Al Congreso internacional de Estadística

MADRID, 1931

La correlación y el cambio de la peseta

ANÁLISIS DE ALGUNAS CONSTANTES

O. Fernández-Baños

MADRID
IMPRENTA DE LOS HIJOS DE M. G. HERNÁNDEZ
Libertad, 16 duplicado, bajo
1931

La correlación y el cambio de la peseta

ANÁLISIS DE ALGUNAS CONSTANTES

Presentado por el Profesor Olegario Fernández-Baños al
CONGRESO INTERNACIONAL DE ESTADÍSTICA
celebrado en Madrid en setiembre de 1931

LA CORRELACION Y EL CAMBIO DE LA PESETA

ANÁLISIS DE ALGUNAS CONSTANTES

El objeto de este trabajo es aplicar la técnica estadística al problema del cambio de la peseta, para calcular la correlación ya lineal ya curvilínea entre aquél y otros tres factores, poniendo de manifiesto las diversas constantes que pueden emplearse, y hacer un breve análisis de algunas de éstas.

Las series estadísticas empleadas al efecto son las del siguiente cuadro estadístico. Los números 1, 2, 3, 4 de las constantes obtenidas significan, respectivamente, el cambio de la libra en pesetas (media ponderada a partir de octubre de 1930), la paridad económica calculada con los índices de precios al por mayor español e inglés de Statist, el porcentaje de las reservas oro y circulación de billetes de los Balances del Banco de España, y un índice de las cotizaciones de valores del Estado en la Bolsa de Madrid (1).

---

(1) El índice 3.º representa, aunque muy toscamente, la inflación de medios de pago en España, y el 4.º puede considerarse como el mejor índice cuantitativo de que actualmente disponemos para expresar la confianza o desconfianza en el porvenir inmediato de la cotización de la peseta. El Servicio de Estudios del Banco de España tiene ya construído, a partir de enero de 1931, un índice mejor de inflación de medios de pago, pero todavía es muy corta tal serie. El índice de Bolsa está corregido por medias móviles de tres meses para evitar las oscilaciones del pago de cupón trimestral.

CUADRO ESTADÍSTICO

Años	Meses	Cotización de la libra	Paridad económica — (Indice Statist.)	°/o de reservas y circulación de billetes	Índice de Bolsa
1928..	Enero	28,548	31,66	63,06	103,50
	Febrero	28,752	31,60	63,05	104,32
	Marzo	29 025	30,97	63,29	105,19
	Abril	29,135	30,47	62,05	106,01
	Mayo	29,139	29,96	61,78	106,35
	Junio	29,378	30,85	62,35	106,18
	Julio	29,535	31,44	61,78	105,86
	Agosto	29,217	32,44	61,61	105,71
	Septiembre	29,311	33,17	61,34	105,44
	Octubre	29,923	34,35	60,14	105,20
	Noviembre	30,079	34,43	60,23	104,79
	Diciembre	29,948	34,23	61,03	104,33
1929...	Enero	29,777	33,71	60,73	103,70
	Febrero	31,229	33,22	61,18	102,99
	Marzo	32,257	33,29	62,03	102,51
	Abril	32,915	34,43	61,79	102,09
	Mayo	34,090	34,90	61,45	101,86
	Junio	34,273	34,68	62,21	101,59
	Julio	33,438	33,86	61,51	101,41
	Agosto	33,028	33,87	61,20	101,28
	Septiembre	32,859	35,01	60,71	100,86
	Octubre	33,662	35,70	59,40	100,45
	Noviembre	34,962	36,41	59,73	99,95
	Diciembre	35,497	36,45	60,42	100
1930...	Enero	37,123	37,21	59,64	99,97
	Febrero	38,543	37,84	59,93	99,86
	Marzo	30,295	38,501	58,03	99,89
	Abril	38,934	39,082	56,50	100,21
	Mayo	39,780	39,224	56,62	100,62
	Junio	41,560	39,961	57,13	100,41
	Julio	42,100	41,52	56,45	99,90
	Agosto	44,912	43,258	56,07	99,34
	Septiembre	45,867	44,200	55,50	98,59
	Octubre	46,713	44,622	54,10	98,02
	Noviembre	42,920	45,564	55,202	97,43
	Diciembre	45,393	46,455	54,624	97,27
1931...	Enero	46,792	46,562	53,34	96,87
	Febrero	47,737	47,194	53,68	96,75
	Marzo	45,309	46,925	54,35	95,26
	Abril	46,398	46,992	52,51	92,69
	Mayo	49 113	47,41	49,80	89,85

