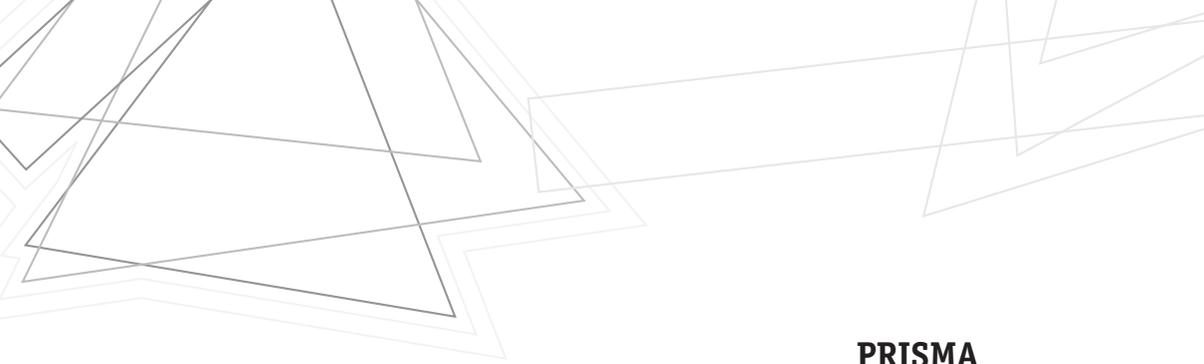


PRISMA

Acompañar para transformar las matemáticas en primaria

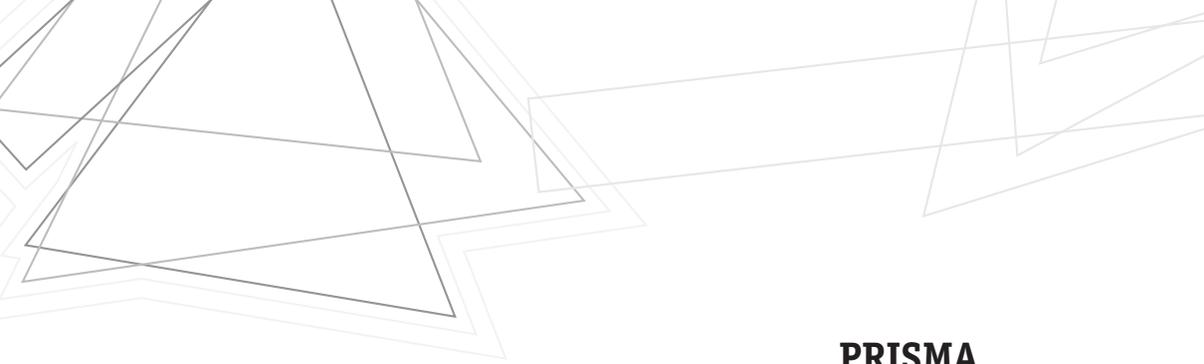
RAFAEL ESCUDERO TRUJILLO
JUDITH ARTETA VARGAS
GUILLERMO CERVANTES CAMPO
ANUAR PACHECO PADILLA
MYRNA JIMÉNEZ NIEBLES
RAFAEL MARTÍNEZ SOLANO
GERMÁN JIMÉNEZ BLANCO
CARLOS ROJAS ÁLVAREZ





PRISMA
Acompañar para transformar las
matemáticas en primaria





PRISMA
Acompañar para transformar las
matemáticas en primaria

Rafael Escudero Trujillo
Judith Arteta Vargas
Guillermo Cervantes Campo
Anuar Pacheco Padilla
Myrna Jiménez Niebles
Rafael Martínez Solano
Germán Jiménez Blanco
Carlos Rojas Álvarez

Área metropolitana
de Barranquilla (COLOMBIA), 2017

 **UNIVERSIDAD
DEL NORTE**
Editorial


PROMIGAS
Fundación



Escudero Trujillo, Rafael.

Prisma : acompañar para transformar las matemáticas en primaria / Rafel Escudero Trujillo — Barranquilla, Col. Editorial Universidad del Norte, 2017.

122 p. : il. ; 24 cm.

Incluye referencias bibliográficas (p. 91-94)

ISBN 978-958-741-776-0 (impreso)

ISBN 978-958-741-777-7 (PDF)

1. Matemáticas—Enseñanza elemental. I. Tít.

(372.7 P116 ed. 23) (CO-BrUNB)



Vigilada Mineducación

www.uninorte.edu.co

Km 5, vía a Puerto Colombia, A.A. 1569

Área metropolitana de Barranquilla (Colombia)



PROMIGAS
Fundación

www.fundacionpromigas.org.co

Calle 66 no. 67-123

Barranquilla (Colombia)

© Universidad del Norte, 2017

© Fundación Promigas, 2017

Rafael Escudero Trujillo, Judith Arteta Vargas, Guillermo Cervantes Campo,
Anuar Pacheco Padilla, Myrna Jiménez Niebles, Rafael Martínez Solano,
Germán Jiménez Blanco, Carlos Rojas Álvarez, 2017

Coordinación editorial

Zoila Sotomayor O.

Diseño y diagramación

Luis Gabriel Vásquez M.

Diseño de portada

Joaquín Camargo Valle

Corrección de textos

Henry Stein

Procesos técnicos

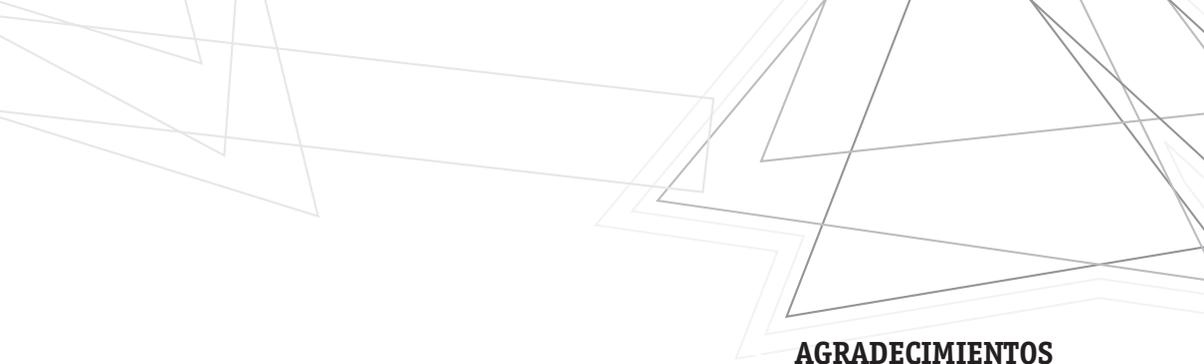
Munir Kharfan de los Reyes

Impreso y hecho en Colombia

X-Press Estudio Gráfico y Digital (Bogotá)

Printed and made in Colombia

© Reservados todos los derechos. Queda prohibida la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio reprográfico, fónico o informático, así como su transmisión por cualquier medio mecánico o electrónico, fotocopias, microfilm, *offset*, mimeográfico u otros, sin autorización previa y escrita de los titulares del *copyright*. La violación de dichos derechos constituye un delito contra la propiedad intelectual.



AGRADECIMIENTOS

A los maestros participantes del programa PRISMA, que a lo largo de los tres años nos enseñaron de sus prácticas y logros en educación matemática.

A los niños de las escuelas adscritas al programa, que nos permitieron aproximarnos a sus pensamientos matemáticos, sus potencialidades y dificultades.

A las instituciones educativas que nos abrieron sus puertas para la realización de este proceso de acompañamiento y crecimiento profesional.

A los doctores Carlos Eduardo Vasco, Edelmira Badillo, Bruno De Amore, Martha Fandiño y Cecilia Casasbuenas, por la asesoría brindada y el acompañamiento oportuno.

A todas las personas y entidades que aportaron a la realización del programa, en especial a la Fundación Promigas y a la División de Ciencias Básicas de la Universidad del Norte por el apoyo académico y financiero.

PROYECTO PRISMA

Equipo de trabajo

Investigadores principales

Rafael Escudero Trujillo

Judith Arteta Vargas

Guillermo Cervantes Campo

Anuar Pacheco Padilla

Investigadores tutores

Rafael Martínez Solano

Carlos Rojas Alvarez

Myrna Jimenez Niebles

Germán Jiménez Blanco

Asistentes de investigación

Disneyla Navarro Bolaño

Arlet Orozco Marbello

Profesores colaboradores /escuelas distritales

Hugo de la Hoz Caballero

Julia Varela Galvis

Esther Zapata Ospino

Emma Araújo Escalante

Miriam Moreno Navarro

Mariela Sánchez Jimenez

Luz Cenith Pérez Quintana

Alicia Salgado Osorio

Sandra Yepes Mobil

Alberth de la Cruz Redondo

La realización de esta obra contó con el apoyo de Diyei Villa Barros y Marta Cervantes Manjarrés, miembros del equipo editorial de la Fundación Promigas.

CONTENIDO

Prólogo.....	v
1. ANTECEDENTES, JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Justificación	3
1.3. Planteamiento del problema	5
2. OBJETIVOS	8
2.1. Objetivo general	8
2.2. Objetivos específicos	8
3. MARCO TEÓRICO.....	9
3.1. Estado del arte.....	9
3.2. Referentes conceptuales.....	18
4. METODOLOGÍA, INSTRUMENTOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	44
4.1. Enfoque	44
4.2. Tipo.....	44
4.3. Diseño.....	45
4.4. Población y muestra	45
4.5. Procedimientos.....	45
4.6. Técnicas e instrumentos.....	46
4.7. Análisis de resultados	49
5. TALLERES	66
5.1. Taller: Algunos significados de las fracciones y pensamiento espacial y sistemas geométricos	67
5.2. Taller: Relación 2D-1D	69

5.3. Taller: Analizando y diseñando preguntas tipo prueba Saber	71
5.4. Taller: Razonamiento cuantitativo a través del análisis de situaciones contextualizadas.....	75
6. EXPERIENCIAS DE AULA	82
CONCLUSIONES	88
BIBLIOGRAFÍA.....	91
ANEXOS.....	95



PRÓLOGO

Presentar esta obra es para mí motivo de gran satisfacción por la importancia que revistió la participación de los equipos docentes de las instituciones educativas oficiales y de dos grupos de investigación en su realización, quienes por más de dos años asumieron el reto y la responsabilidad de llevar a feliz término tan merecida empresa. En los docentes se destaca, por un lado, su sensibilidad social, su capacidad de construir colectivamente y su compromiso orientado hacia la excelencia académica; por otro lado, se resalta su apertura mental para seguir aprendiendo y resignificar su práctica, lo cual nos remite a Morin, quien plantea que la educación es

“la fuerza del futuro”, porque ella constituye uno de los instrumentos más poderosos para realizar el cambio. Uno de los retos más difíciles será el de modificar nuestro pensamiento de manera que enfrente la complejidad creciente, la rapidez de los cambios y lo imprevisible que caracterizan nuestro mundo. (Morin, 2001, p. 12)

Por su parte, el aporte de los grupos de investigación EUREKA de la Universidad del Norte y De Novo de la Fundación Promigas fue decisivo y de forma desinteresada asumieron el reto de orientar a los docentes participantes bajo la premisa de aprender a aprender juntos.

En este libro se quiere destacar, en primer lugar, que sí es posible transformar las prácticas de aula (enseñanza-aprendizaje) de las matemáticas a partir de la resignificación de la gestión curricular, de la actualización disciplinar y didáctica, siempre y cuando los docentes asuman su práctica desde una perspectiva reflexiva, es decir, a través de un círculo virtuoso de planear, actuar y reflexionar, que Phillips Jackson denomina fase preactiva, activa y postactiva, enriqueciendo su práctica pedagógica y produciendo cambios graduales antes que rupturas extremas. “Son cambios paulatinos y decantados por el docente, que introduce por lo general elementos nuevos de manera escalonada, evalúa los resultados, aplica de nuevo y contrasta” (Fundación Promigas, 2014, p. 53).

Por otro lado, es importante resaltar que las experiencias didácticas que se presentan en este libro no fueron prefabricaciones desarrolladas por expertos (en este acaso asesores acompañantes) que los docentes estaban obligados a aplicar de manera pasiva en el aula, sino producciones que ellos hicieron y aplicaron (constructos) en el marco del acompañamiento mediado; entendido este como el proceso orientado a la construcción social del conocimiento pedagógico y didáctico, constituyendo un mecanismo de autoformación permanente, tanto para el docente que acompañará otras experiencias como para el asesor que participará en nuevos proyectos.

Existe la creencia de que hacemos las cosas bien porque durante mucho tiempo nos han funcionado, sin embargo, nuestra práctica se vuelve monótona y pierde vigencia. Por ello, las experiencias desarrolladas por los docentes, presentadas en esta obra, rompen con el paradigma que anquilosa nuestro pensamiento y nuestra práctica.

El éxito es el principal enemigo de la innovación. Si te sientes triunfador bajas tus defensas. Confías en la consolidación de tus resultados... Esperas que las condiciones externas permanezcan. Repites las pautas y los modelos que te han encumbrado, esperando un nuevo éxito. Y, con mucha probabilidad, empieza tu declive sin ser consciente de ello. La vida, el mundo, el pensamiento, las ideas no dejan de moverse y se olvidan de ti. (Ponti y Ferrer, 2010, p. 10).

Estoy seguro de que las experiencias de aula desarrolladas por los docentes, presentadas en esta obra, serán apenas un abre bocas y el motivo para que la comunidad de docentes de primaria, y aquellos del área específica de matemáticas, inicien un proceso de reflexión de su práctica que les permita lograr una desestabilización cognitiva como punto de partida para la transformación del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas escolares.

Una de las experiencias vivida que me llamó poderosamente la atención, y que reafirma lo dicho, fue cuando en un evento de socialización de resultados y experiencias significativas unos estudiantes de primaria, de la zona rural de la Costa Caribe colombiana, explicaron de ma-

nera excelente la aplicación de las matemáticas en los diversos pensamientos, haciendo uso de una maqueta. Por ejemplo, representaron el pensamiento geométrico y espacial a través de objetos en miniaturas, tales como casas, tanques elevados, molinos de vientos, entre otros. Esto ratifica que sí es posible que los estudiantes aprendan significativamente a pesar de las adversidades de su entorno, siempre y cuando los docentes se comprometan con su aprendizaje.

Quiero llamar la atención respecto a dos aspectos importantes que presenta esta obra y que permiten develar las deficiencias de la profesionalización docente en el campo de las matemáticas escolares. En primer lugar, el estado del arte sobre la enseñanza de las matemáticas en primaria y, en segundo lugar, los procesos de acompañamiento. En ambos casos se presenta una riqueza tanto teórica como operativa, pero reflejan procesos individualizados, acrílicos y poco sistemáticos. Por ello, se resalta la propuesta de acompañamiento mediacional de la Fundación Promigas, la cual está orientada por un enfoque crítico y propositivo en pro de procesos sistemáticos y de largo aliento dirigido al desarrollo de capacidades colectivas de la organización escolar.

Por último, hago un llamado a todas las fuerzas vivas de la comunidad educativa del país para que adquiera conciencia sobre el papel que juega cada uno de los actores que la integran, sobre todo de los directivos (rector y coordinadores), quienes deben propiciar espacios de consolidación de comunidades de aprendizajes.

Anuar Pacheco Padilla

Grupo de Investigación DeNovo

Fundación Promigas

ANTECEDENTES, JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 ANTECEDENTES

El proceso de acompañamiento a escuelas durante tres años para lograr una asertiva transformación de sus prácticas de aula para la enseñanza de las matemáticas en primaria, generó en los maestros mucha expectativa acerca del desarrollo del proyecto, pues constituía una oportunidad para comenzar a trabajar sobre la calidad educativa en Barranquilla, involucrando a los maestros en un proceso de investigación-acción en 15 instituciones educativas distritales y aplicando un modelo de acompañamiento cada vez más consolidado y evaluado.

Ya desde 2010, durante la fase piloto con las primeras 15 instituciones apoyadas por la Fundación ANDI, la Universidad del Norte y la Secretaría de Educación, iniciaron el acompañamiento en la formación de docentes en matemáticas para el desarrollo del pensamiento matemático, con el propósito de mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje y la producción de saberes a través de estrategias innovadoras en educación básica primaria. Dicho acompañamiento a las prácticas de enseñanza se centró en brindar apoyo desde los saberes disciplinares de los expertos para ampliar las estrategias que permitieran desarrollar las competencias matemáticas en los niños y los procesos didácticos en los profesores.

Para esta fase piloto se escogió el grado 5° de primaria, y el concepto matemático trabajado fue el de números fraccionarios, por ser uno de los temas en el que los maestros reconocen que tienen dificultades para la enseñanza y para promover verdaderos aprendizajes en los estudiantes.

El acompañamiento educativo se realizó con base en la revisión de los resultados de las pruebas Saber en Barranquilla, cuyos índices mostraron que no se estaban logrando los aprendizajes y las competencias esperadas en los estudiantes. Además de esto, se exploraron otros factores asociados al desarrollo de las competencias y que les corresponde asumir a los actores involucrados en el proceso educativo (maestros, directivos y estudiantes), por lo cual resultó imperioso conocer los aspectos del trabajo del profesor como profesional, y los aspectos institucionales que fortalecen o que deben ser transformados para lograr impactos positivos del aprendizaje de las matemáticas. Todo ello, a su vez, alimentó la línea de base, cuya información sirvió para adecuar las orientaciones y actividades de acuerdo con las fortalezas y necesidades de los docentes y los estudiantes. Esta información fue fundamental para apoyar la transformación de sus prácticas pedagógicas y formas de evaluación, así como el diseño y uso de materiales didácticos apropiados a contextos cotidianos y al nivel educativo de la básica primaria.

La pregunta que orientó este proceso inicial de acompañamiento fue: *¿Qué estrategias de acompañamiento educativo dirigidas a los docentes de quinto de primaria pueden incidir en la transformación y el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, de modo que se mejore el nivel de competencias en sus estudiantes?*

Los desarrollos de este proceso de acompañamiento y formación docente se pueden consultar en el libro producto de la experiencia (Arteta et al., 2012).

En la fase II que siguió a la experiencia piloto, con el apoyo de invitados nacionales e internacionales, y además el equipo especializado de la Universidad del Norte, se propuso realizar un acompañamiento mediante talleres y materiales de apoyo, dirigido a maestros que

enseñan matemáticas sobre la base del desarrollo de las competencias profesionales del docente, incluyendo los contenidos matemáticos y su didáctica, acorde con los estándares para los grados 1° a 5°.

De esta manera surgió el programa PRISMA como continuidad del proyecto piloto para contribuir a que un grupo de docentes de la Educación Básica Primaria en Barranquilla impacten en sus clases tomando en cuenta su contexto, las condiciones escolares, el currículo y las condiciones socioculturales en que se desarrolla su acción educativa. El propósito fue realizar el programa durante tres años consecutivos, con medición antes y después de la intervención. El programa se llevó a cabo durante 2013, 2014 y 2015 en alianza con la Fundación Promigas, con el propósito general de contribuir al mejoramiento del aprendizaje y las competencias matemáticas de los estudiantes en primaria, mediante un proceso de formación de los profesores en el desarrollo de pensamiento matemático y competencias matemáticas.

1.2 JUSTIFICACIÓN

¿Por qué es importante desarrollar un programa de formación de profesores de matemáticas en primaria para el mejoramiento de sus competencias y que esto repercuta en el aprendizaje de los estudiantes?

En los últimos años, los estudios tanto nacionales como internacionales han dado cuenta de un bajo rendimiento escolar de los alumnos en el área de las matemáticas, especialmente en lo concerniente a la solución de problemas de cierta complejidad, o de situaciones de la vida real que requieran de conocimiento matemático para solucionarlas (OCDE, 2005); por ello, una de las tareas primordiales de los organismos educativos estatales ha sido buscar mecanismos de mejoramiento para relacionar las matemáticas escolares con la matemática para la vida, y por parte de los investigadores, trabajar sobre modelos de enseñanza que propicien esta integración.

Escribano (2008), en un artículo que recoge sus trabajos e investigaciones desde 1992, bajo la hipótesis de que las acciones del docente repercuten en el aprendizaje del alumno, propone un programa de inter-

vencción didáctica para el mejoramiento del aprendizaje matemático y lingüístico con objeto de promover el rendimiento académico partiendo del modelo de enseñanza de “práctica básica”. Señala que el éxito de las medidas de reformas escolares y el mejoramiento del aprendizaje de los alumnos depende del apoyo y compromiso continuado del profesorado y de una acción didáctica eficaz del mismo. Los resultados de su investigación muestran la existencia de diferencias significativas en el rendimiento académico alcanzado por los alumnos en función del uso de dicho modelo.

Ahora bien, sabemos que la educación busca desarrollar en niños y jóvenes las competencias necesarias para solucionar los problemas que les plantea su entorno, y que estos procesos se producen con participación del pensamiento matemático, además de la modelación de fenómenos de la realidad, de la comunicación, del razonamiento y de la ejercitación de algoritmos (MEN, 2006a). Estos procesos, que se desarrollan en gran medida en el aula, son orientados por los maestros según sus concepciones y comprensiones de estos conceptos. (Orozco, Enamorado y Arteta, 2012).

Se han descrito distintos tipos de pensamiento lógico y matemático que utiliza una persona para tomar decisiones informadas y adecuadas a su contexto, para proporcionar justificaciones razonables o refutar las aparentes y para ejercer la ciudadanía crítica, es decir, para participar en la preparación, discusión y toma de decisiones y para desarrollar acciones que colectivamente puedan transformar la sociedad.

Según los resultados de las pruebas internacionales PISA, la educación en Colombia está lejos de alcanzar este objetivo. En las pruebas PISA 2006, que se centraron en la competencia científica, participaron 57 países, y Colombia ocupó en la quincuagésima tercera posición, superando solo a Túnez, Azerbaiyán, Qatar y Kirguistán. Dicha prueba discrimina el nivel de competencia de los alumnos en seis niveles, siendo el más bajo el 1 y 6 el más alto. El porcentaje de alumnos que están en el nivel 6 en Colombia fue del 0 %, mientras que el 60 % se encuentra en los niveles inferiores y el 40 % en los niveles medios (PISA, 2006, p. 42).

Con respecto a los resultados para 2010 de las pruebas Saber, en Barranquilla, en quinto grado, en el área de Matemáticas se evidenció que un 30 % de estudiantes tenía nivel insuficiente, un 33 % nivel mínimo, 24 % nivel satisfactorio y solo 14 % nivel avanzado, con diferencias significativas entre las instituciones privadas y públicas, y un alto porcentaje de estudiantes en el nivel de insuficiencia (Icfes, 2010a); cifras bastante preocupantes y que poco se han modificado en los últimos años.

Debido a las razones expuestas, se justifica abordar el problema de la formación de profesores de matemáticas de primaria en las escuelas distritales de Barranquilla con el propósito de mejorar sus competencias matemáticas, para que esto repercuta en los procesos de aprendizajes de los estudiantes, principal objetivo de nuestro programa Prisma.

1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Durante las últimas décadas Colombia se ha presentado a pruebas internacionales de evaluación de la calidad de la educación, como son PISA (*Program for International Student Assessment*) en 2006, 2009 y 2012 (Icfes, 2013) y TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) en 2007 (Icfes, 2010b) (citados en Peña y Ríos, 2015, pp. 48-49). En estas pruebas los puntajes promedio de los estudiantes colombianos han sido muy bajos y lejos de los promedios de los países de mejor desempeño. Con base en estos resultados se considera que en nuestro país no se ha logrado alcanzar para la población infantil y juvenil una educación básica de calidad.

Si se da una mirada a nivel nacional, las pruebas Saber 3º, 5º, 9º vienen reflejando la gran deficiencia que tienen los estudiantes en el área de matemática, pues casi el 70 % de ellos se ubica entre inferior y mínimo en matemáticas (MEN, 2006); lo anterior se ha generado una profunda preocupación, pues la educación constituye el instrumento básico para la construcción de una mejor sociedad.

La condición del profesorado es un factor importante en estos resultados, sin pretender decir que sea lo único. Por esto es necesario indagar acerca del conocimiento matemático en los maestros y su forma de tra-

bajarlo en el aula como una manera de aportar al mejoramiento de la calidad de la enseñanza de esta área de estudio.

En Colombia se viene hablando desde hace algún tiempo de una educación que tenga como prioridad el desarrollo de las competencias de los estudiantes, y sobre todo que tenga como objetivo la resolución de problemas, pero realmente en la mayoría de las instituciones educativas esto no se ha implementado, sino que, por el contrario, se sigue premiando lo memorístico.

Recientemente el Ministerio de Educación Nacional (MEN) diseñó e implementó el Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE), una herramienta para medir de alguna manera la calidad educativa de cada institución; Este Índice mide cuatro factores: progreso, desempeño, eficiencia y ambiente escolar, con un puntaje del 1 al 10. Con base en estos factores, el MEN consolidó los resultados por regiones, siendo la región Caribe la que ocupa el último lugar con un ISCE de 4,3 (MEN, 2015a).

Para mejorar estos resultados a nivel nacional se necesita transformar la actual formación de los docentes, el currículo y el modelo pedagógico que sigue vigente en la mayoría de instituciones educativas de Colombia, sobre todo en el área de matemáticas, y dar prioridad a la enseñanza a través del desarrollo del pensamiento matemático y de la resolución de problemas, para promover las competencias necesarias para contribuir al desarrollo de la ciencia, la tecnología y la innovación.

Siguiendo esta línea, se resalta la importancia de la formación y actualización docente, siempre y cuando apunte a generar cambios en la enseñanza que propendan a desarrollar la capacidad de pensamiento, la creatividad, la resolución de problemas, el análisis y las competencias para comunicarse y convivir en los estudiantes, es decir, a hacer de ellos personas competentes. Esta formación debe tener como prioridad brindar herramientas necesarias al docente para que a partir del desarrollo del pensamiento matemático y la resolución de problemas enseñe a sus estudiantes a que aprendan a aprender y aprendan a pensar.

Resulta esencial comprender que los países que han entendido esta dialéctica positiva y necesaria entre formación inicial y continua, y han implementado planes y recursos adecuados, han logrado avances significativos en su educación matemática (Siegler, 2003).

Los programas de formación docente deberían promover un trabajo reflexivo en los docentes acerca de su acción pedagógica (García y Carranza, 2008, citados en Peña y Ríos, 2015, p. 50) y de la forma en que sus prácticas de enseñanza afectan el desarrollo y el aprendizaje de los niños.

De acuerdo con los referentes antes citados, la pregunta que guió esta investigación fue:

¿Cómo impacta un proceso formativo en la enseñanza de algunos tópicos de la matemática, dirigido a profesores de primaria, en el desarrollo del pensamiento matemático de estudiantes de 3°, 4° y 5°?

2.1 OBJETIVO GENERAL

Describir el impacto en el mejoramiento del aprendizaje y competencias matemáticas de los estudiantes en primaria que tiene un proceso de formación en el desarrollo de pensamiento matemático del profesor que enseña matemáticas.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Determinar el impacto en el mejoramiento del aprendizaje y competencias matemáticas de los estudiantes a partir de los resultados del Pretest-Postest en pensamiento numérico-variacional.
- Indagar por el impacto en el mejoramiento del aprendizaje y competencias matemáticas de los estudiantes a partir de los resultados del Pretest-Postest en pensamiento geométrico-métrico.
- Determinar el impacto en el mejoramiento y competencias del aprendizaje de los estudiantes a partir de los resultados del Pretest-Postest en pensamiento aleatorio y sistema de datos.

