


PRONÓSTICO DE LA TENDENCIA DIARIA DEL BITCOIN A TRAVÉS DE LA METODOLOGÍA DE BOX-JENKINS

David Daniel Brito Chávez^A



ARTICLE INFO	RESUMEN
<p>Article history: Received: May, 07th 2024 Accepted: July, 05th 2024</p>	<p>Objetivo: Identificar y analizar un modelo que pronostique la tendencia diaria de la moneda electrónica Bitcoin mediante análisis de series de tiempo bajo el enfoque de Box-Jenkins.</p>
<p>Palabras clave: Moneda Electrónica Bitcoin; Pronósticos; Análisis de Series de Tiempo; Software Estadístico R.</p>	<p>Marco Teórico: En los últimos años se han generados monedas electrónicas como el Bitcoin, como una alternativa a las formas de pagos tradicionales. Grandes tiendas online facilitan el uso del Bitcoin. Una característica del Bitcoin, su valor fluctúa de manera diaria. Esto plantea a los inversionistas la necesidad de analizar el comportamiento del Bitcoin mediante técnicas estadísticas.</p> <p>Método: La metodología estadística de análisis de series de tiempo bajo el enfoque de Box-Jenkins, logra modelar las distintas componentes de una serie histórica, mediante los modelos ARIMA(p,d,q). Esta metodología pronostica el precio de Bitcoin y sus tendencias hacia la alza o baja. Se utiliza el software estadístico abierto R.</p>
	<p>Resultados y Discusión Se analiza una muestra de la fecha 2023-01-01 a la fecha 2023-08-02. Se estabilizó la varianza de la serie, para proceder a la modelación del precio mínimo diario. Después de especificar diversos modelos con las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial, se determinó el modelo que mejor explica el comportamiento como el ARIMA(4,1,2), realizando las pruebas estadísticas correspondientes y el análisis de los residuales. Con este modelo se calcularon diez pronósticos con sus respectivos intervalos de predicción. Contrastando con los valores observados correspondientes, los diez están dentro de los intervalos de predicción y siete pronostican bien la tendencia de la serie.</p> <p>Implicaciones de la investigación: Contribuye al análisis del comportamiento del Bitcoin con la metodología estadística de análisis de series de tiempo.</p> <p>Originalidad/Valor: la modelación del comportamiento del Bitcoin con el enfoque de Box-Jenkins.</p> <p>Doi: https://doi.org/10.26668/businessreview/2024.v9i8.4817</p>

BITCOIN DAILY TREND FORECASTING THROUGH THE BOX-JENKINS METHODOLOGY.

ABSTRACT

Objective: Identify and analyze a model that forecasts the daily trend of the electronic currency Bitcoin through time series analysis under the Box-Jenkins approach.

Theoretical Framework: In recent years, electronic currencies such as Bitcoin have been generated as an alternative to traditional forms of payment. Large online stores facilitate the use of Bitcoin. A characteristic of Bitcoin, its value fluctuates daily. This presents investors with the need to analyze the behavior of Bitcoin using statistical techniques.

Method: The statistical methodology of time series analysis under the Box-Jenkins approach manages to model the different components of a historical series, using the ARIMA(p,d,q) models. This methodology predicts the price of Bitcoin and its upward or downward trends. The open statistical software R is used.

^A *Maestría en Métodos Estadísticos Aplicados. Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero. Acapulco de Juárez, Guerrero, México. E-mail: 15284376@uagro.mx
 Orcid: <https://orcid.org/0009-0005-7411-4013>*

Results and Discussion: A sample is analyzed from the date 2023-01-01 to the date 2023-08-02. The variance of the series is stabilized to proceed with the modeling of the daily minimum price. After specifying various models with autocorrelation and partial autocorrelation functions, the model that best explains the behavior was determined as ARIMA(4,1,2), performing the corresponding statistical tests and analyzing the residuals. With this model, ten forecasts were calculated with their respective prediction intervals. Contrasting with the corresponding observed values, all ten are within the prediction intervals and seven predict the trend of the series well.

Research Implications: Contributes to the analysis of the behavior of Bitcoin with the statistical methodology of time series analysis.

Originality/Value: Modeling Bitcoin behavior with the Box-Jenkins approach.

Keywords: Bitcoin Electronic Currency, Forecasts, Time Series Analysis, R Statistical Software.

PREVISÃO DE TENDÊNCIA DIÁRIA DO BITCOIN USANDO A METODOLOGIA BOX-JENKINS

Objetivo: Identificar e analisar um modelo que prevê a tendência diária da moeda eletrônica Bitcoin por meio de análise de séries temporais sob a abordagem Box-Jenkins.

Referencial Teórico: Nos últimos anos, moedas eletrônicas como o Bitcoin foram geradas como alternativa às formas tradicionais de pagamento. Grandes lojas online facilitam o uso do Bitcoin. Uma característica do Bitcoin é que seu valor flutua diariamente. Isto apresenta aos investidores a necessidade de analisar o comportamento do Bitcoin utilizando técnicas estatísticas.

Método: A metodologia estatística de análise de séries temporais sob a abordagem Box-Jenkins consegue modelar os diferentes componentes de uma série histórica, utilizando os modelos ARIMA(p,d,q). Esta metodologia prevê o preço do Bitcoin e suas tendências ascendentes ou descendentes. O software estatístico **aberto R é usado**.

Resultados e Discussão: Uma amostra é analisada a partir da data 2023-01-01 até a data 2023-08-02. A variância da série é estabilizada para prosseguir com a modelagem do preço mínimo diário. Após especificar vários modelos com funções de autocorrelação e autocorrelação parcial, o modelo que melhor explica o comportamento foi determinado como ARIMA(4,1,2), realizando os testes estatísticos correspondentes e analisando os resíduos. Com este modelo foram calculadas dez previsões com seus respectivos intervalos de predição. Contrastando com os valores observados correspondentes, todos os dez estão dentro dos intervalos de previsão e sete predizem bem a tendência da série.

Implicações da Pesquisa: Contribui para a análise do comportamento do Bitcoin com a metodologia estatística de análise de séries temporais.

Originalidade/Valor: Modelando o comportamento do Bitcoin com a abordagem Box-Jenkins.

Palavras-chave: Moeda Eletrônica Bitcoin, Previsões, Análise de Séries Temporais, Software Estatístico R.

1 INTRODUCCIÓN

Para poder construir un modelo que pronostique las tendencias de un activo financiero, en específico una moneda electrónica, en este caso el Bitcoin partimos de una metodología legítima, aplicando conocimiento estadístico, explicados y desarrollados en el presente trabajo. Para esto nos apoyamos en la metodología de análisis de series de tiempo bajo el enfoque de Box-Jenkins, ya que los datos tienen las condiciones adecuadas para aplicar esta metodología para series temporales no estacionarias. Siendo la apropiada para estudiar en el mercado de divisas electrónicas, el cual está en una etapa de transición caracterizado con un alto nivel de incertidumbre y volatilidad.

Una característica del Bitcoin es su naturaleza abierta contrario a los mercados financieros tradicionales, que opera en un sistema descentralizado publicando todas las transacciones en registros abiertos accesibles. Esta característica de las transacciones diarias del Bitcoin generando series históricas de datos, hacen factible su modelación bajo el enfoque de Box-Jenkins para su análisis y pronósticos (González, F. s/f).