Hechos los cálculos en la forma habitual con las abreviaciones indicadas en las obras de F. C. Mills "Statistical Methods", y de M. Ezequiel "Methods of Correlation Analysis", hemos obtenido los siguientes resultados:

$r^2_{12} = 0{,}95089$	$r_{12} = 0{,}9751$	Standard error 0,0079
$r^2_{13} = 0{,}89585$	$r^2_{13} = -0\ 9464$	» 0 0167
$r^2_{14} = 0{,}8214$	$r_{14} = -0\ 9063$	» 0,0286
$r^2_{23} = 0{,}92214$	$r_{23} = -0{,}9602$	» 0,0125
$r^2_{24} = 0{,}81334$	$r_{24} = -0.9018$	» 0,0299
$r^2_{34} = 0\ 63615$	$r_{34} = 0.7976$	» 0,0583
$r^2_{12.3} = 0{,}5443$	$r_{12.3} = 0{,}7378$	» 0.0739
$r^2_{12.4} = 0{,}7460$	$r_{12\ 4} = 0{,}8637$	» 0,0412
$r^2_{13.2} = 0{,}0267$	$r_{13.2} = -0{,}1634$	» 0,1578
$r^2_{13\ 4} = 0{,}7688$	$r_{13.4} = -0{,}8768$	» 0,0375
$r^2_{14.2} = 0{,}0794$	$r_{14.2} = -0{,}2818$	» 0,1493
$r^2_{14\ 3} = 0{,}6054$	$r_{14\ 3} = -0.7781$	» 0,0640
$r^2_{23.4} = 0{,}8532$	$r_{23\ 4} = -0{,}9237$	» 0,0238
$r^2_{34.2} = 0{,}3207$	$r_{34\ 2} = -0{,}5663$	» 0 1101
$R^2_{1.24} = 0{,}95476$	$R_{1\ 24} = 0{,}9771$	» 0,0073
$R^2_{1\ 23} = 0{,}95232$	$R_{1\ 23} = 0{,}9763$	» 0,0150
$R^2_{1\ 34} = 0\ 95885$	$R_{1\ 34} = 0{,}9792$	» 0,0067
$r^2_{12\ 34} = 0{,}093$	$r_{12\ 34} = 0{,}305$	» 0,150
$r^2_{13.24} = 0{,}1669$	$r_{13.24} = -0{,}4085$	» 0,0274
$r^2_{14.23} = 0{,}2096$	$r_{14.23} = -0{,}4578$	» 0,1299
${}_{12}r^2_{34} = 0{,}7581$	${}_{12}r_{34} = 0\ 87$	» 0,040
${}_{13}r^2_{24} = 0{,}7781$	${}_{13}r_{24} = 0{,}882$	» 0,036
${}_{14}r^2_{23} = 0{,}6621$	${}_{14}r_{23} = 0.813$	» 0,056

$a_{12.34} = 0{,}4340$	Standard error 0,2355
$a_{13.24} = -0{,}73829$	» 0,2712
$a_{14.23} = -0{,}51152$	» 0,1624

$\beta_{12.34} = 0{,}3573$	$d_{12.34} = 0{,}3473$
$\beta_{13.24} = -0{,}3780$	$d_{13.24} = 0{,}3566$
$\beta_{14.23} = -0\ 2795$	$d_{14.24} = 0{,}2558$

$R^2_{1.234} = 0{,}9623$ .... $R_{1.234} = 0{,}9809$ .... Standard error 0,0062

$\overline{R}^2_{1.234} = 0{,}9593$ .... $\overline{R}_{1.234} = 0{,}9794$ ....

$\overline{S}^2_{1.234} = 1{,}84798$ .... $\overline{S}_{1.234}$ (Standard deviation of estimate) 1,359 pesetas por libra esterlina.

$R^2(X_1 - a_{12.34}X_2)._{34} = 0{,}88256$	$R(X_1 - a_{12\ 34})._{34} = 0{,}94$	Standard error 0,0193
$R^2(X_1 - a_{13.24}X_3)._{24} = 0{,}87301$	$R(X_1 - a_{13.24})._{24} = 0{,}934$	» 0,0209
$R^2(X_1 - a_{14.23}X_4)._{23} = 0{,}92365$	$R(X_1 - a_{14.23})._{23} = 0{,}961$	» 0,0013

Ecuación lineal de regresión

$$X_1 = 0{,}434X_2 - 0{,}73829X_3 - 0{,}51152X_4 + 115{,}317. \qquad (a)$$

De los coeficientes de correlación lineal de orden *O*, los más elevados son el del cambio con la paridad económica y el de ésta con los medios de pago; y el más pequeño es el de los medios de pago con el índice de bolsa. Ello está perfectamente de acuerdo con los principios generales de la Economía. Es palmaria la gran interdependencia que existe entre las tres variables tomadas como independientes para el cálculo del cambio como función de ellas.

