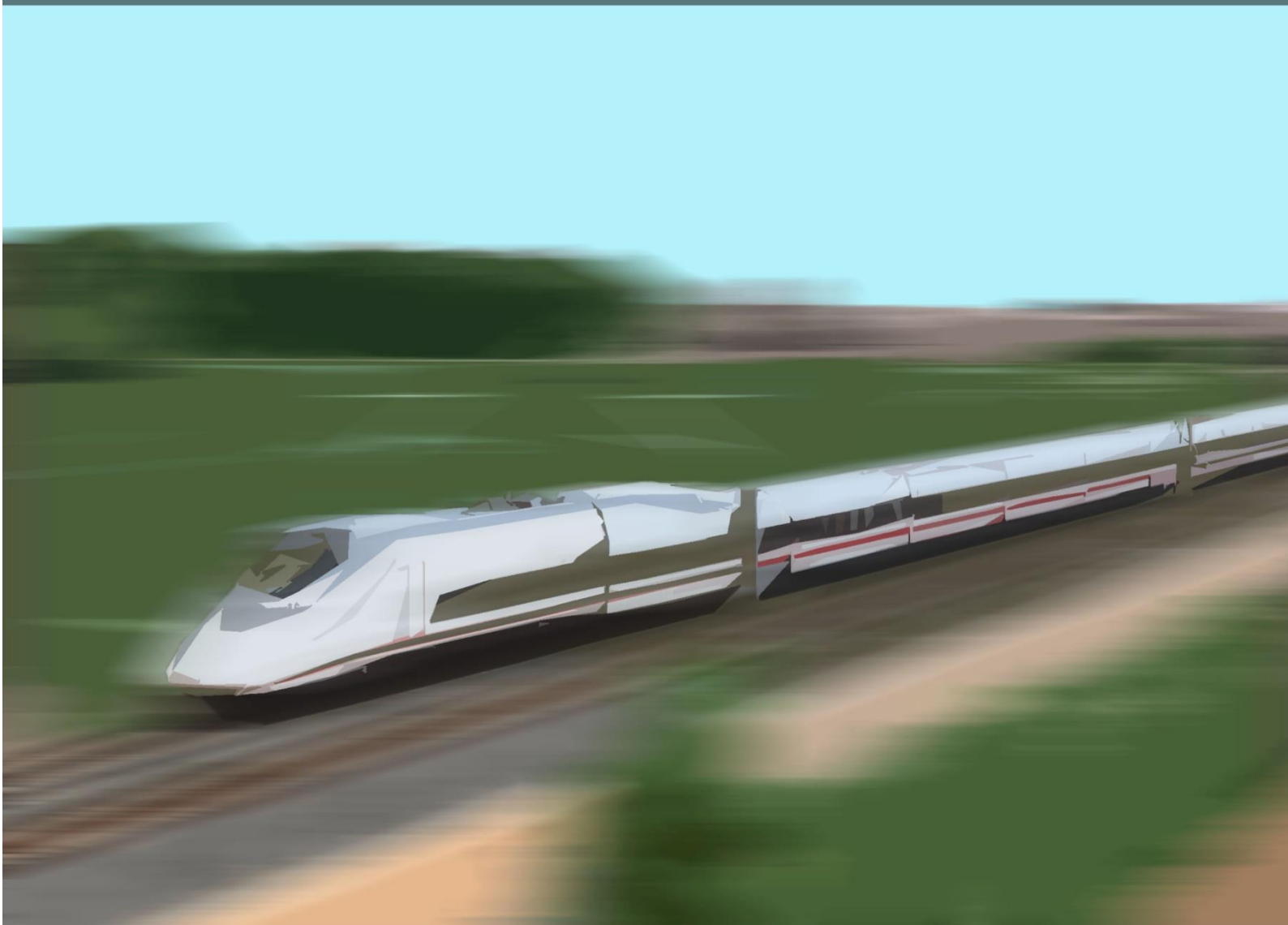


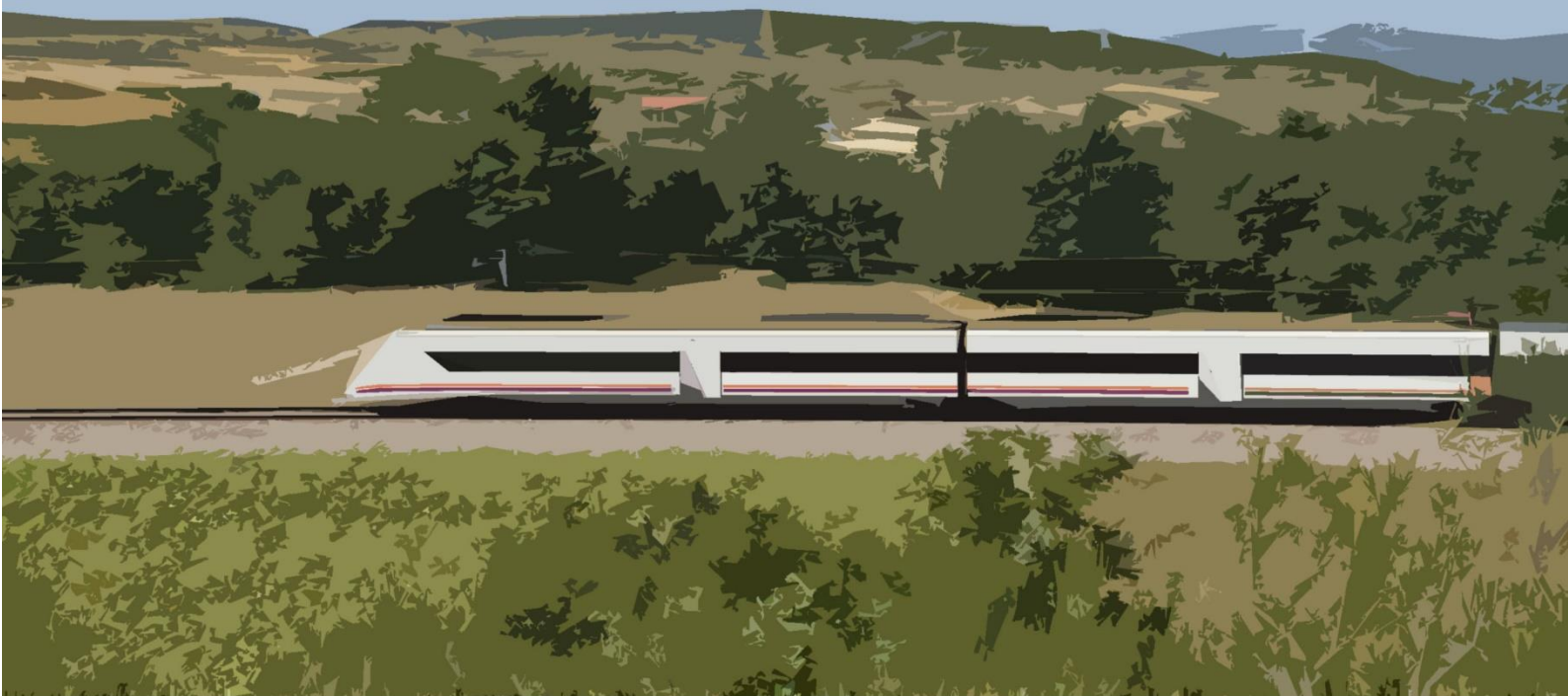
DINÁMICA DE LOS TRENES EN ALTA VELOCIDAD. CINEMÁTICA FERROVIARIA



Alberto García Álvarez
Ignacio González Franco

15 Edición





DINÁMICA DE LOS TRENES EN ALTA VELOCIDAD. CINEMÁTICA FERROVIARIA

15 edición Marzo de 2021

La primera edición de este documento, de abril de 2003, fue objeto de difusión limitada en fotocopias y por correo electrónico. La segunda, fue publicada en la página web de la Fundación de los Ferrocarriles Españoles en febrero de 2004, y hasta junio de 2006 fue descargada 23.567 veces. La tercera edición, con algunas correcciones menores, fue publicada en febrero de 2006 y hasta octubre de 2007 fue descargada 8.756 veces. Las ediciones 4ª (octubre 2007), 5ª (marzo 2008), 6ª (enero 2010) y 7ª (julio 2010) difundieron también electrónicamente. A partir de la 8ª (enero de 2011) se difunden tanto de forma impresa como electrónica.