1.1 ANTECEDENTES

El origen del Bitcoin, se puede encontrar en el artículo publicado en 2008 bajo el seudónimo de Satoshi Nakamoto, "*Bitcoin: a peer-to-peer electronic cash system*". A principios de 2009 entró en funcionamiento la primera red basada en el protocolo Bitcoin, inicio a operar sin generar atención. Hasta el 2019 la red ha acumulado más de 500,000 eslabones en su cadena. Su rápido crecimiento se ha debido a que algunas organizaciones han aceptado donaciones en Bitcoin y las operaciones comerciales en Internet empezaron a aceptar al Bitcoin como forma de pago. Al lado del crecimiento del Bitcoin, se han generado más criptomonedas competidoras generando fuertes fluctuaciones en su valor (Carlos C., 2019)

1.1.1 Los usos de Bitcoin

Un potencial usuario del Bitcoin, lo primero que debe hacer es tener un dispositivo para instalar un monedero electrónico y poder adquirir el Bitcoin. Este monedero es custodiado por una página de intercambio de criptomonedas para comprarlas, venderlas o almacenarlas. Una alternativa, adquirir monederos físicos, la empresa más famosa que oferta éstos es *Ledger*.

El uso de las criptomonedas no es generalizado ya sea porque no se entienda su funcionamiento o por sus fuertes variaciones en sus valores. Sin embargo, existen grandes empresas que posibilitan el uso del Bitcoin, sobre todo en el comercio online. Fuera del mundo digital, existen empresas físicas que permiten realizar las transacciones con Bitcoin, según la aplicación *CoinMap* existen 9,356 empresas de diversas actividades económicas, que aceptan el pago con Bitcoin. En la mayoría de los países es legal el uso del Bitcoin, con la finalidad de proteger a los usuarios han empezado a reglamentar su uso y posesión. Entre los usos más destacados de Bitcoin son: realizar pagos; obtener intereses por la tenencia; obtener préstamos garantizado con los Bitcoins; obtener buenos réditos de inversión por la compraventa de bitcoins al revalorizarse en un escenario de demanda constante (LISA Institute, (s/f)).

1.1.2 Ventajas, desventajas y riesgos de Bitcoin

Algunas de las ventajas relevantes que tiene el Bitcoin son:

- a) una mayor liquidez en relación con otras monedas y criptomonedas, ya que es la criptomoneda más parecida a los activos reales lo que permite convertirlos en divisa "físicas", como el euro o el dólar;
- b) aceptación cada vez más amplia como método de pago, por el auge del comercio online.
- c) las transacciones internacionales que se pueden realizar con Bitcoin, son como las que se realizan dentro de un mismo país;
- d) las transacciones realizados con Bitcoin tiene una comisión más baja que otros métodos de pago digitales;
- e) los monederos de Bitcoin registran su movimientos de manera pública en el libro de contabilidad "*Blockchain*" sin identificar al usuario, lo que no ocurre con tarjeta bancaria;
- f) debido a su naturaleza completamente descentralizada del Bitcoin, no puede ser controlado por ninguna entidad estatal y no está sujeto a la influencia política.

Algunas desventajas del Bitcoin que deben tenerse en cuenta:

- a) una criptomoneda puede usarse en forma anónima, el Bitcoin ha sido utilizada para efectuar fraudes. Por este anonimato y la facilidad para realizar transacciones, puede ser utilizada para el blanqueo de capitales o para financiación de actividades ilícitas;
- b) el Bitcoin es una monedas de mayor liquidez y más fácil de cambiar, por lo que es susceptible a fuertes oscilaciones en su valor en periodos cortos de tiempo. Por esto, no resulta atractiva para inversores conservadores ante la falta de regulación y alta volatilidade;
- c) una de las mayores desventajas del bitcoin para los usuarios que pudieran ser afectados por fraude, no pueden solicitar un reembolso del Bitcoin, ya que su estructura descentralizada no existe quien pueda mediar entre usuarios del Bitcoin (LISA Institute, (s/f)).

1.2 PLANTEAMIENTO DE PROBLEMA

Los ahorradores e inversionistas buscan aquellos instrumento financieros que les otorgue un mayor rendimiento, sin embargo por lo general, éstos tienen un comportamiento cambiante que depende de muchos factores. Lo ideal para estas personas, sería tener una forma de cómo pronosticar el comportamiento de los instrumentos financieros, ya sea a la baja o hacia

la alza para mover sus recursos y colocarlos en aquellos que les generen mayores beneficios. Las criptomonedas como instrumentos financieros diferentes a los tradicionales, también están en constante movimiento generando series históricas de su comportamiento, en particular el Bitcoin. Existen distintas propuestas de metodologías para la modelación estadística, en general para los instrumentos financieros y en particular para el Bitcoin.

1.3 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

El tema en particular es aplicar metodologías estadísticas para modelar el riesgo e incertidumbre que influyen en el precio del Bitcoin, determinando su relación con los sistemas económicos que lo rigen con toda su complejidad.

Por medio de la metodología de análisis de series de tiempo bajo el enfoque de Box-Jenkins, se busca evaluar principalmente la relación de la variable tiempo y el precio del Bitcoin, a partir de una muestra y con ello determinar un modelo estadístico, que permita pronosticar su tendencia, calculando las posibilidades de los eventos y cuantificando los resultados para optimizar el error.

2 OBJETIVO GENERAL

El objetivo de este trabajo es identificar y analizar el mejor modelo que permita calcular pronósticos puntuales, intervalos de predicción y predecir la tendencia del Bitcoin a través de la metodología de análisis de series de tiempo bajo el enfoque de Box-Jenkins.

2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a) hacer un análisis exploratorio de los datos extraídos para determinar estacionalidad, tendencia y estacionariedad;
- b) determinar si la serie histórica del Bitcoin, Y_t sigue un proceso de medias móviles de orden q , esto es, $MA(q)$ para $q = 1, 2, \dots$;
- c) determinar si la serie histórica del Bitcoin, Y_t sigue un proceso autorregresivo de orden p , esto es, $AR(p)$ donde $p = 1, 2, \dots$.

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 LA CRIPTOMONEDA BITCOIN

Nick Szabo en 1977 realiza la primera implementación del concepto de un sistema de consenso distribuido, mutuamente confiable y sin intermediarios dando origen a la criptomoneda Bitcoin. Este sistema de dinero electrónico no está respaldado por el sistema financiero y es la primera criptomoneda descentralizada. Su implementación está realizada en como un protocolo de código abierto, el Bitcoin está soportado por la tecnología de cadenas de bloque (*blockchain*) (González, F. s/f).

3.2 CADENAS DE BLOQUE (*BLOCKCHAIN*)

La cadena de bloques son todas las transacciones del sistema a través del tiempo, muy semejante a un libro contable público. Cada uno de estos bloques contienen el conjunto de transacciones codificadas (González, F. s/f).

3.3 GRÁFICOS DE VELAS

Existe varios tipos de gráficos que se pueden utilizar para analizar los índices de los activos en el mercado financieros brindando una descripción básica, el gráfico de velas proporciona una descripción general de los precios de mercado del Bitcoin: máximo, apertura, cierre y mínimo durante un periodo determinado. Este tipo de gráfico de los precios resultó ser particularmente interesante y útil debido a su asombrosa capacidad para mostrar 5 puntos de datos a la vez en lugar de solo uno. El método fue adoptado por Charles Dow alrededor de 1900 y sigue siendo de uso común por parte de los operadores del mercado financiero actual.

4 METODOLOGÍA. ANÁLISIS DE SERIE DE TIEMPO BAJO EL ENFOQUE DE BOX-JENKINS

Las series de tiempo con estacionariedad de segundo orden tienen una media constante, una varianza y una autocovarianza que no cambia con el tiempo. Esta versión restringida de estacionariedad estricta es muy común.

