cianuro = 19.819 * e^{\frac{-t}{83.393}} + 19.926$	(37)
FAU-TiO <sub>2</sub>	$Concentración\ Cianuro = 30.234 * e^{\frac{-t}{84.119}} + 9.9093$	(38)
FAU-TiO <sub>2</sub> .La	$Concentración\ Cianuro = 32.41 * e^{\frac{-t}{52.88}} + 7.3099$	(39)
FAU-TiO <sub>2</sub> .Ce	$Concentración\ Cianuro = 32.548 * e^{\frac{-t}{84.836}} + 7.9516$	(40)
FAU-TiO <sub>2</sub> .Eu	$Concentración\ Cianuro = 30.665 * e^{\frac{-t}{83.631}} + 9.822$	(41)

### Validación del modelo matemático

Se ha analizado en primera instancia la desviación que se tiene entre las muestras experimentales tomadas y el modelo más eficiente de acuerdo al tipo de reacción obtenida en el laboratorio. Se presentan a continuación los porcentajes de remoción.

**Tabla 9**

Porcentaje de Remoción de CN-

Tratamiento	Modelo	Porcentaje de Remoción Experimental
TiO <sub>2</sub> + Tierras Raras	TiO <sub>2</sub>	79,3%
	TiO <sub>2</sub> .La 1 %	87,8%
	TiO <sub>2</sub> .La 0.5%	84,3%
	TiO <sub>2</sub> .La 0.25%	78,4%
	TiO <sub>2</sub> .Ce 1 %	81,2%
	TiO <sub>2</sub> .Ce 0.5%	81,1%
	TiO <sub>2</sub> .Ce 0.25%	81,2%
	TiO <sub>2</sub> .Eu 1 %	81,1%
	TiO <sub>2</sub> .Eu 0.5%	80,1%
	TiO <sub>2</sub> .Eu 0.25%	69,3%
TiO <sub>2</sub> + H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> + Tierras Raras	TiO <sub>2</sub> /H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	82,6%
	TiO <sub>2</sub> .La 1 %	95,5%
	TiO <sub>2</sub> .La 0.5%	95,8%
	TiO <sub>2</sub> .La 0.25%	88,0%
	TiO <sub>2</sub> .Ce 1 %	86,8%

	TiO <sub>2</sub> .Ce 0.5%	84,6%
	TiO <sub>2</sub> .Ce 0.25%	90,2%
	TiO <sub>2</sub> .Eu 1 %	83,7%
	TiO <sub>2</sub> .Eu 0.5%	86,2%
	TiO <sub>2</sub> .Eu 0.25%	76,8%
	ZEO/TiO <sub>2</sub>	63,3%
TiO <sub>2</sub> + Zeolita + Tierras Raras	ZEO/TiO <sub>2</sub> .La	88,6%
	ZEO/TiO <sub>2</sub> .Ce	70,3%
	ZEO/TiO <sub>2</sub> .Eu	65,3%
	ZEO/TiO <sub>2</sub> / H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	62,2%
	ZEO/TiO <sub>2</sub> .La /H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	74,2%
TiO <sub>2</sub> + Zeolita + H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> + Tierras Raras	ZEO/TiO <sub>2</sub> .Ce /H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	56,9%
	ZEO/TiO <sub>2</sub> .Eu /H <sub>2</sub> O <sub>2</sub>	52,5%
	FAU	48,4%
	FAU/TiO <sub>2</sub>	72,3%
TiO <sub>2</sub> + FAU + Tierras Raras	FAU/TiO <sub>2</sub> .La	81,2%
	FAU/TiO <sub>2</sub> .Ce	76,3%
	FAU/TiO <sub>2</sub> .Eu	71,7%

**Nota:** Color Verde equivalente a máximo porcentaje de remoción; Color Naranja equivalente a menor porcentaje de remoción.

Se puede apreciar que los mayores porcentajes de remoción de contaminante CN-, se da cuando se encuentra el óxido de titanio potenciado con la tierra rara de Cloruro de lantano (III) Heptahidratado, en diferentes concentraciones, presentando al menos el 74,2% de eficiencia. Mientras que al mezclarlo con la tierra rara Nitrato de europio (III) pentahidratado, se presentaron menores porcentajes de remoción de contaminantes.

De la tabla 5-9 se realiza la siguiente comparación de las eficiencias encontradas en cada estudio y las encontradas en el presente trabajo.