Respecto a los coeficientes de correlación total lineal del cambio con dos de las tres variables indicadas aparece que prácticamente y durante el período considerado es casi igual prescindir de una u otra de las tres. Sin embargo, hay alguna, aunque pequeña, diferencia a favor de no prescindir de la cuarta. Este hecho unido a que en la economía española se ha observado (1) cierta precesión del cambio respecto de la circulación fiduciaria, induce a considerar la tercera variable como menos importante que las otras dos. Esto concuerda con el hecho por nosotros observado, según el cual es muy frecuente que haya períodos largos en los que la segunda y cuarta variables dan con el cambio de la peseta mayor correlación solas que acompañadas de la tercera. Puede suceder (y así lo estimamos nosotros) que ello dependa en parte de la imperfección del índice de medios de pago usado en estos cálculos.

Respecto a los coeficientes de correlación parcial de orden m-1 (en nuestro caso m-1 = 2) conviene fijar la atención.

En primer lugar tenemos la definición sencilla dada por M. Ezequiel en su obra citada, pag. 179. Según ella el cuadrado de este coeficiente mide la *parte* que de la porción de variación no explicada por dos variables, v. gr., tomadas en consideración para explicar las variaciones de una función, resulta explicada por la introducción de una tercera variable; es decir, que

$$r^2_{12.34} = \frac{(1 - R^2_{1.34}) - (1 - R^2_{1.234})}{1 - R^2_{1.34}}.$$

La significación es muy sencilla; porque si considerando las variables 3 y 4 se explica, v. gr., el 90 por 100 de la variación de la función, queda sin explicar un 10 por 100. Si introduciendo después la variable 2

(1) Fernández Baños, "Estudios de las fluctuaciones del cambio de la peseta", página 37. Santiago, Viuda de Gali.

se explica, v. gr., el 95 por 100, sólo quedará por explicar un 5 por 100, y por tanto

$$r^2_{12.34} = \frac{10 - 5}{10} = 0{,}50$$

tiene un significado muy claro.

Es de notar que esta definición no precisa si $r_{12.34}$ ha de ser positivo o negativo.

De otra parte, cuando ocurra que $R^2_{1.34} > R^2_{1.234}$ será negativo $r^2_{12.34}$, y por tanto, su raíz cuadrada será un número imaginario. La significación de este imaginarismo es que la nueva variable introducida disminuye la explicación de las variaciones de la función en vez de aumentarla.

Antes de dar Ezequiel esta definición se definía el coeficiente de correlación parcial generalizando por inducción y analogía la definición de coeficiente de correlación de orden *O*, como puede verse detalladamente en nuestro estudio "Sobre la correlación y ecuación de regresión". "Revista Matemática Hispanoamericana", núm. 6, de 1930, pág. 171 y siguientes; es decir, que nuestro caso concreto

$$r_{12.34} = \sqrt{a_{12.34} \cdot a_{21.34}} = \frac{r_{12.3} - r_{14.3}r_{24.3}}{\sqrt{(1 - r^2_{14.3})(1 - r^2_{24.3})}}$$

con su signo correspondiente. Esta definición carece de contenido concreto por ser una generalización formalista, y en cambio da a $r_{12.34}$ su signo correspondiente.

Si tenemos en cuenta que según la definición de Ezequiel

$$r^2_{12.3} = 1 - \frac{1 - R^2_{1.23}}{1 - R^2_{13}}$$

y, de otra parte, recordamos (Mills, obra citada, pág. 513, o Fernández Baños, loc. cit.) que

$$R^2_{1.23} = 1 - (1 - r^2_{13})(1 - r^2_{12.3}) = 1 -$$
$$- (1 - r^2_{13})\left[1 - \frac{(r_{12} - r_{13}r_{23})^2}{(1 - r^2_{13})(1 - r^2_{23})}\right]$$

resulta que

$$r^2_{12.3} = 1 - \frac{(1 - r^2_{13})\left[1 - \frac{(r_{12} - r_{13}r_{23})^2}{(1 - r^2_{13})(1 - r^2_{23})}\right]}{1 - r^2_{13}} =$$