3.1 ESTADO DEL ARTE

Enseñar actualmente matemáticas de manera reflexiva y crítica implica derivar de la experiencia y de la investigación rigurosa y sistemática una propuesta didáctica que involucre la investigación en didáctica, fundamentada conceptual y metodológicamente, y capaz de promover un aprendizaje significativo de los conceptos que se enseñan.

En la actualidad se pueden recoger en la revisión realizada, para la estructuración del estado del arte sobre los aportes de la investigación educativa en el campo de la didáctica de las matemáticas, muchos trabajos de investigación e innovación de distintos enfoques, temas y niveles educativos en los que se indaga y aplican las investigaciones que se resumen a continuación, tratando de mostrar los principales trabajos encontrados para el lapso comprendido entre 2010 y 2015.

Los referentes analizados han sido resumidos en tablas que agrupan los trabajos del orden internacional, nacional y local, realizados en el nivel de la educación básica primaria, por ser este nivel en el que se aplicó el proceso de investigación acción.

La razón principal de enfatizar en las actividades de tipo conceptual radica en la importancia que la disciplina tiene en sí misma y en la posibilidad de que los docentes puedan encontrar mejores y más variados ejemplos, analogías, campos de aplicación, estrategias de enseñanza y

proyección alternativa y coherente con las planeaciones del currículo para cada uno de los grados. En esta parte se trata de continuar con las actividades de formación tendientes a que los docentes puedan conocer de la construcción de los sistemas conceptuales que van a trabajar con los estudiantes.

En lo que respecta a los trabajos internacionales sobre enseñanza de las matemáticas en primaria, se destacan otras categorías de clasificación de acuerdo con el núcleo de estudio seleccionado en la investigación realizada, las cuales se muestran a continuación:

3.1.1 Referentes internacionales

Tabla 1. Referencias internacionales

AUTORES	APORTES	FUENTE
Godino, J., Batanero, G. y Font, V. (2003)	El objetivo principal de la educación en matemáticas no es convertir a los futuros ciudadanos en “matemáticos aficionados”, tampoco se trata de capacitarlos en cálculos complejos, puesto que los ordenadores hoy día resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una cultura educativa, que relacione varios componentes como capacidad para interpretar y juzgar de manera crítica una información matemática relevante para resolver problemas.	<i>Perspectiva Educativa de las Matemáticas. Didáctica de las Matemáticas para maestros. Proyecto Edumat.</i> Recuperado el 29 de enero de 2016 de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf
Godino, J., Batanero, G. y Font, V. (2003)	Uno de los fines de la educación en matemáticas debe ser comunicar información matemática, cuando sea relevante, y desarrollar la competencia para resolver los problemas matemáticos que el estudiante encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional.	<i>Perspectiva Educativa de las Matemáticas. Didáctica de las Matemáticas para maestros. Proyecto Edumat.</i> Recuperado el 29 de enero de 2016 de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf

AUTORES	APORTES	FUENTE
Godino, J., Batanero G. y Font V. (2003)	La persona que sabe matemáticas ha de ser capaz de usar el lenguaje y conceptos matemáticos para resolver problemas. No es posible dar sentido pleno a los objetos matemáticos si no los relacionamos con los problemas de los que han surgido.	<i>Perspectiva Educativa de las Matemáticas.</i> <i>Didáctica de las Matemáticas para maestros. Proyecto Edumat.</i> Recuperado el 29 de enero de 2016 de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf
National Center of Education, Evaluation, and regional assistance (Institute of Education Science). (2014)	A veces los errores no se producen por una falta de conocimiento, sino porque un alumno usa su conocimiento válido en algunas circunstancias en las cuales se aplica indebidamente.	<i>Teaching Math to Young Children. Educator's Practice Guide.</i> U.S. Department Of Education NCEE 2014-4005.
Engel S. (2011)	Los maestros que son eruditos de las matemáticas podrían ofrecer actividades como una alternativa para desarrollar el pensamiento, más que como una forma obligatoria de preparación.	Want Kids to Learn Math? Stop Teaching It <i>En Bloomberg View.</i> Recuperado el 22 de febrero de 2016 de http://www.bloombergview.com/articles/2015-04-06/want-kids-to-learn-math-stop-teaching-it .
Blog Learning Games for kids.com (2016)	Un estudiante de matemáticas que duda sobre las operaciones matemáticas no será capaz de realizar operaciones matemáticas. Los juegos de datos matemáticos generan en los estudiantes una manera divertida de aprender y practicar las habilidades matemáticas.	<i>Blog Learning Games for kids.com</i> Recuperado el 23 de febrero de 2016 de http://www.learninggamesforkids.com/math_games.html .
León, M. M. (2008)	La relación entre la calidad de la docencia matemática y el rendimiento académico de los estudiantes es un aspecto que se ha debatido ampliamente pero ha sido difícil de estudiar, principalmente debido a la oposición que muestran las agremiaciones de maestros a ser evaluados. Sin embargo, en aquellas regiones donde se ha logrado implementar un sistema de evaluación docente se reporta que efectivamente la métrica del sistema de evaluación docente se puede asociar positivamente con el rendimiento académico y en particular que el impacto en la varianza de rendimiento es tan alto como el impacto que tienen variables sociodemográficas claves como ingreso familiar y educación de los padres	<i>Calidad docente y rendimiento escolar en Chile. (Tesis de maestría),</i> Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile, 2008.

AUTORES	APORTES	FUENTE
<p>Gálvez-Sobral, A. y Moreno, M. (2009)</p>	<p>Describen hallazgos de una investigación basada en los resultados de la evaluación primaria. En esos hallazgos se relaciona cada grupo de alumnos con el docente que lo forma y se describen las características docentes que tienen influencia sobre el rendimiento académico de sus estudiantes. En lo que respecta a matemáticas, se reporta que dos características influyen positivamente: la preparación académica del profesor y la planificación diaria de la clase.</p>	<p><i>Impacto de las características docentes sobre el rendimiento académico en la evaluación nacional de la primaria guatemalteca.</i> Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/251231483. 2009.</p>
<p>White, A. L. et al. (2013)</p>	<p>En la actualidad hay mucho debate sobre la forma en que podía ser complementada la formación de un profesor de matemática. Por un lado, está la forma en que enfatiza en aspectos locales y particulares de la enseñanza y, por otro lado, la forma en que enfatiza en el conocimiento académico de la disciplina. El artículo trata de enlazar y balancear estas dos visiones.</p>	<p><i>Teachers learning from teacher. In third internacional hadbook of matemáticas education.</i> Editors: Clements, Mak, Beshop A, Kertek-Kruedt, Kilpatrick. J y Leung FK-S. Springer, 2013.</p>
<p>Loaiza, A. (2014)</p>	<p>Investigación más centrada en la institución educativa: escuela, colegio, universidad, reporta que las nuevas didácticas orientadas a la enseñanza por competencia en estudiantes preuniversitarios, si bien no muestran resultados de nivel alto en el rendimiento académico de estos (apenas alcanzaron un nivel de rendimiento medio), los estudiantes y profesores consideran estas nuevas didácticas como pertinentes y muestran una actitud positiva hacia ellas. Más aun, los estudiantes son conscientes del gran beneficio que se obtiene para adquirir aprendizajes.</p>	<p>Sentidos didácticos en el ejercicio docente: incidencia e impacto en el rendimiento académico de estudiantes preuniversitarios. <i>Sophia</i>, 10 (1), 107-122, .2014.</p>

3.1.2 Referentes nacionales

Tabla 2. Referencias nacionales

AUTORES	APORTES	FUENTE
Arteta, J. y Álvarez, S. (2012)	Los obstáculos que se pudieron evidenciar en los docentes en lo concerniente a la enseñanza de los fraccionarios en primaria son acordes con nociones muy básicas de las relaciones entre las partes y el todo, la poca apropiación de las representaciones gráficas de las partes y el énfasis en fracciones propias (menores que la unidad), así como la baja representación de la fracción en números mixtos y porcentajes.	<i>Los fraccionarios en primaria.</i> Universidad del Norte-Promigas-Andi (2012), pp. 66-77.
Murillo A. (2014)	La diversidad de significados asociados con la fracción incide en las dificultades de comprensión del concepto; en esa misma línea se detectó que de manera común hay un marcado acento de la enseñanza de las fracciones desde la noción parte-todo, ya que se aborda desde el ámbito de las particiones y la representación gráfica.	<i>Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación en la solución de situaciones cotidianas con fracciones.</i> Universidad de Antioquia (Medellín), 2014.
Murillo A. (2014)	Los docentes deben propiciar el uso de material concreto en los inicios de la temática para que los estudiantes puedan manipular objetos o elementos que permitan realizar una exploración, seguida de una serie de comparaciones, complementada con argumentaciones	<i>Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación en la solución de situaciones cotidianas con fracciones.</i> Universidad de Antioquia (Medellín), 2014.
Montes, D. (2014)	Destaca la importancia que tiene la utilización del ábaco para mejorar el aprendizaje de las matemáticas.	<i>El ábaco como herramienta didáctica en el desarrollo del pensamiento matemático.</i> Colegio Distrital Los Rosales. Barranquilla, 2014.
Hincapie C. (2011)	Se debe iniciar a los estudiantes desde temprana edad en actividades que permitan la comprensión del concepto de fracción y sus diferentes significados, utilizando la estrategia de solución de problemas para darle sentido al concepto.	<i>Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados con los docentes de primaria.</i> Universidad Nacional de Colombia. Medellín, diciembre de 2011.

AUTORES	APORTES	FUENTE
Ruiz, A. y Alfaro, C. (2006)	En este trabajo se afirma la necesidad de potenciar las formas de razonamiento y pensamiento matemático, abstracto, con base en andamios pedagógicos y culturales apropiados. Se puntualiza que elementos pedagógicos en esa dirección revelan una estrategia basada en la resolución de problemas que ayuda en el aprendizaje de las matemáticas.	Aprendizaje de las matemáticas: Conceptos, procedimientos, lecciones y resolución de problemas. <i>Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática</i> , año 1, n° 1, 2006. Bogotá, D.C.
Acevedo Y. (2012)	Se hacen necesarias investigaciones a futuro sobre las operaciones básicas de las fracciones con material concreto, donde el estudiante adquiera un cálculo mental con las fracciones, tal como lo tiene con los números naturales. Por otra parte, se requiere la aplicabilidad de estas operaciones a la vida diaria, para que se utilicen las fracciones desde sus diferentes significados y no como una extensión de números naturales.	<i>Construcción del concepto de fracción con estudiantes de Licenciatura en Educación Básica</i> . Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga (Santander, Colombia), 2012.
Becerra, D., Becerra, A. M ^a , Rodríguez, O. C., Nocua, B. E., Suárez J. de J., Castro D. (2010)	A través del estudio de las fracciones quedaron grandes vacíos que llevaron a continuas repeticiones de errores aprendidos, lo que ocasiona frustración al momento de aplicar lo aprendido y no poder dar cuenta con exactitud de un hecho observado en una gráfica o en una situación problemática real, de fenómenos de diferente naturaleza.	Ministerio de Educación Nacional. Universidad del Valle Instituto de Educación y Pedagogía. Área de Educación Matemática. Duitama (Valle), 2010.
Carrascal D. y Suárez M. (2010)	El hecho de saber contextualizar el sistema de los números fraccionarios debe llevar al estudiante a interpretar las fracciones en diferentes contextos.	Ministerio de Educación Nacional. Universidad del Valle Instituto de Educación y Pedagogía. Área de Educación Matemática. Duitama (Valle), 2010.
Ministerio de Educación Nacional. (2006)	A través de las situaciones, los recursos se hacen mediadores eficaces en la apropiación de conceptos y procedimientos básicos de las matemáticas y en el avance hacia niveles de competencia cada vez más altos.	<i>Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden</i> . Bogotá, D.C., 2006.

AUTORES	APORTES	FUENTE
Hurtado, M. (2012)	Prevalece el abordaje de los fraccionarios desde la partición simbólica en el tablero de elementos, las representaciones gráficas de figuras (rectángulo, cuadrado o círculo), la representación en la recta numérica, la lectoescritura de fracciones y la explicación mediante elementos cotidianos de particiones, sin que haya una relación de las diversas formas de representación de la fracción, por lo que no hay asociación cuando se plantean situaciones en las que, por ejemplo, se incluyen razones o porcentajes.	<i>Una propuesta para la enseñanza de fracciones en el grado sexto.</i> Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Maestría en la enseñanza de ciencias exactas y naturales. Bogotá, D.C., 2012.
Pérez-Calle, F. y Clavijo, I. (2007)	El profesor cobra suma importancia no solo como determinante del logro, sino como unidad de intervención para una política encaminada a reducir las brechas en logro debido a las dotaciones iniciales de los alumnos.	<i>Estado del arte sobre factores institucionales del colegio asociados al desempeño escolar.</i> Informe Final presentado a la Secretaría de Educación de Bogotá, Subsecretaría Académica, 2007.
Bulla, N. (2014)	En este artículo se examinan tres conceptos que han de tenerse en cuenta para crear un puente entre las prácticas cotidianas y las matemáticas escolares: lo cotidiano, la matematización y la familiaridad con el contexto	<i>Lo cotidiano y lo académico en matemáticas.</i> <i>Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 63, 3-23.</i>
Mequè, E. B. (2012)	Buscar regularidades y pautas en su entorno, caracterizar objetos y/o establecer relaciones entre ellos para crearse un orden de lo que perciben; están construyendo las estructuras mentales iniciales que seguirán presentes a lo largo de todo el proceso de enculturación matemática.	Ahí empieza todo. Las matemáticas de cero a tres años. <i>Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 80, 71-84, 2012.</i>
Beltrán L., Caro A., Fernández-Herrán D., Rozo L. (2013)	En las estrategias de comunicación en el aula en las interacciones del docente-estudiante se logró evidenciar que los docentes en muchas ocasiones no usan adecuadamente los procesos de comunicación con los estudiantes, lo cual genera un desinterés por parte de los mismos.	Procesos de comunicación en la clase de matemáticas de grado 5°. <i>Revista científica.</i> Edición Especial. Bogotá, D.C., octubre de 2013.

AUTORES	APORTES	FUENTE
Mejía J. (2013)	Desde la resolución de problemas se deben llevar a cabo procesos de construcción conceptual en diferentes momentos, que fortalezcan el trabajo cooperativo y donde se permita a los estudiantes estar en posibilidad de equivocarse, como medio para llevar a cabo un proceso dinamizador y reflexivo, a partir del cual se facilite la consecución de logros dentro de un proceso que busca la calidad.	Análisis y reflexión de prácticas evaluativas asociadas a la Resolución de Problemas en Matemáticas. Una perspectiva constructivista. <i>Revista científica</i> . Edición Especial. Bogotá, D.C., octubre de 2013
Cardona M., Cuesta H., López E., Toro L., (2013)	Esta investigación responde a la necesidad de hallar el proceso de objetivación del concepto de fracción cuando los estudiantes resuelven problemas; necesidad que nació del estudio de un caso en el que se identifican dificultades para la resolución de problemas que involucran fracciones.	Proceso de objetivación del concepto de fracción cuando los estudiantes resuelven problemas. <i>Revista científica</i> Edición Especial. Bogotá, D.C., octubre de 2013.
Guerrero Y. y Rey N. (2013)	Describe las dificultades y los errores que presentan los estudiantes al realizar diferentes problemas multiplicativos.	Dificultades en la resolución de problemas multiplicativos. <i>Revista científica</i> . Edición Especial. Bogotá, D.C., octubre de 2013.
Vergel R. (2013)	Esta investigación sugiere que existen algunas conexiones entre la sintaxis de las “expresiones algebraicas” del estudiante y los medios semióticos de objetivación movilizados.	Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de educación básica primaria (9-10 años). <i>Revista científica</i> . Edición Especial. Bogotá, D.C., octubre de 2013.
Acevedo D., López M., Guerrero Y. y Morales L. (2013)	Existen en los estudiantes inexactitudes al definir una fracción, la mayoría confunde las fracciones homogéneas con las heterogéneas, aunque se les facilita más interpretar las fracciones propias que las impropias y se les dificulta operar (sumar y/o restar) de forma gráfica, principalmente con las fracciones heterogéneas	La fracción parte - todo a través de una mirada gráfica. <i>Revista científica</i> . Edición Especial Bogotá, D.C., octubre de 2013.
Bedoya D., Salazar L. Esteban P. (2013)	La comprensión de las estructuras de tipo aditivo influye en el aprendizaje de las operaciones básicas.	Situaciones en contexto para la comprensión de las estructuras de tipo aditivo en estudiantes del grado tercero1. <i>Revista científica</i> . Edición Especial Bogotá, D.C., octubre de 2013.

AUTORES	APORTES	FUENTE
Escudero, R., Martínez, R. y Arteta J. (2012)	La falta de formación disciplinar y didáctica es crucial, ya que se dejan escapar aspectos relevantes por desconocimiento de las diversas relaciones entre los conceptos, sus formas de representación y su aplicabilidad.	<i>Los fraccionarios en primaria</i> . Universidad del Norte-Promigas-Andi. 2012, pp. 152-158.
Hincapié, C. (2011)	Tiene mucha importancia proponer actividades que propendan por la comprensión del concepto antes que el algoritmo, con el fin de permitir asociaciones, relaciones, inducciones, deducciones, representaciones, generalizaciones, propiciando la estructuración simbólica antes de la algorítmica	<i>Construyendo el concepto de fracción</i> . (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia (Medellín), 2011.
Linares A. (2013)	Las matemáticas ayudan a formar ciudadanos críticos y aumentan la capacidad para reflexionar, resolver problemas y argumentar. Un objetivo del maestro debe ser lograr que desde una edad temprana el alumno vea las matemáticas como una necesidad.	¿Por qué somos tan malos en matemáticas? Recuperado el 22 de febrero de 2016 de http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-13088961 .
Ministerio de Educación Nacional. (2006)	El contexto del aprendizaje de las matemáticas es el lugar (no solo físico, sino sociocultural) desde donde se construye sentido y significado para las actividades y los contenidos matemáticos, y por lo tanto, desde donde se establecen conexiones con la vida cotidiana de los estudiantes y sus familias, con las demás actividades y, en particular, con las demás ciencias y con otros ámbitos de las matemáticas mismas.	<i>Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden</i> . Bogotá, D.C., 2006.

A continuación mencionamos las referencias cuyos resultados, según nuestro parecer, están más relacionados con los propósitos de esta investigación:

Según León (2008), en Chile, la relación entre la calidad de la docencia matemática y el rendimiento académico de los estudiantes es un aspecto que se ha debatido ampliamente pero ha sido difícil de estudiar, principalmente debido a la oposición que manifiestan las agremiaciones

nes de maestros a ser evaluados. Sin embargo, en aquellas regiones donde se ha logrado implementar un sistema de evaluación docente se reporta que este, efectivamente, se puede asociar positivamente con el rendimiento académico, y en particular, que el impacto es tan alto como el impacto que tienen variables sociodemográficas claves como ingreso familiar y educación de los padres.

En este mismo orden de ideas, en un reporte de investigación publicado por la Unidad de Análisis de la Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa del Ministerio de Educación de Guatemala (Gálvez-Sobral y Moreno, 2009) se describen hallazgos de una investigación basada en los resultados de la evaluación primaria. En esos hallazgos se relaciona cada grupo de alumnos con el profesor que lo forma y se describen las características docentes que tienen influencia en el rendimiento académico de sus estudiantes. En lo que respecta a matemáticas, se reporta que dos características influyen positivamente: la preparación académica del profesor y la planificación diaria de la clase.

De acuerdo con Loaiza (2014), las investigaciones más centradas en la institución educativa: escuela, colegio, universidad, indican que las nuevas didácticas orientadas a la enseñanza por competencia en estudiantes preuniversitarios, si bien no muestran resultados de nivel alto en el rendimiento académico de estos (apenas alcanzaron un nivel de rendimiento medio), los estudiantes y profesores consideran estas nuevas didácticas como pertinentes y muestran una actitud positiva hacia las mismas. Más aun, los estudiantes son conscientes del gran beneficio que se obtiene de ellas para adquirir aprendizajes.

3.2 REFERENTES CONCEPTUALES

Hay una tendencia internacional a que los planes de estudios universitarios, tanto para la formación de maestros como de profesores de matemática en secundaria, se organicen por competencias profesionales. Esta nueva organización lleva a plantearse preguntas claves como: ¿Qué competencias profesionales permiten desarrollar prácticas pedagógicas en el aula que consideren los contextos socioculturales y con-

tribuyen a transformaciones y mejoras en los resultados educativos? ¿Cómo se pueden desarrollar y evaluar? ¿De qué manera involucrar/acompañar a los maestros en estos procesos? En este mismo sentido, los currículos de las áreas, tanto de la educación primaria como de la secundaria a nivel internacional, también convergen hacia diseños basados en enfoques por competencias, y a diferencia de lo que ocurre con la competencia matemática del profesorado, existe una tendencia a considerar que el saber y el saber hacer en matemáticas incluye la competencia para aplicarlas a situaciones no matemáticas de la vida real.

Un primer problema inherente a esta cuestión es determinar el conocimiento matemático y didáctico que los maestros en formación deben adquirir, manejar y renovar. Un segundo problema es caracterizar los elementos del conocimiento matemático y didáctico que los maestros de matemáticas en ejercicio requieren transformar para promover en sus estudiantes el desarrollo de competencias matemáticas. La competencia matemática del profesorado se puede considerar compuesta por dos macrocompetencias interconectadas, que a su vez agrupan otras más específicas: a) la competencia matemática y b) la competencia en análisis didáctico de procesos de instrucción matemática (Badillo et al., 2011).

La investigación acerca del maestro y su relación con lo que sucede en el aula tuvo sus orígenes en la década de los 70 cuando se iniciaron los estudios sobre el pensamiento del profesor. La publicación del texto *La vida en las aulas*, de Philip Jackson, en 1968 es un importante antecedente (Fandiño, 2007).

La preocupación fundamental de la investigación acerca del pensamiento del profesor era establecer cuáles son los procesos de pensamiento que ocurren en su mente durante su actividad profesional, que incluyen dos aspectos según Marcelo (1992): el profesor es un sujeto reflexivo y racional que toma decisiones, emite juicios, tiene creencias y genera rutinas propias de su desarrollo profesional. Sus pensamientos guían y orientan su conducta.

Según Da Ponte (2008), para ser profesor no basta poseer un conjunto de conocimientos que permitan ejercer la actividad profesional. Es necesario asumir un punto de vista de profesor, interiorizar el correspondiente papel y sentirse bien en él. Es de suma importancia sentirse miembro de la clase docente y ser capaz de usar los recursos propios de la profesión. En una palabra, es necesario asumir una *identidad profesional* como profesor e identificarse con el grupo profesional de profesores.

El Conocimiento Profesional del Profesor (CPP) está constituido por lo que los maestros conocen, lo que hacen y las razones de su actuación. La mayoría de las investigaciones sobre el CPP y su efecto en el aprendizaje de estudiantes se enfocan en el contenido por enseñar (88 %), menos del 50 % sobre la didáctica específica del contenido y del proceso de aprendizaje del estudiante. El tema de las fracciones y las funciones son los temas más estudiados (Pinto y González, 2006).

Estudios sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas muestran que prevalecen serios problemas en la adquisición, dominio y uso del conocimiento matemático en profesores, con dificultades para relacionarlo con la didáctica y con el proceso de aprendizaje; se evidencia un pobre conocimiento matemático, un limitado conocimiento de didáctica específica y del conocimiento del estudiante (Pinto y González, 2006).

Se reconoce a Shulman (1987) como pionero de estos enfoques, al tratar de dilucidar y proponer el conocimiento base para la enseñanza. Otros autores se han preocupado por estudiar la naturaleza del conocimiento matemático cuando tiene que ser enseñado.

En los estudios realizados por el grupo internacional de investigadores Psychology of Mathematics Education (PME) se señala que muchos de los profesores presentan una visión formal de las matemáticas y asumen que el currículo es principalmente una colección de tópicos, conceptos y procedimientos matemáticos por enseñar. Estos autores indican que el trabajo futuro de la investigación debería centrarse en comprender el conocimiento matemático de los profesores en la pers-

pectiva de su práctica docente, de modo que se pudiera establecer con claridad la relación entre dicho conocimiento (de los profesores) y su destreza para enseñar matemáticas significativamente. En definitiva, remarcan la necesidad de profundizar el conocimiento matemático de los docentes (aportando conceptos apropiados para describir sus características) y de establecer criterios claros de niveles de dominio de dicho conocimiento por parte de los profesores e instrumentos para valorarlo.

Algunas de las investigaciones realizadas sugieren implicaciones para la formación de maestros. Por ejemplo, Sánchez y Linares (1992) en su estudio de fracciones concluyen que la comprensión de los conceptos implicados influye en la estrategia instruccional que el profesor utiliza y sugieren que la formación inicial del profesorado debería concentrarse en desarrollar el conocimiento acerca de la relación entre procesos matemáticos y modelización de dichos procesos.

3.2.1 Competencia matemática

Se ha señalado que la competencia en matemáticas se considera parte principal de la formación educativa, puesto que ideas y conceptos matemáticos son herramientas para actuar sobre la realidad. Por ello, la evaluación en matemáticas se centra sobre esta competencia general como finalidad esencial del programa PISA.

El proyecto PISA entiende por “competencia” el conjunto de capacidades puestas en juego por los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones (Rico, 2005). Un buen nivel en el desempeño de estas capacidades muestra que un estudiante es competente, ya que está matemáticamente alfabetizado o letrado. Atreverse a pensar con ideas matemáticas es la descripción de un ciudadano matemáticamente competente. La competencia matemática de los escolares se manifiesta en el uso de las herramientas matemáticas en contextos cotidianos.

Las competencias o procesos generales elegidos por el proyecto PISA son:

- pensar y razonar
- argumentar
- comunicar
- modelar
- plantear y resolver problemas
- representar
- utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones
- usar herramientas y recursos (OCDE, 2005, p. 40).

Según Chamorro (2003), llegar a ser matemáticamente competente está vinculado al desarrollo de la comprensión del contenido matemático. Cuando se comprenden las nociones y procedimientos matemáticos se pueden utilizar de manera flexible, adaptándolos a situaciones nuevas, estableciendo relaciones entre ellos y utilizándolos para aprender nuevo conocimiento matemático. Así, comprender está vinculado a saber cuál es el significado de los procedimientos y cómo funcionan, cómo se relacionan unos con otros y por qué funcionan de la manera en que lo hacen.

Ser matemáticamente competente debe relacionarse con ser capaz de realizar determinadas tareas matemáticas y comprender por qué pueden ser utilizadas algunas nociones y procesos para resolverlas, así como la posibilidad de argumentar la conveniencia de su uso. El significado que debemos darle a la expresión *matemáticamente competente* está relacionado por tanto con:

- Razonamiento y Argumentación.
- Comunicación, representación y modelación.
- Planteamiento y resolución de problemas.

Desde este punto de vista, el logro de competencia matemática se vincula al desarrollo de las diferentes dimensiones de manera integrada.