Los autores agradecen cualquier observación o corrección, pudiendo dirigirse a albertogarcia2912@gmail.com

© Alberto García Álvarez, Ignacio González Franco

© Portada y contraportada: Marta Martínez Gomes

ISBN: 978-84-89649-62-0

Depósito legal: M-3214-2010

Este es un documento de finalidad científica y académica, y sólo expresa la opinión de sus autores.

Sólo puede ser reproducido, impreso y distribuido para los fines con que ha sido redactado y sin modificaciones, supresiones ni adiciones, de forma que sentido del contenido se respete íntegramente. En caso de cita, deben mencionarse el título, número y fecha de edición, el propietario, así como esta nota legal.

ÍNDICE

I. DINÁMICA DE LOS TRENES EN ALTA VELOCIDAD	7
1. INTRODUCCIÓN	1
2. RESISTENCIA AL AVANCE EN RECTA	4
2.1 Resistencia mecánica al avance	6
2.1.1 Resistencia debida a la rodadura	7
2.1.2 La resistencia de los rozamientos internos.....	7
2.1.3 Valores de la <i>resistencia mecánica</i> para diversos tipos de trenes.....	8
2.1.4 Criterios de ajuste del valor de la resistencia mecánica	10
2.2 Resistencia al avance debida a la entrada de aire	11
2.2.1 Caudal necesario para mantener la calidad del aire	12
2.2.2 Cálculo de la resistencia debida a la entrada de aire (termino B)	14
2.2.3 Ajuste del valor de la resistencia debida a la entrada de aire en el tren.....	14
2.2.4 Reflexiones sobre la naturaleza del coeficiente <i>B</i>	15
2.3 Resistencia aerodinámica.....	16
2.3.2 Medidas para reducir la resistencia aerodinámica	18
2.3.3 Resistencia aerodinámica en túneles	19
2.3.4 Criterios de ajuste de la resistencia aerodinámica	20
2.3.5 Resistencia aerodinámica adicional debida al viento exterior	25
2.4 Valores de la resistencia al avance en recta a cielo abierto y sin viento.....	27
2.4.1 Trenes de composición variable. Fórmulas simples.....	28
2.4.2 Trenes de composición indeformable	29
2.4.3 Valores de la resistencia al avance para diversos trenes	30
2.4.4 Comparación entre los valores totales de diferentes tipos de trenes	32
2.4.5 Influencia relativa de cada uno de los sumandos de la resistencia al avance ...	32
2.4.6 Ámbito de validez de la fórmula de resistencia al avance en horizontal y recta	33
3. RESISTENCIA DEBIDA A LA CURVA Y RESISTENCIA TOTAL	34
3.1 Resistencia al avance debida a la curva.....	34
3.1.1 Resistencia debida a la solidaridad de ruedas y ejes	34
3.1.2 Resistencia debida al paralelismo de los ejes	35
3.1.3 Valor de la resistencia total al avance en la curva	35
3.1.4 Resistencia media equivalente de las curvas	36
3.1.5 Peso relativo de la resistencia en la curva	39

3.2	Resistencia total al avance.....	40
4.	FUERZA LONGITUDINAL DEBIDA A LA GRAVEDAD	42
4.1	Resistencia gravitatoria al avance	42
4.2	Aproximaciones y simplificaciones	44
4.2.1	Consideración conjunta de la resistencia al avance de la curva y la rampa	44
4.2.2	Idealización del tren	45
5.	LOS ESFUERZOS DE TRACCIÓN Y DE FRENADO, ADHERENCIA.....	46
5.1	El esfuerzo de tracción	47
5.2	El esfuerzo de frenado.....	48
5.2.1	Condiciones de aplicación del freno.....	48
5.2.2	Prestaciones mínimas de los frenos.....	49
5.3	La adherencia.....	50
5.3.1	Concepto de adherencia.....	50
5.3.2	Valores de la adherencia	52
6.	ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO DEL TREN	55
6.1	Expresión simple de la ecuación del movimiento.....	55
6.2	El efecto de la inercia de las masas giratorias	56
6.3	Expresión completa de la ecuación del movimiento del tren	57
6.4	Dinámica del tren en pendientes y rampas	59
6.4.1	Dinámica del tren en rampas	59
6.4.2	Dinámica del tren en pendientes.....	61
6.5	Consideración conjunta de la pendiente y la rampa	65
6.6	Representación gráfica de los esfuerzos de tracción, freno y resistencias.....	66
7.	CARGA MÁXIMA DE UN TREN.....	68
7.1	Masa máxima de un tren para su circulación correcta	69
7.1.1	Enfoque de la aceleración media y residual.....	69
7.1.2	Enfoque de la velocidad mínima en rampa.....	70
7.2	Limitación de la masa máxima por la fuerza de los enganches	71
7.2.1	Dinámica del tren en el arranque	71
7.3	Determinación práctica de la carga máxima remolcable por una locomotora.....	73
7.3.1	Cargas máximas remolcables por máquinas españolas	75
II.	CINEMÁTICA FERROVIARIA	80
8.	Introducción: Cinemática Ferroviaria	81
III.	BIBLIOGRAFÍA.....	88
	BIBLIOGRAFÍA.....	89