$$= \frac{(1-r^2_{13})(1-r^2_{23}) - (1-r^2_{13})(1-r^2_{23})\left[1 - \frac{(r_{12}-r_{13}r_{23})^2}{(1-r^2_{13})(1-r^2_{23})}\right]}{(1-r^2_{13})(1-r^2_{23})} =$$

$$= \frac{(1-r^2_{13})(1-r^2_{23})}{(1-r^2_{13})(1-r^2_{23})}\left[\frac{(r_{12}-r_{13}r_{23})^2}{(1-r^2_{13})(1-r^2_{23})}\right] = \frac{(r_{12}-r_{13}r_{23})^2}{(1-r^2_{13})(1-r^2_{23})}.$$

Es decir, que el coeficiente de correlación parcial de Ezequiel coincide con el que antes se venía considerando. Como la fórmula general es completamente la misma, sea cualquiera el orden del índice de correlación parcial, queda demostrada la identidad entre la expresión de Ezequiel y la formalista que antes se usaba. Ya sabemos, por tanto, el significado concreto del coeficiente de correlación parcial y el signo que ha de dársele. Ambas fórmulas sirven, además, como medio de comprobación de los cálculos mediante la relación

$$(1 - r^2_{12\,34\ldots m})(1 - R^2_{1.34\ldots m}) = 1 - R^2_{1.234\ldots m}$$

siendo m el número de variables, incluída la función.

A fin de que tales coeficientes de determinación parcial resulten ya corregidos, conviene usar las $\bar{R}^2$ corregidas previamente.

Los coeficientes llamados *of part determination* designados por el símbolo

$${}_{12}r^2_{345\ldots m}$$

son el cuadrado del coeficiente de correlación que resulta entre la variable X_2 v. gr., y los valores dados por la diferencia

$$X_1 - (a_{13.24}X_3 + a_{14\,23}X_4)$$

entre la función y todo el segundo miembro de la ecuación lineal de regresión, exceptuando el término correspondiente a la variable 2 y el independiente o constante.

Esto significa que restando de la función la parte que corresponde a todas las variables menos una, se establece la correlación entre ésta y el resto en cuestión.

En el caso concreto estudiado el coeficiente sensiblemente más pequeño entre los tres es

$${}_{14}r^2_{23} = 0{,}6621.$$

Por analogía con estos coeficientes of part correlation o determination

(si se consideran elevados al cuadrado) cabe considerar la correlación entre la diferencia

$$X_1 - a_{12.34}X_2$$

y las variables restantes. Como estas variables pueden ser diversas, cabe considerar los coeficientes de correlación lineal múltiple o total que nosotros por analogía designaremos por el símbolo

$${}_{1.34}r^2_2 \qquad\qquad {}_{1.34\ldots m}r^2_2$$

o también, y quizás mejor

$$R^2_{(1-2).34\ldots m}.$$

Conforme a esta notación los coeficientes of part correlation debieran designarse por el símbolo

$$r^2_{(1-34)2} = R^2_{(1-34)2}$$

$$r^2_{(1-345\ldots m)2} = R^2_{(1-34\ldots m)2}.$$

Para distinguir estos coeficientes de los anteriores bastaría llamarlos residuales o por diferencia de orden 1,2... (m -1), según las variables que se resten de la función. El que haya lugar a considerar varios órdenes no entraña ninguna dificultad.

Entre los valores de estos coeficientes en nuestro caso concreto resulta un poco mayor el

$$R^2_{(1-4)\,23} = 0\ 92365$$

Los coeficientes o pesos de la ecuación lineal de regresión tienen en nuestro caso errores standard muy considerables, aunque distan mucho de afectar al signo de los mismos.

Guardan muy estrecha relación con ellos los llamados coeficientes beta, ya que son ellos mismos, previa la unificación de escala, mediante la consideración de sus respectivas desviaciones medias cuadráticas.

También están muy relacionados con estos los llamados coeficientes de determinación separada

$$d_{12.34} = \left[\frac{a_{12.34}\Sigma X_1X_2}{\Sigma X_1^2}\right]\left[\frac{\bar{R}^2_{1.234}}{R^2_{1.234}}\right]$$

que tienen, sobre todos los demás, la gran ventaja formalista deducida de la siguiente igualdad

$$d_{12\,34} + d_{13.24} + d_{14.23} = \bar{R}^2_{1.234}.$$

Sin embargo, en los casos como el nuestro en que la interdependencia entre las variables tomadas como independientes para calcular la ecuación de regresión es muy grande, las tres últimas clases de coeficientes pierden mucho de su valor por las grandes y frecuentes variaciones que experimentan al alargar la serie de datos estadísticos y al introducir alguna nueva variable para perfeccionar la explicación de las variaciones de la función.