El Ministerio de Educación Nacional de Colombia proyecta que la educación matemática se oriente por una nueva visión de las matemáticas escolares; visión acogida en los Lineamientos Curriculares al precisar que esta debe estar basada en:

- Aceptar que el conocimiento matemático es resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos, la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen solo una faceta de este conocimiento.
- Valorar la importancia que tienen los procesos constructivos y de interacción social en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas.
- Considerar que el conocimiento matemático (sus conceptos y estructuras) constituyen una herramienta potente para el desarrollo de habilidades de pensamiento.
- Reconocer que existe un núcleo de conocimientos matemáticos básicos que debe dominar todo ciudadano.
- Comprender y asumir los fenómenos de transposición didáctica.
- Reconocer el impacto de las nuevas tecnologías tanto en los énfasis curriculares como en sus aplicaciones.
- Privilegiar como contexto del hacer matemático escolar las situaciones problemáticas.

Dentro de la propuesta de acompañamiento a las instituciones educativas se encuentra el Método Singapur, cuyo objetivo ha sido la enseñanza matemática, el cual se caracteriza por:

- Centrar el proceso de formación en la resolución de problemas.

- Partir de representaciones concretas, pasando por ayudas pictóricas o imágenes hasta llegar a lo abstracto o simbólico, durante la enseñanza de cada concepto.
- Currículo organizado en espiral, por lo cual el estudiante tiene varias oportunidades para estudiar un concepto.
- Las actividades varían según el nivel de complejidad en forma progresiva.

El Método Singapur consiste en una estrategia concreta que promueve el desarrollo de procesos, habilidades y actitudes que desarrollan el pensamiento matemático (MEN, 2016).

Los cinco componentes que trabaja son: conceptos, habilidades, procesos, metacognición y actitudes.

Según este método, los procesos son las habilidades generales necesarias para adquirir y aplicar conocimientos matemáticos. Estos procesos incluyen:

- RAZONAR: Entendido como analizar problemas y construir argumentos lógicos.
- COMUNICAR Y HACER CONEXIONES: entendido como utilizar lenguaje matemático para expresar ideas precisas.
- APLICAR Y MODELAR: entendido como relacionar el conocimiento matemático aprendido con el mundo real, ampliar la comprensión de conceptos y métodos esenciales y desarrollar competencia matemática.

Este método se viene aplicando en Barranquilla con éxito. Inició su implementación en 2012 con 22 instituciones educativas y desde 2015 se extendió a la totalidad de escuelas desde el primero hasta el cuarto grado.

En sintonía con esta visión de las matemáticas, en algunas regiones del país se ha implementado el Método Singapur en escuelas de primaria.

Este método se fundamenta en el uso de manipulativos para el desarrollo de la competencia matemática a través de la resolución de problemas.

Para el caso del Programa PRISMA, este se apoyó en los tres aspectos básicos, sobre los cuales hay consenso en que pueden ayudar a desarrollar el pensamiento numérico de los niños y de las niñas a través del sistema de los números naturales y que además sirven para orientar el trabajo en el aula:

- Comprensión de los números y de la numeración.
- Comprensión del concepto de las operaciones.
- Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones.

Por otro lado, cabe recordar que ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y en el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional.

Acogemos de igual manera lo establecido respecto a la clara relación con los cinco tipos de pensamiento matemático enunciados en los Lineamientos Curriculares así:

- en la aritmética, el pensamiento numérico;
- en la geometría, el pensamiento espacial y el métrico;
- en el álgebra y el cálculo, el pensamiento métrico y el variacional, y
- en la probabilidad y estadística, el pensamiento aleatorio.

La competencia no es independiente de los contenidos temáticos de un ámbito del *saber qué*, del *saber cómo*, del *saber por qué* o del *saber para qué*, pues para el ejercicio de cada competencia se requieren muchos conocimientos, habilidades, comprensiones, actitudes y disposiciones

específicas del dominio de que se trata, sin los cuales no puede decirse que la persona es realmente competente en el ámbito seleccionado.

Ser matemáticamente competente significa que en toda actividad matemática se lleven a cabo los siguientes cinco procesos generales:

- Formular y resolver problemas.
- Modelar procesos y fenómenos de la realidad.
- Comunicar.
- Razonar.
- Formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos (MEN, 2006).

Dado que los estándares curriculares del área de matemáticas están elaborados por grupos de grados, para mayor precisión y orientación a los maestros, el Ministerio de Educación Nacional (2015b) ha elaborado y entregado a los educadores como pautas educativas los llamados Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA). Estos son un conjunto de saberes y habilidades fundamentales que orientan a la comunidad educativa acerca de lo que se espera que cada estudiante aprenda al finalizar un grado educativo específico según cada área. Se plantean como un apoyo y un complemento para la construcción y actualización de propuestas curriculares, y guardan coherencia con los Estándares Básicos de Competencias (EBC). Su importancia radica en que plantean elementos para construir posibles rutas de aprendizaje año a año para que, como resultado de un proceso, los estudiantes alcancen los EBC propuestos por cada grupo de grados.

Los Derechos Básicos de Aprendizaje para el área de Matemáticas pueden ser consultados en:

http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articulos-352003_m3.pdf

http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articulos-352003_m4.pdf

http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articulos-352003_m5.pdf

3.2.2 Procesos de acompañamiento

El proceso de acompañamiento, en el cual el docente acompañado y el docente acompañante reflexionan desde la práctica del acompañado con el fin de cualificar los procesos de aprendizaje de la comunidad educativa (*Acompañamiento y Cambio en el Aula. Aprendizaje - enseñanza de las matemáticas escolares*. Editorial Fundación Promigas, 2014), comenzó a aplicarse en Colombia como estrategia de cualificación de la práctica docente en fecha posterior al surgimiento del Movimiento Pedagógico Nacional; este movimiento vio la luz en el XI Congreso Nacional de Fecode, realizado en Bucaramanga en 1982.

Retomando un poco la historia educativa en Colombia, mucho antes, en las colonias españolas no existía un sistema de educación pública; las órdenes religiosas se encargaban de la educación “de las gentes de bien”. En los conventos se instruía sobre gramática y lectura, lógicamente, con una marcada influencia de las doctrinas cristianas. La docencia era ejercida con sentido apostólico; los primeros maestros seglares la ejercieron de la misma manera.

La Compañía de Jesús, que durante el periodo colonial se había hecho cargo de la educación, fue expulsada por la monarquía española en 1767 tanto de la metrópoli como de sus colonias. No solo España expulsó a los jesuitas, en fechas cercanas a la mencionada también lo hicieron los reinos de Portugal, Francia y Nápoles y el ducado de Parma. Hasta el momento de su expulsión, las concepciones educativas dominantes en buena parte de Europa y las colonias de los países europeos eran las de los jesuitas. Bajo las ideas impulsadas por la Ilustración, los Estados comenzaron a tomar el control de las políticas educativas, y por supuesto, a definir las condiciones en las que se podía acceder a la docencia.

A pesar de la expulsión de los jesuitas y de los intentos del Estado, en particular el colombiano, de tomar el control de las políticas educativas, aún hasta la primera mitad del siglo XX era necesario contar con la aprobación de las autoridades eclesiásticas para poder ejercer la docencia; era más importante ser certificado como una persona de buenas costumbres, acordes con la moral católica, que contar con una formación disciplinar y pedagógica. La docencia era considerada fundamentalmente un apostolado.

En 1822 se fundó en Bogotá, bajo la dirección de fray Sebastián Mora, la primera Escuela Normal; la concepción pedagógica que guió su quehacer fue el Método Lancasteriano de Enseñanza Mutua.

En 1844 se institucionalizaron las escuelas normales, con la finalidad específica de formar docentes; fueron dirigidas por pedagogos alemanas y en su visión de educación confluyeron algunos principios de la pedagogía de Pestalozzi, con principios de la pedagogía tradicional y las concepciones católicas.

En las tres primeras décadas del siglo XX el Partido Conservador estuvo en el poder; las relaciones con la Iglesia católica se estrecharon y determinaron las concepciones acerca de la formación de maestros.

Durante el gobierno de Alfonso López Pumarejo se redefinió la función social de la educación de acuerdo con el ideario liberal. Hasta 1945 estuvieron los liberales en el poder, luego volvieron a detentarlo los conservadores; las nacientes visiones liberales de la educación fueron olvidadas.

Hacia 1970 comenzó a implementarse en el país la Tecnología Educativa; los maestros eran simples administradores del currículo, el cual era diseñado desde fuera por tecnólogos que definían todos los aspectos del llamado proceso enseñanza-aprendizaje.

Tras duras luchas, en 1977 el magisterio colombiano logró la expedición del Decreto 2277, que representa la profesionalización de la actividad docente y la estabilidad laboral.

A partir de este momento, el maestro colombiano comienza a verse a sí mismo como un profesional y se vuelve mucho más reflexivo acerca del acto educativo, se pregunta acerca del sentido de su actividad, su función social, sus posibilidades como agente de cambio y de modelador de la sociedad en la que ejerce sus funciones.

En 1970, Paulo Freire expuso sus tesis acerca de la Pedagogía de la Liberación; uno de los aspectos centrales de estas es considerar que el saber se construye mediante el diálogo entre los actores del proceso educativo (Freire, 1975). Estas tesis siguen ejerciendo una fuerte influencia en el ideario del profesorado colombiano.

En este orden de situaciones concretas es posible afirmar que los procesos de acompañamiento, tal como son entendidos hoy por los diversos actores del proceso educativo, y en particular dentro del proyecto PRISMA, deben partir del principio de que solo un maestro que se percibe como sujeto de cambio está dispuesto a reflexionar acerca de su práctica pedagógica, a experimentar, a proponer formas alternativas de enfrentar los procesos pedagógicos, a entrar en diálogo con sus colegas y con los saberes, con el fin de conseguir que sus educandos asuman actitudes similares.

Procesos de acompañamiento desarrollados en Colombia

A continuación se presenta una breve reseña de procesos de acompañamiento desarrollados en el país.

La Universidad Nacional de Colombia lideró desde 1994 hasta 1998 el programa RED; a este programa de acompañamiento fueron vinculados 300 docentes de todo el país de las áreas de matemáticas, física, química, lengua castellana y biología. Los docentes pertenecían a los niveles de básica secundaria y media vocacional.

Los docentes participantes viajaron a Bogotá por primera vez en diciembre de 1994, durante dos semanas, organizados en colectivos docentes de acuerdo con su área de conocimiento; se discutieron temas del área, se eligieron temas susceptibles de ser investigados, se propu-

sieron formas de abordar estas investigaciones, se diseñaron actividades para diagnosticar la situación de acuerdo con el tema elegido por cada docente y se adquirieron compromisos que debían ser implementados en el primer semestre de 1995.

Los docentes acompañantes de la Universidad Nacional visitaron las instituciones involucradas en el proyecto durante el primer semestre de 1995, y en agosto se llevó a cabo en Bogotá una Feria de Experiencias.

Los docentes participantes expusieron lo hecho hasta la fecha en su comunidad, logros y dificultades que habían enfrentado. En diciembre de 1995, durante dos intensas semanas de encuentro en Bogotá, se analizaron los proyectos desarrollados por los docentes en las diferentes instituciones y se discutieron temas relativos a la disciplina.

En agosto de 1996 se desarrolló el seminario “Ciencia y Tecnología”, la Feria de Experiencias por Áreas y se analizaron temas relativos a las diferentes áreas del conocimiento. En diciembre de 1996, un grupo de maestros chilenos que participan en un programa de acompañamiento que se desarrolló en Chile fueron invitados a exponer sus experiencias dentro del seminario “Lenguaje y Comunicación”.

El proyecto continuó de manera similar hasta 1998, año en el que el Gobierno nacional dejó de financiarlo. Continuó durante dos años más en las regiones de la Orinoquía y la Amazonía.

Otro de los procesos de acompañamiento desarrollados en el país fue la Expedición Pedagógica Nacional; si bien se gestó en 1982 en el marco de las deliberaciones del Congreso Pedagógico, solo comenzó a concretarse a partir de 1996, cuando fue incluida como uno de los componentes del Plan Decenal de Educación 1996-2005, orientado básicamente a generar una movilización nacional que permitiera concretar acuerdos territoriales, sectoriales e institucionales por la educación.

El desarrollo de la Expedición Pedagógica Nacional se hizo posible a partir de 1999, gracias a la confluencia de redes pedagógicas que

existían en varias regiones del país y a la decisión de entidades que se comprometieron con su diseño político y financiero: la Universidad Pedagógica Nacional elaboró la propuesta, la incluyó en su Plan de Desarrollo Institucional y convino ponerla en marcha con el Ministerio de Educación, con recursos provenientes de un fondo que este tenía con el Icetex destinado a un proyecto denominado *Apoyo a Redes e Investigación Pedagógica*.

Nació, como ya se dijo, en las postrimerías del siglo XX, para dar continuidad al Movimiento Pedagógico, en la medida en que se afirma la condición del maestro y de la maestra como trabajadores de la cultura, como intelectuales, como portadores de un saber propio, que interactúa pero no se supedita a los saberes de otras profesiones. Después de 9 años de recorrido, se puede decir que esta Expedición es un retorno al Movimiento Pedagógico pero de manera diferente. (Guardiola y Unda, 2008, p. 2).

Actualmente se desarrolla en el país un proceso de acompañamiento auspiciado por el Ministerio de Educación Nacional, denominado Programa Todos Aprender (PTA), (MEN, 2015c). La primera fase se realizó en 2011, con la intención de transformar la calidad de la educación en el país, partiendo de los resultados deficientes en las áreas de Lenguaje y Matemáticas, áreas en las que acompaña directamente el programa, que beneficia a 2 millones 345 estudiantes, a través de acciones integrales que redundan en los aprendizajes de los educandos; además de lo anterior, el programa facilita a las instituciones focalizadas materiales educativos y permite hacer seguimiento a los aprendizajes desde los resultados de las pruebas Saber; con base en estos resultados se diseñan planes de acción con la ayuda de tutores y formadores que repercuten en las planeaciones y ajustes a los diferentes planes de estudio de las áreas mencionadas.

Procesos de acompañamiento en otros contextos

Fe y Alegría, institución fundada en Venezuela en 1955 por personas pertenecientes a la Compañía de Jesús, con presencia en 21 países de América Latina, Europa y África, y que se define como un movimien-

to internacional de educación popular integral y promoción social, ha desarrollado numerosos proyectos de acompañamiento a docentes en los diversos países en los que hace presencia. Definen la calidad educativa no solo desde la dimensión del aprender a conocer y el aprender a hacer sino también desde el aprender a ser y el aprender a vivir con los demás; por ende, los procesos de acompañamiento desarrollados se han enfocado más que en la reflexión acerca de los contenidos y sus aplicaciones, sin descuidar en ningún momento estos aspectos, en la reflexión y en el desarrollo de procesos por parte de los acompañados y los acompañantes que promuevan estos aspectos; consideran que son los que mejor interpretan el equilibrio y la integralidad del ser humano.

Según el documento *Formación y acompañamiento docente*, editado por Fe y Alegría y que recoge experiencias de acompañamiento en Venezuela, Perú y Paraguay, el acompañante debe: orientar, dialogar, cuestionar, confrontar los resultados, ayudar a ver las debilidades, proponer alternativas, animar y asegurar la continuidad de los planes (Carrasco, 2009).

Procesos de acompañamiento locales

Desde 2003, la División de Ciencias Básicas de la Universidad del Norte viene desarrollando el programa **Sábado del Docente**, el cual busca realizar un aporte social al aprendizaje, coadyuvando al mejoramiento de la calidad de la educación en Ciencias y Matemáticas. Se apoya la cualificación de los docentes para la implementación de actividades experimentales en las propuestas curriculares y fomentar el diálogo entre docentes de colegios y docentes universitarios con miras a realizar proyectos conjuntos que permitan la implementación de estrategias innovadoras y la inclusión de didácticas renovadas en el aula de clase. El impacto se ha visto reflejado en aspectos como la integración de cien instituciones educativas y colegios de toda la región Caribe (Barranquilla y municipios de departamentos circunvecinos) integrados al programa, más de doscientos profesores motivados y actuando a favor de mejores prácticas de enseñanza, más de 20000 estudiantes beneficiados a partir del programa, varios grupos de estudiantes organizados en semilleros de investigación y la realización de proyectos de investiga-

ción y de extensión con apoyos de Colciencias, Fundación Siemens, Fundación ANDI, Fundación Promigas, las secretarías de Educación y otras áreas de la Universidad.

De igual manera, con participación de la División de Ciencias Básicas de la Universidad del Norte se ha desarrollado la fase piloto de acompañamiento a escuelas en la cualificación de la enseñanza de las Matemáticas en primaria. De esta manera surgió el programa PRISMA como una evolución del proyecto piloto para contribuir a que un grupo de docentes de la Educación Básica Primaria en Barranquilla mejoren y transformen sus clases tomando en cuenta su contexto, las condiciones escolares, el currículo y las condiciones socioculturales y profesionales de cada maestro y su grupo de estudiantes.

En la fase II, desarrollada dentro del programa PRISMA, se han consolidado los productos propuestos como experiencias de aulas realizadas por los maestros y los resultados de la intervención se han reflejado en las instituciones participantes.

3.2.3 El enfoque de acompañamiento mediacional de la Fundación Promigas

Por la importancia que reviste este proyecto para la comunidad de docentes dentro de un proceso de participación colectiva, y su posterior gestión de los aprendizajes obtenidos en la dinámica institucional y de aula orientada a cualificar los procesos de aprendizajes de la comunidad educativa, el ejercicio realizado fue guiado por el enfoque de acompañamiento mediacional recíproco; entendido como aquel en el cual el docente acompañado y el docente acompañante se reconocen como mediadores del proceso de cambio y son sujetos activos de sus propios cambios en un marco de influencia recíproca (Fundación Promigas, 2012). Ello profundiza las necesarias relaciones Universidad-Escuela que movilizan la producción conjunta entre profesores universitarios y maestros de las instituciones educativas.

Bases conceptuales

■ *La naturaleza del cambio mediado y acompañamiento*

En el marco del enfoque de cambio mediado, y su eje estratégico, el acompañamiento, los procesos de cambios individuales y colectivos se pueden liderar de manera autónoma o con el acompañamiento de otros. Las dos formas son válidas y tienen sus propias complejidades; por ello no se puede anteponer una a otra.

Sin embargo, como no es fácil producir cambios profundos por nosotros mismos, a pesar de nuestra fuerza de voluntad y la capacidad de aprendizaje, es necesario poder interactuar con otros actores con capacidades, saberes y prácticas útiles para su intención de cambio. Así, para un individuo en particular, el otro y los otros son una fuente que estimula el cambio en su forma de ser, con lo que nos ubicamos en un proceso de cambio asistido, “mediado” por otros que cuentan con el conocimiento y la experiencia necesarios para apoyar al acompañado en su progreso, bajo una premisa fundamental: *el que lidera y gestiona su propio cambio siempre es el acompañado.*

En síntesis, el enfoque de acompañamiento mediacional entraña un proceso dentro del cual los cambios en una comunidad están relacionados con su propia capacidad de aprendizaje y, especialmente, con las oportunidades de cambio que surgen de la interacción de esta y el acompañante.

■ *La perspectiva de influencia recíproca del acompañamiento mediacional*

En líneas anteriores se describió cómo en el marco del enfoque de acompañamiento existe una influencia mutua entre el acompañante y el acompañado, en un marco de igualdad, horizontalidad. En este sentido, la relación se sustenta en la esperanza, la prudencia, el diálogo, el respeto y la confianza mutuos, y en que ambas partes asuman de manera responsable la tarea de cooperación para alcanzar el fin común que han planeado.

Independientemente de que los cambios tengan efectos positivos o negativos, ambas situaciones son puntos de partida para iniciar un proceso de reflexión y diálogo que haga posible la transformación de las partes; lo cual exige complementar las perspectivas del uno y del otro frente a los problemas y revisar juntos sus actuaciones de manera crítica, de tal modo que, impulsados por un proceso de reflexión interior, puedan dinamizar los cambios deseados. En esta perspectiva, se produce una influencia recíproca entre el acompañante y el acompañado; es decir, la comunidad (acompañado) asume de manera reflexiva sus propias iniciativas y se abre de manera crítica a las oportunidades que baraja el acompañante, para conquistar nuevas rutas que le permitan transformar su manera de pensar y actuar.

Por lo anterior, en el enfoque del acompañamiento mediacional:

- Tanto el acompañante como el acompañado son sujetos activos de su propio aprendizaje y mediadores del proceso de cambio.
- Se presenta una influencia recíproca, en la construcción de conocimiento, entre el acompañado y el acompañante.
- El acompañado desarrolla su propio aprendizaje, con la influencia del acompañante, y los resultados en el acompañado son consecuencia de sus propios aprendizajes.
- El acompañante desarrolla su propio aprendizaje, enriquece o reconstruye su “iniciativa de cambio” a través de la reflexión en, desde y para el cambio del acompañado.

En términos generales, el acompañamiento busca favorecer cambios en los acompañados, facilitar en las comunidades transformaciones de fondo; posibilitar cambios, poco a poco, en su manera de pensar y actuar; en fin, lograr que los acompañados conquisten las oportunidades que tienen a su disposición y hagan una apropiación crítica de su propio proceso de aprendizaje. En este sentido, el proceso de acompañamiento busca como fin último mejorar la *capacidad de aprender a aprender* de los integrantes de la comunidad.

■ *El propósito individual y colectivo del acompañamiento*

En el enfoque de acompañamiento mediado, la capacidad de aprender a aprender necesariamente se debe producir tanto a nivel individual como a nivel colectivo. En el primer caso, el acompañamiento del uno al otro es un espacio de reflexión y verdad donde el acompañante apoya al acompañado en su propio desarrollo personal, poniendo énfasis en el mejoramiento de la dimensión conductual del otro para lograr que este participe de manera más activa en el progreso de la comunidad. En este nivel, el acompañamiento apunta a que el acompañado enriquezca sus competencias personales e interpersonales, así como los saberes y las representaciones sociales de la comunidad en la que vive y trabaja. Con otras palabras, el acompañamiento busca favorecer en otros atributos individuales, tales como la iniciativa, la autocrítica, el aprendizaje autónomo, el razonamiento práctico, y también disposiciones de orden social como la capacidad de reflexionar en grupo, el sentido de pertenencia, el trabajo y el aprendizaje colaborativo, entre otras.

Es así como el acompañamiento pasa al plano colectivo, pero no desde un marco de generalidad de la comunidad, para todos y cada uno de los individuos que la integran, sino como una mediación focalizada en factores estratégicos del sistema sociocultural que inciden en la transformación de la identidad de la comunidad, los cuales pueden estar representados en las operaciones simbólicas, las autoridades y las prácticas de la comunidad. En este proceso se resalta, en primer lugar, el papel que tienen los ritos, que son operaciones simbólicas, cuyo propósito es darle mayor vitalidad a la comunidad y orientar su desarrollo. Como lo plantean Martín y Ávila (2012), “los símbolos son portadores de sentido: ellos definen las cosas, establecen el contexto y la forma, y sirven para crear la identidad individual y grupal” (p. 37). Por lo general, las actividades rituales están dirigidas a toda la comunidad; sin embargo, casi siempre son llevadas a cabo por un grupo representativo de sus integrantes, que colectivizan los aprendizajes hacia toda la comunidad.

Por otro lado, para que la comunidad pueda afianzar los aprendizajes, así como lograr que sus revelaciones, compromisos y apuestas que sur-

gen de tales ritos se propaguen por toda la comunidad para conquistar bienes colectivos de mayor valor, es necesario que el acompañante interactúe con los miembros visionarios de la comunidad que tratan de sumar nuevos aliados al procesos de renovación comunitaria, con lo cual se afianza la autoridad. Al respecto, Martín y Ávila (2012) expresan: “La autoridad debe basarse en la integración de los diversos grupos e individuos de la organización con la identidad organizacional”. (p. 37).

En consecuencia, el espíritu y los comportamientos sociales de la comunidad están marcados por el tipo de liderazgo que ejercen sus autoridades. En este sentido, la identidad de la comunidad es moldeada por el ejercicio de la autoridad desde cinco dimensiones: a) la *dimensión simbólica*, en la cual las autoridades son soportadoras de valores y actitudes importantes para la comunidad; b) la *dimensión de la prudencia*, en la que la autoridades dan ejemplo permanente de cómo se toman decisiones prudentes con la participación de la comunidad, y fomentan el razonamiento práctico entre sus integrantes; c) la *dimensión del consejero*, en la cual las autoridades actúan como un espejo, retroalimentando permanentemente a los miembros para favorecer el cambio en cada uno de ellos; d) la *dimensión del mentor*, en la que las autoridades actúan como guías, formadores y acompañantes de las personas que están en sus grupos, apoyando especialmente su desarrollo personal, e) la *dimensión del impulso a la acción*, en la cual las autoridades son ejemplo demostrativo de la forma como se ejecutan las decisiones acordadas en grupo, y también fomentan que todos las ejecuten a tiempo y de forma correcta.

Siguiendo a Martín y Ávila, el otro factor estratégico en este proceso de acompañamiento individual y colectivo es la práctica, y esta se entiende como cualquier forma coherente y compleja de actividad humana cooperativa, establecida socialmente, mediante la cual se realizan los bienes inherentes a la misma mientras se intentan lograr los modelos de excelencia que le son apropiados a esa forma de actividad. Estos bienes son de dos tipos: a) los internos, que son propiedad exclusiva de cada individuo, y b) los externos, que favorecen a toda la comunidad que participa en la práctica. Para poder alcanzar estos últimos es

necesario que las personas responsables de las prácticas sociales modifiquen su manera de ser; incrementen y/o renueven sus capacidades colectivas interactuando socialmente en la realidad de la cual hacen parte; lo cual hace del aprendizaje social el medio por excelencia para transformar la identidad cultural y las prácticas sociales, más allá del plano de la eficacia.

En conclusión, según Martín y Ávila, el acompañamiento debe generar condiciones que favorezcan el mejoramiento de las prácticas sociales, y crear mecanismos que permitan exponer tanto estas prácticas como sus aportes al escrutinio de toda la comunidad.

■ *Las competencias del acompañante en el acompañamiento mediado*

El proceso de acompañamiento mediado exige del acompañante la competencia *hermenéutica* y *propositiva*, mediada por la *dimensión dialógica*. En el marco de la primera, el acompañante busca comprender de forma dialógica qué sucede con el acompañado, al tiempo que busca la comprensión entre ellos mismos. En este sentido, el comprender es una actividad cotidiana ligada a nuestra existencia, y en la acción de comprender, la hermenéutica es sin lugar a dudas un medio eficaz para interpretar mejor los hechos sociales. La hermenéutica supone una coordinación en dos tareas: la primera, denominada *interpretar*, divide, descompone y analiza la estructura de sentido ya constituida, para develar su unidad interna; la segunda pretende *comprender* las acciones, las situaciones y los hechos que cabalgan en este horizonte.

La coordinación de estas dos tareas busca que los acompañados se comprendan a sí mismos. “Es importante reconocer la existencia de un círculo hermenéutico entre la comprensión y la autocomprensión, de manera que cuando yo interpreto me conozco a mí mismo, y cuando me conozco a mí mismo yo interpreto” (Martín y Ávila, 2012, p. 43).

Por otro lado, los autores citados resaltan la importancia que tiene la reflexión dialógica entre el acompañante y acompañado en el proceso hermenéutico, orientado a descubrir amenazas, obstáculos e impulsores del cambio en lo que sucedió, está pasando o puede suceder en el

acontecer histórico del acompañado. Las competencias que están presentes en esta reflexión dialógica son: la observación, la interpretación crítica y la evaluación.