4.1 MODELOS DE MEDIAS MÓVILES DE ORDEN q DENOTADO POR $MA(Q)$.

Una serie de tiempo Z_t se dice que sigue un proceso de medias móviles de orden q , $MA(q)$ donde $q = 1, 2, \dots$, si se cumple que

$$Z_t = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad t \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

Donde las constantes $\theta_1 \dots \theta_q$ son los parámetros del modelo y $a_t \sim N(0, \sigma^2)$. Con el operador de rezagos L se define el polinomio

$$\theta_q(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q \quad (2)$$

entonces $Z_t = \theta_q(B)a_t$

4.2 MODELOS AUTORREGRESIVOS DE ORDEN P DENOTADO POR $AR(P)$

La serie de tiempo $Z_t \quad t \in \mathbb{Z}$ sigue un proceso autorregresivo de orden p , $AR(p)$, si

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \quad (3)$$

donde:

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ son parámetros del modelo y $a_t \sim N(0, \sigma^2)$ y $p = 1, 2, \dots$. El modelo se expresa con el operador de rezago B como

$$\phi_p(B)(Z_t) = a_t \quad (4)$$

con $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$, $B \in C$ el polinomio autorregresivo.

4.3 MODELOS AUTORREGRESIVOS Y DE MEDIAS MÓVILES $ARMA(p, q)$.

Si un proceso Z_t tiene la parte autorregresiva y la parte de medias móviles como:

$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2} - \dots - \phi_p Z_{t-p} = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (5)$$

donde $a_t \sim N(0, \sigma^2)$.

Este proceso define el modelo $ARMA(p, q)$, como un modelo que combina la propiedad de memoria larga de la parte $AR(p)$ con la propiedad de ruido débilmente autocorrelacionado en la parte de medias móviles $MA(q)$, y tiene suficiente flexibilidad y parsimonia. Este modelo $Z_t \sim ARMA(p, q)$ se puede expresar en términos del operador de rezagos como: $\phi(B)(Z_t) = \theta_q(B)(a_t)$, $t \in \mathbb{Z}$.

Las condiciones de estacionariedad en la parte $AR(p)$ y de invertibilidad en la parte $MA(q)$ se satisfacen en el modelo $ARMA(p, q)$, cuando las raíces de los polinomios $\phi_p(B) = 0$ y $\theta_q(B) = 0$ están fuera del círculo unitario. Además, cuando estos polinomios no tienen raíces en común, entonces el proceso $Z_t \sim ARMA(p, q)$ es estacionario e identificable.

4.4 MODELOS AUTORREGRESIVOS E INTEGRADOS DE MEDIAS MÓVILES $ARIMA(p, d, q)$

Una serie de tiempo Z_t donde $t \in \mathbb{Z}$ que tiene el componente de tendencia sigue un modelo $ARIMA(p, d, q)$, se representar como:

$$\phi(B)\nabla^d Z_t = \theta(B)a_t \quad (6)$$

donde:

∇^d representa las diferencias aplicadas a la serie para convertir la serie en estacionaria.

4.4.1 Proceso para seleccionar una transformación potencia que establezca la varianza de una serie

El procedimiento que se desarrolla tiene su origen en el artículo de Bartlett (1947) donde se asegura que, si la varianza tiende a cambiar con la media de las mediciones, la varianza será estabilizada mediante un cambio apropiado de escala. Supóngase que la varianza σ_t^2 de la variable aleatoria Z_t puede expresarse como una función de su media μ_t , o sea

$$\sigma_t^2 = \mu_t \quad (7)$$

entonces, si $T(\cdot)$ es una función cuya primera derivada existe, puede obtener las siguientes aproximaciones lineal a $T(Z_t)$

$$T(Z_t) = T(\mu_t) + \left(\frac{dT}{dZ_t} \Big|_{Z_t=\mu_t} \right) (Z_t - \mu_t) \quad (8)$$

donde se obtiene que una aproximación lineal a la varianza de $T(Z)$ es

$$\text{Var}(T) = \left(\frac{dT}{dZ_t} \Big|_{Z_t=\mu_t} \right)^2 f(\mu_t) \quad (9)$$

Así ya que se desea que $T(Z_t)$ tenga varianza constante C^2 , se sigue que

$$\frac{dT}{dZ_t} \Big|_{Z_t=\mu_t} = \frac{C}{\sqrt{f(\mu_t)}} \quad (10)$$

y, por lo tanto

$$T(\mu_t) = \int \frac{C}{\sqrt{f(\mu_t)}} d\mu_t \quad (11)$$

Para estabilizar la varianza se requiere de conocer la transformación $T(\mu_t)$, y por ende se debe conocer la forma funcional de f , en la expresión (11).

Frecuentemente se utiliza la transformación potencia por los buenos resultados que proporciona en la práctica, entonces es factible utilizar (11). Si la variable Z_t es positiva y es razonable suponer que σ^2 es proporcional a $\mu^{2(1-\lambda)}$ para algún valor de λ ; es decir, si

$$f(\mu_t) \propto \mu_t^{2(1-\lambda)} \quad (12)$$

Entonces se sigue que

$$T(\mu_t) \propto \begin{cases} \mu_t^2 & \text{si } \lambda \neq 0 \\ \log(\mu_t) & \text{si } \lambda = 0 \end{cases} \quad (13)$$

La cual es válida si $Z_t > 0$ para todo t (Rodríguez Díaz, 1981).

4.5 FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN (FAC)

El siguiente paso es identificar un posible proceso $MA(q)$ utilizando la *FAC* muestral. Sea Z_t una serie temporal, que representa un proceso estacionario de segundo orden con valor medio μ , se define la autocorrelación entonces como:

$$\rho_k = \frac{E[(Z_t - \mu)(Z_{t-k} - \mu)]}{E(Z_t - \mu)^2} \quad (14)$$

donde:

E es el valor esperado y k el desfase temporal.

Esta función varía dentro del rango $[-1, 1]$, donde 1 indica una correlación positiva perfecta y -1 indica una autocorrelación negativa perfecta. Se denota la autocorrelación muestral por r_k .

La *FAC* está afectada por variaciones meramente muestrales, que desvirtúan la apariencia de las autocorrelaciones; por este motivo se requiere de un criterio para distinguir lo verdadero de lo artificial. Dicho criterio lo proporciona Barlett (1946) al obtener estimaciones aproximadas para la varianzas y covarianzas de la autocorrelación muestral, en caso de que el proceso sea generado a partir de ruido blanco con distribución normal; tales aproximaciones son

$$\begin{aligned} \text{Var}(r_k) &= \frac{1}{N} \sum_{j=-\infty}^{\infty} (\rho_j^2 + \rho_j + k\rho_{j-k} - 4\rho_k\rho_j\rho_{j-k} + 2\rho_j^2\rho_k^2) \\ \text{cov}(r_k, r_{k-\delta}) &= \frac{1}{N} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \rho_j \rho_{j+\delta} \end{aligned} \quad (15)$$

Si el proceso es $MA(q)$, de forma tal que las autocorrelaciones para retrasos mayores que q son cero, la expresión para la varianza se convierte en

$$\text{Var}(r_k) = \frac{1}{N-d} (1 - 2 \sum_{j=1}^q \rho_j^2) \quad \text{para } k > q \quad (16)$$

es decir, en la hipótesis de que $r_k = 0$ para $k > q$, se obtiene la expresión la cual como puede observarse, decrece conforme el tamaño de la muestra, N , crece. En práctica, se utiliza

como ρ_j sustituida por su valor estimado r_j , $j = 1, 2, \dots, q$, y así se obtiene una estimación para muestras grandes ($N \geq 50$), de la varianza de r_k , para $k > q$.

Para verificar que las autocorrelaciones son distintas de cero a partir de un cierto retraso q , se compara el valor de r_k con su correspondiente desviación estándar, en otras palabras

$$|r_k| > \sqrt{\text{Var}(r_k)} \quad \text{para } k > q \quad (17)$$

4.6 FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN PARCIAL (FAP)

La identificación de un proceso de promedios móviles puro puede llevarse a cabo a través de la gráfica de la *FAC* muestral y de la aproximación de la varianza de las autocorrelaciones. En el caso de un proceso autorregresivo *AR*, la identificación de procesos se realiza mediante la función de autocorrelación parcial (*FACP*), la cual depende del orden del proceso y de los parámetros del modelo.