Respecto a los llamados coeficientes de *determinación parcial*, nos parece que tienen un nombre inadecuado porque no miden la determinación parcial que respecto a la función realizan cada una de las variables correspondientes, y por tanto, estimamos preferible llamarlos de *determinación complementaria*, ya que esta palabra recuerda el contenido concreto y real de tales constantes. De este modo se evitaría que a veces sean tomados indebidamente como medida del porcentaje que les corresponde en la explicación de las variaciones de la función.

¿Cuál es, entre los índices expuestos, la mejor terna para expresar las relaciones de interdependencia entre el cambio y las tres variables restantes, a los efectos de explicar las variaciones de tal cambio?

La única respuesta que de lo expuesto inferimos es que

1.° La diferencia conceptual de los diversos coeficientes no permite la comparación entre ellos, porque cada uno sirve para cosa distinta según se infiere de su propia definición.

2.° Dos de los tres factores tomados como variables, explican las variaciones del cambio, en el conjunto del período considerado, casi tan perfectamente como entre los tres.

3.° Ninguna de las tres variables puede considerarse como permanentemente más importante que las otras dos, si bien ha sido normalmente un poco más influyente la paridad económica. El índice de Bolsa se ha desarrollado con irregularidades que disminuyen la importancia, indudablemente grande, que ha tenido en las variaciones del cambio de la peseta; sin embargo, de prescindir de alguno de los tres factores, optaríamos, desde luego, por desechar el segundo, especialmente mientras no se perfeccione la serie estadística que lo representa.

4.° Ningún factor basta aisladamente para explicar totalmente las variaciones del cambio a través del período considerado; ninguno tiene constantemente la misma importancia, y cada uno de los tres considerados puede tomarse como preponderante durante algunos meses.

Aunque la correlación lineal de 0,98 es suficientemente grande para explicar prácticamente el fenómeno del cambio durante el período considerado, es de advertir que considerando la zona comprendida entre las líneas obtenidas sumando y restando a la de los valores de la ecuación de regresión los de la standard variation of stimate (error típico del cambio teórico rectilíneo), no caen dentro de ella los dos tercios del número de observaciones, sino solamente, 25. Esto indica que no se cumple bien la ley normal de Gauss. Sin embargo, es de notar que se trata de una moneda de mercado intervenido, a veces fuertemente. Las diferencias principales se notan en los meses últimos de 1928 y 1930, y en vísperas de implantarse la República, es decir, cuando mayor fué la intervención oficial en los cambios.

Para aquilatar un poco más y previo el uso del método de M. Ezequiel en el capítulo XIV de la obra citada, hemos procedido a calcular la ecuación de regresión

$$X_1 = a_{1.234} + F_1(X_2) + F_2(X_3) + F_3(X_4) \qquad (b)$$

eligiendo para $F_1(X_2)$ y $F_2(X_3)$ respectivamente las expresiones

$$20{,}077 + 0{,}434X_2$$
$$79\,837 - 0{,}73829X_3$$

obtenidas de la función lineal de regresión en la forma habitual, y para

$$F_3(X_4)$$

la representada por la línea del gráfico (1) que hemos considerado como determinada por 4 constantes independientes de las demás.

$$a_{1.234} = 72{,}709.$$

(1) En este gráfico la línea recta está representada por la ecuación

$$X_1 = 88{,}011 - 0{,}51152\,X_4$$

deducida de la (*a*).