La segunda competencia del acompañante, *la propositiva*, hace referencia al diálogo que se establece entre las partes para neutralizar los problemas y amenazas presentes en el acontecer histórico de la comunidad, y para dinamizar el proceso de cambio sociocultural. Esto exige tomar dos tipos de decisiones: las de carácter estratégicas, cuando están orientadas a transformar la esencia de la comunidad, y las de carácter rutinario (táctico), denominadas así por su sencillez y frecuencia, pero que manejadas de forma acertada por las partes pueden generar cambios significativos en la comunidad. En ambos tipos de decisiones el acompañante asiste a la comunidad en un proceso en que se exponen opiniones y necesidades, se recopilan y debaten las ideas, para finalmente favorecer la elaboración de una propuesta de consenso orientada a dinamizar el cambio.

En síntesis, lo aquí planteado hace énfasis en el valor del acompañamiento mediacional en los procesos de cambio socioculturales, con objeto de reconocer la importancia que tiene el cambio mediado para favorecer en las comunidades avances en su imaginario social, mentalidad, costumbres y modos de conducción.

3.2.4 El acompañamiento en el ámbito de las matemáticas

El concepto del acompañamiento, sus dinámicas y actores

En el marco de este proyecto se asume que el acompañamiento es un proceso transversal que se desarrolla de manera reflexiva, evaluativa y propositiva para fortalecer las potencialidades y promover dinámicas de cambio en un programa o proyecto (en este caso, de enseñanza aprendizaje del pensamiento matemático), a través de la influencia recíproca que genera el compartir y producir aprendizajes y transformaciones en todos sus actores (directivos docentes, docentes y estudiantes).

En el proceso de acompañamiento es importante resaltar la reflexión-acción continua que realizan tanto el acompañante como el acompañado en el contexto donde actúan, comprometiendo la totalidad del programa o proyecto. En esta perspectiva, el acompañamiento incluye:

- Los procesos de planeación, reflexión sobre la acción y evaluación del proyecto.
- La formación y la asesoría in situ, es decir, en la institución y en el aula.
- Los procesos de cambio y de sostenibilidad.

El acompañamiento compromete tanto a los acompañantes externos e internos. Los primeros (gerentes de proyectos, acompañantes local y especializados) son aquellos actores que representan a las organizaciones no gubernamentales, tales como las fundaciones, ONG, asociaciones, etc. Los segundos están constituidos por los acompañados, que son a su vez acompañantes internos de los centros, instituciones educativas, núcleos educativos y secretarías de Educación, tales como directivos docentes, docentes, equipos de padres de familia, supervisores, entre otros.

Concretamente, el acompañamiento se desarrolla mediante:

- Visitas permanentes y secuenciales in situ a las instituciones y a las aulas de los maestros donde desarrollan sus prácticas para, de manera intencionada, para realizar con los involucrados la reflexión colectiva de los procesos de cambio.
- Un proceso de reflexión, evaluación, formación y animación sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje por parte de acompañantes y acompañados.
- La Potenciación de las capacidades de las personas y grupos para emprender acciones colectivas de cambio.

- El fortalecimiento del sentido de pertenencia a un proyecto social y el compromiso de los actores involucrados (acompañados y acompañantes).
- Desarrollo de la capacidad transformadora de los acompañados.
- Acción flexible dispuesta a adecuarse a los contextos y a enriquecerse con los saberes y experiencias de los acompañados.

En suma, el acompañamiento hace referencia al conjunto conformado por la intencionalidad, las concepciones, los productos del conocimiento, las estrategias metodológicas y los instrumentos utilizados para activar procesos de aprendizajes (cambio) en la comunidad educativa (Fundación Promigas, 2014).

Estrategias para el acompañamiento en matemáticas

En el desarrollo de este proyecto, orientado a fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del pensamiento matemático, se tuvieron en cuenta las siguientes estrategias generales en el marco de la perspectiva mediacional recíproca del acompañamiento impulsado por la Fundación Promigas:

■ *Convocatoria de los líderes pedagógicos en las instituciones*

El trabajo de acompañamiento recíproco requirió una clara selección institucional de los docentes que participaron en el proceso de formación, acompañamiento, socialización y animación al conjunto de la institución, a partir de un perfil que incluyó el liderazgo pedagógico, dinamismo, actitud de cambio e interés por el conocimiento disciplinar de la asignatura. Para favorecer el impacto a nivel institucional se vincularon también coordinadores líderes de la institución y docentes del área del nivel de secundaria. De esta manera se posibilitó el diálogo de saberes entre estos actores.

■ *Elaboración conjunta de la conceptualización disciplinar y didáctica*

Esta estrategia se orienta a elaborar con los docentes una conceptualización de las matemáticas escolares desde sus relaciones con el conocimiento matemático disciplinar y con las matemáticas de la vida cotidiana, propiciando avances conceptuales acerca de los diferentes tipos de pensamiento matemático, así como la vivencia de los procesos involucrados en su desarrollo, con el fin de fundamentar las decisiones para la selección de contenidos disciplinares y para su adaptación al contexto escolar.

■ *Retroalimentación permanente a los docentes*

El acompañamiento realizado no se agota en los espacios del seminario-taller y del aula. Es una labor permanente en la que participan los asesores, coordinadores académicos y maestros líderes pedagógicos de matemáticas que animan, orientan y monitorean las tareas. El equipo de docentes que participa directamente en el proyecto desarrolla el acompañamiento socializando y planeando nuevas acciones. Las innovaciones por lo general suponen retos y nuevas exigencias a los maestros, por lo cual es importante la labor de animación.

Se hace también retroalimentación permanente mediante reportes oportunos de los acompañamientos de las clases, filmaciones, planeaciones conjuntas y clases demostrativas, y mediante las pruebas de niveles de aprendizaje de los estudiantes al inicio y al final del acompañamiento.

■ *Apoyo y enseñanza del trabajo colaborativo de los docentes y las redes de aprendizajes*

El trabajo colaborativo es una estrategia fundamental en el proceso; para esto es importante realizar al inicio del acompañamiento una labor de inducción y sensibilización al conjunto de los maestros, tarea colectiva tanto para el equipo que se forma como para los asesores acompañantes.

Dentro de las instituciones se generan espacios para la socialización y construcción de miradas colectivas por parte de los docentes. Se propician espacios de aprendizajes entre pares que promueven el pensamiento sobre la práctica docente a través de diversas estrategias, tales como clases demostrativas, protocolos de observación de clases para fortalecer el trabajo cooperativo y la unidad de criterios entre docentes.

En el marco de los seminarios-talleres también se intercambian experiencias y saberes que posee cada docente, y se socializan sus experiencias como resultado de la formación, así como el intercambio sistemático entre los docentes de los distintos planteles.

■ *Incidencia en los procesos de gestión pedagógica institucional*

Teniendo en cuenta que las matemáticas se caracterizan por ser un área instrumental para las otras áreas, es importante que el acompañamiento prevea las relaciones en la enseñanza con estas áreas. En este sentido, los ejemplos extraídos del contexto sirven para modelar ese concepto y hacerlo más familiar para los niños, en vez de tomar solo ejemplos de la matemática disciplinar. Como lo que se busca es que se consolide la gestión institucional de las matemáticas con las otras áreas en los distintos niveles, así como en su interrelación, es importante cuidar que efectivamente se haga interdisciplinariedad y se facilite de esta manera la globalización, la enseñanza práctica y el aprendizaje significativo y con sentido.

METODOLOGÍA, INSTRUMENTOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 ENFOQUE

El enfoque seguido fue mixto, en el que se integraron datos cualitativos y cuantitativos en el proceso de formación de los profesores y en la aplicación de pruebas a los estudiantes y su respectivo análisis.

4.2 TIPO

El tipo fue de carácter descriptivo en la perspectiva de la investigación-acción; fue un proceso participativo porque a través de los talleres los docentes reflexionaron mediante la acción dialogal para mejorar sus prácticas y guiar a sus estudiantes a potenciar sus desempeños en los procesos de pensamiento matemático (Andrade et al., 1995). El proceso no fue lineal, pues se abordó a través de múltiples espacios de reflexión y planeación para ir nuevamente a la práctica de aula enriquecido mediante reflexiones permanentes para llegar a transformaciones paulatinas. En este acompañamiento, la investigación-acción se entendió en su aplicación al ámbito escolar como el estudio de una situación social en la que participan maestros y estudiantes con objeto de mejorar la calidad de la acción, a través de un proceso cíclico en espiral de diagnóstico del problema, planificación, acción, reflexión y evaluación del resultado de la acción (Godino, 2016).

4.3 DISEÑO

El diseño fue de tipo longitudinal, y se inició en 2013 con la formación y acompañamiento de los profesores en el grado tercero de primaria, continuó en 2014 con el grado cuarto y finalizó en 2015 en el grado quinto.

4.4 POBLACIÓN Y MUESTRA

- Población de estudiantes: 428.
- Población de profesores: 16.
- Escuelas participantes: 10.

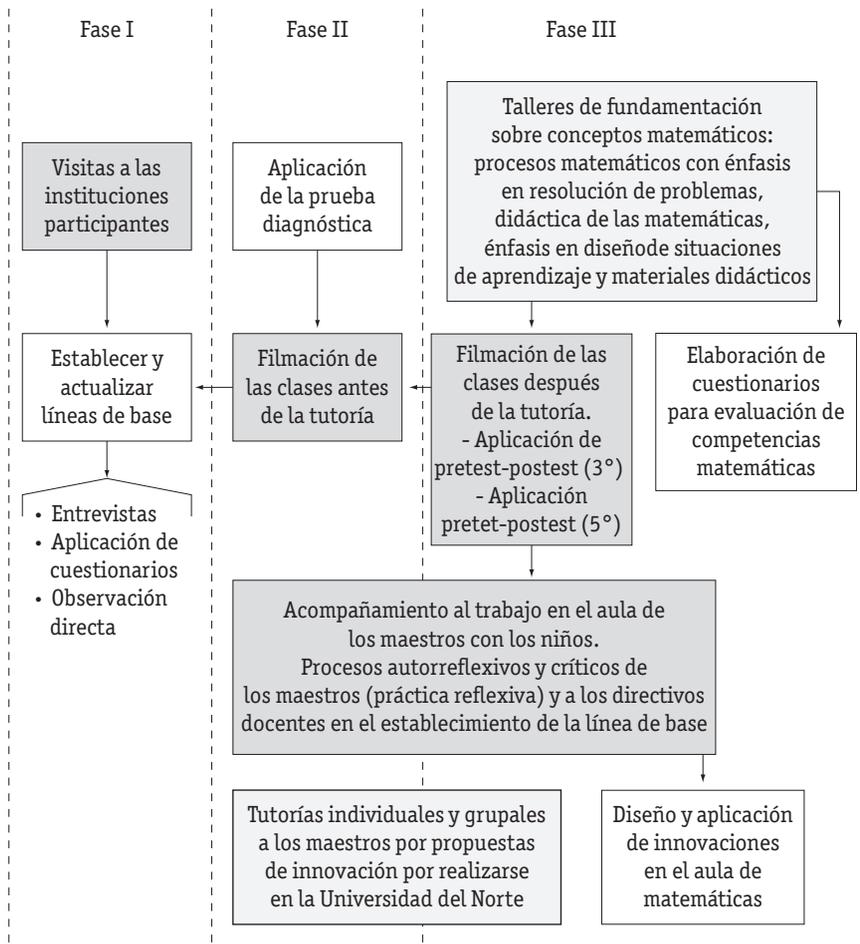
4.5 PROCEDIMIENTOS

El proceso de investigación se desarrolló en tres fases. En cada una se acompañó y evaluó de manera permanente siguiendo la metodología de la investigación-acción. Las fases desarrolladas de manera simultánea fueron las siguientes:

- Establecimiento y actualización de la línea de base de cada institución.
- Proceso de Formación y actualización.
- Experiencias de aula.

El detalle de las fases que se siguieron en el acompañamiento se sintetiza en el siguiente cuadro:

Tabla 3. Fases de la investigación



4.6 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

4.6.1 Técnicas

Para la formación de los profesores se utilizó la técnica de filmación de clases, previo consentimiento informado de cada uno de ellos. Las

clases eran observadas posteriormente por los profesores y luego eran analizadas por ellos con sus respectivos tutores, que mediante un formato de análisis de clases (ver anexos 3 y 4) se destacaban entre ambos los aspectos positivos y por mejorar.

Similarmente, para el proceso de formación de los profesores se desarrollaron talleres con una frecuencia bimensual sobre el desarrollo de pensamiento matemático en sus acepciones: numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio-sistema de datos.

Para determinar el proceso de aprendizaje de los estudiantes se utilizaron pretest y postest (ver anexo 2) en cada una de las fases del acompañamiento.

4.6.2 Instrumentos

Para la filmación de las clases se utilizaron cámaras de video, un disco digital en el que se grababa la clase y se entregaba a los profesores un cuestionario para que hicieran el análisis de la clase filmada (ver anexo 3). Para su formación en el desarrollo del pensamiento matemático se recurrió al desarrollo de talleres de pensamiento: numérico, geométrico-métrico, variacional y aleatorio. Además se desarrollaron talleres sobre análisis y elaboración de preguntas tipo pruebas Saber.

En la siguiente tabla se resumen las técnicas e instrumentos aplicados.

Tabla 4. Técnicas e instrumentos

Técnicas	Instrumentos
Filmación	Cámaras de vídeo
Autoobservación de clase	CD con la clase filmada y cuestionario de autoobservación
Análisis de la clase filmada y tutoría	Matriz de análisis sobre clase observada y filmada
Autorreflexión de la clase	Cuestionario de autorreflexión
Pretest-Postest	Cuestionario de preguntas

Los Pretest-Postest que se aplicaron para determinar el impacto de la formación de los profesores en el aprendizaje de los estudiantes se caracterizaron de la siguiente manera:

- **Tipo de prueba:** Selección múltiple con única respuesta tomada y adaptada de las pruebas Saber 3° y 5° (Icfes, 2012).

Para el año 2013-2014, cuando los alumnos cursaban 3° y 4°, respectivamente, la estructura de la prueba fue la siguiente:

- **Número de preguntas:** 20.
- **Número de preguntas por tipo de pensamiento:** Numérico-variacional: 9, Geométrico-métrico: 8 y Aleatorio y sistemas de Datos: 3.

Para 2015, cuando los alumnos cursaban 5°, la estructura de la prueba se equilibró en cuanto al número de preguntas por cada tipo de pensamiento.

- **Número de preguntas:** 20.
- **Número de preguntas por tipo de pensamiento:** Numérico-variacional: 7, Geométrico-métrico: 7 y Aleatorio y sistemas de datos: 6.
- **Evaluación:** El sistema de evaluación en ambas fases fue el mismo: se asignó 5 a las preguntas respondidas de forma correcta. Para efectos de investigar posteriormente las dificultades a las preguntas contestadas incorrectamente, se les tabulaba con 1, que no afectaba el puntaje final del estudiante. Las evaluaciones se hacían tanto en términos numéricos como en porcentaje. Se evaluaron los resultados por desempeño de los estudiantes, por número de preguntas correctas e incorrectas, por desempeño en cada tipo de pensamiento y por niveles de desempeño de los estudiantes en términos de insuficiente, mínimo, satisfactorio y avanzado. En la siguiente tabla se describen los rangos de puntuación de cada uno de los niveles de desempeño:

Tabla 5. Niveles de Desempeño

Niveles de Desempeño	Rango
Insuficiente	0 - 20
Mínimo	25 - 50
Satisfactorio	55 - 65
Avanzado	70 - 100

4.7 ANÁLISIS DE RESULTADOS

El propósito general del programa PRISMA fue básicamente impactar en el mejoramiento del aprendizaje y competencias matemáticas de los estudiantes en primaria, mediante un proceso de formación de los profesores en el desarrollo del pensamiento matemático. Con base en la aplicación de diferentes técnicas e instrumentos como: pruebas estandarizadas de 20 preguntas en la modalidad pretest postest; matriz de análisis de resultados pregunta por pregunta, estudiante por estudiante, institución por institución y por tipo de pensamiento y talleres y conferencias sobre temas generales de la didáctica de la matemática y sobre temas específicos de la matemática de los grados 3°, 4° y 5°.

A continuación se describen los resultados cuantitativos, cualitativos y se realiza un análisis de las preguntas que tuvieron un mayor grado de dificultad tanto en el Pretest como en el Postest.

4.7.1 Resultados cuantitativos, Pretest-Postest

Los estudiantes participantes presentaron mejoras sustanciales en las realizaciones de los pretest-postest en 2013 - 2014 y 2015. Los primeros resultados reflejaron falencias en la comprensión de lectura, rendimiento bajo en el desarrollo del pensamiento geométrico-métrico y aumento en los desempeños de insuficiencia; posteriormente estos aspectos mejoraron en la mayoría de las escuelas participantes.

A juicio del equipo investigador, las mejoras en los resultados de las pruebas obedecieron a la realización de talleres con los docentes que orientaban a estos estudiantes. El propósito de los talleres fue puntualizar en el mejoramiento del pensamiento geométrico de los alumnos, mayor socialización en los ejercicios de pruebas Saber, fortalecimiento de la comprensión lectora del lenguaje matemático, acompañamiento a las escuelas participantes y, sobre todo, al compromiso de los maestros involucrados en el proyecto. Los siguientes gráficos, con su respectivo análisis, son evidencias de estos logros:

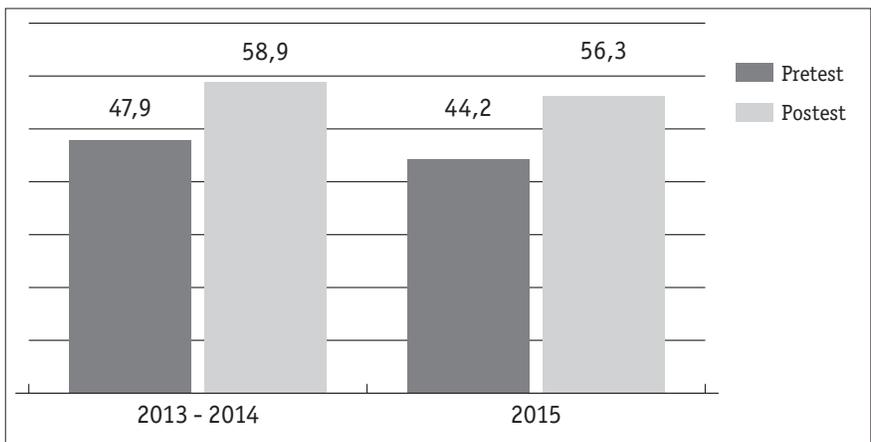


Gráfico 1. Resultados Comparativos Pretest-Postest 2013-2014, 2015

El gráfico muestra mejoras sustanciales en el desempeño global de los estudiantes que participaron en el programa a lo largo de estos tres años. En el período 2013-2014, cuando los estudiantes cursaban 3° y 4°, resolvieron un cuestionario de 20 preguntas tipo prueba Saber agrupadas en tres tipos de pensamiento matemático: numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio y sistemas de datos. Aunque en el gráfico se muestra una mejoría en los resultados globales en 2013-2014, cabe señalar que algunos estudiantes de manera general mostraron debilidades: en el pensamiento geométrico-métrico y en la comprensión lectora de textos matemáticos. Esta segunda debilidad es preocupante, debido a la transversalidad que la caracteriza y a la complejidad para

su desarrollo, ya que no solo requiere de la conceptualización matemática sino del desarrollo lingüístico.

Cabe anotar que en los resultados correspondientes a 2015, cuando los estudiantes cursaban 5°, es notoria una mejoría, sin embargo las dificultades señaladas anteriormente todavía subsisten.

Los resultados globales por niveles de desempeño en el período 2013-2014 indicaron mejoría apreciable en cada uno de ellos. Es de destacar el esfuerzo de los docentes por guiar a los estudiantes a obtener mejores resultados y superar las dificultades. En el gráfico 2 se muestra este avance.

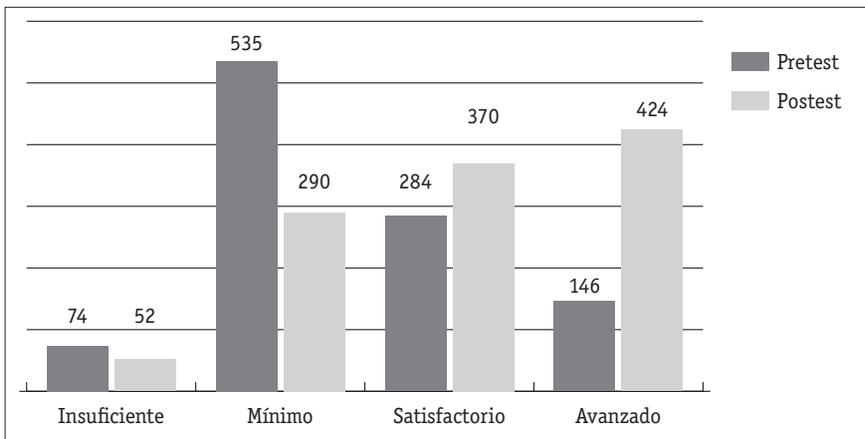


Gráfico 2. Resultados generales por niveles de desempeño Pretest-Postest 2013-2014

En el gráfico 3 se muestran los resultados promedio obtenidos por cada una de las escuelas en 2013-2014, y se puede apreciar la mejoría de las escuelas del Postest con respecto al Pretest. Se debe resaltar que en algunas escuelas el avance fue más significativo que en otras debido a factores como la continuidad de los estudiantes en el proceso, la organización institucional escuela y al compromiso del docente con el proceso de formación desarrollado en el programa.

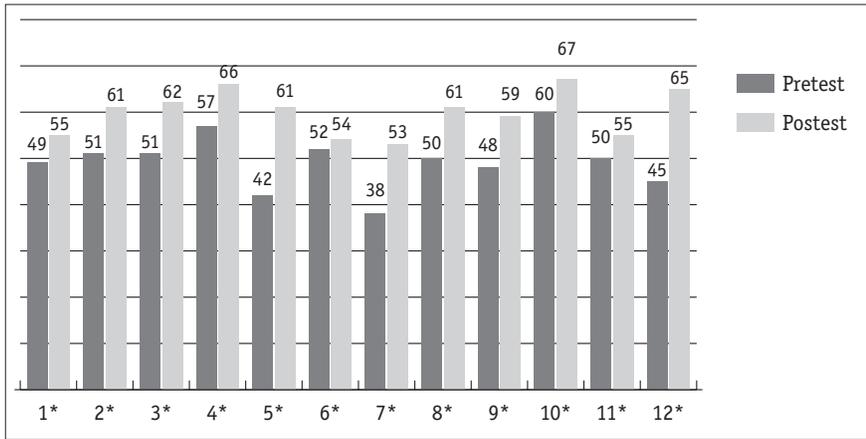


Gráfico 3. Resultados Pretest-Posttest 2013-2014

Los resultados globales por tipo de pensamiento que se muestran en el gráfico 4 también mostraron avances. Se resalta que en el pensamiento numérico-variacional (PNV) el avance fue más significativo, debido a que este es el tipo de pensamiento que más se trabaja en las escuelas. En cambio, los avances en el pensamiento geométrico-métrico (PGM) y pensamiento aleatorio y sistema de datos (PASD) son menos significativos; se alude a que ellos se trabajan con menos intensidad horaria en las escuelas.

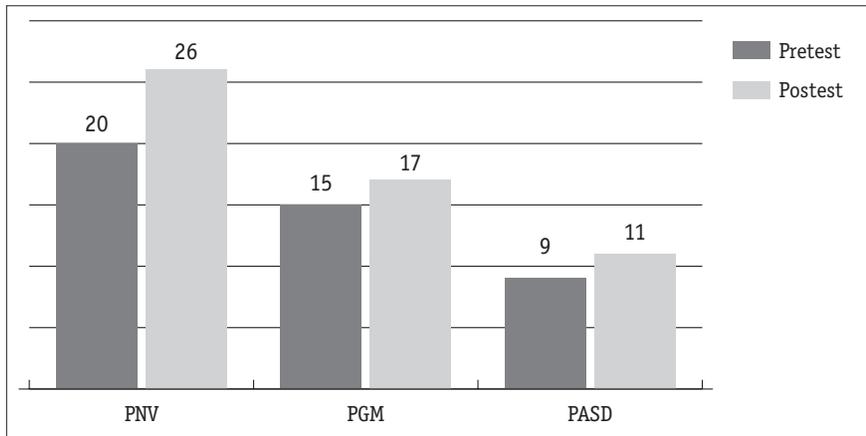


Gráfico 4. Resultados generales por pensamiento 2013-2014

Con respecto al período 2015, los resultados muestran avances similares al período anterior. Cabe resaltar aquí que los niños cursaban 5° y que el nivel de complejidad de los conceptos y procedimientos matemáticos aumenta. Además, en este período el número de escuelas participantes disminuyó y, por tanto, el número de estudiantes.

En el gráfico 5 se muestran a continuación los resultados por nivel de desempeño.

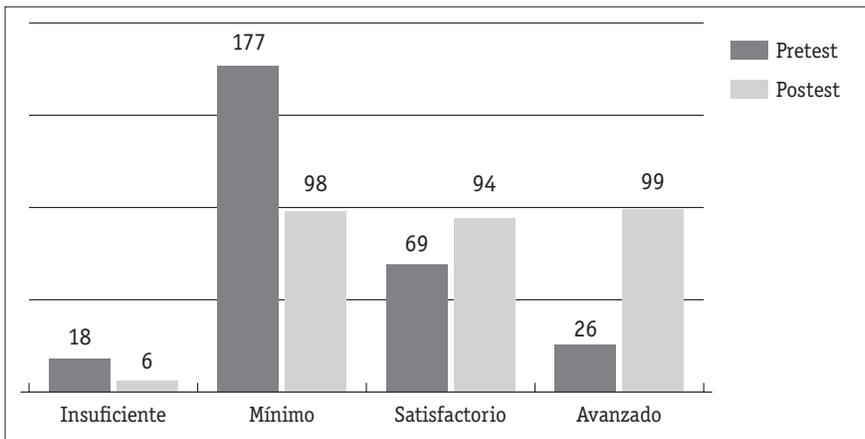


Gráfico 5. Resultados generales por niveles de desempeño Pretest-Postest 2015

Como se aprecia en el gráfico 5, los niveles de desempeño en términos generales mejoraron en el Postest con relación al Pretest. El número de estudiantes en los niveles de insuficiencia y mínimo bajó, y aumentaron los niveles de satisfactorio y avanzado. El reto es aumentar el número de estudiante por escuela en la categoría satisfactorio y avanzado.

Como se muestra en el gráfico 6, la mayoría de las escuelas evidenció mejoras en el desempeño del Postest con respecto al Pretest. En las escuelas identificadas con los números uno, dos, tres, cuatro, cinco y siete, el resultado del Postest fue notablemente mejor que en el Pretest. Queda como compromiso aumentar el nivel con todas las escuelas para estar por encima de 60 puntos como mínimo.