Las autocorrelaciones parciales de proceso *AR*, las denotaremos por ϕ_{pi} el i -ésimo coeficiente de un modelo $AR(p)$, de manera que la *FACP* viene a ser entonces la sucesión de valores ϕ_{ii} . Los parámetros de un modelo autorregresivo de orden $AR(p)$, $\phi_{11}, \phi_{22}, \dots, \phi_{pp}$ pueden obtenerse a partir de las ecuaciones de *Yule – Walker* como:

$$\phi_{11} = \rho_1, \quad \phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}, \quad \phi_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 & \rho_1 \end{vmatrix}}, \dots \quad (18)$$

Mientras que $\phi_{ii} = 0$ en caso de que $i > p$. Por tanto, el número de autocorrelaciones parciales diferentes de cero indican el orden del proceso *AR*. En la práctica se requiere estimar las autocorrelaciones parciales con los datos observados, con el fin de sustituir en las anteriores determinantes de las autocorrelaciones teóricas, ρ_k , por sus correspondientes estimaciones, r_k recordando que la *FACP* estimada está sujeta a errores muestrales así que para decidir si ϕ_{ii} puede o no ser considerada como cero, se requiere cuantificar la variación muestral de su estimador ϕ_{ii} . Para el proceso $AR(p)$, las autocorrelaciones parciales muestrales se distribuyen de manera independiente, con $E(\hat{\phi}_{ii}) = \phi_{ii}$ y

$$\text{Var}(\hat{\phi}_{ii}) = \frac{1}{(N-d)} \text{ para } i > p \quad (19)$$

Se establece que ϕ_{ii} es distinto de cero para un nivel de significancia de aproximadamente 5 % si el valor calculado de ϕ_{ii} se encuentra fuera del intervalo definido por

$$\pm 2\sqrt{\text{Var}(\phi_{ii})} = \pm 2\sqrt{N-2} \text{ para } i > p \quad (20)$$

Por último, es importante mencionar que mientras un proceso $MA(q)$ tiene las primeras q autocorrelaciones parciales distintas de cero, un proceso $AR(p)$ el cual es equivalente a un proceso $MA(\infty)$ tendrá todas las autocorrelaciones distintas de cero, aunque la *FACP* muestre convergencia a cero.

4.7 ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS POR MÁXIMA VEROSIMILITUD

Se supone que el proceso a_t es ruido blanco con distribución normal, media cero y varianza σ_a^2 , para determinar la función de densidad conjunta de los errores aleatorios

$$f(a_{d+p+1}, a_{d+p+2}, \dots, a_N) = (2\pi)^{-(N-d-p)/2} \sigma^{-N+d+p} \exp\left\{-\sum_{t=d+p+1}^N a_t^2 / 2\sigma_a^2\right\} \quad (21)$$

Por lo tanto, si se considera a la variable

$$W_t = \Delta^d T(Z_t) \quad (22)$$

Esto implica que

$$a_t = W_t - \phi_1 W_{t-1} - \dots - \phi_p W_{t-p} - \theta_0 + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-1} \quad (23)$$

esto permite obtener la función de densidad conjunta de $W_{d+p+1}, W_{d+p+2}, \dots, W_N$ como

$$f(W_{d+p+1}, W_{d+p+2}, \dots, W_N) = f(a_{d+p+1}, a_{d+p+2}, \dots, a_N) \prod_{t=d+p+1}^N \left| \frac{dW_t}{da_t} \right|$$

$$= (2\pi)^{(-N-d-p)/2} \sigma^{-N+d+p} \exp \left\{ -\sum_{t=d+p+1}^N \left(W_t - \phi_1 W_{t-1} - \dots - \phi_p W_{t-p} - \theta_0 + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \right)^2 / 2\sigma_a^2 \right\} \quad (24)$$

La densidad (24) permite calcular probabilidades de la densidad normal multivariada cuando se conocen los valores de los parámetros $\tilde{\phi} = (\phi_1, \dots, \phi_p)'$, θ_0 , $\tilde{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_q)$ y σ_a^2 , pero lo que se conoce en realidad es $\tilde{W} = (W_{d+p+1}, W_{d+p+2}, \dots, W_N)'$ y lo desconocido son los parámetros del modelo $\tilde{\phi}$, θ_0 , $\tilde{\theta}$ y σ_a^2 , por lo que (24) es una función de verosimilitud de los parámetros, la cual depende de las observación \tilde{W} , esto es

$$L(\tilde{\phi}, \theta_0, \tilde{\theta}, \sigma_a^2 | \tilde{W}_t) = (2\pi)^{(-N-d-p)/2} \sigma_a^{-N+d+p} \exp \left\{ -S(\tilde{\phi}, \theta_0, \tilde{\theta}) / 2\sigma_a^2 \right\} \quad (25)$$

Con

$$\begin{aligned} S(\tilde{\phi}, \theta_0, \tilde{\theta}) &= \sum_{t=d+p+1}^N a_t^2 \\ &= \sum_{t=d+p+1}^N \left(W_t - \phi_1 W_{t-1} - \dots - \phi_p W_{t-p} - \theta_0 + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \right)^2 \end{aligned} \quad (26)$$

Para maximizar la función $L(\tilde{\phi}, \theta_0, \tilde{\theta}, \sigma_a^2 | \tilde{W}_t)$ con respecto de los parámetros $\tilde{\phi}$, θ_0 , $\tilde{\theta}$ obteniendo la representación más apropiada de $\{W_t\}$ en estudio. La maximización de la verosimilitud $L(\tilde{\phi}, \theta_0, \tilde{\theta}, \sigma_a^2 | \tilde{W}_t)$ eligiendo los valores $\hat{\tilde{\phi}}, \hat{\theta}_0, \hat{\tilde{\theta}}$, es equivalente a la minimización de $S(\tilde{\phi}, \theta_0, \tilde{\theta})$ y posteriormente se determine el estimador de σ_a^2 . Supóngase en principio, que ya se encontró el valor mínimo $S(\hat{\tilde{\phi}}, \hat{\theta}_0, \hat{\tilde{\theta}})$, entonces se maximiza la función de verosimilitud con respecto a σ_a^2 o, como es usual, se maximiza el logaritmo de la función de verosimilitud

$$\begin{aligned} \ell(\sigma_a^2 | \tilde{W}; \hat{\tilde{\phi}}, \hat{\theta}_0, \hat{\tilde{\theta}}) &= \log \left[L(\sigma_a^2 | \tilde{W}; \hat{\tilde{\phi}}, \hat{\theta}_0, \hat{\tilde{\theta}}) \right] = -(N-d-p)/2 [\log(2\pi) - \log(\sigma_a^2)] - \\ &S(\hat{\tilde{\phi}}, \hat{\theta}_0, \hat{\tilde{\theta}}) / 2\sigma_a^2 \end{aligned} \quad (27)$$

Para lograr dicha maximización considérese la ecuación de máxima verosimilitud

$$\frac{\partial \ell}{\partial \sigma_a^2} \Big|_{\sigma_a^2 = \hat{\sigma}_a^2} = \frac{-N+d+p}{\hat{\sigma}_a^2} + \frac{s(\hat{\phi}, \hat{\theta}_0, \hat{\theta})}{\hat{\sigma}_a^4} \quad (28)$$

que produce

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{s(\hat{\phi}, \hat{\theta}_0, \hat{\theta})}{N-d-p} \quad (29)$$

Que podría verificarse si produce un máximo de $\ell(\sigma_a^2 | \tilde{W}; \hat{\phi}, \hat{\theta}_0, \hat{\theta})$; de esta manera podría usarse (29) como estimador de σ_a^2 , pero en la práctica se prefiere utilizar el estimador insesgado (30), denotado igualmente por $\hat{\sigma}_a^2$, considerando los grados de libertad (UnADM, (s/f))