I. DINÁMICA DE LOS TRENES EN ALTA VELOCIDAD



Foto: Renfe

1. INTRODUCCIÓN

En este libro se va a analizar la dinámica longitudinal del tren, es decir, el movimiento del tren en la dirección de la vía y las fuerzas (aceleradoras o retardadoras que inciden sobre ese movimiento).

La dinámica longitudinal del tren es un campo de estudio básico para la explotación ferroviaria, puesto que en ella se basan aspectos tan relevantes como el cálculo de los tiempos de viaje, de los consumos de energía del tren, determinación de las cargas máximas, etc.

La precisión de que en el libro se estudia la dinámica en alta velocidad implica que, a diferencia de la literatura clásica de explotación (García Lomas, Wais, etc.), se presta especial atención a los aspectos relacionados con la aerodinámica que diferencian mucho la dinámica longitudinal de los trenes cuando éstos de circulan a velocidades altas. Sin embargo, la dinámica en alta velocidad es válida para velocidades convencionales (lo que no es cierto al revés). Por ello, puede entenderse este libro como suficiente y completo para el estudio de la dinámica longitudinal del tren a cualquier velocidad.

Fuerzas que actúan sobre el tren y sistema de coordenadas

Sobre un tren pueden actuar en un momento determinado muchas y muy diferentes fuerzas longitudinales: unas son independientes de la acción del propio tren (fuerza de gravedad, efecto del aire); mientras que otras son producidas por una acción en el tren (como las fuerzas de tracción y de frenado). Estas fuerzas provocan una aceleración sobre la masa del tren que hace que éste se mueva y avance sobre la vía.

El tren se apoya sobre las ruedas y éstas sobre la vía, por lo que referiremos las fuerzas a un sistema de coordenadas relativo a la vía; en concreto, a un eje longitudinal (L) coincidente con el eje de ésta; a un eje transversal (H), perpendicular al anterior y normal a la vía; y un eje vertical (V) perpendicular al plano que forman los carriles en su superficie superior.

Consideramos como sentido positivo del eje longitudinal L el que coincide con el sentido de la marcha del tren, y del eje vertical V , hacia abajo, que coincide con el sentido de la fuerza de gravedad que actúa sobre el tren.