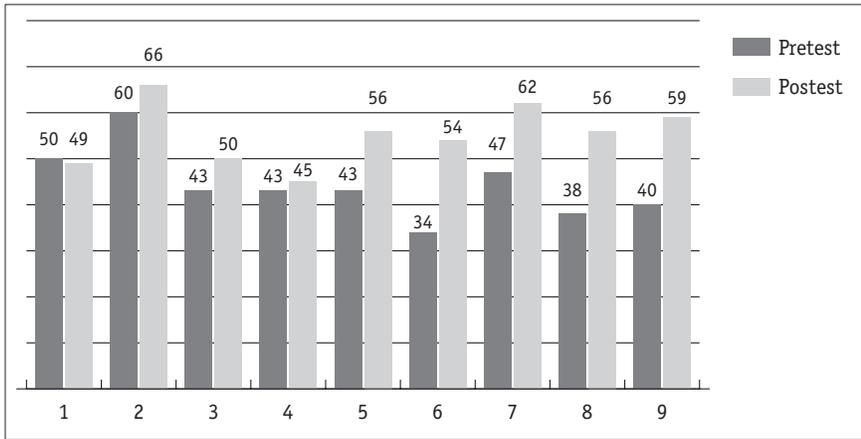


Gráfico 6. Resultados por escuela Pretest-Postest 2015

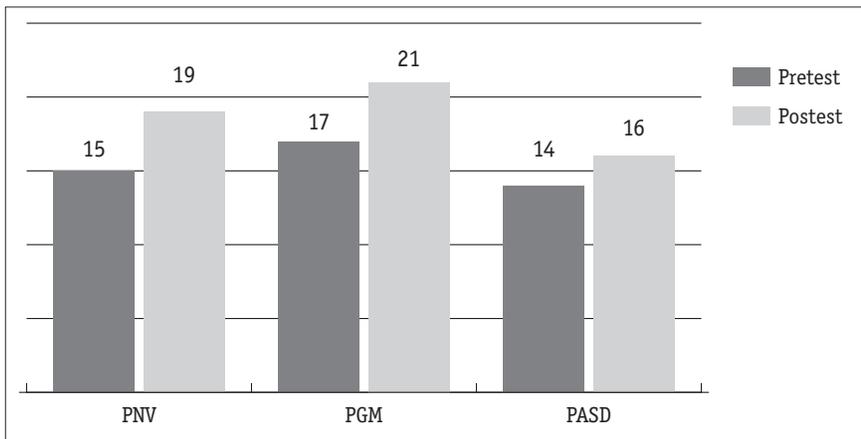


Gráfico 7. Resultados generales por tipo de pensamiento. PNV: Pensamiento Numérico-Variacional. PGM: Pensamiento Geométrico-Métrico. PASD: Pensamiento Aleatorio y Sistema de Datos

Es notoria la mejoría de los estudiantes en las preguntas correspondientes al PGM (Pensamiento Geométrico-Métrico). Allí se cumplió uno de los objetivos del proyecto, que era precisamente mejorar el desempeño de los alumnos en ese tipo de pensamiento, que había puntuado muy bajo en las pruebas iniciales. La realización de los talleres de formación y el acompañamiento por parte del equipo de trabajo del pro-

yecto PRISMA y el compromiso de los docentes en proponerse mejorar en tal sentido se cree fue la clave para alcanzar este logro. Sin embargo, como tarea queda aumentar el desempeño en todos los pensamientos, lo cual se debe evidenciar en los aprendizajes de los educandos.

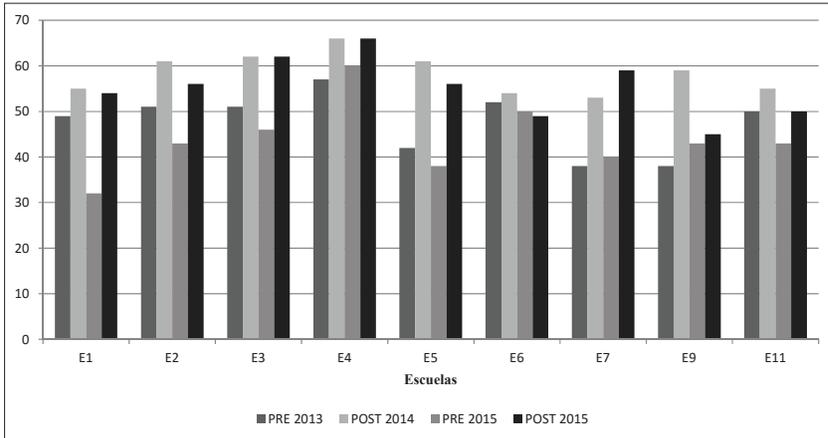


Gráfico 8. Comparativo Pretest-Postest 2013-2014 y Pretest-Postest 2015

El gráfico 8 muestra la relación de los Pretest- Postest 2013-2014 y Pretest-Postest 2015 de las escuelas participantes; en la mayoría de ellas se evidencia el aumento en el rendimiento de los estudiantes en los postest con respecto a los pretest. El rendimiento siempre en aumento en los dos períodos se debió, a juicio del equipo investigador, a un alto clima organizacional y compromiso de sus docentes, que facilitó los logros en este proyecto.

Finalmente, se puede decir que:

- Hubo mejoras en el desempeño global Pretest-Postest (2013-2014) vs. Pretest-Postest (2015) aplicados en los grados 3° y 4°, con promedios de (47.9 - 58.9), respectivamente, *versus* un promedio de (44.2 - 56.3) aplicado en 5°. La disminución en el puntaje se atribuye al mayor grado de dificultad del Pretest - Postest aplicado en 5°.

- Los resultados de niveles desempeño por número de estudiantes mejoraron tanto en el Pretest-Posttest (2013-2014) aplicado en los grados 3° y 4° como en el Pretest-Posttest aplicado en 2015 en 5°. El número de estudiantes en los niveles de insuficiencia disminuyó y aumentó el número de estudiantes en los niveles mínimo, satisfactorio y avanzado, respectivamente.
- En la aplicación del Pretest-Posttest (2013-2014), 3 de 15 escuelas que participaron mostraron diferencias significativas y 7 de las 15 escuelas sobrepasaron un promedio de 60 puntos sobre 100 puntos que tenía la prueba. Mientras que en la aplicación del Pretest-Posttest (2015) participaron 9 escuelas de las 15 que iniciaron. Hubo también un mejor desempeño de las escuelas del Pretest con respecto al Posttest. Sin embargo, solamente 2 de ellas alcanzaron más de 60 puntos. Las razones de la disminución del número de escuelas se debieron al cambio de curso de las profesoras que venían participando y al traslado de otras profesoras a otras escuelas no participantes en el proyecto.
- Aunque hubo una disminución en los promedios para las preguntas de Pensamiento Numérico-Variacional en los Pretest-Posttest (2015) vs. el Pretest-Posttest (2013 -2014), el resultado del Pretest-Posttest (2015) mejoró sustancialmente en las preguntas del Pensamiento Geométrico-Métrico y del Pensamiento Aleatorio y Sistema de Datos, respectivamente, con respecto al tipo de preguntas de los mismos pensamientos en el Pretest-Posttest (2013-2014). Las razones, a nuestro juicio, se debieron al propósito de las maestras en mejorar sus prácticas en esos dos tipos de pensamiento producto de los procesos de formación y de acompañamiento en el proyecto PRISMA. En general, las escuelas que culminaron el proyecto evidenciaron mejoras en los resultados del Pretest-Posttest (2013-2014) vs. Pretest-Posttest (2015).

4.7.2 Resultados cualitativos, logros y aprendizajes

En el aspecto cualitativo se puede afirmar que las profesoras y profesores de las escuelas participantes tuvieron una percepción favorable

hacia el proceso de formación y acompañamiento por parte del programa PRISMA; esto quedó evidenciado en las manifestaciones verbales en un grupo focal que se realizó. Los docentes participantes comentaron que una de las principales ventajas encontradas al aplicar las experiencias en sus clases fue precisamente el fortalecimiento pedagógico y didáctico de las prácticas de aula, debido a que en las experiencias de aula se evidenciaba una serie de estrategias metodológicas que al ejecutarlas en los actos pedagógicos permeaba los procesos de enseñanza-aprendizaje, haciendo, de esta manera, más factible el conocimiento matemático. Además, que la motivación y participación asertiva de los educandos en las clases mejoró paulatinamente.

Por otra parte, los docentes manifestaron que uno de los valores agregados al desarrollo profesoral en la participación de procesos de formación y acompañamiento fue el hecho de fortalecer la práctica pedagógica; a esto se le sumó la idea de superar debilidades respecto a la capacidad para diseñar, planificar, orquestar y gestionar la enseñanza de las matemáticas, como también en la capacidad para interpretar y analizar las producciones de los estudiantes y, por ende, el aprendizaje de las mismas; además de obtener recursos didácticos pertinentes que repercutan en un aprendizaje significativo y perdurable para los educandos. Vale la pena destacar que los docentes enfatizaban que al estar expuestos a procesos de formación constante encontraban una forma diferente de manejar las competencias y conceptos matemáticos en el aula de clases.

En los comentarios de los docentes es importante destacar que se han mantenido activos en el programa PRISMA por el deseo de empoderarse de los pensamientos matemáticos, mejorar los desempeños de aprendizaje de los educandos, motivación para aprender, además de la variedad y calidad de talleres a los que asistieron durante la ejecución de dicho programa.

El acompañamiento del programa en las prácticas de aula de las instituciones participantes ha mostrado logros significativos en los estudiantes, evidenciado en la puesta en marcha de experiencias de aula novedosas y secuencias didácticas; estas últimas se convierten en insumos para afianzar las competencias matemáticas de los estudiantes, mejorar

los intereses de estos y lograr una notoria mejoría en los resultados de la prueba Saber, aspecto comentado por los docentes participantes.

Una de las dificultades percibidas por los docentes para la asistencia a los talleres radicó en que existían otras actividades que se cruzaban con estos: el cambio repentino de grado, además de la desescolarización a los niños y niñas que se orientaban. Un punto para destacar en este aspecto es el apoyo de los directivos a los docentes participantes en la mayoría de instituciones, lo cual les permitió el acceso y participación en los distintos talleres.

Retomando la participación de los docentes en los talleres ejecutados, comentaron lo siguiente: “Cada vez que vengo, salgo con un aprendizaje nuevo”; “Ya no hago la clase de la misma manera, uso más materiales para que se le facilite el aprendizaje a los estudiantes”; “Sé que tengo dificultades en el pensamiento geométrico-métrico y los talleres me han ayudado mucho para mejorar mis conceptos y mi práctica”; “Ha sido muy interesante porque nosotros tenemos una responsabilidad muy grande: los niños creen lo que les dice el profesor y, por tanto, debemos estar bien preparados, sobre todo porque nuestra especialidad no es matemática. Por ello, los talleres y la capacitación en el programa PRISMA me ha ayudado mucho a capacitarme”; “Salimos de confusiones conceptuales con las que veníamos años atrás”.

Como evidencia de estos logros cualitativos también se pueden exponer los proyectos que los docentes realizaron en el marco de este proyecto en los cuales aplicaban lo aprendido en los talleres realizados:

- El Cuento Matemático. (Profesora Julia Varela, Escuela Madre Marcelina).
- Elaboración de juguetes utilizando sólidos geométricos. (Profesora Emma Araújo, Escuela Jorge Isaac).
- Comprendiendo las fracciones a través del juego. (Profesora Luz Cenith Pérez, Escuela La Merced).

- Jugando con el Geoplano físico e interactivo para aprender la diferencia entre perímetro y área. (Profesora Myriam Moreno, Escuela Antonio José de Sucre).
- Uso de materiales reciclables para el aprendizaje de la división a partir de problemas cotidianos. (Profesora Alicia Salgado, Escuela Tierra Santa).

4.7.3 Análisis de preguntas con mayor grado de dificultad

A continuación se presenta un análisis de las preguntas con mayor grado de dificultad según los resultados arrojados en el Pretest-Postest aplicado en 2015.

■ *Pregunta 3*

-
3. Una empresa de buses tiene dos rutas diferentes, A y B, que inician sus recorridos a las 6:00 a.m. Los de la ruta A salen cada 15 minutos y los de la ruta B cada 9 minutos.

Los buses de las dos rutas vuelven a salir al mismo tiempo a las

- A. 6:22 a.m.
 - B. 7:00 a.m.
 - C. 6:45 a.m.
 - D. 7:30 a.m.
-

De los estudiantes que presentaron la prueba lograron acertar en la respuesta el 38 % de estos. Esta pregunta evalúa la capacidad de un estudiante para interpretar una información cuya evidencia representa el uso del concepto del Mínimo Común Múltiplo para resolverla. Es considerado un ítem difícil, ya que el 66 % de los estudiantes que realizaron la prueba no logra responderla correctamente.

En esta pregunta también se evalúa la capacidad del estudiante para diseñar planes, estrategias o procedimientos para la solución de problemas que involucran información cuantitativa o esquemática.

Esta pregunta tiene dos opciones correctas de respuesta, C y/o D (38 %); para obtenerlas, el estudiante debe tener en cuenta que cada 15 minutos sale una ruta y la otra cada 9 minutos. Se resuelve hallando el mínimo común múltiplo de 15 y 9, y además combinar este conocimiento con el manejo del sistema sexagesimal, es decir, en este caso, que una hora tiene 60 minutos.

15	9	3
5	3	3
5	1	5
1	1	

$$\text{MCM} = 3 \times 3 \times 5 = 45.$$

El siguiente múltiplo común a 15 y 9 es 90; esto significa que 45 y 90 minutos después las rutas A y B volverán a coincidir en la salida, lo cual en términos de tiempo en horas significa a las 6.45 a.m. y 7:30 a.m.

Cabe la posibilidad que los estudiantes hubiesen utilizado otra estrategia, como la de construir una tabla donde se hubiesen anotado las horas de salida de los siguientes buses hasta encontrar dos horarios coincidentes.

■ Pregunta 6

-
6. Entre Juan y Luis se van a repartir 30 bolas de cristal, por cada bola que toma Luis, Juan toma dos.

¿Cuántas bolas de cristal toma Juan y cuántas le corresponden a Luis?

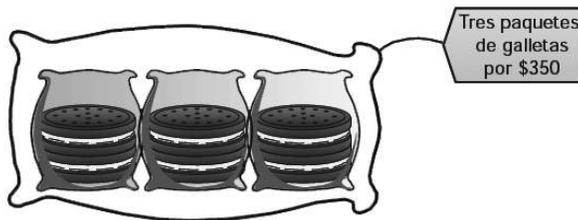
- A. Juan tiene 6 bolas de cristal y Luis tiene 5
 B. Juan tiene 15 bolas de cristal y Luis tiene 15
 C. Juan tiene 20 bolas de cristal y Luis tiene 10
 D. Juan tiene 60 bolas de cristal y Luis tiene 30
-

Con una variable, a este nivel (5° grado) se esperaba que los estudiantes pudiesen aplicar un simple conteo de acuerdo con la condición que establecía el problema hasta agotar la cantidad de bolas.

La respuesta correcta es la opción C, y solo el 38 % de los estudiantes que presentaron el postest la contestó acertadamente. También cabe la posibilidad de que la poca habilidad para comprender textos relacionados con operaciones matemáticas que tienen algunos estudiantes haya sido la causa los malos resultados en esta pregunta

■ *Pregunta 7*

7. En una tienda se ofrece la siguiente promoción:



¿En cuál de las tablas se muestra correctamente el precio de 3, 6 y 9 paquetes de galletas?

A.

Número de paquetes	Costo (\$)
3	350
6	350
9	350

B.

Número de paquetes	Costo (\$)
3	350
6	700
9	1050

C.

Número de paquetes	Costo (\$)
3	350
6	700
9	1400

D.

Número de paquetes	Costo (\$)
3	350
6	650
9	900

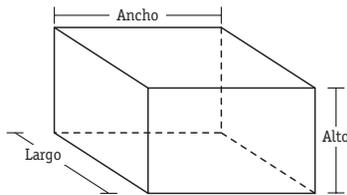
En esta pregunta se evalúa la construcción mental que han hecho los estudiantes del concepto de *unidad*. A una gran mayoría le causa confusión que una unidad, en este problema, esté conformada por tres paquetes porque asocian el concepto de unidad con el número 1; esta es una posible explicación de que un 38 % de los estudiantes en el postest haya escogido la opción A.

Otra debilidad asociada a las respuestas incorrectas de los estudiantes es que prácticamente las únicas técnicas de conteo que suelen aplicar es la de uno en uno o de dos en dos; muy poco son dados a usar técnicas de conteo por agrupación: tres en tres, cinco en cinco, etc. Lo anterior podría explicar que un 14 % de los estudiantes haya escogido la opción C como la correcta en esta pregunta.

Estamos casi seguros de que ningún estudiante si va a una tienda pagaría por los nueve paquetes \$1400, lo cual demostraría que el contexto en que se presenta el problema juega un papel importante.

■ *Pregunta 12*

-
12. La siguiente figura representa una caja. En la figura se señalan las dimensiones de la caja.



¿Cuál de los siguientes procedimientos permite hallar el volumen de la caja?

- A. Sumar el largo, el ancho y el alto de la caja.
 - B. Multiplicar por 3 el alto de la caja.
 - C. Multiplicar el largo por el ancho y por el alto.
 - D. Sumar el largo con el ancho y multiplicar por el alto.
-

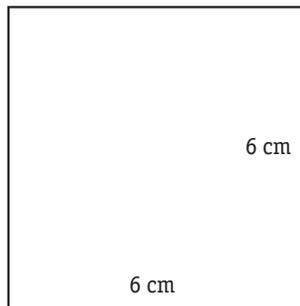
La pregunta indaga pretendiendo que se evidencie una competencia geométrica que se relaciona con el volumen de un sólido. La mayoría de los estudiantes (44 %) escoge la opción A, que habla de sumar los lados refiriéndose a un concepto errado del volumen. Debido a que el volumen es una unidad tridimensional, esta opción no les permite una

respuesta en unidades cúbicas, lo cual evidencia una dificultad en la comprensión del concepto. La opción correcta es la C (26 %).

El procedimiento que se sugiere para resolver es multiplicar las medidas del largo, ancho y alto.

■ *Pregunta 13*

-
13. ¿Cuál es el área del cuadrado que se muestra en la figura?



- A. 12 cm^2
B. 36 cm^2
C. 6 cm^2
D. 1 cm^2
-

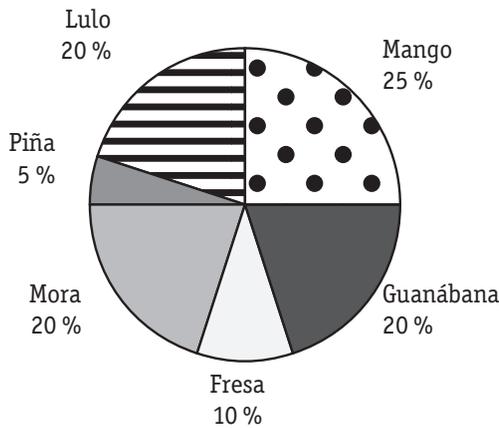
Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para evaluar una forma de encontrar el área de una figura geométrica, en este caso, un cuadrado. La respuesta correcta es la opción B (22 %), ya que el área del cuadrado se encuentra multiplicando largo x ancho. Como es una figura regular, tiene las mismas dimensiones y, por tanto, la respuesta se obtendría multiplicando $6 \text{ m} \times 6 \text{ m}$, lo cual da como resultado 36 m^2 .

Los estudiantes que seleccionan la opción A (48 %) podrían estar incurriendo en un error al considerar que la suma de los lados de la figura permite encontrar el área, sin considerar que el área es una unidad bidimensional que se expresa en unidades cuadradas. Los que seleccionan la opción C (21 %) podrían asociar incorrectamente el concepto de área

con la dimensionalidad lineal (M1), y aquellos que escogen la D (9 %) pueden ser estudiantes que hacen una inspección visual de la gráfica sin detenerse a realizar los cálculos requeridos para solucionar el ítem.

■ *Pregunta 20*

20. La gráfica representa el porcentaje por sabor de los jugos vendidos en una frutería durante un fin de semana



En la frutería se vendieron 200 jugos el fin de semana ¿Cuántos jugos de mango se vendieron?

- A. 20
- B. 25
- C. 50
- D. 100

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante para transformar diversos tipos de representación; en este caso, del gráfico circular se debe pasar al lenguaje natural.

La respuesta correcta es la opción C (21 %), porque el porcentaje del jugo de mango correspondiente al 25 % de 200 es 50.

Los estudiantes que seleccionan la opción B (64 %) podrían estar incurriendo en un error al considerar que el porcentaje mostrado es el número de jugos vendidos. Este se soluciona con un proceso cuantitativo de regla de tres en el caso del porcentaje.

100 % es a 200 jugos

25 % es a X jugos

$$X = 200 \times 25/100$$

$$X = 5000/100$$

$$X = 50$$

lo cual representa 50 jugos.

Los que seleccionan la opción A (5 %) podrían asociar incorrectamente la convención con el jugo, y aquellos que escogen la D (10 %) pueden ser estudiantes que hacen una inspección visual de la gráfica sin detenerse a realizar los cálculos requeridos para solucionar el ítem.

A lo largo del desarrollo del proyecto PRISMA se desarrollaron talleres, orientados por investigadores de reconocida en el área de la didáctica de la matemática y por el equipo de trabajo de profesores de la Universidad del Norte.

- “Los números fraccionarios y las diferentes representaciones de las fracciones”, desarrollado por Cecilia Casasbuenas de la Fundación FUCAI.
- “Pensamiento espacial y sistemas geométricos”, por Cecilia Casasbuenas.
- “Relación 2D-1D”, por Edelmira Badillo de la Universidad de Barcelona.
- “Analizando y Diseñando Preguntas tipo Pruebas Saber”, por Guillermo Cervantes y Rafael Escudero, integrantes del equipo de trabajo del proyecto PRISMA.
- “Razonamiento Cuantitativo a través de situaciones”, por Rafael Martínez, integrante del equipo de trabajo del proyecto PRISMA.

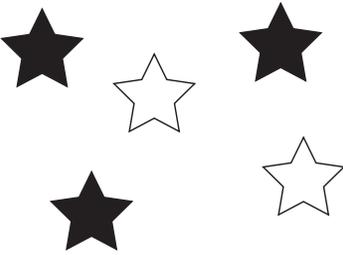
Algunas de las actividades que se desarrollaron en estos talleres las describimos a continuación:

5.1 TALLER: ALGUNOS SIGNIFICADOS DE LAS FRACCIONES Y PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

En los talleres relacionados con las fracciones y el pensamiento espacial que orientó la profesora Cecilia Casasbuenas resaltamos las siguientes actividades a manera de ejemplo:

Actividad 1

En cada uno de los siguientes dibujos ¿qué expresa la fracción $\frac{3}{5}$? ¡Discútanlo!



Los $\frac{3}{5}$ del número de estrellas son de color negro.



El número de globos de Estefanía es igual a los $\frac{3}{5}$ del número de globos de Iván Camilo.



3 de las 5 son negras, 3 sobre 5, $\frac{3}{5}$.

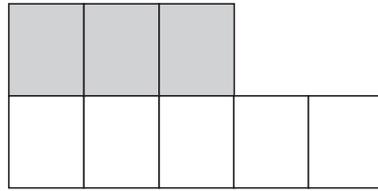
¿Cómo repartir por igual 3 entre 5?



Sonia reparte 3 tortas entre cinco niños. De las tortas a cada niño le corresponde $3 \div 5 = \frac{3}{5}$.



Martín coloreó los $\frac{3}{5}$ del área de la cartulina.



La longitud de la regla gris es igual a los $\frac{3}{5}$ de la longitud de la regla blanca.

Imagen tomada del taller orientado por Cecilia Casasbuenas.

¿Cómo denominarían cada uno de esos significados? ¿Conocen otros?

Una fracción puede expresar:

Parte de un todo, cuando este es una cantidad discreta.

- Parte de un todo, cuando este es una cantidad continua.
- El resultado de comparar los tamaños de dos conjuntos de objetos o dos medidas.
- La probabilidad de un evento.
- El resultado o cociente de una división.

¿Encuentran relaciones entre estos significados de las fracciones y el análisis que hicieron de las situaciones presentadas en los dibujos?

¿Cuáles otros significados de las fracciones abordan con sus estudiantes?

Actividad 2

Tres vistas de un dado

Tres personas, desde posiciones diferentes, observan un dado que está sobre una mesa. La vista B es de la persona que está ubicada en la cabe-

cera de la mesa. Las otras dos personas están sentadas, una a la derecha y otra a la izquierda en los respectivos lados de la mesa.



A



B



C

Imagen tomada del taller orientado por Cecilia Casasbuenas.

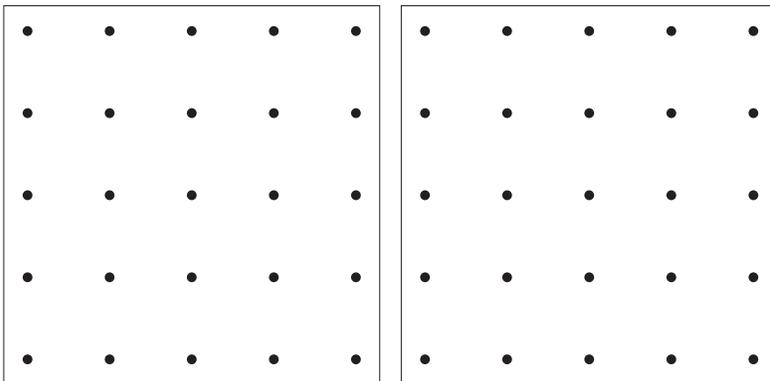
¿Qué vista del dado observa la persona sentada a la derecha? ¿Corresponde la otra vista del dado a la persona que está sentada a la izquierda?

5.2 TALLER: RELACIÓN 2D-1D

Del trabajo realizado por la Dra. Edelmira Badillo, a manera de ejemplo presentamos las siguientes actividades.

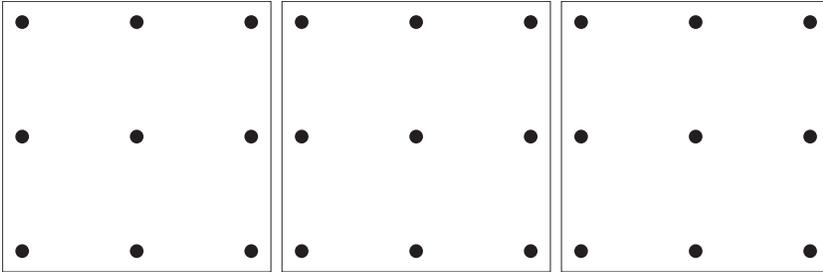
Actividad 1

Dibuja todos los cuadrados posibles sobre este geoplano de 5×5 .



Actividad 2

Dibuja todos los cuadriláteros posibles sobre este geoplano de 3 x 3.



Actividad 3

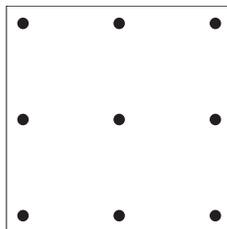
Recortar las 4 piezas que forman el cuadrado y reagruparlas para formar otros cuadriláteros (hay más de diez diferentes). Decidir de qué manera representarán cada cuadrilátero encontrado.

Actividad 4

¿Has visto los pentaminós?