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{s(\hat{\phi}, \hat{\theta}_0, \hat{\theta})}{N-d-p-q-1} \quad (30)$$

Como se ha visto maximizar $L(\sigma_a^2 | \tilde{W}; \hat{\phi}, \hat{\theta}_0, \hat{\theta})$ se reduce a minimizar $S(\tilde{\phi}, \theta_0, \tilde{\theta})$. Veamos la dificultad al tratar de minimizar $S(\tilde{\phi}, \theta_0, \tilde{\theta})$, para ilustrar veamos el caso del modelo $MA(1)$: $W_t = a_t - \theta a_{t-1}$ con $W_t = T(Z_t)$ y $E[T(Z_t)]$. Nótese que a_t se puede expresar como

$$\begin{aligned} a_t &= W_t + \theta a_{t-1} \\ &= W_t + \theta W_{t-1} + \theta^2 a_{t-2} \\ &\dots \\ &= W_t + \theta W_{t-1} + \theta^2 W_{t-2} + \dots + \theta^{t-1} W_1 + \theta^t a_0 \end{aligned} \quad (31)$$

se desconoce a_0 pero resulta razonable tomar $a_0 = 0$ dado que es $N(0, \sigma_a^2)$, entonces

$$S(\theta) = \sum_{t=1}^N (W_t + \theta W_{t-1} + \theta^2 W_{t-2} + \dots + \theta^{t-1} W_1)^2 \quad (32)$$

Con esta expresión podría pensarse en minimizar $S(\theta)$ para determinar el valor $\hat{\theta}$ que sea solución de

$$\left. \frac{dS(\theta)}{d\theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} = 0 \quad (33)$$

Pero la ecuación no es lineal en el parámetro y no tiene solución analítica. Por tanto, se deberá realizar algún proceso numérico para determinar el mínimo de $S(\theta)$; dicho proceso podría consistir en evaluar $S(\theta)$ en distintos puntos del espacio de θ en la región admisible $-1 < \theta < 1$, de esta manera se obtendría una gráfica donde θ estará en dominio y $S(\theta)$ en el contradominio donde sería posible estimar a θ con la exactitud que uno desee (UnADM, (s/f)).

4.8 EVALUACIÓN DEL MODELO

La evaluación estadística del modelo se realiza verificando los supuestos del modelo.

Supuesto 1. Los choques aleatorios $\{a_t\}$ tiene media 0.

Verificación. Se calculan los residuales, su media y su desviación estándar muestral,

$$m(\hat{a}) = \sum_{t=t'}^N \frac{\hat{a}_t}{N-d-p} \quad \hat{\sigma}_t = \sqrt{\sum_{t=t'}^N [\hat{a}_t - m(\hat{a})]^2 / (N - d - p - q)} \quad (34)$$

Con $t' = d + p + 1$, para construir el cociente $\sqrt{N - d - p} m(\hat{a}) / \hat{\sigma}_t$. Si este cociente en valor absoluto es menor que dos, no existe evidencia de que la media del ruido blanco sea diferente de cero, por tanto, no se rechaza el supuesto; en caso contrario, el supuesto no se satisface.

Supuesto 2. los choques aleatorios $\{a_t\}$ tienen varianza constante.

Para verificar el supuesto, considérese un gráfico de los residuales contra el tiempo para observar, si la varianza parece constante o no. Los gráficos que muestran una evidencia fuerte de la violación del supuesto son las que pudieran generar problemas en el modelo.

Supuesto 3. Los choques aleatorios $\{a_t\}$ son mutuamente independientes. La independencia implica no autocorrelación, por lo que se debe verificar que $\rho_k(a) = 0$ para todo $k \neq 0$. Para realizar esto, se calcula la FAC muestral de los residuales $\{r_k(\hat{a})\}$, por el supuesto 1, su media es cero, entonces la FAC muestra de los residuales está dada por

$$r_k(\hat{a}) = \frac{\sum_{t=t'}^{N-k} \hat{a}_t \hat{a}_{t+k}}{\sum_{t=t'}^N \hat{a}_t^2}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (35)$$

con $t' = d + p + 1$, y posteriormente:

estimar la desviación estándar de $r_k(\hat{a})$ como

$$\sqrt{\widehat{Var}[r_k(\hat{a})]} = 1/\sqrt{N-d-p} \quad (36)$$

Para determinar la significancia estadística individual de las autocorrelaciones residuales, o sea, si $|r_k(\hat{a})| \geq 2/\sqrt{N-d-p}$ se asegura que la k-ésima autocorrelación es estadísticamente distinta de cero. Sin embargo, la prueba no es válida del todo para autocorrelaciones con retrasos pequeños $k \leq 3$, por lo que conviene realizar pruebas globales como la prueba de Ljung-Box.

Calcular el estadístico Q' de Ljung y Box (ver Bowerman et al, 2007) para una prueba de significancia conjunta de K autocorrelaciones simultáneamente, con el estadístico (37)

$$Q' = (N-d-p)(N-d-p+2) \sum_{k=1}^N r_k^r(\hat{a}) / (N-d-p-k) \quad (37)$$

Si $K \geq 20$, sigue aproximadamente una distribución Ji-cuadrada con $K-p-q$ grados de libertad; el valor del estadístico Q' calculado se compara con valores de tabla de la distribución Ji-cuadrada. Si los valores de Q' son pequeños, se satisface el supuesto, en caso contrario, el modelo no es el adecuado.

Si la prueba de Ljung y Box no se verifica, entonces las autocorrelaciones no corresponden a un proceso de ruido blanco y por tanto el modelo no es el adecuado. En esta situación se recomienda graficar los valores de $\{r_k^r(\hat{a})\}$ y tratar de identificar algunos procesos *ARMA* para los residuales, lo cual lleva a modificar el modelo originalmente identificado para W_t .

Supuesto 4. Los choque aleatorios a_t siguen una distribución normal.

Para una distribución normal, aproximadamente el 95% de las observaciones deben localizarse en un intervalo con dos desviaciones estándar a la izquierda y a la derecha de la media, si la media de los residuales es cero, se esperaría que a lo más un total de $(N-d-p)/20$ observaciones se localicen fuera del intervalo $(-2\hat{\sigma}_a, 2\hat{\sigma}_a)$. Existen otras pruebas estadísticas para verificar este supuesto (UnADM, (s/f)).

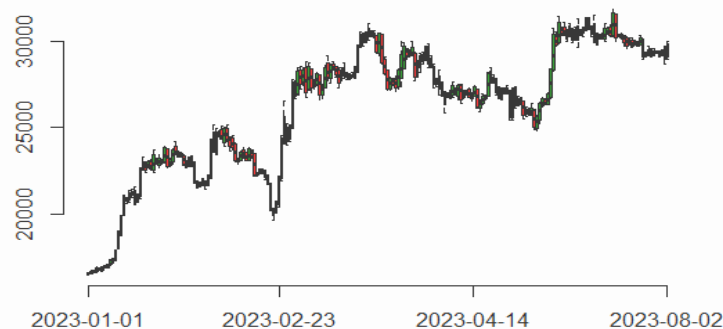
5 RESULTADOS Y ANÁLISIS DEL PRONÓSTICO DEL BITCOIN

El Bitcoin nace sobre la idea de crear una moneda electrónica como medio de pago en transacciones electrónicas tanto nacionales como internacionales. Siendo un activo

descentralizado con el cual se pueden realizar diversas operaciones, convirtiéndose en un activo muy cotizado con un alto volumen de transacciones diarias. Este hecho da paso a un activo muy volátil, en el cual predecir la tendencia día a día del Bitcoin se convierte en un tema de análisis, tanto para los inversionistas como para los académicos. Para el presente trabajo, se analizó una muestra extraída de la página finanzas.yahoo de la fecha 2023-enero-01 a la fecha 2023-agosto-02 (ver Figura 1), siendo esta la serie temporal a trabajar tomando en cuenta que los datos elegidos fueron tomados después de la pandemia del COVID evitando de esta forma el impacto en el Bitcoin.