Los resultados están consignados en el siguiente

CUADRO ESTADÍSTICO

Años	Meses	$F_2(X_2)$	$F_3(X_3)$	$F_4(X_4)$	Cambio teórico curvilíneo (2)	Cambio teórico rectilíneo (1)	Cambio estadístico
	I......	33,817	33,280	34,450	28,838	29,559	28,548
	II......	33,791	33,288	33,900	28,170	29,120	28,752
	III......	33,518	33,111	33,500	27,420	28,225	29,025
	IV......	33,301	34,026	33,630	28,248	28,504	29,135
	V......	33,080	34,225	33,750	28,346	28,308	29,139
	VI......	33,466	33,805	33,700	28,262	28,360	29,378
1928.....	VII......	33,725	34,225	33,550	28,791	29,201	29,535
	VIII......	34,156	34,351	33,520	29,318	29,837	29,217
	IX......	34,473	34,550	33,470	29,784	30,491	29,311
	X......	34,985	35,436	33,500	31,212	32,012	29,923
	XI......	35,020	35,370	33,600	31,281	32,190	30,079
	XII......	34,933	34,779	33,800	30,803	31,748	29,948
	I......	34,707	35,001	34,250	31,249	32,066	29,777
	II......	34,495	34 668	34,850	31,304	31,885	31,229
	III......	34,325	34,041	35,330	30,987	31,533	32,257
	IV......	35,022	34,218	35,470	32,001	32,420	32,915
	V......	35,224	34,469	35,020	32,904	32,992	34,090
	VI......	35,168	33,908	36,250	32,577	32,474	34,273
1929.....	VII......	34,772	34,425	36,430	32,918	32,729	33,438
	VIII......	34,777	34,654	36,570	33,292	33,027	33,028
	IX......	35,861	35,015	37,030	35,197	34,098	32,859
	X......	35,571	35 983	37,470	36,315	35,574	33,662
	XI......	35,879	35,739	37,870	36,779	35,894	34,962
	XII......	35,886	35,230	37,850	36,257	35,377	35,497
	I......	36,226	35,805	37,860	37,082	36,298	37,123
	II......	36,300	35,591	38,000	37,182	36,214	38,543
	III......	36,786	37,094	37,950	39,121	38,087	39,295
	IV......	37,038	37,924	37,650	39,903	39,305	38,934
	V......	37,099	38,035	37,350	39,765	39,067	39,780
	VI......	37,420	37,659	37,470	39,840	39,119	41,560
1930.....	VII......	38,097	38,161	37,960	41,509	40,559	42,100
	VIII......	39,852	38,541	38,350	44,036	41,884	44,912
	IX......	39,260	38,862	38,700	44,113	43,094	45,863
	X......	39,442	39 896	38,800	45,439	44,601	46,713
	XI......	39,850	39,083	39,850	45,074	44,499	42,920
	XII......	40,236	39,512	38,870	45,909	45,396	45,393
	I......	40,284	40,457	38,900	46,932	46,593	46,792
	II......	40,558	40,206	38,890	46,945	46,677	47,737
	III......	40,440	40,711	38,800	47,242	46,827	45,309
1931.....	IV......	40,471	41,069	38,567	47,398	49,529	46,398
	V......	40,388	43,069	38,353	49,103	52,901	49,113
	VI......	»	»	»	»	»	50,774
	VII......	»	»	»	»	»	51,958

(1) Procede de la ecuación lineal de regresión (*a*).

(2) Procede de la ecuación no lineal (curvilínea) de regresión (*b*). Véase gráfico (1).

$R^2_{1.F(234)} = 0{,}96828 \qquad R_{1.F(234)} = 0{,}984$

$\overline{R}^2_{1.F(234)} = 0{,}96175 \qquad \overline{R}_{1.F(234)} = 0{,}9807$

$S^2_{1.F(234)} = 1{,}4036 \qquad S_{1.F(234)} = 1{,}184$

$\overline{S}^2_{1.F(234)} = 1{,}69258 \qquad \overline{S}_{1.F(234)} = 1{,}3009$ pesetas por £. que al cambio actual es alrededor de el dos y medio por ciento.

Resulta, pues, que la correlación curvilínea ha elevado el coeficiente de determinación total múltiple de 0,9593 a 0,9618, es decir, 0,0025 y ha disminuído el error típico de 1,359 a 1,3009, es decir, 0,058, o sea unos 6 céntimos por £.

Ello nos indica cuan difícil es elevar los coeficientes de determinación total múltiple cuando están cerca de la unidad, y nos advierte la gran complicación de las relaciones de interdependencia del cambio de la peseta con los factores considerados. No creemos que baste la relación

$$X_1 = a_{1.234} + F_1(X_2) + F_2(X_3) + F_3(X_4)$$

sino que se precisa una expresión del tipo

$$F(X_1X_2X_3X_4) = 0,$$

cuya complicación permita determinar X_1 unas veces por una de las otras variables y otras mediante la conexión de todas estas.

CONCLUSION

1.° El índice de determinacion parcial definido por M. Ezequiel coincide con el que se usaba anteriormente; pero no tiene la significación que a veces se le ha dado indebidamente. Estimamos que debiera sustituirse la palabra *parcial* por *complementaria*.