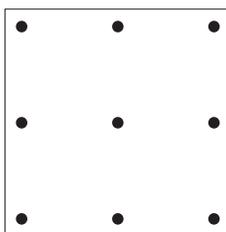
Los pentaminós son los polígonos formados juntando 5 cuadrados por uno o más costados. Hay 12 posibles pentaminós. El matemático Solomon W. Golomb los patentó en 1975 y es de uno de los rompecabezas más conocidos en la actualidad.

Aquí tienes una reproducción con el nombre en que se conocen (según la letra que recuerdan).



Si bien los 12 pentaminós tienen la misma área, no todos tienen el mismo perímetro. Si denominamos c junto al cuadrado y lo tomamos como unidad de perímetro, podemos determinar el de cada uno de los pentaminós.

Si quieres puedes completar la tabla y buscar el pentaminó o pentaminós de más y menos perímetro.



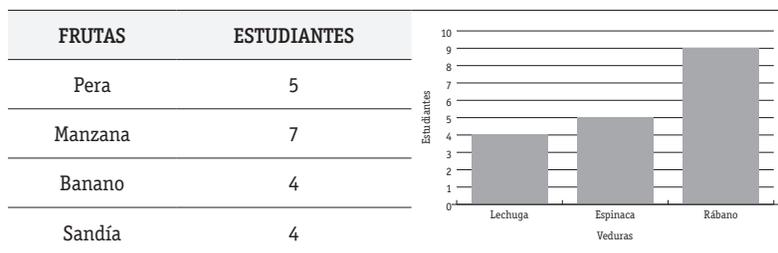
5.3 TALLER: ANALIZANDO Y DISEÑANDO PREGUNTAS TIPO PRUEBA SABER

Durante la realización de este taller, los docentes participantes tuvieron la oportunidad de analizar preguntas fundamentadas en las orientaciones que brindaron los docentes Rafael Escudero y Guillermo Cervantes; además de lo anterior se dedicó un espacio al diseño de preguntas con base en los referentes del Icfes.

A continuación se presentan los principales productos de la actividad.

GRUPO 1

- En la siguiente tabla y gráfica se muestra la información de una encuesta realizada a los estudiantes de 5° sobre el gusto de las frutas y verduras.



¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es o son verdaderas?

- I. La misma cantidad de estudiantes les gusta la manzana y la lechuga.
 - II. La fruta y la verdura favorita de los estudiantes de 5° son la manzana y el rábano.
 - III. La cantidad de estudiantes a quienes les gusta y las verduras es la misma.
- A. I solamente
 - B. II solamente
 - C. I y III solamente
 - D. II y III solamente

Grado de complejidad: *Medio*

GRUPO 2

- Se les consultó a más de 10 personas acerca de su preferencia musical para justificar la moda (Mo); en la tabla de frecuencias se muestran las respuestas:

RITMO	PREFERENCIA
Salsa	2
Merengue	1
Romántica	3
Reguetón	4
Hip-hop	1

¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones a cerca de las preferencias es verdaderas?

- I. A todos les gusta el “hip-hop”.
- II. Solamente a la mitad les gusta la salsa.
- III. El reguetón es el ritmo de preferencia.

- A. II y II
- B. I solamente
- C. III
- D. II y III

Grado de complejidad: *Medio*. Necesita asociar varios tipos de pensamiento.

GRUPO 3

- Observa la siguiente lista de precios de una tienda escolar.

ARTÍCULO	PRECIO
Gaseosa	\$1.500
Deditos	\$1.200
Yogur	\$1.500
Jugo	\$1.300
Papitas	\$1.100
Chocolatinas	\$1.000
Manzana	\$1.600
Botella de agua	\$1.700

Si Juan tiene un billete de \$5.000, ¿cuáles serían las opciones para comprar su merienda?

- I. Gaseosa, dedito, chocolatina, manzana.
 - II. Yogur, papitas, manzana.
 - III. Jugo, deditos y chocolatinas.
- A. I solamente
 - B. II solamente
 - C. I y II solamente
 - D. II y III solamente

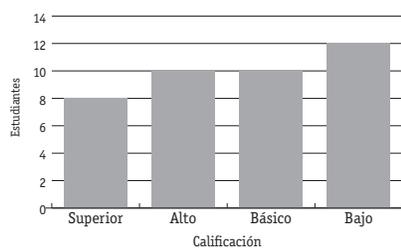
Grado de complejidad: *Medio*

Clave: D

GRUPO 4

- En la tabla y la gráfica se muestran los resultados obtenidos por los alumnos de 5 en el área de Matemáticas durante el primer periodo.

FRUTAS	CURSO 5°
Superior	8
Alto	10
Básico	10
Bajo	12



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?:

- I. El nivel bajo es el que obtuvo mayor puntaje.
 - II. Los altos y bajos obtuvieron el mismo puntaje.
 - III. El nivel superior fue el que obtuvo el mayor puntaje.
- A. I solamente
 - B. II solamente
 - C. I y II solamente
 - D. I y III solamente

Grado de complejidad: *Medio*. Porque los datos presentados necesitan de observación y deducción para obtener la respuesta.

Clave: C

GRUPO 5

- Los estudiantes de 5°A y 5° B votaron por escoger los alimentos que más consumen durante el descanso.

	CURSOS	
	5° A	5° B
Jugos	10	13
Gaseosas	15	20
Mecatos	5	12
Yogur	10	5

¿Cuál de los siguientes alimentos fue escogido por los estudiantes de 5°A y 5° B durante el descanso?

- A. El alimento de 5° A es el mecato.
- B. El curso que consume más gaseosas es 5° B.
- C. El total de los estudiantes de 5°A y 5° B que consumen yogur es el mismo.
- D. Un solo estudiante de 5°A consume gaseosa.

Grado de complejidad: *Alto*

Clave: B

5.4 TALLER: RAZONAMIENTO CUANTITATIVO A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE SITUACIONES CONTEXTUALIZADAS

En este taller se presentan ejemplos de situaciones contextualizadas denominadas “genéricas” en las que se trabajen competencias matemáticas, se promuevan el denominado razonamiento cuantitativo y se muestra un camino metodológico que ayude a los estudiantes a superar la paradoja del lenguaje específico planteada por D’Amore (2006) y que es vista como un obstáculo para la comunicación y el aprendizaje de las matemáticas.

Ejemplo 1: El estado del tiempo en Colombia

Observe la siguiente ilustración en la que se da el pronóstico del clima.

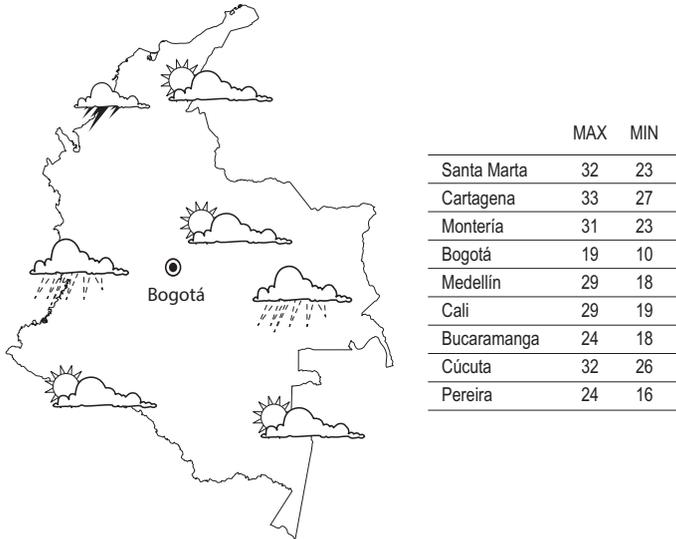


Imagen tomada del periódico *El Herald*, Sección A, abril de 2014.

Hagamos una exploración del contexto:

¿Qué representan los elementos pictóricos mostrados y en la figura?



Observamos cómo elementos pictóricos pueden transmitir ideas completas a partir de una integración de significados e interpretaciones.

¿Qué representan las palabras MAX , MIN dentro de la figura?

¿Pueden hacer una descripción general del clima en el país en este día en particular?

¿En qué ciudad o ciudades se tendrá la mayor temperatura del día?

¿En alguna ciudad se tendrá 20° en algún momento del día?

¿En qué ciudad se tendrá la mayor diferencia de temperatura?

Para responder todas estas preguntas es necesario hacer una lectura constante de la figura, observándola y fijando la información que contiene. Esta exploración del contexto privilegia la verbalización. El siguiente paso es formular por escrito preguntas acerca de lo que se puede leer en la figura, lo cual permitiría privilegiar la comprensión lectora insertando elementos matemáticos en un lenguaje cotidiano. Las preguntas pueden luego reformularse para que aparezcan símbolos y expresiones del lenguaje matemático que sustituyan las expresiones del lenguaje cotidiano.

Pueden generarse preguntas como las siguientes:

1. Observando la figura, en lo correspondiente al pronóstico de las temperaturas, podemos decir que la **mayor** temperatura del día
 - a. Se registrará en Cartagena.
 - b. Se registrará en Santa Marta y Cúcuta.
 - c. Se registrará en Barranquilla.
 - d. Se registrará en Bogotá.
2. Observando la ilustración, en lo correspondiente al pronóstico de las temperaturas, podemos decir que la **mayor diferencia** de temperaturas máxima y mínima
 - a. Se tiene en Cartagena.
 - b. Se tiene en Medellín.
 - c. Se tiene en Cali.
 - d. Se tiene en Cúcuta.

3. Observando la ilustración, en lo correspondiente al pronóstico de las temperaturas, podemos decir que las ciudades donde en algún momento del día pueden registrarse 17° son:
 - a. Cali y Medellín.
 - b. Cartagena y Santa Marta.
 - c. Bucaramanga y Montería.
 - d. Bogotá y Pereira.

4. Observando la ilustración, en lo correspondiente al pronóstico de las temperatura para Medellín, podemos decir que el **promedio** de la temperatura
 - a. es **mayor** que 24°
 - b. es **menor** que 22°
 - c. es **mayor** que 23°
 - d. es **menor** que 18°

Ejemplo 2: Los indicadores económicos

La siguiente información fue recortada del periódico *El Heraldo* de Barranquilla, de la sección Indicadores Económicos.

BOLSA			DIVISAS		DTF %		TASAS CAPT			
	CANT.	VALOR	Ayer:	\$1.929,13	Efectivo Anual	4,05	A 180 días	4,38%		
Ecopetrol	2.572.244	4.045	DÓLAR	 \$1.929,13	Trim. Anticip.	3,95	A 360 días	4,78%		
Prec	664.560	35.980			Trim. Vencido	3,99				
Isagén	116.417	3.110						METALES		
Grupo Argos	31.433	20.700						Oro (2. ONEX)	\$70.976,48	
Grupo Sura	68.199	35.660						Oro (2. FINE)	\$77.448,35	
Éxito	31.717	30.660						Plata (2. ONEX)	\$990,58	
Grupo Aval	1.976.492	1.295						Plata (2. FINE)	\$1.238,23	
ISA	54.852	8.630	Compra	\$1.928,39				Platino (2. ONEX)	\$85.544,06	
ETB	618.084	401	Venta	\$1.929,86				Platino (2. FINE)	\$86.751,71	
PFaval	3.135.023	1.300	EURO	\$2.607,9					CAFÉ	
Bancolombia	44.920	24.660	REAL	\$845,96					Libra	US\$1,26
					PETRÓLEO					
					Baril	US\$94,49				

Imagen tomada del periódico *El Heraldo*, Sección D, abril de 2014.

En este ejemplo es importante destacar el significado de las palabras, abreviaturas y cifras que aparecen en los indicadores económicos.

¿Qué significan los nombres, palabras y cifras que aparecen bajo la columna Bolsa y cómo están relacionados?

¿Qué significan las palabras y cifras que aparecen bajo la columna Divisas y cómo están relacionadas?

¿Qué es la DTF% y qué significado tiene?

¿Qué información contiene la columna Metales?

Utilizando esta información pueden generarse situaciones que requieren la intervención del razonamiento cuantitativo, como ordenar las empresas por el número de acciones vendidas o por el precio de la acción, o por el valor obtenido por la venta de las acciones en ese día, qué hacer para determinar la cantidad de dinero que se obtendría, en pesos, por vender 500 dólares o la cantidad de dinero necesaria para comprar 2000 euros.

Preguntas como las siguientes permiten utilizar la información del recorte en situaciones genéricas de la Matemática.

1. La acción que **menos** se vendió en la Bolsa en este día fue la de
 - a. Bancolombia
 - b. Éxito
 - c. Grupo Argos
 - d. Ecopetrol
2. Las acciones cuyo **valor es mayor que** \$35 000 son las de las empresas
 - a. ETB, Isa y Bancolombia
 - b. Prec y Grupo Aval

- c. Grupo Sura y Bancolombia
 - d. Grupo Aval, ETB y Pfaval
3. Pedro tiene 100 dólares; si los cambia, es decir, los vende, recibiría:
- a. \$192 913
 - b. \$192 985
 - c. \$192 839
 - d. \$190 000
4. De acuerdo con el precio de venta de la plata, ¿cuántos gramos, cantidad entera, pueden comprarse con \$20 000?
- a. **Menos de** 18 gramos
 - b. **Exactamente** 18 gramos
 - c. **Más de** 19 gramos
 - d. **Entre** 15 y 18 gramos

Nuevamente, una lectura constante de la información, relacionar las diferentes categorías, entender la situación que se está planteando, realizar operaciones aritméticas básicas, etc., permiten responder interrogantes planteados a partir de la información consignada en la figura.

Ejemplo 3: ¿Cuánto cuesta mi aviso clasificado?

Observe la información sobre los avisos clasificados.

Explore el contexto con referencia a costo del aviso de acuerdo con las características que presente; así:

¿Cuánto costaría un aviso clasificado de 13 palabras, una de las cuales está en negrilla?

1. Redacte un aviso clasificado, y de acuerdo con las características que desee agregarle, estime su valor.
2. Trate de determinar el valor de los avisos que aparecen en la figura, atendiendo al costo de las características que presentan.
3. Formule preguntas que utilicen la información suministrada.

EECTIVIDAD
H
DE HERALDO
GARANTIZADA

VALOR DEL AVISO

\$8.352

MEDIO IMPRESO DE 1 A 12 PALABRAS

PALABRA ADICIONAL	\$ 696
PALABRA NEGRILLA	\$ 812
SERVICIO ANUNCIADOR	\$ 3.828
FONDO GRIS	\$ 4.408
RESALTADORES GRANDES	\$ 6.960
MAYÚSCULA	\$ 5.974

*Estos valores incluyen IVA

MATERIALES DE CONSTRUCCION

Materiales. Cal Nare ahora es Caltek, la mejor de Colombia, pídelas ya en Distribuciones Diaz Ramos S.A.S mayorista autorizado para la costa, servicio a domicilio gratis, línea de atención al cliente 3819400 3008005751. 3008367251. ID Web: 27047.

Materiales. FABRICA de Bloque la Oriental. Bloques vibropresados, estructurales, Levantes, Abujardados, entrepisos, calados, Adoquines, Bordillos, Postes para cerca, Stock Permanente. www.bloqueslaoriental.com Transportamos tus bloques a cualquier punto de la costa PBX. 3760001. ID Web: 28196.

Imagen tomada del periódico *El Heraldo*, Sección D, abril de 2014.

EXPERIENCIAS DE AULA

Las experiencias en las prácticas de aula son una de las principales evidencias de los logros e impacto del programa en las instituciones participantes; cabe anotar que para el diseño, ejecución y evaluación de las mismas, los docentes tuvieron acompañamiento oportuno y pertinente por parte de un tutor, quien orientó, además de los procesos pedagógicos y didácticos, las conceptualizaciones que subyacen en estas experiencias.

A continuación se presentan el desarrollo y resultados de las experiencias de aula.

Tabla 6. Experiencias de aula

EXPERIENCIA 1				
La fracción como operador.				
Efecto de una fracción al aplicarla a conjunto de objetos				
PROFESOR(A)	COLEGIO	TUTOR	CÓMO SE DESARROLLA	RESULTADOS ESPERADOS
Luz Cenith Pérez Quintana	IED La Merced	Rafael Martínez	La profesora utiliza conjuntos de objetos diversos: sus alumnos, tapas y pitillos, para inducir la idea de la fracción como un operador. La clase está dividida en momentos:	La profesora pretende que los estudiantes sean capaces de determinar la fracción dada de un conjunto de objetos

Continúa...

EXPERIENCIA 1				
La fracción como operador.				
Efecto de una fracción al aplicarla a conjunto de objetos				
PROFESOR(A)	COLEGIO	TUTOR	CÓMO SE DESARROLLA	RESULTADOS ESPERADOS
Luz Cenith Pérez Quintana	IED La Merced	Rafael Martínez	<p><i>Motivación:</i> La cual al mismo tiempo es una exploración de ideas previas, necesarias para comprender el concepto de fracción como operador. La idea previa que se maneja, sin decirlo, es la divisibilidad, la cual surge cuando no sobran alumnos al conformar grupos de determinado número de alumnos.</p> <p><i>Desarrollo:</i> La profesora replica, bajo su dirección, parte del juego presentado en la motivación con tapas, y pregunta: ¿Quién me ayuda a sacar esto ($\frac{1}{3}$ de aquí? (conjunto con 30 tapas). Sigue el desarrollo de la clase explorando opciones hasta que se logra resolver la situación. Propone otro ejercicio: Vamos a sacar $\frac{2}{5}$ de 20. Y explica cómo hacerlo.</p> <p><i>Trabajo grupal:</i> Conformar grupos de trabajo y les entrega tapas y pitillos para que determinen fracciones de un todo. Este trabajo es evaluado por la profesora al pasar por cada grupo.</p> <p><i>Evaluación:</i> Un cuestionario para ser trabajado en parejas.</p>	La profesora pretende que los estudiantes sean capaces de determinar la fracción dada de un conjunto de objetos

Continúa...

EXPERIENCIA 2				
Uso de materiales reciclables para el aprendizaje de la división a partir de problemas cotidianos				
PROFESOR(A)	COLEGIO	TUTOR	CÓMO SE DESARROLLA	RESULTADOS ESPERADOS
Alicia Salgado	IED Tierra Santa	Rafael Escudero	La profesora utiliza vasos reciclables y tapas para que los niños aprendan a realizar divisiones de dos y tres cifras, además de divisiones exactas e inexactas.	Que los estudiantes tengan un aprendizaje significativo desde lo concreto sobre los elementos de la división: dividendo, divisor, cociente y residuo. La profesora pretende que los niños tengan un concepto significativo de la división para una mejor comprensión de temas que se estudiarán más adelante, como los fraccionarios.

EXPERIENCIA 3				
Enseñanza de la sustracción a partir de la solución de problemas en contextos cotidianos				
PROFESOR(A)	COLEGIO	TUTOR	CÓMO SE DESARROLLA	RESULTADOS ESPERADOS
Sandra Yepes y Alberto de la Hoz	IED Costa Caribe	Rafael Escudero	Los profesores utilizan un modelo de clase basado en tres fases: <i>Exploración</i> de ideas previas sobre sustracción. <i>Estructuración</i> de preguntas a partir del problema planteado sobre distintos lenguajes que representan la sustracción. <i>Evaluación</i> basada en talleres sobre problemas del tipo explicado en la fase 2.	Los profesores pretenden que los alumnos tengan un mejor desempeño en las pruebas Saber sobre la solución de problemas relacionados con la sustracción y una comprensión y diferenciación de diferentes situaciones de expresar la sustracción como: De 25 restar 12... Restar 30 de 40... por ejemplo

Continúa...

EXPERIENCIA 4				
Jugando con el geoplano físico e interactivo para aprender la diferencia entre perímetro y área				
PROFESOR(A)	COLEGIO	TUTOR	CÓMO SE DESARROLLA	RESULTADOS ESPERADOS
Myriam Esther Moreno	IED Antonio José de Sucre	Germán Jiménez Blanco	Con la guía de la profesora los alumnos construyen un geoplano. Actividades con el geoplano y cauchitos para hallar perímetros y áreas de figuras planas.	La profesora pretende, con manipulativos (con el geoplano) en este caso, desarrollar el pensamiento métrico en los estudiantes de una manera dinámica. Es de interés llevar a cabo este proyecto en el área de geometría porque considera que es su experticia más débil en matemáticas y desea aprender y mejorar su práctica de la geometría.

EXPERIENCIA 5				
El cuento matemático				
PROFESOR(A)	COLEGIO	TUTOR	CÓMO SE DESARROLLA	RESULTADOS ESPERADOS
Julia Várela	Madre Marcelina	Germán Jiménez Blanco	La profesora y los estudiantes han construido un almacén de productos con sus respectivos precios; los estudiantes hacen las veces de comprador y/o vendedor, desarrollando habilidades matemáticas. Toda la temática del curso la vienen desarrollando a partir de situaciones problemas que propone la profesora utilizando los productos del almacén.	La profesora espera que los estudiantes tengan una mejor comprensión de las operaciones básicas de la aritmética y sus aplicaciones en la vida cotidiana y haya una motivación hacia el estudio de las matemáticas y sus aplicaciones, y también desarrollar algunos temas relacionados con la matemática financiera que poco se tratan en los programas académicos.

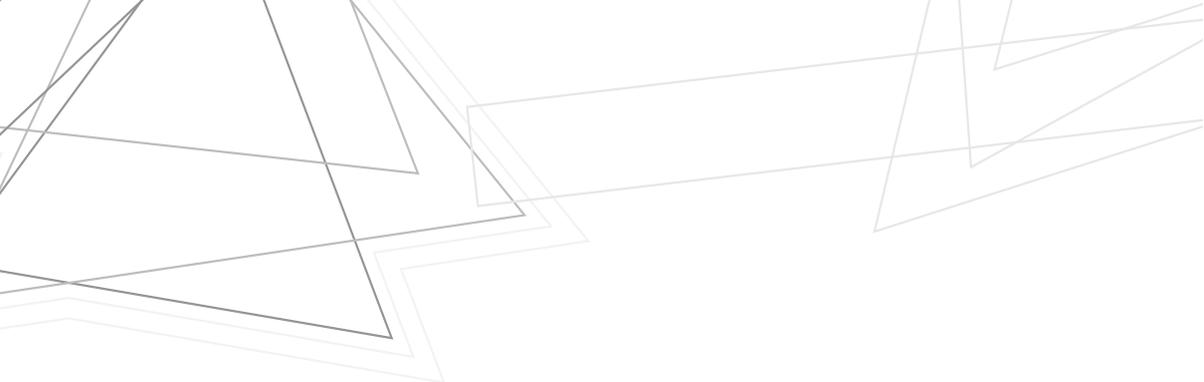
Continúa...

EXPERIENCIA 6				
Una visión contextualizada de la matemática				
PROFESOR(A)	COLEGIO	TUTOR	CÓMO SE DESARROLLA	RESULTADOS ESPERADOS
Mariela Sánchez	Hilda Muñoz	Germán Jiménez Blanco	La profesora utiliza los recibos de servicios públicos para plantear situaciones problemas a los estudiantes. De esta manera desarrolla los contenidos de geometría y estadística.	La profesora espera que la solución de problemas de la vida real contribuya a la formación y al aprendizaje para la vida y no solamente para ganar un examen. También se espera incrementar la motivación de los estudiantes hacia el estudio y aplicación de las matemáticas.

EXPERIENCIA 7				
Enseñanza lúdica de las matemáticas				
PROFESOR(A)	COLEGIO	TUTOR	CÓMO SE DESARROLLA	RESULTADOS ESPERADOS
Hugo de la Hoz	Hilda Muñoz	Germán Jiménez Blanco	El profesor desarrolla una serie de actividades lúdicas y entretenidas para los estudiantes, las cuales proyecta en el tablero utilizando computador y video beam. Por medio de estas actividades desarrolla la mayoría de los conceptos de la clase de una forma agradable, despertando una gran motivación del estudiante y un interés hacia la matemática.	El profesor pretende despertar una motivación hacia el desarrollo del pensamiento matemático a través de juegos y situaciones problemas planteadas utilizando computador y video beam en clase. El uso de tecnología despierta el interés por la matemática al estudiante y se espera que el uso de estas herramientas contribuya a un mejor aprendizaje.

Continúa...

EXPERIENCIA 8				
El estudio de los sólidos geométricos: paralelepípedo, cilindro, esfera, como alternativa en la construcción de juguetes con materiales reciclables				
PROFESOR(A)	COLEGIO	TUTOR	CÓMO SE DESARROLLA	RESULTADOS ESPERADOS
Emma Araújo	Institución Educativa Distrital Jorge Isaac	Myrna Jiménez	La profesora utiliza material reciclable: cajas y tubos de cartón, también esferas de icopor, y propone a los niños que construyan objetos, como muebles, casas, muñecos. En el proceso de construcción se ponen en contacto con las características de los sólidos geométricos.	Identificación de los sólidos objeto de estudio, no solo en el ámbito de la geometría sino en el entorno. Se aspira que puedan encontrar relaciones entre sus diversos atributos, y que puedan aplicar estas relaciones y atributos en situaciones contextualizadas.
EXPERIENCIA 9				
La multiplicación de números naturales. Proceso de resolución de problemas				
PROFESOR(A)	COLEGIO	TUTOR	CÓMO SE DESARROLLA	RESULTADOS ESPERADOS
Esther Zapata	Institución Educativa Distrital Jorge Isaacs	Myrna Jiménez	Presenta la multiplicación como una suma de sumandos iguales. Propone un juego con dados en los cuales los resultados que aparecen en una tirada son los factores que se debe multiplicar. Propone un problema para que los estudiantes apliquen el concepto de multiplicación trabajado.	Se pretende que mediante el proceso de resolución de problemas se contribuya a la superación de las limitaciones en la formación matemática de los niños en lo relativo a la interpretación y argumentación del saber matemático y su aplicación en diversos contextos, en particular, situaciones cotidianas. El proyecto hace énfasis en una práctica reflexiva.



CONCLUSIONES

Un proyecto de esta naturaleza, en el que intervienen directa o indirectamente varios actores, como: maestros, estudiantes, directivos, padres de familia, investigadores, etc., necesita de un esfuerzo conjunto, organizado y sostenido para evitar que se diluya en el tiempo y procure su sostenibilidad. Sin embargo, a pesar de las dificultades, los logros y avances alcanzados motivan a seguir en el trabajo de acompañamiento a los maestros e interesados en mejorar la calidad de sus procesos pedagógicos y didácticos.

Se consideran como principales conclusiones y sugerencias de este ejercicio, los aprendizajes que nos dejó su realización y que en orden de importancia fueron los siguientes:

- El trabajo en equipo consolidado es una condición necesaria para la consecución de los propósitos de un proyecto (conformación de comunidades de aprendizaje).
- La fortaleza institucional y el clima organizacional son variables que influyen de manera positiva en la continuidad de los maestros en los proyectos que emprenden.
- La comprensión lectora matemática es una de las competencias que se debe trabajar de manera sistemática y constante por su carácter transversal a todos los tipos y procesos de pensamiento matemático.

- Los talleres sobre temáticas específicas son más efectivos y facilitan el acompañamiento a los maestros.
- Para el logro de mejores impactos debe considerarse la realización de proyectos más acotados en el tiempo. Por ejemplo: el desarrollo de una unidad temática y evaluarla al inicio y al final de su implementación.
- El acompañamiento se fortalece cuando el proyecto se orienta a temáticas acotadas tanto en contenido como en tiempo.
- El impacto de los proyectos no debe medirse por la cantidad de escuelas participantes sino por la calidad, compromiso y participación de las mismas.