Figura 1

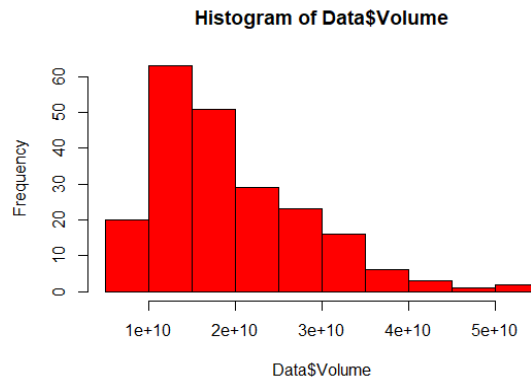
Valor en dólares del Bitcoin



Fuente: elaboración propia con datos de finanzas.yahoo.com

Dado que es una moneda electrónica, se puede minar cuantos Bitcoin se quieran y así devaluar su valor y su funcionamiento. Por esta razón es necesario regular el activo, limitando la existencia a 21 millones de acciones y de esta forma incrementar el valor del activo. Se puede considerar el volumen de transacciones una variable a estudiar.

En el caso de la muestra obtenida, en promedio el volumen de transacciones diario es de 19,414,576,553 como se puede apreciar en la Figura 2, su varianza es de $7.852024e + 19$, y la desviación estándar 8,861,164,762. Además del volumen de transacciones, también se cuenta con el precio máximo, precio mínimo del Bitcoin.

Figura 2*Histograma del volumen de transacciones del Bitcoin*

Fuente: elaboración propia con datos de finanzas.yahoo.com

5.1 IDENTIFICACIÓN TENTATIVA DEL MODELO

Con fines prácticos se analiza solamente la serie temporal del precio mínimo del Bitcoin la cual denotaremos por P_t , utilizando la metodología de Box-Jenkins y apoyándonos en el lenguaje de programación R para realizar los cálculos que se llevaran a cabo en este trabajo.

La identificación del modelo se realiza con las herramientas de la función de autocorrelación muestra, para el componente medias móviles y la función de autocorrelación parcial muestral para identificar la parte autorregresiva del modelo. Estas herramientas ayudan a la identificación tentativa del modelo, por lo que es necesario proponer varios modelos cercanos y seleccionar el más adecuado al comportamiento de los datos.

5.2 ESTABILIZACIÓN DE LA VARIANZA

En la Figura 3, se gráfica el precio mínimo del Bitcoin P_t donde se observa gran variabilidad y tendencia al crecimiento. Con el fin de volver estacionaria la serie P_t , lo primero que se podría hacer es estabilizar la varianza, mediante el procedimiento mencionado anteriormente. Dicho método indica la elección del valor de la potencia λ de tal manera que se satisfaga la siguiente ecuación

$$\sigma_t / \mu_t^{1-\lambda} = \text{Constante para } t = 1, 2, \dots, N \quad (38)$$

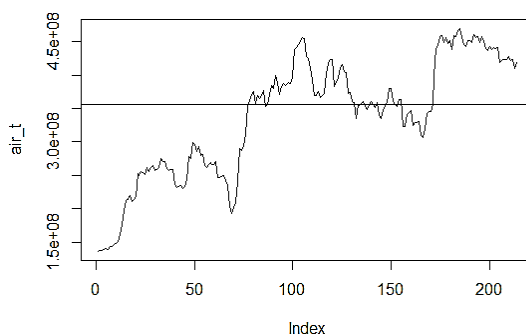
donde:

σ_t y μ_t representan la desviación estándar y la media de la serie P_t y N es el número de observaciones de la serie P_t .

Para cada momento t , se tiene una observación de P_t y por lo que no es posible obtener una estimación de σ_t para cada t . Sin embargo, aquí se sugiere que el método para estabilizar la varianza es operacionalizado de la siguiente manera: dividiéndose a las N observaciones en H grupos que contengan $R = (N - n)/H$ elementos cada una, las n observaciones ($0 < n < R$) restantes no entran en los cálculos, pueden ser del inicio o del final de la serie. En el proceso es importante cuidar la homogeneidad entre los grupos, para estimar la media y la desviación estándar dentro de cada grupo, esto es, H pareja de valores $S_h, P_h, h = 1, 2, \dots, H$.

Figura 3

Precio mínimo del Bitcoin con la varianza estabilizada



Al aplicar el procedimiento obtenemos la potencia $\lambda = 1.999924$ de tal manera que se satisfaga las condiciones mencionadas anteriormente multiplicando λ por la serie temporal obtenemos una serie con varianza constante (véase Figura 3).

5.3 IDENTIFICACIÓN DE LA TENDENCIA DE LA SERIE

Después de estabilizar la variante mediante la transformación $T(P_t)$, lo que procede es estabilizar el nivel de la serie mediante el operador de rezagos B , donde, P_t es una variable de salto, entonces $B(T(P_t))$ será la correspondiente variable de flujo.

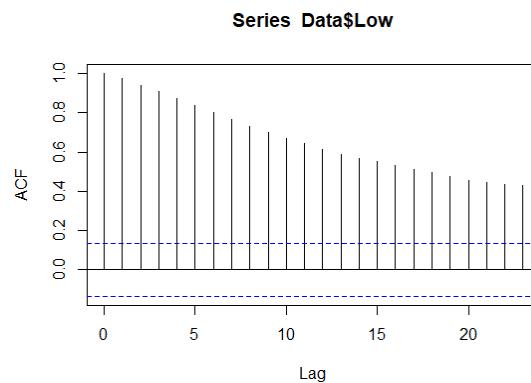
Se tiene que Z_t puede escribirse como $B(T(Pt))$, en otras palabras, se implementa el operador rezago un número apropiado de veces tomando en cuenta la *FAC* muestral.

En este caso es necesario implementar diferencia a la serie temporal dando paso a un modelo *ARIMA*, ya que la serie temporal no es estacionaria.

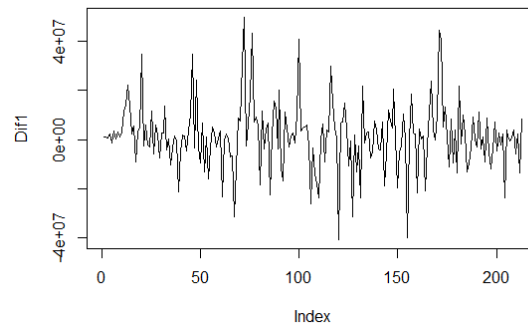
Obsérvese la Figura 4 de la función de autocorrelación muestral, que decrece suavemente lo cual indica que la serie no es estacionaria. Existen herramientas que permiten saber con exactitud el número de veces que se requiere diferenciar la serie para volverla estacionaria, utilizando el paquete estadístico R.

Figura 4

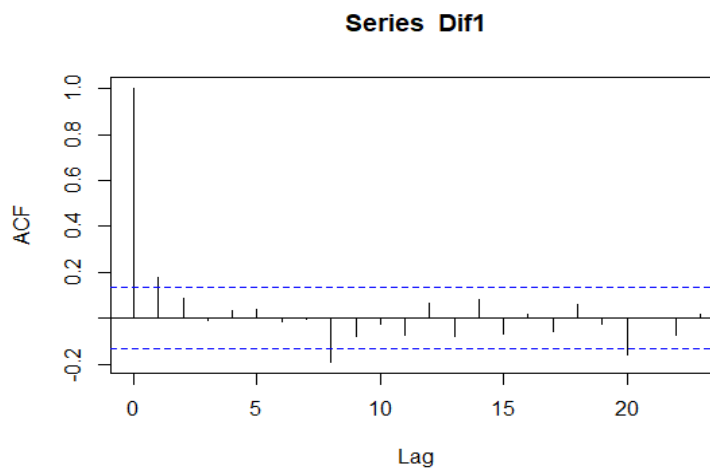
FAC de la serie de P_t



Como se puede observar en la Figura 5 al aplicar una diferencia en la serie, los datos varían alrededor del cero lo cual es indicativo de que la serie es estacionaria. Para verificar lo anterior, se podía tomar un muestreo repetido de la serie con n datos, $n < N$ y sacar promedios de cada conjunto dando un número aproximado a cero.