**Tabla 10**

*Comparación con otros autores*

Autor	Porcentaje remoción	Tratamiento	Modelo	Desviación
(Quispe, y otros, 2011)	24%	FAN	48,40%	24%
(Machaca & Yana, 2017)	65,15%	TiO <sub>2</sub>	79,30%	14%
(Elizalde, 2020)	72%	FAN + TiO <sub>2</sub>	72,30%	0%
(Vargas & Cuesta, 2009)	67%	TiO <sub>2</sub> 0,5%	79,30%	12%
(Pavas, 2005)	65,50%	TiO <sub>2</sub>	79,30%	14%
	73%	FAN + TiO <sub>2</sub>	72,30%	1%

Se puede obtener un promedio de desviación del 11%. Andrade, en su modelo presenta una variación del 18% y concluye que su modelo es válido; por lo que el presente modelo podría validarse. Sin embargo, a fin de tener una mayor precisión en la validación de resultados, se realizó un análisis de varianza entre los resultados obtenidos en el presente estudio y los resultados de los autores presentados en la Tabla 11, de acuerdo a los tratamientos disponibles; teniendo los siguientes resultados:

**Tabla 11**

*Análisis de Varianza. ANOVA*

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Autores_Red	Entre grupos	134787,087	8	16848,386	,967	,483
	Dentro de grupos	435533,664	25	17421,347		
	Total	570320,751	33			
Modelo_Red	Entre grupos	3059,737	8	382,467	19,740	,000
	Dentro de grupos	484,369	25	19,375		
	Total	3544,106	33			

De acuerdo a los resultados de la tabla 11 se puede verificar que la significación es superior a 0,05; lo que quiere decir que no existe una diferencia significativa entre el modelo planteado en el presente trabajo y los datos de los autores mencionados en la tabla 8. Por tanto, se puede indicar que se acepta el modelo para la predicción del comportamiento de la remoción de cianuro con óxido de titanio.

### **CONCLUSIONES**

Respecto al objetivo de revisar los modelos matemáticos para la reacción fotocatalítica de la remoción de cianuro con óxido de titanio (IV) impregnado con tierras raras; se pudo evidenciar que no existe información específica al respecto; únicamente se dispone de información de la reacción fotocatalítica y la adición de dióxido de titanio.

De acuerdo con la obtención de datos experimentales, se pudo observar que las principales variables relacionadas con el tipo de tierra rara (lantano, cerio y europio); así como la utilización de agentes como zeolita y peróxido de hidrogeno, afecta a la eficiencia a la cinética de reacción fotocatalítica para la remoción de cianuro; demostrando que la utilización de compuestos de lantano y peróxido de hidrógeno son más eficientes en la remoción de contaminante.

En este sentido, considerando que otro de los objetivos del trabajo presentado fue proponer un modelo matemático que se ajustara a la potenciación de tierras raras para la remoción del cianuro como contaminante en actividades mineras, se ha desarrollado varios modelos correspondientes a la variación de tierras raras, adición de peróxido de hidrógeno y a la radiación ultravioleta.

Referente a la validación del modelo matemático presentado, se ha realizado un análisis ANOVA con los resultados de otros estudios, dando como resultado que el modelo no presenta variación significativa frente a otros modelos; por lo que se puede indicar que el modelo es válido. Es importante indicar que, según el ANOVA la comparación frente a otros estudios se puede apreciar diferentes porcentajes de remoción de cianuro, esto se debe a factores como la concentración del agente oxidante TiO<sub>2</sub>, de potenciadores de reacción como H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>, FeSO<sub>4</sub>, cantidad de radiación y factores ambientales que pueden alterar la reacción tales como temperatura, pH, presión.

Finalmente, la eficiencia de remoción de cianuro en la empresa minera Orenas, de acuerdo a la modelación matemática en el programa GNU Octave con la ecuación de Langmuir-Hinshelwood se puede indicar que el mejor tratamiento para la remoción de cianuro es el tratamiento que implemente H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> y la tierra rara de Cloruro de lantano (III) Heptahidratado; presentando el 95,8% de eficiencia. Se puede apreciar que los mayores porcentajes de remoción de

contaminante CN-, se da cuando se encuentra el óxido de titanio potenciado con la tierra rara de Cloruro de lantano (III) Heptahidratado, en diferentes concentraciones, presentando al menos el 74,2% de eficiencia.