Con base en las pruebas aplicadas es posible señalar una mejoría en el desempeño de los estudiantes con el uso de estrategias, manejo de conceptos y procedimientos para resolver problemas de acuerdo con su nivel de escolaridad, lo cual se ve reflejado en la práctica pedagógica de los maestros participantes, pues esta se ha convertido en una práctica reflexiva que propende por el mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes que orientan; siendo así, es pertinente aclarar que en los maestros participantes queda una capacidad cimentada que se ejecutará con cada estudiante que sea de su atención; por tanto, una mejor formación de los docentes que enseñan matemáticas en básica primaria se hace necesaria si se quiere mejores resultados en el aprendizaje.

La relación entre los resultados obtenidos y el logro de los objetivos de este proyecto lo evidenciamos en la tabla 7 (ver p. 90).

Es importante señalar que los resultados de las pruebas aplicadas se han convertido en un punto de reflexión no solo para el programa, sino para los maestros participantes; estas permiten develar puntos neurálgicos dentro de las prácticas docentes que apuntan a la poca atención de algunos conceptos matemáticos.

Tabla 7. Relación Objetivos vs. Logros de Aprendizaje

	Objetivo específico 1: Determinar el impacto en el mejoramiento del aprendizaje y competencias matemáticas de los estudiantes a partir de los resultados del Pretest-Postest en pensamiento numérico-variacional.	Objetivo específico 2: Indagar por el impacto en el mejoramiento del aprendizaje y competencias matemáticas de los estudiantes a partir de los resultados del Pretest-Postest en pensamiento geométrico-métrico.	Objetivo específico 3: Determinar el impacto en el mejoramiento y competencias del aprendizaje de los estudiantes a partir de los resultados del Pretest-Postest en pensamiento aleatorio y sistema de datos.
Pretest 2013-2014	44.4 %	37.5 %	60 %
Postest 2013-2014	57.7 %	42.5 %	73 %
Pretest 2015	42.8 %	48.5 %	46.6 %
Postest 2015	54.2 %	60 %	53.3 %

Durante la implementación del programa se destaca el compromiso de los profesores que participaron en el proyecto, que son conscientes de que hay que profundizar más en el desarrollo de competencias para el ejercicio de una docencia de las matemáticas más cualificada, al igual que en el conocimiento de la disciplina en sí. Hubo una percepción favorable de parte de las maestras participantes sobre el proceso de formación, que fue explícito ante una encuesta sobre los aspectos positivos a considerar en el proyecto. Los maestros participantes reconocieron sus aprendizajes cada vez que asistían a los talleres, sus logros innovativos al hacer una clase diferente producto de la aplicación de lo aprendido en los talleres y una autorreflexión de su práctica docente como objeto de estudio e innovación, lo que derivó en el diseño, desarrollo y socialización de cinco proyectos de innovación en los colegios.

Cabe resaltar que es necesario continuar con trabajos de este tipo que contribuyan a un mayor nivel de logro matemático tanto de maestros como estudiantes del que se obtuvo en esta intervención.

REFERENCIAS

- Andrade, A. Donado, M. Escudero, R. Nieto, R. Ortega, R. y De la Hoz, L. (1995). *La práctica de las maestras de la Escuela Oficial N° 20 "Elizabeth de Meisel" como objeto de estudio e investigación mediante un proceso de autogestión*. (Tesis de maestría). Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia.
- Arteta et al. (2012). *Los fraccionarios en primaria. Retos, experiencias didácticas y alianzas para aprender matemáticas con sentido*. Barranquilla (Colombia): Editorial Universidad del Norte.
- Badillo, E. Planas, N., Morera, N., Giménez, J., Vanegas, Y., Arteta, J., Escudero, R., Jiménez, G., Castrillón, G. Garzón, D. y Vega, M. (2011). *Competencias profesionales del profesor de matemáticas y su influencia en la transformación de prácticas de aula*. Proyecto presentado ante AECID. Barcelona (España).
- Carrasco, L. (Ed.) (2009). *Formación y Acompañamiento Docente*. Santo Domingo: Federación Internacional de Fe y Alegría.
- Chamorro, M. (2003). *Didáctica de las Matemáticas para primaria*. Madrid: Pearson.
- Da Ponte, J. P. (2008). Investigar a Nossa Própria Prática: Uma Estratégia de Formação e de Construção do Conhecimento Profissional. *PNA - Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 4, 17.
- Escribano, A. (2008). *Programa de intervención didáctica para la mejora del aprendizaje de matemáticas y lenguas extranjeras educación secundaria*. La Mancha: Universidad de Castilla.
- Fandiño, G. (2007). *El pensamiento del profesor sobre la planificación en el trabajo por proyectos*. Serie Tesis Doctorales. Bogotá, D.C.: Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional.
- Freire, P. (1975). *Pedagogía del Oprimido*. Chile: Siglo XXI.

- Fundación Promigas (2012a). *Acompañamiento y cambio escolar: elementos para su comprensión y aplicación*. Barranquilla (Colombia): Editorial Fundación Promigas.
- Fundación Promigas (2012b). *Acompañamiento y cambio escolar: elementos para su comprensión y aplicación*. Barranquilla (Colombia): Editorial Fundación Promigas.
- Fundación Promigas (2014). *Acompañamiento y Cambio en el Aula. Aprendizaje - enseñanza de las matemáticas escolares*. Barranquilla (Colombia): Editorial Fundación Promigas.
- Gálvez-Sobral, A. y Moreno, M. (2009). Impacto de las características docentes sobre el rendimiento académico en la evaluación nacional de la primaria guatemalteca. Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/251231483>.
- Godino, J. (2016). Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina tecnocientífica. Recuperado el 27 de enero de 2016 de http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/perspectiva_ddm.pdf.
- Guardiola, A. y Unda, M. (2008). Una Década de Expedición Pedagógica en Colombia. *Novedades Educativas*, 209, 2.
- Icfes (2010a). Resultados Pruebas Saber en Barranquilla 5°. Bogotá, D.C.
- Icfes (2010b). Resultados TIMSS 2007. Bogotá, D.C.
- Icfes (2012). Cuestionarios Pruebas Saber 3° y 5°. Recuperado el 22 de enero de 2016 de <http://www.icfes.gov.co/examenes/pruebas-saber>
- Icfes. (2013). Resultados Internacionales. Recuperado el 07 de septiembre de 2016 de: <http://www.icfes.gov.co/examenes/pruebas-saber/guias-y-ejemplos-de-preguntas>.
- León, M. (2008). *Calidad docente y rendimiento escolar en Chile*. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile.
- Loaiza, A. (2014). Sentidos didácticos en el ejercicio docente: incidencia e impacto en el rendimiento académico de estudiantes preuniversitarios. *Sophia*, 10(1), 107-122.
- Marcelo, C. (1992). Cómo conocen los profesores la materia que enseñan. Algunas contribuciones de la investigación sobre conocimiento didáctico del contenido. En L. Montero y J. Vez. *Las Didácticas específicas en la formación del profesorado* (pp. 151-186). Santiago: Tórculo.
- Martín, J. y Ávila, R. (2012). *Acompañamiento y cambio escolar: elementos para su comprensión y aplicación*. Barranquilla (Colombia): Fundación Promigas.

- MEN (2015a). Índice Sintético de Calidad. Recuperado el 17 de marzo de 2015 de <http://www.mineducación.gov.co>.
- MEN (2015b). DBA (Derechos Básicos de Aprendizaje). Recuperado el 20 de noviembre de 2016 de <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siempre-diae/86404>.
- MEN (2015c). Programa Todos Aprender (PTA). En *Colombia Aprende*. Recuperado el 17 de marzo de 2015 de <http://www.mineducación.gov.co>.
- MEN (2016). MÉTODO SINGAPUR para la enseñanza de las matemáticas. Recuperado el 30 de noviembre de 2016 de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/naspublic/orig_files/metodo_singapur.pdf.
- MEN (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá, D. C.: MEN.
- Morin, E. (2001). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*. Bogotá: Magisterio.
- OCDE (2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo de mañana*. Madrid: Santillana.
- Teachers learning from teachers. In *Third internacional hadbook of matemáticas education*. Editors: Clements, M. Beshop, A., Kertek- Kruedt, K. J. y Leung, FK-S. Springer, 2013.
- Orozco, A., Enamorado, E. y Arteta, J. (2012). *Concepciones de la competencia científica indagar en profesores de ciencias y su influencia en el proceso enseñanza y aprendizaje*. (Trabajo de grado para optar el título de Magíster en Educación). Universidad del Norte, Instituto de Estudios en Educación (IESE).
- Peña, D. & Ríos, A. (2015). *Efecto de la enseñanza a través de la resolución de problema sobre el conocimiento matemático informal y formal de los estudiantes*. (Tesis de Maestría). Universidad del Norte, Instituto de Estudios en Educación (IESE).
- Pinto, S. J. y González, M.T. (2006). Sobre la naturaleza conceptual y metodológica del conocimiento del contenido pedagógico en matemáticas. Una aproximación para su estudio. *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 237-255). Huesca (España): Universidad de Huesca.
- PISA (2006). Documento en pdf recuperado de <http://www.mec.es/multimedia/00005713.pdf>
- Ponti, F. y Ferrer, J. M. (2010). *Si funciona, cámbielo: cómo innovar sin morir en el intento*. Bogotá, D.C.: Norma.

- Rico, L. (2005). La competencia matemática en PISA. En Fundación Santillana (Ed.), *La Enseñanza de las matemáticas y el Informe PISA* (pp. 21-40). Madrid: Santillana.
- Sánchez, V. y Linares, S. (1992). Prospective elementary teachers' pedagogical content knowledge about equivalent fractions. En W. Ggeeslin y K. Graham (Eds.), *Proceeding of the 16th PME International Conference, 2*, 274-275.
- Secretaría de Educación de Barranquilla (2015). Noticia recuperada el 30 de noviembre de 2016 de: [http://www.sedbarranquilla.gov.co/sed/index.php?option=com_content &view=article&id=3122:por-resultados-en-barranquilla-metodo-singapur-de-matematicas-se-aplicara-en-todo-el-pais&catid=7:noticias&Itemid=37](http://www.sedbarranquilla.gov.co/sed/index.php?option=com_content&view=article&id=3122:por-resultados-en-barranquilla-metodo-singapur-de-matematicas-se-aplicara-en-todo-el-pais&catid=7:noticias&Itemid=37).
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Siegler, R. (2003). Implications of cognitive science research for mathematics education. En *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 289-303). N:C. Mathematics Education.
- Unda, M. (s. f.). Apoyo a Redes e Investigación Pedagógica. Recuperado de www.pedagogica.edu.co/Storage/nn/articulos/nodynud06_19even.pdf
- Universidad Pedagógica Nacional (2004). *La Formación de los Docentes en Colombia. Estudio diagnóstico*. Bogotá, D.C.: UNP.

ANEXO 1: Instrumento para conocer el ambiente escolar de las escuelas participantes del programa PRISMA

INSTRUMENTO						
CARACTERIZACIÓN						
SEXO	FEMENINO 3			MASCULINO 1		
Señale el tiempo que lleva laborando en la escuela						
Menos de 5 años 1		De 5 a 15 años 2			De 15 a 30 años 1	
La contratación docente actual es						
En periodo de prueba		Provisional			En propiedad 4	
N°	ÍTEMS	TDA	EDA	DA	TA	
1	Para iniciar nuevos proyectos académicos en mi escuela cuento con el apoyo de mis compañeros.					
2	Encuentro aceptación entre los miembros de la comunidad educativa del establecimiento.					
3	Considero que mi lugar de trabajo es agradable y óptimo para realizar mi labor docente.					
4	Velo por mantener mi lugar de trabajo en buenas condiciones.					
5	En comunidad de aprendizaje se elaboraron los planes de estudio que se llevan a cabo en el establecimiento.					
6	Mi rector siempre está dispuesto(a) a apoyar los procesos pedagógicos que emprendo en la institución.					
7	En el programa PRISMA he podido adquirir las estrategias pertinentes para dinamizar sus proyectos de aula.					
8	Mantengo buenas relaciones con mis compañeros y directivos.					
9	El liderazgo del rector(a) permea el trabajo en equipo. Puedo trabajar abiertamente con cualquier compañero del plantel.					
10	Con ayuda del programa PRISMA he podido construir procesos de entrenamiento en prueba saber a los niños y niñas que orienta.					
11	Dedico horas extras de trabajo a algunas actividades de los estudiantes que acompañó.					
12	En la institución educativa NO se implementa un plan de estudios basado en metas de aprendizaje de los estudiantes.					

Continúa...

N°	ÍTEMS	TDA	EDA	DA	TA
13	Mi aula de clase es adecuada.				
14	El programa PRISMA ha contribuido en la reflexión de su práctica pedagógica.				
15	El mobiliario de mi aula de clases es cómodo.				
16	Me gusta trabajar en el establecimiento.				
17	La institución educativa NO efectúa estrategias para recoger, sistematizar y analizar la información en torno al cumplimiento de metas de aprendizaje de los estudiantes.				
18	Recibo apoyo administrativo (recursos, materiales, entre otros) para la realización de las actividades que lo han requerido.				
19	Considero que mis compañeros de trabajo poseen sentido de pertenencia hacia el establecimiento.				
20	Desde los directivos se generan redes de apoyo para fortalecer el trabajo institucional.				
21	Las planeaciones las realizó en conjunto con mis compañeros de grado.				
22	En la institución educativa se fortalecen las buenas relaciones en los diferentes espacios: aulas, sitios de recreo, actividades culturales y deportivas, salón de profesores, entre otros.				
23	En el plantel los resultados son el fruto del trabajo de la comunidad en general.				
24	Los talleres que se han desarrollado en el marco del programa PRISMA guardan relación con los pensamientos matemáticos que se proponen desde el Ministerio de Educación Nacional.				
25	Cuento con material educativo brindado por la institución educativa para realizar las actividades pedagógicas.				
26	Considero que las relaciones entre los miembros de la comunidad educativa NO son cordiales y respetuosas.				

Convenciones:

TDA: Totalmente en desacuerdo

EDA: En desacuerdo

DA: De acuerdo

TA: Totalmente de acuerdo

ANEXO 2: Pruebas

Prueba Pretest - Postest 2013-2014. (Tomado de pruebas SABER-ICFES)**BIENVENIDO**

A continuación encontrarás unas preguntas de Matemáticas. Cada pregunta tiene cuatro opciones de respuesta marcadas como A, B, C, D. Escoge la mejor respuesta y en tu hoja de respuestas rellena el círculo de la letra que corresponda según el número de la pregunta y la respuesta escogida.

0. ¿Cuál es el último día de la semana?
- A. Martes
 - B. Viernes
 - C. Sábado
 - D. Domingo

La respuesta es la opción D. Entonces debes marcar D en tu hoja de respuestas, así:

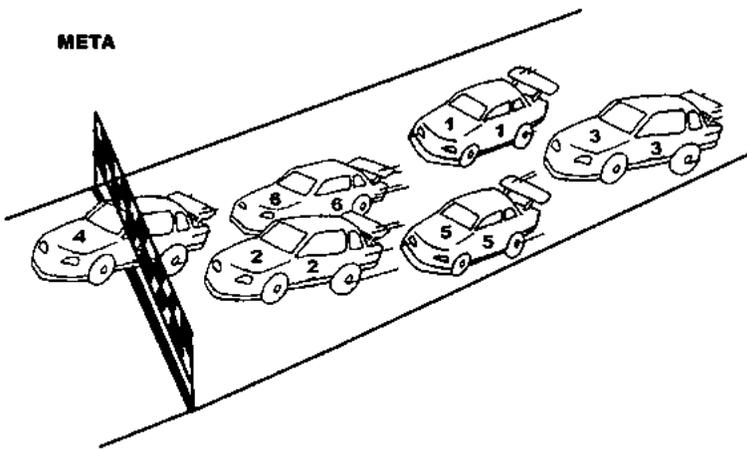
0. (A) (B) (C) ●

1. El carnaval se celebra en:
- A. Febrero
 - B. Julio
 - C. Septiembre
 - D. Diciembre
2. ¿Quién es ese hombre?
- A. La prima
 - B. El hermano
 - C. La mamá
 - D. La abuelita

3. Es un color de la bandera de Barranquilla:
 - A. Verde
 - B. Morado
 - C. Azul
 - D. Negro

4. Para escribir en el tablero la profesora utiliza:
 - A. Un borrador
 - B. Un lápiz
 - C. Una regla
 - D. Un marcador

5. Observa los carros



- ¿Cuál es el número del primer carro en llegar?
- A. 1
 - B. 2
 - C. 4
 - D. 5

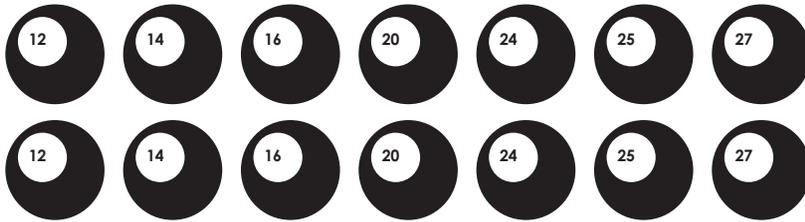
6. Carlos va a una fiesta y se come 5 galletas, al igual que sus amigos Marta, Juan y Pedro. ¿Cuántas galletas se comieron en total estos 4 niños?
- A. 5
 B. 4
 C. 9
 D. 20
7. A Daisy le gustan las gomitas. Cada paquete de gomitas que compra tiene 5 gomitas. La cantidad total de gomitas que hay en 4 paquetes se puede expresar como:
- A. 5
 B. $5+5+5+5$
 C. $5+4$
 D. $4+4+4+4$
8. Elena y Juan elaboran una lista de las actividades que realizaron en vacaciones.

<p>ACTIVIDADES DE JUAN</p> <p>Montar bicicleta, fútbol, vacacional de lectura, clases de guitarra, patinar</p>		<p>ACTIVIDADES DE ELENA</p> <p>Clases de natación, patinar, clases de guitarra, vacacional de lectura, montar bicicleta</p>
---	---	--

¿Cuál es la diferencia entre las actividades que realizaron Elena y Juan?

- A. Que Juan jugó fútbol y Elena no
 B. Que Juan asistió a clases de guitarra y Elena no
 C. Que Elena patinó y Juan no
 D. Que Elena asistió al vacacional de lectura y Juan no

9. El álbum de Nicolás tiene 15 caramelos. Si consigue 8 caramelos pero le salen 2 repetidos, ¿cuántos caramelos tendrá ahora en su álbum?
- A. 8
 B. 15
 C. 21
 D. 23
10. Camilo organiza las bolas de su juego de billar y las de su primo. Observa los números en cada par de bolas.



El par de bolas de menor y mayor número son:

- A. 12 y 27
 B. 12 y 28
 C. 14 y 25
 D. 14 y 27
11. Cuatro niños juegan a armar números de 2 cifras con fichas de dos colores. La ficha roja la colocan a la izquierda y la ficha azul a la derecha.

En el cuadro aparecen los números que cada niño formó, así:

Niño	Ficha roja	Ficha azul
Alberto	3	0
Julia	7	4
Natalia	3	2
Carlos	6	9

De acuerdo con la tabla se puede afirmar que el número mayor lo formó:

- A. Carlos
- B. Julia
- C. Alberto
- D. Natalia

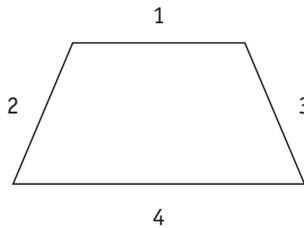
12. El número menor lo formó:

- A. Natalia
- B. Julia
- C. Alberto
- D. Carlos

13. Al restarle el número de Alberto al número de Natalia el resultado será:

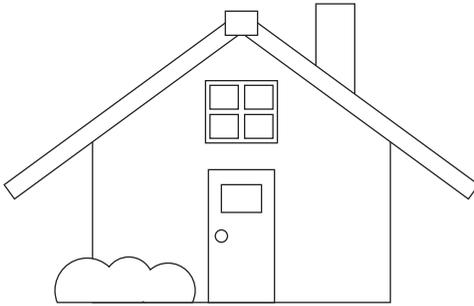
- A. 3
- B. 30
- C. 2
- D. 32

14. La siguiente figura es un **trapecio** con sus lados, 1, 2, 3 y 4. ¿Cuáles de estos lados son paralelos entre sí?

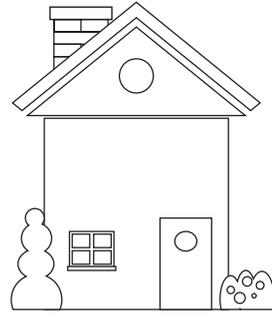


- A. El 1 y el 2
- B. El 1 y el 3
- C. El 2 y el 3
- D. El 1 y el 4

15. Carlos y Marta juegan a comparar las ventanas de sus casas.



Casa de Carlos

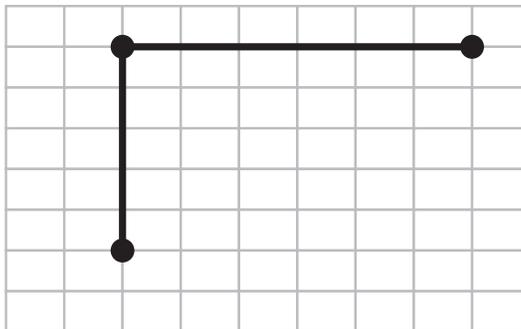


Casa de Marta

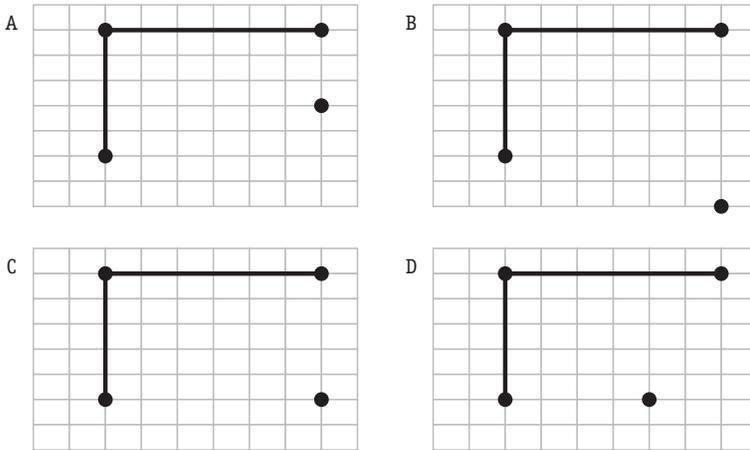
Son parecidas las ventanas de las casas

- A. Sí, porque tienen la misma forma y el mismo tamaño.
- B. No, porque una tiene una forma diferente a la otra.
- C. Sí, porque tienen la misma forma pero diferente tamaño.
- D. No, porque tienen diferente número de lados.

16. Para construir un rectángulo, Guillermo dibujo dos lados. Observa.

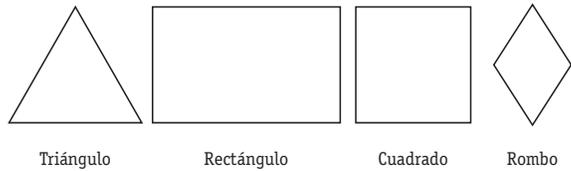


¿Cuál debe ser la ubicación del punto que falta para completar el rectángulo?