Figura 5*Precio mínimo del Bitcoin con estacionariedad***5.4 EMPLEO DE LA FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN (FAC)**

El siguiente paso en la etapa de la identificación consiste en asociar la *FAC* muestral con un posible proceso *ARIMA*, como se observó antes, la serie Z_t resultó estacionaria al aplicarle la primera diferencia. La *FAC* muestral de la serie con una diferencia se muestra en la Figura 6.

Figura 6*FAC de la serie Z_t* 

La autocorrelación de la serie de trabajo Z_t en el desfase k , es denotada por r_k . En la Figura 6, se observa que no hay un corte notorio en las autocorrelaciones para un cierto valor de q , sino que la *FAC* tiene un comportamiento irregular. Recordemos que la *FAC* está sujeta

a errores muestrales así que para verificar la no significancia estadística de θ_i para $i \geq 1$, se utiliza la banda de confianza con $n = 214$ y $d = 1$, es decir θ_i sería significativamente distinta de cero solo si $|\hat{\theta}_i| > 2/\sqrt{N-2} = 0.1370377$. En la Figura 6, las autocorrelaciones que son significativamente distintas de cero son los desfases $k=1, 8$ y 20 , por lo que un modelo tentativo serie

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_9 a_{t-9} - \theta_{20} a_{t-20} \quad (39)$$

En conclusión, teniendo en cuenta el comportamiento de la *FAC* se trata de un modelo *ARIMA* el cual cuenta con 3 parámetros desconocidos en la parte de medias móviles.

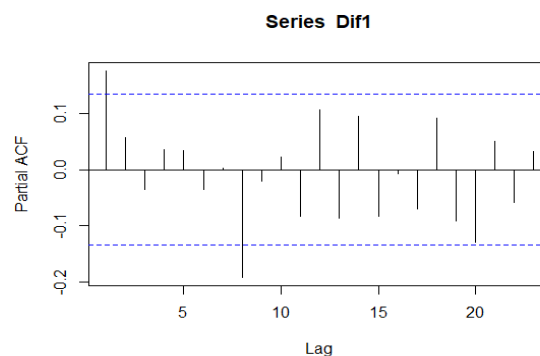
5.5 EMPLEO DE LA FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN PARCIAL (*FACP*)

En general, el orden de un proceso $AR(p)$ es posible identificarlo mediante la función de autocorrelación parcial muestral (*FACP*). La función de autocorrelación parcial de la muestra en el desfase k se denota por r_{kk} .

Al observar la Figura 7 nos damos cuenta de que la *FACP* muestral se aprecian autocorrelaciones parciales sensiblemente grande, sería entonces razonable postular un *ARIMA* para representar la serie y para verificar la no significancia estadística de ϕ_{ii} para $i \geq 1$ utilizando la banda de confianza $N = 214$ y $d = 1$, es decir ϕ_{ii} será significativamente distinto de cero sólo si

Figura 7

FACP de la serie Z_t



$$\hat{\phi}_{ii} > 2\sqrt{N-d} = 0.1370377 \quad (40)$$

para $i \geq 1$.

Considerando que las autocorrelaciones parciales para los retrasos 1 y 8 son significativamente distinto de cero, podemos especificar un modelo

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_8 Z_{t-8} + a_t \quad (41)$$

Observando el comportamiento de la *FAC* y *FACP* donde dichas graficas muestran elementos para un modelo *ARMA* con regiones admisibles $0 < \theta < \phi < 1$ donde es notable pensar en un modelo mixto *ARIMA*. Una vez identificado de forma tentativa estos dos modelos, trabajamos distintos modelos similares para seleccionar aquel que mejor represente el comportamiento de los datos. Después de este proceso nos quedamos con dos modelos.

Una vez conocidos los grados de los polinomios autorregresivos y de medias móviles p y q , respectivamente, así como el grado de diferenciación d , se plantea que el modelo

$$\phi(B)\nabla d(T(P_t)) = \theta(B)a_t \quad (42)$$

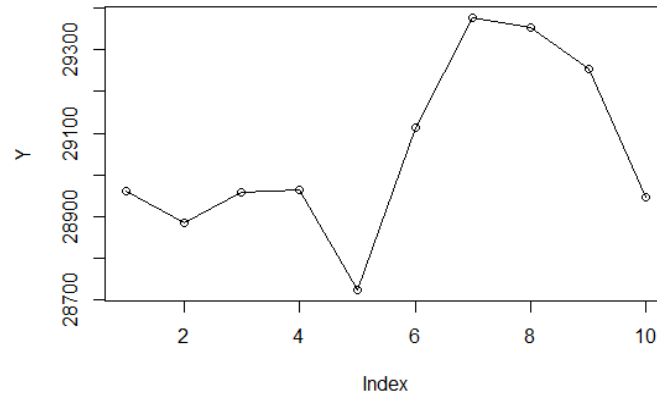
que resulta adecuado para representar la serie Z_t y se requiere calcular los valores de los parámetros del modelo. El método apropiado para el cálculo será el de máxima verosimilitud.

Después de estar probando distintos modelos mediante diversos estadísticos, nos quedamos con los siguientes modelos *ARIMA*(2, 1, 4) y *ARIMA*(4, 1, 2).

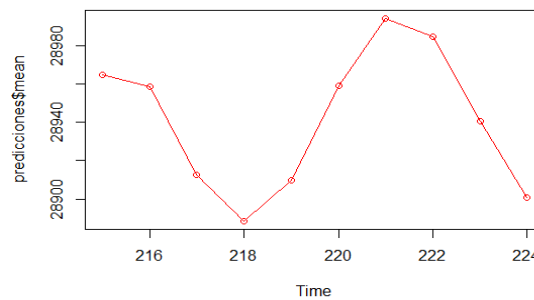
Sin embargo, los dos modelos cumplen con los distintos criterios, pero realizando las comparaciones de las estimaciones por medio de sus gráficas con los datos reales se visualiza que el modelo *ARIMA*(4, 1, 2) es el que se aproxima más a los datos reales, en la Figura 8 se muestran los datos reales.

Por último, se presenta la estimación de los parámetros del modelo *ARIMA*(4,1,2):

$$Z_t = 1.3247Z_{t-1} - 1 + 1.1167Z_{t-2} + 0.1004Z_{t-3} + 0.1001Z_{t-4} - 1.1472a_{t-1} + 0.9941a_{t-2} + a_t. \quad (43)$$

Figura 8*Datos reales del Bitcoin*

En la Figura 9, se muestran diez estimaciones con el modelo seleccionado como el mejor.

Figura 9*Pronósticos con el modelo ARIMA(4, 1, 2)***5.6 VERIFICACIÓN**

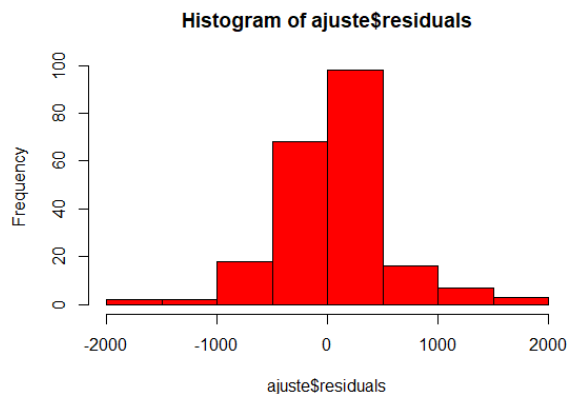
En la etapa de la verificación del modelo adecuado, según la literatura, se parte de la idea de que todo modelo es inadecuado, puesto que los modelos son representaciones simplificadas de la realidad. Lógicamente, hay que seleccionar uno entre varios modelos, que presente menos fallas, o bien, fallas menos importantes. Por esta razón, habrá que poner a todos los posibles modelos en tela de juicio para detectar sus fallas (Rodríguez Díaz, 1981).