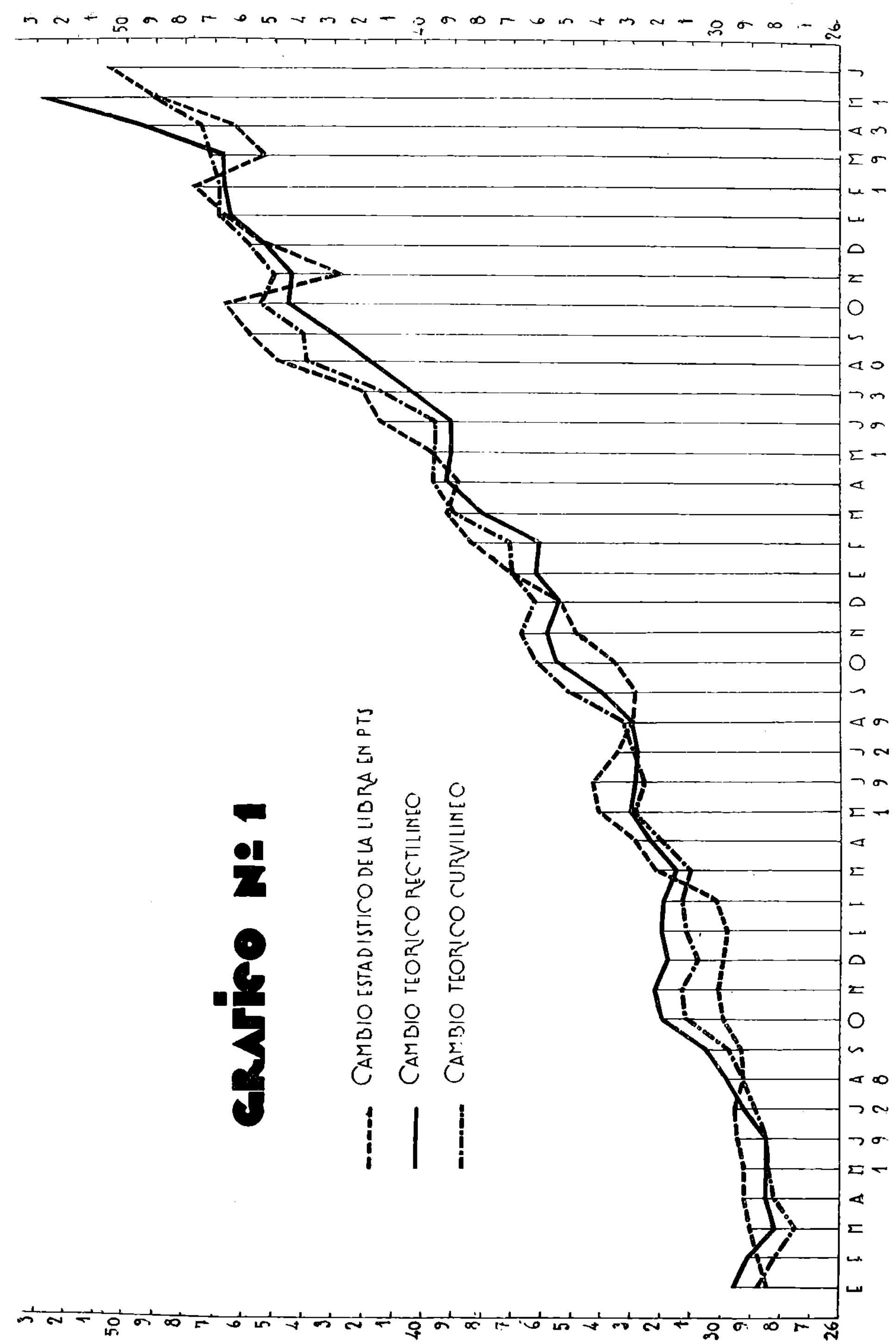
2.° De nuestro estudio no se infiere relación ninguna de *causalidad* entre las variables consideradas, sino solamente la interdependencia funcional que permite explicar las variaciones de un factor por las de los otros en el período considerado.

3.° Dada la tosquedad del índice 3 y la imperfección del 4, y habida cuenta de la elevación del coeficiente de correlación múltiple total, estimamos que el problema de las variaciones del cambio de la peseta está estudiado con una aproximación superior a las necesidades prácticas para acometer gubernamentalmente su solución.

4.° El gran error de los coeficientes de regresión y de los de determinación separada prueban la gran dificultad de extrapolar la ecuación o línea (hacer previsiones con fundamento científico), máxime estando las variables 3 y 4 en un campo que tiende a alejarse del de observación utilizado en nuestros cálculos.