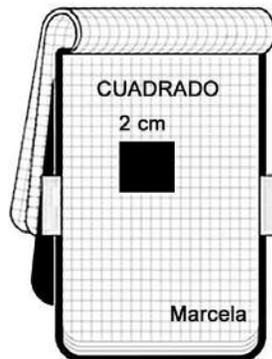
17. Un niño dice: tengo escondida una figura que tiene cuatro lados y cuatro ángulos, los lados son del mismo largo, pero los ángulos no tienen la misma medida. La figura que el niño esconde es:

- A. Triángulo
- B. Rombo
- C. Cuadrado
- D. Rectángulo

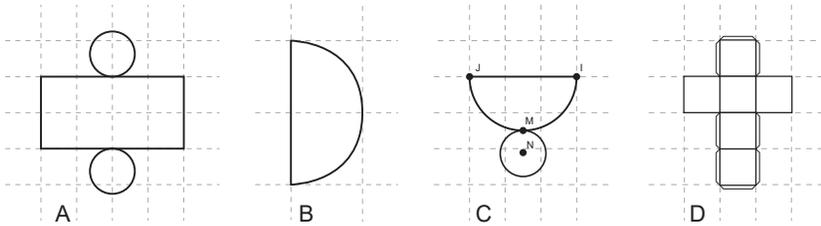


18. Este es el cuaderno de Matemáticas de Marcela. ¿Cuál es el área del cuadrado que dibujó Marcela?

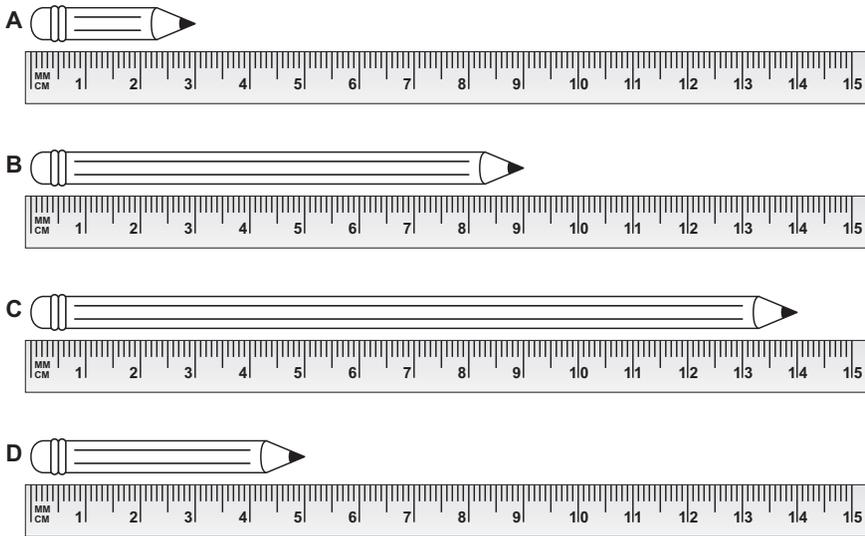
- A. 16 cm^2
- B. 8 cm^2
- C. 4 cm^2
- D. 2 cm^2



19. Para celebrar su fiesta de cumpleaños Julián quiere armar unos recipientes en forma de cilindros que rellenará con dulces; el molde que debe recortar para armarlos es:



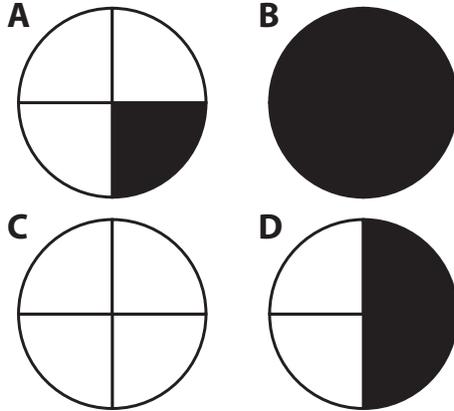
20. Cuatro niñas quieren saber con exactitud la media del lápiz más largo, para lo cual usaron una regla, así:



El lápiz más largo es de:

- A. 3 cm
- B. 9 cm
- C. 14 cm
- D. 5 cm

21. Anita se come $\frac{1}{4}$ de pizza. La figura que representa lo que Anita se come es:



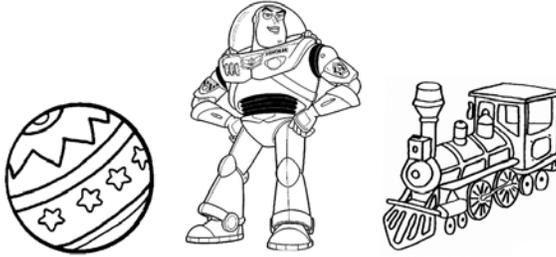
22. Los once niños del equipo de futbol quieren que el color de la camiseta sea así:

Carlos: Roja
 Pablo: Amarilla
 Luis: Verde
 Manuel: Roja
 Marcos: Verde
 Juan: Roja
 Álvaro: Verde
 Camilo: Azul
 Pedro: Roja
 Samuel: Roja
 Andrés: Amarilla

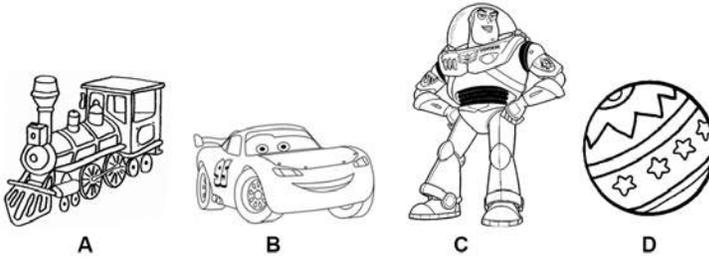
Según estos resultados, la mayoría de los niños quieren que la camiseta sea

- A. Amarilla
- B. Azul
- C. Roja
- D. Verde

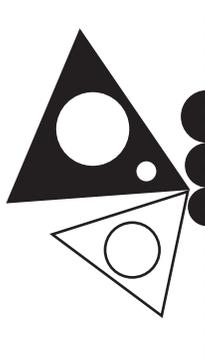
23. Felipe tiene los siguientes juguetes en el cajón:



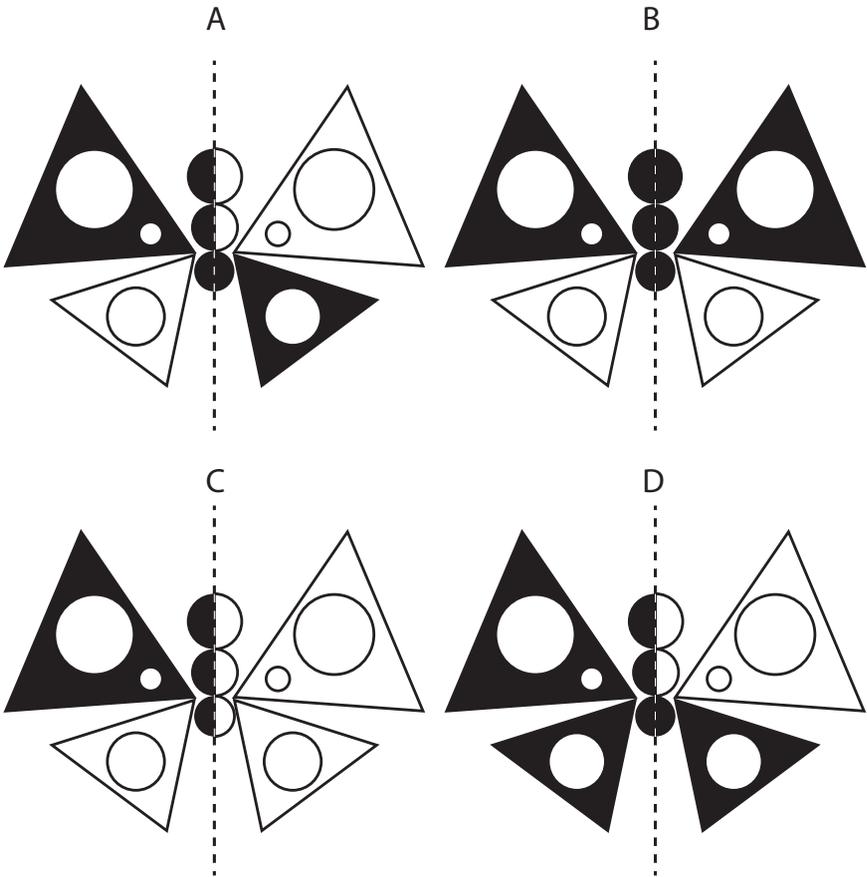
Su amigo Julio le pide uno prestado que él saca del cajón. ¿Cuál de los siguientes juguetes NO puede prestar Felipe?



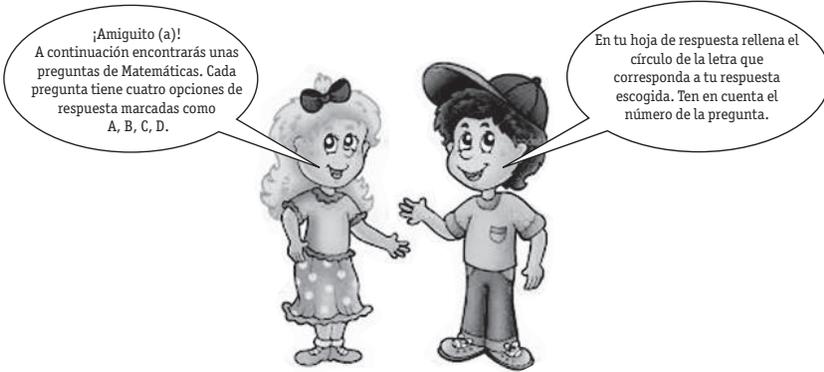
24. Acabaste de dibujar con témpera esta figura y la doblaste por la línea punteada.



Al desdoblar la hoja, ¿qué figura observas?



Prueba Pretest - Posttest 2015. (Tomado pruebas SABER-ICFES)



Observa el ejemplo.

EJEMPLO

¿Cuál es el último día de la semana?

- A. Martes
- B. Viernes
- C. Sábado
- D. Domingo

La respuesta es la opción D. Entonces debes marcar D en tu hoja de respuesta.

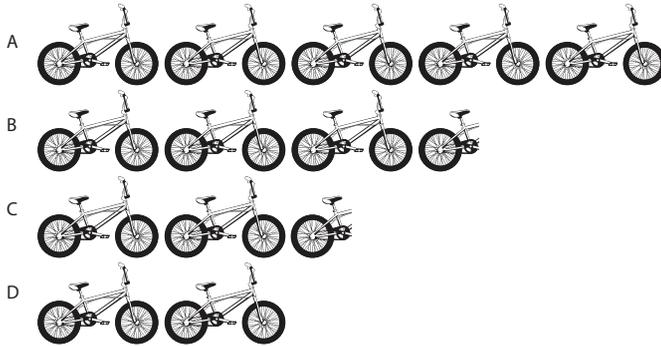


0. A B C

1. En un almacén se vendieron 70 bicicletas.

Si  Representa 20 bicicletas y  Representa 10 bicicletas

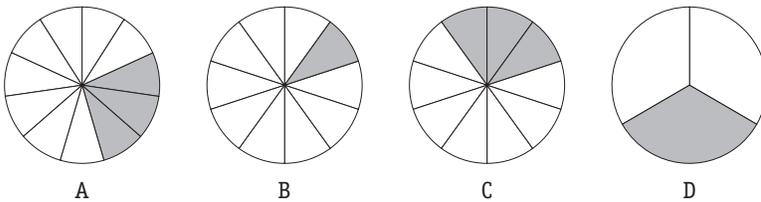
¿En cuál de los siguientes conjuntos de figuras se representan las bicicletas vendidas?



2. Para la fiesta de cumpleaños de Valeria se preparó una torta y la partió en 10 porciones iguales.

Valeria se comió $\frac{3}{10}$ de su torta de cumpleaños.

¿En cuál de las siguientes gráficas se representan las porciones de torta que se comió Valeria?

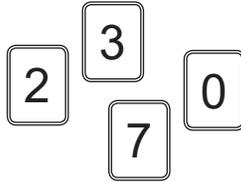


3. Una empresa de buses tiene dos rutas diferentes, A y B, que inician sus recorridos a las 6:00 a.m. Los de la ruta A salen cada 15 minutos y los de la ruta B cada 9 minutos.

Los buses de las dos rutas vuelven a salir al mismo tiempo a las

- A. 6: 22 a.m.
- B. 7: 00 a.m.
- C. 6: 45 a.m.
- D. 7: 30 a.m.

4. En la clase de matemáticas, la profesora Gloria presenta las siguientes cuatro fichas marcadas con algunos dígitos para que los niños formen números:



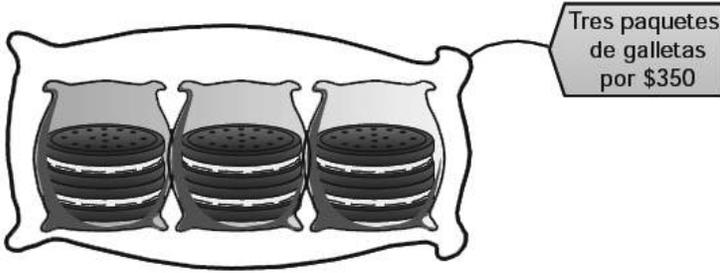
¿Cuál es el mayor de los números de tres dígitos que los niños pueden formar con las fichas?

- A. 327
 B. 372
 C. 732
 D. 735
5. Un profesor de matemáticas está pasando al tablero a algunos estudiantes. Tiene en cuenta el código (número que ocupa el estudiante en la lista) y sigue una secuencia para llamarlos. Ya han pasado los estudiantes cuyos códigos son 1, 4, 7, 10, 13, en ese orden.
- El octavo estudiante que pasará al tablero tiene el código
- A. 6
 B. 14
 C. 22
 D. 19
6. Entre Juan y Luis se van a repartir 30 bolas de cristal, de modo que por cada bola que tome Juan, Luis toma dos ¿Cuántas bolas de cristal toma Juan y cuántas le corresponden a Luis?
- A. Juan tiene 6 bolas de cristal y Luis 5.
 B. Juan tiene 15 bolas de cristal y Luis 15.

C. Juan tiene 10 bolas de cristal y Luis 20.

D. Juan tiene 20 bolas de cristal y Luis 10.

7. En una tienda se ofrece la siguiente promoción:



¿En cuál de las tablas se muestra correctamente el precio de 3, 6 y 9 paquetes de galletas?

A.

Número de paquetes	Costo (\$)
3	350
6	350
9	350

B.

Número de paquetes	Costo (\$)
3	350
6	700
9	1.050

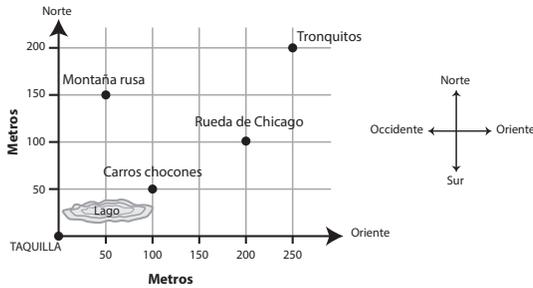
C.

Número de paquetes	Costo (\$)
3	350
6	700
9	1.400

D.

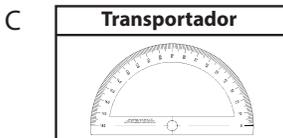
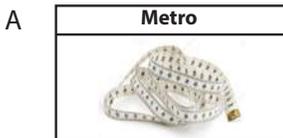
Número de paquetes	Costo (\$)
3	350
6	650
9	900

8. La siguiente gráfica muestra la ubicación de diferentes atracciones de un parque de diversiones:

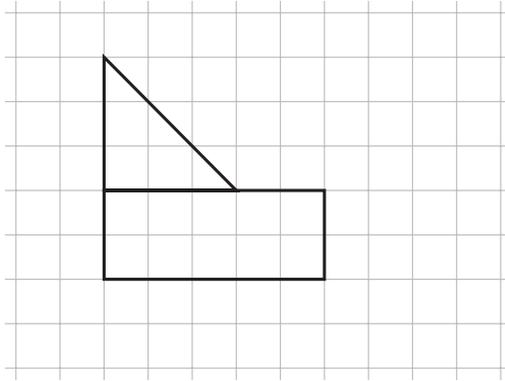


Ana está en la taquilla. Una forma de llegar rápidamente a los carros chocones es:

- A. 50 metros al oriente y 150 al norte.
 - B. 100 metros al oriente y 50 al norte.
 - C. 200 metros al oriente y 100 al norte.
 - D. 250 metros al oriente y 200 al norte.
9. Pedro va a cambiar el piso de su habitación y para ello necesita determinar sus medidas. ¿Cuál de los siguientes instrumentos es el más adecuado?

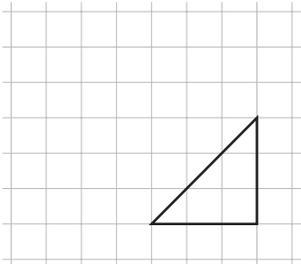


10. Daniela quiere armar un cuadrado con algunas piezas. Hasta ahora ha armado la siguiente figura

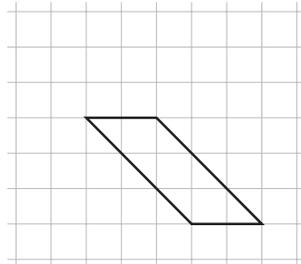


¿Cuál de las siguientes piezas debe utilizar Daniela para terminar de armar el cuadrado?

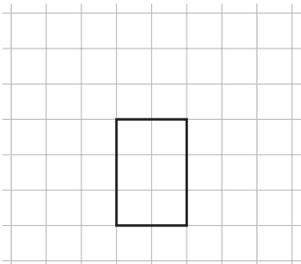
A



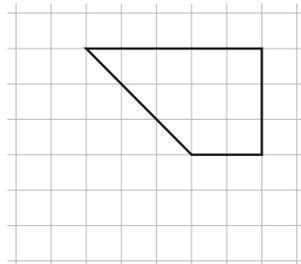
B



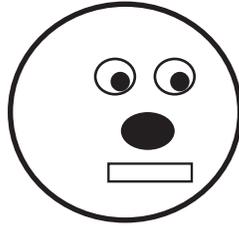
C



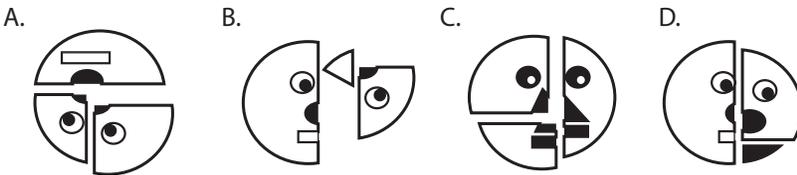
D



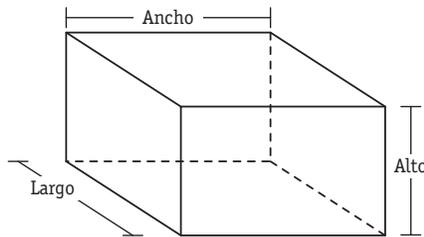
11. En papel Sergio dibujó esta cara.



Recortó la silueta de la cara y después la dividió en tres piezas distintas. ¿Cuáles son las tres piezas que recortó Sergio?



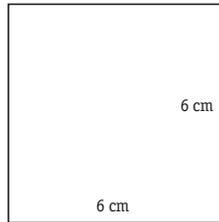
12. La siguiente figura representa una caja. En la figura se señalan las dimensiones de la caja.



¿Cuál de los siguientes procedimientos permite hallar el volumen de la caja?

- A. Sumar el largo, el ancho y el alto de la caja.
- B. Multiplicar por 3 el alto de la caja.
- C. Multiplicar el largo por el ancho y por el alto.
- D. Sumar el largo con el ancho y multiplicar por el alto.

13. ¿Cuál es el área del cuadrado que se muestra en la figura?

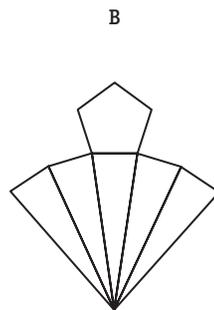
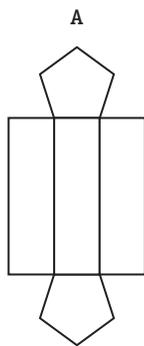


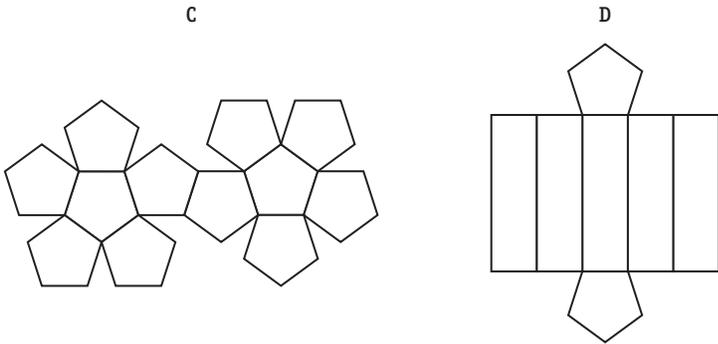
- A. 12 cm^2
- B. 36 cm^2
- C. 6 cm^2
- D. 1 cm^2

14. Francisco utilizó un molde de cartulina para construir una caja como la que se muestra en la figura.

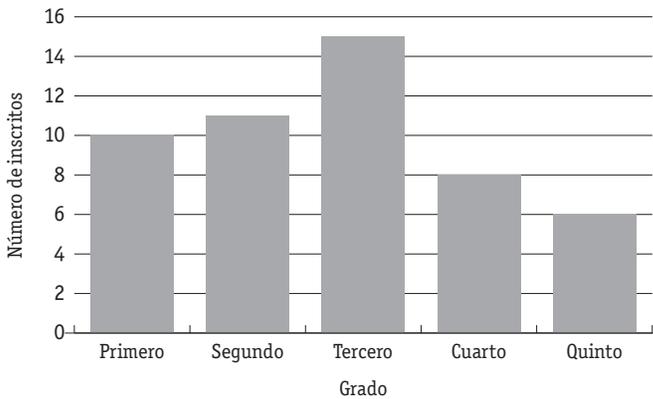


¿Con cuál de los siguientes moldes se construyó la caja?





15. Algunos estudiantes de primaria de un colegio se inscribieron a una actividad cultural. El número de estuidnates inscritos, por grado, se muestra en la gráfica.

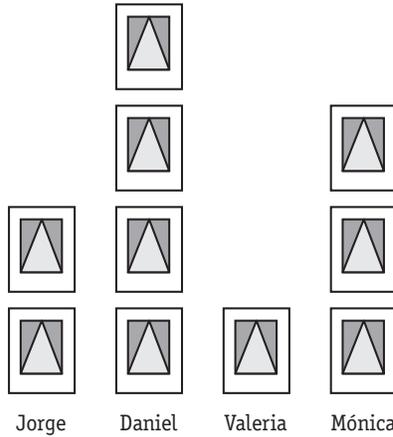


¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre los estudiantes inscritos es correcta?

- A. Se inscribieron menos estudiantes de primero que de cualquiera de los otros grados.
- B. Se inscribieron menos estudiantes de segundo que de cuarto.
- C. Se inscribieron más estudiantes de tercero que de cualquiera de los otros grados.
- D. Se inscribieron más estudiantes de quinto que de cuarto.

16. Jorge, Daniel, Valeria y Mónica coleccionan láminas. La siguiente gráfica representa la cantidad de láminas que tiene cada uno.

Sabiendo que  representan dos láminas



¿Cuál de las siguientes tablas representa la información de la gráfica?

A.

Nombre	Número de láminas
Jorge	4
Daniel	8
Valeria	2
Mónica	6

B.

Nombre	Número de láminas
Jorge	4
Daniel	6
Valeria	8
Mónica	2

C.

Nombre	Número de láminas
Jorge	8
Daniel	6
Valeria	4
Mónica	2

D.

Nombre	Número de láminas
Jorge	2
Daniel	4
Valeria	6
Mónica	8

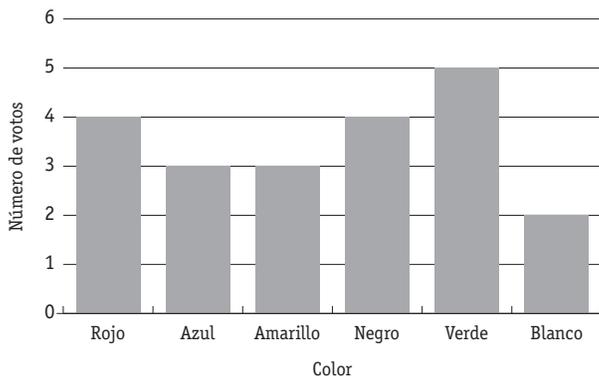
17. Los estudiantes de grado quinto votaron para escoger la actividad con la que participarán en la celebración del Día del Colegio.

Actividad \ Curso	Quinto A	Quinto B
Danza	10	6
Teatro	7	10
Canto	9	9
Poesía	4	5

¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones, acerca de la votación de los estudiantes de grado quinto, es o son verdadera(s)?

- I. La actividad favorita de Quinto A es el canto.
 - II. La actividad favorita de Quinto B es el teatro.
 - III. El número de niños que prefieren la poesía en Quinto A y en Quinto B es el mismo.
- A. I solamente.
 - B. II solamente.
 - C. I y III solamente.
 - D. II y III solamente.
18. Para elegir los tres colores de su nuevo uniforme, las integrantes de un equipo de porristas realizaron una votación.

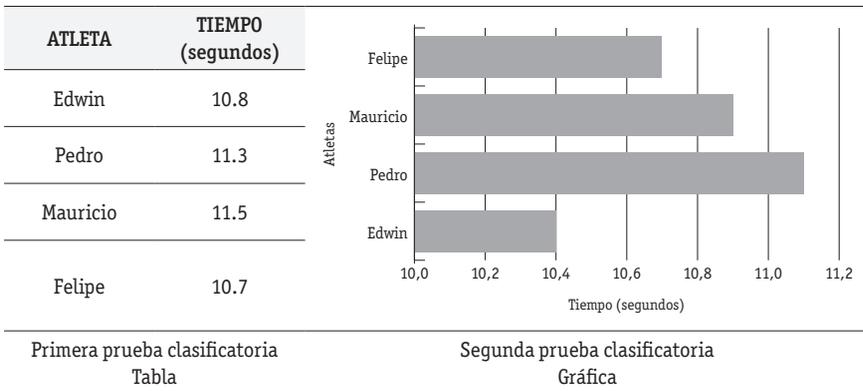
En la gráfica aparecen los resultados de la votación.



Seleccionaron el color que tuvo mayor número de votos y los dos colores obtuvieron 1 voto menos que aquel. ¿Cuáles son los colores del nuevo uniforme.

- A. Rojo, azul y amarillo.
- B. Negro, azul y blanco.
- C. Verde, negro y amarillo.
- D. Verde, rojo y negro.

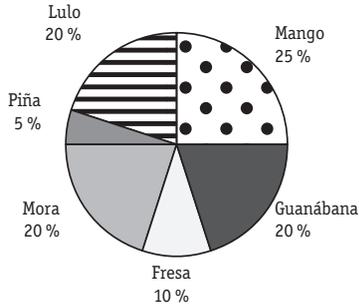
19. La tabla y la gráfica registran los tiempos empleados por un grupo de atletas en dos pruebas clasificatorias de 100 metros planos.



¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es o son verdadera(s)?

- I. El mismo atleta registró el menor tiempo en las dos pruebas.
 - II. En la primera prueba se registró el menor de todos los tiempos.
 - III. Ninguno de los atletas registró más de 11,6 segundos en las pruebas.
- A. I solamente.
 - B. III solamente.
 - C. I y II solamente.
 - D. II y III solamente.

20. La gráfica representa el porcentaje, por sabor, de los jugos vendidos en una frutería durante un fin de semana.



En la frutería se vendieron 200 jugos el fin de semana. ¿Cuántos jugos de mango se vendieron?

- A. 20
- B. 25
- C. 50
- D. 100



ANEXO 3: Formato de análisis de la clase observada

1. Datos

Nombre del profesor

Institución

Grado

2. Propósito de la clase:

3. Medios por utilizar:

4. Metodología por seguir:

5. Formas de evaluación:

6. Procesos matemáticos desarrollados

Formular y resolver problemas	Modelación	Comunicación	Razonamiento	Algoritmos
----------------------------------	------------	--------------	--------------	------------

7. Aspectos para destacar de la clase:

8. Aspectos por mejorar:

ANEXO 4: Programa PRISMA: Formato de autorreflexión de la clase filmada

Apreciado(a) maestro(a):

Hemos realizado la visita a tu institución, la filmación de tu clase y algunos talleres. Consideramos importante para tu proceso de crecimiento personal y pedagógico, así como para el proyecto en curso, que observes tu clase y la analices con el fin de identificar las fortalezas que sean útiles, desde el trabajo en el aula, para continuar construyendo posibilidades de un trabajo innovador de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en tu escuela a partir de la propia práctica pedagógica de los profesores participantes.

Así, una vez realizado el ejercicio de filmación de tu clase te invitamos a verlo en el DVD adjunto y escribir acerca de¹:

1. Las reflexiones que el ejercicio de filmación y tu revisión del mismo te susciten.

2. Si repitiéramos la filmación de esta clase, ¿qué aspectos modificarías? ¿Por qué?

¹ Cuestionario adaptado de Chona, G., Arteta, J., Fonseca, G. y Martínez, S. (2009). *El Trabajo interdisciplinario del Currículo: una posibilidad de transformación pedagógica*. Informe de investigación. Bogotá, D.C.: Universidad Pedagógica Nacional.

3. ¿Qué aspectos de tu clase no cambiarías? ¿Por qué?

4. ¿Cuál de las actividades filmadas aportan más al desarrollo de procesos matemáticos en los estudiantes?, ¿cuáles actividades?, ¿qué procesos?, ¿de qué manera?

5. Al observar tu clase y reflexionar sobre ella, ¿qué competencias fomentas con las actividades que realizas en la clase?

6. ¿Con cuál(es) de los conceptos trabajados en los talleres se relaciona el desarrollo de tu clase?



Esta obra, editada en Barranquilla por
Editorial Universidad del Norte, se terminó de imprimir
en los talleres de Xpress Estudio Gráfico y Digital en abril de 2017.
Se compuso en Palatino Linotype y OficinaSerITCStd.

Esta obra, dirigida a docentes matemáticos de cualquier nivel, se constituye en un valioso referente acerca de la formación de profesores en Educación Matemática en el Caribe colombiano. Contiene los resultados de un proceso de acompañamiento realizado por investigadores de la Universidad del Norte y de la Fundación Promigas a 15 instituciones educativas, en el marco de la estrategia Universidad-Escuela, con el apoyo de la Secretaría de Educación del Distrito de Barranquilla. El propósito de este acompañamiento, que tuvo una duración de tres años, fue propiciar una transformación en las prácticas de aula de los profesores de primaria. Específicamente, el estudio se centró en los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, a partir de la resignificación de la gestión curricular, la actualización disciplinar y didáctica, y mediado por la práctica reflexiva de los docentes.