En consecuencia, llevamos a cabo la verificación de los supuestos con el modelo $ARIMA(4,1,2)$. Supuesto 1, los $\{a_t\}$ tiene media 0 el cual llevamos a cabo calculando la media aritmética y la desviación estándar muestral de los residuales. Para poder construir el cociente $\sqrt{N-d-pm(\hat{a})}/\hat{\sigma}_a$ donde el valor absoluto de dicho cociente es menor que dos, $\sqrt{N-d-pm(\hat{a})}/\hat{\sigma}_a = 0.02714872$, por ende no hay evidencia que la media del proceso de ruido blanco sea distinta de cero y por lo mismo no se rechaza el supuesto.

Supuesto 2, los residuales denotados por \hat{a}_t tienen varianza constante para ello se implementó una gráfica de los residuales para verificar si era necesario una transformación exponencial λ , pero al realizarse una transformación previa garantiza que los residuales tienen varianza constante. Para verificar visualmente si la varianza es constante, se grafican los residuales y se observa que no presentan comportamiento creciente o decreciente por lo que la varianza es constante.

Supuesto 3, para su verificación se determina si las variables aleatorias a_t son mutuamente independientes, haremos uso del estadístico Ljung-Box el cual es $Q^* = 5.3671$, después de ser calculado comparamos el p-valor de la Ji-cuadrada el cual es $p = 0.2517$ con el nivel de significancia de 0.05, con los correspondientes grados de libertad, por tanto, decimos que el modelo satisface el supuesto.

Supuesto 4, donde a_t tiene una distribución normal para todo t , sabemos que, para una distribución normal, aproximadamente el 95% de las observaciones deben localizarse dentro de un intervalo que se extienda dos veces su desviación estándar por debajo y por arriba de la media, entonces si se cumple que la media de los residuales sea cero, se espera que a lo más un total de 5% observaciones se localicen fuera del intervalo $(-2\sigma_a, 2\sigma_a)$. para verificar esto se utiliza la gráfica de los residuales vista anteriormente en el supuesto 2, también utilizar un histograma donde se puede observar que los residuales tienen una distribución normal obsérvese la Figura 10.

Figura 10*Residuales del modelo ARIMA(4,1,2)*

Después de verificar los supuestos, se determinando que el modelo $ARIMA(4, 1, 2)$ cumple las pruebas de verificación o supuestos.

5.7 PREDICCIONES

En la Tabla 1, se presentan las predicciones del modelo con sus respectivos intervalos de predicción con 80% y 95% de confianza, en la Figura 11 se visualizan.

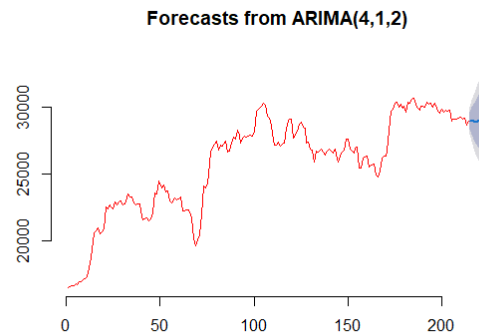
En conclusión, obtuvimos un modelo que predice correctamente 7 tendencia de cada 10 comprobando que las 10 predicciones caen en el intervalo de confianza del 95% habiendo cumplido con todos los supuestos dejando a al modelo $ARIMA(4,1,2)$ como el modelo adecuado a los datos diarios del Bitcoin.

Tabla 1*Estimaciones puntuales e intervalos de predicción del Bitcoin*

Punto	Pronóstico	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95	Observados
215	28964.49	28319.00	29609.99	27977.30	29951.69	28959.49
216	28958.70	27960.58	29956.81	27432.21	30485.18	28885.34
217	28912.50	27612.19	30212.80	26923.85	30901.14	28957.79
218	28888.56	27327.13	30449.99	26500.55	31276.57	28963.83
219	28909.66	27106.76	30712.56	26152.36	31666.96	28724.14
220	28959.13	26928.52	30989.74	25853.58	32064.69	29113.81
221	28994.06	26753.41	31234.71	25567.28	32420.84	29376.80
222	28984.81	26557.21	31412.41	25272.12	32697.50	29354.45
223	28940.63	26348.21	31533.06	24975.86	32905.40	29253.52
224	28900.90	26157.94	31643.86	24705.91	33095.89	28946.51

Figura 11

Predicciones del modelo ARIMA(4,1,2)



6 CONCLUSIÓN

La modelación de la serie histórica del precio mínimo diario del Bitcoin en las fechas del 2023-enero-01 al 2023-agosto-02, mediante el enfoque de análisis de series de tiempo ha resultado efectiva. Puesto que hemos obtenido un modelo que explica adecuadamente el comportamiento de la serie y además que los intervalos de predicción calculados a partir de las estimaciones puntuales contienen los valores verdaderos de los 10 días siguientes al último valor observado involucrado en la serie histórica. Esto es una virtud del método de análisis de series de tiempo bajo el enfoque de Box-Jenkins, que recupera bien el comportamiento errático del precio mínimo diario del Bitcoin.

REFERENCIAS

- Anderson, O. D. (1976). *Time Series Analysis and Forecasting (the Box-Jenkins approach)*. London: Butterworth.
- Bartlett, M.S (1946) On the theoretical specification of sampling properties of autocorrelated time series. *Journal of the Royal Statistical Society B-8*, 27.
- Bartlett, M.S. (1974). The use of transformation. *Biometrika*, 3, 39.
- Bowerman, B. L., O'Connell, R.T. & Koehler, A. B. (2007). *Pronósticos, series de tiempo y regresión. Un enfoque aplicado*. CENGAGE Learning.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M. & Reinsel, G. C. (2008). *Time Series Analysis. Forecasting and Control*. John Wiley & Sons.

- Carlos C. (2019). Bitcoin: ¿Una solución para los sistemas de pago o una solución en busca de problemas?. *Documentos Ocasionales*, (191), Banco de España, Eurosistema. Datos consultados en: <https://es-us.finanzas.yahoo.com/>
- LISA Institute (s/f) “*Qué es Bitcoin: origen, usos ventajas y riesgos*”. Consultado en: <https://www.lisainstitute.com/blogs/blog/que-es-bitcoin-origen-usos-ventajas-riesgos>
- González, F. (s/f). *Análisis predictivo en Bitcoin utilizando técnicas de aprendizaje profundo*. Universidad de la República-Facultad de Ingeniería. Consultado en <https://www.colibri.udelar.edu.uy/jspui/bitstream/20.500.12008/20471/1/tg-gonzalez-federico.pdf>
- Nakamoto, S. (2008). *Bitcoin: a peer-to-peer electronic cash system*. Consultado en <https://bitcoin.org/bitcoin.pdf>
- Rodríguez Díaz, J. C. (1981). *Estimación de un modelo de demanda de gasolinas para la Ciudad de México*. (Tesis de Maestría en Economía). El Colegio de México-Centro de Estudios Económicos.
- Universidad Abierta y a Distancia de México UnADM (s/f). *Notas de clase: “Identificación, estimación y validación de modelos”*. Consultado en <https://vsip.info/-identificacion-estimacion-y-validacion-de-modelos-pdf-free.html>