5.° Los datos observados inclinan a preveer una mayor depreciación de la peseta después de mayo, no por razón de la *paridad económica*, sino por motivos de *desconfianza* e *inflación;* y, por tanto, apenas se corrijan estos dos factores, declinará la depreciación de la peseta, si el complejo español no cambia sustancialmente.

Madrid, 13 julio 1931.—Prof. O. *Fernández-Baños.*



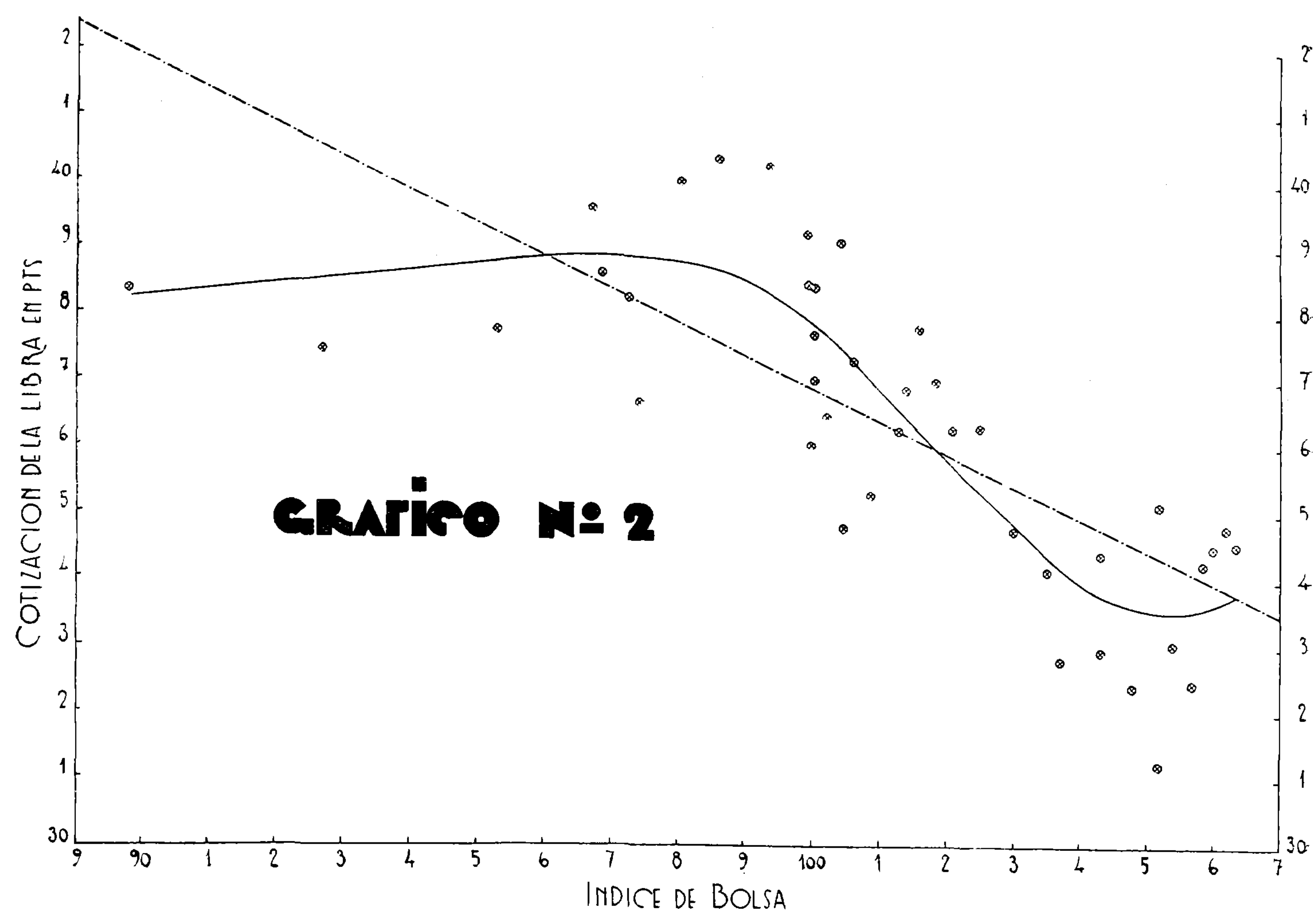


GRAFICO Nº 2
COTIZACION DE LA LIBRA EN PTS
INDICE DE BOLSA