## REFERENCIAS

- C. García, «Contaminación Ambiental,» *Avances*, vol. 21, nº 2, pp. 138-139, 2019.
- UNESCO, «Informe Mundial de las Naciones Unidas sobre el Desarrollo de los Recursos Hídricos 2017. Aguas Residuales. El recurso desaprovechado,» Organización de las Naciones Unidas para la Educación, La Ciencia y La Cultura, 2017.
- ETAPA, «Programa manejo integrado de cuencas para la protección de fuentes de agua - MICPA,» 2018. [En línea]. Available: <https://www.etapa.net.ec/informacion/gestion-ambiental/manejo-de-cuencas-hidrograficas/micpa>.
- W. Vilela, M. Espinosa y A. Bravo, «La contaminación ambiental ocasionada por la minería en la provincia de El Oro,» *Estudios De La Gestión: Revista Internacional De Administración*, vol. 8, pp. 210-228, 2020.
- T. Christos, B. Evangelos y A. Kimon, «Energetic and financial investigation of a standalone solar-thermal,» *Energy Conversion and Management*, vol. 126, pp. 421-433, 2016.
- G. Xu, G. Song, X. Zhu, W. Gao, H. Li y Y. Quan, «Performance evaluation of a,» *Applied Thermal Engineering*, vol. 80, pp. 196-204, 2015.
- E. Bellos y C. Tzivandis, «Investigation of a hybrid ORC driven by waste heat and solar,» *Energy Conversion and Management*, vol. 156, pp. 427-439, 2018.
- T. Zhang, X. Wang y X. Zhang, «Recent progress in TiO<sub>2</sub>-mediated solar photocatalysis for industrial waste-water treatment,» *Int. J. Photoenergy*, pp. 1-10, 2014.
- S. Samadi, M. Yousefi y F. Khalilian, «Synthesis, characterization, and application of Nd, Zr-TiO<sub>2</sub>/SiO<sub>2</sub> nanocomposite thin films as visible light active photocatalyst,» *J Nanostruct Chem*, vol. 5, pp. 7-15, 2015.
- M. Nevárez, P. Espinoza, F. Quiroz y B. Ohtani, «Fotocatálisis: inicio, actualidad y perspectivas a través del TiO<sub>2</sub>,» *Avances en Química*, vol. 12, nº 2-3, pp. 45-59, 2017.
- R. Ameta, M. Solanki, S. Benjamin y S. Ameta, «Photocatalysis. Advanced Oxidation Processes for WasteWater Treatment, doi:» Deemed-to-be University, Rajasthan, India, 2018.
- J. Medina Sierra, «Efecto del dopaje con elementos lantánidos sobre las propiedades ópticas, estructurales y fotocatalíticas de TiO<sub>2</sub>,» Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, 2014.
- N. Saqib, R. Adnan y I. Shah, «A mini-review on rare earth metal-doped TiO<sub>2</sub> for photocatalytic remediation of wastewater,» *Environmental Science and Pollution Research*, vol. 23, nº 16, p. 15941-15951, 2016.
- P. Sang Pour, F. Hashemi y A. Moshfegh, «Photoenhanced degradation of methylene blue on cosputtered M: TiO<sub>2</sub>(M = Au, Ag, Cu)nanocomposite systems: a comparative study,» *J Phy Chem*, vol. 114, nº 33, p. 13955-13961, 2010.
- L. Betancourt, A. Hernandez, J. Colina, C. Bustillo, L. Rehmann y F. Machuca, «Recent Developments in the Photocatalytic Treatment of Cyanide Wastewater: An Approach to Remediation and Recovery of Metals,» *Processes*, vol. 7, nº 4, p. 225, 2019.
- R. Li, T. Li y Q. Zhou, «Impact of Titanium Dioxide (TiO<sub>2</sub>) Modification on Its Application to Pollution Treatment—A Review,» *Catalysts*, vol. 10, nº 1, pp. 1-6, 2020.

K. Malloch y D. Craw, «Comparison of contrasting gold mine processing residues in a temperate rainforest, New Zealand,» *Appl. Geochem.*, vol. 84, p. 61–75, 2017.

J. Parga, V. Vazquez, J. Valenzuela, Z. Matamorosa y G. Gonzalez, «Detoxification of cyanide using titanium dioxide and hydrocyclone sparger with chlorine diox,» *Chemical Speciation & Bioavailability*, vol. 24, nº 3, pp. 176-182, 2012.

K. Velten, *Mathematical Modeling and Simulation: Introduction for Scientists and Engineers*, Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2009.

V. Visuri, «Mathematical modelling of chemical kinetics and rate phenomena in the aod process,» University of Oulu, Oulu, Finlandia, 2017.

S. Spivak y K. O., «Mathematical Modeling and Optimization of Chemical and Technological Processes,» 019 1st International Conference on Control Systems, Mathematical Modelling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA), vol. 215, pp. 35-40, 2019.

R. Leon, «Síntesis de partículas de Óxido de Titanio (IV) para la remoción de Cianuro a partir de Sistemas Acuáticos,» Universidad Técnica Particular de Loja, Ecuador, 2019.

M. Andrade, «Modelación matemática de un ciclo orgánico de Rankine híbrido con energía solar para el aprovechamiento del calor residual del horno B&T de la empresa Ecuacerámica S.A.,» 2019.

### **Agradecimientos**

El autor agradece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, por permitir la ejecución de esta investigación.

### **Conflictos de interés**

El autor declara no tener conflicto de intereses.