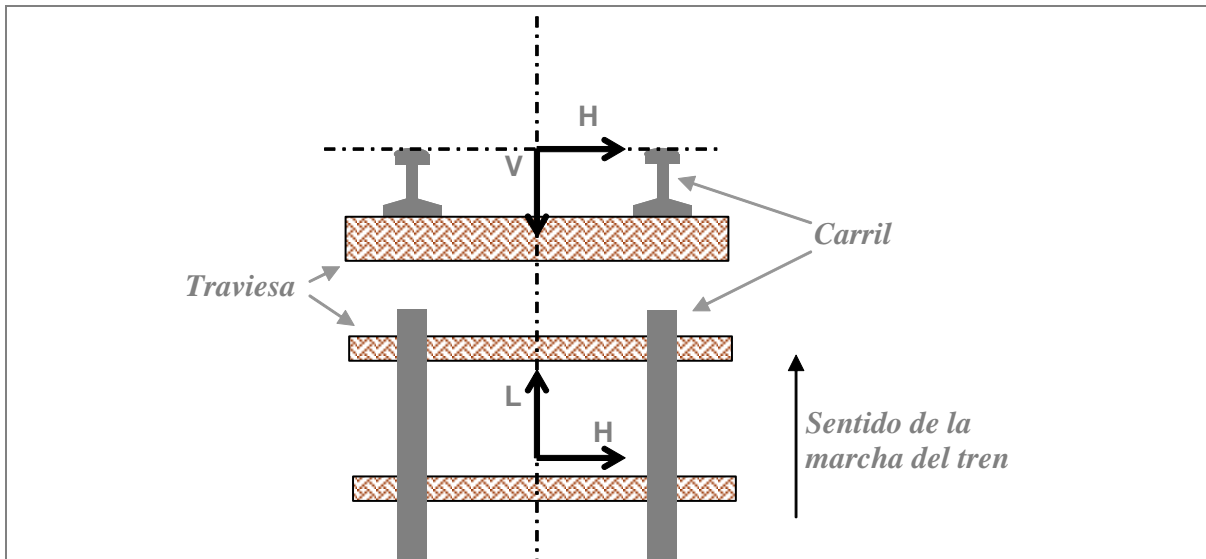


Figura 1. Ejes de coordenadas para los estudios de la dinámica longitudinal ferroviaria.

La dinámica longitudinal se refiere a las componentes de las fuerzas sobre el eje L longitudinal de la vía. Las componentes de las fuerzas sobre los otros dos ejes (H y V) se estudian en el dominio de la infraestructura, ya que condicionan la resistencia de ésta; o al analizar la estabilidad del vehículo.

Rampas y pendientes. - En los tramos en los que la vía no es horizontal, es decir, donde tiene una inclinación, ésta se considera de signo positivo y se denomina “rampa” cuando la vía aumenta su altitud en el sentido de la marcha del tren. Por el contrario, se considera negativa y se denomina “pendiente” cuando la vía disminuye su altitud al recorrerla en el sentido de la marcha del tren. Las inclinaciones en la dinámica ferroviaria suelen medirse en tanto por mil (“milésimas”).

Fuerzas longitudinales

Las fuerzas que actúan longitudinalmente sobre el tren son de dos tipos:

- *Fuerzas pasivas*: que son aquellas que soporta el tren sin que el mismo realice ninguna acción especial. Son fuerzas pasivas la *resistencia al avance* (en recta y en curva) y la fuerza gravitatoria.
- *Fuerzas activas* son aquellas que se derivan de acciones del propio tren; en concreto, son las fuerzas de tracción y frenado.

Se denomina *resistencia al avance* a la resultante de las fuerzas que se oponen al movimiento del tren en la dirección longitudinal de la vía, diferentes de las gravitatorias y de las fuerzas de tracción y frenado. La *resistencia al avance* es siempre una fuerza de valor negativo (se opone al movimiento del tren).

En concreto, la *resistencia al avance* es la proyección sobre la dirección longitudinal de la vía de diversas fuerzas pasivas que actúan sobre el tren y que son de distinta naturaleza. Entre ellas que se cabe distinguir las siguientes:

- Rozamiento entre las ruedas y los carriles.
- Rozamientos internos de las partes móviles y giratorias del tren.
- Fuerza necesaria para acelerar el aire que entra en el tren (para la refrigeración de los motores y para la renovación del aire interior).

- Resistencia aerodinámica, que a su vez se compone de resistencia de presión y de fricción, y que resulta especialmente importante en alta velocidad.
- Rozamiento de las pestañas sobre el carril en las curvas y otras fuerzas debidas a la curva.

Estas fuerzas pasivas no gravitatorias que se oponen al movimiento del tren pueden agruparse así:

- *Resistencia al avance en recta* R_{ar} (que es diferente en cielo abierto y en túnel, donde los efectos aerodinámicos aumentan la resistencia al avance).
- Resistencia al avance en curva, R_{ac} .

La *resistencia al avance total* (R_{at}) en cada punto del recorrido es la suma de las anteriores:

$$R_{at}[\text{daN}] = R_{ar}[\text{daN}] + R_{ac}[\text{daN}]$$

La *resistencia al avance* de un tren varía casi constantemente, pues el tren pasa sucesivamente por alineaciones rectas y por curvas de diversos radios. Debe tenerse en cuenta que la *resistencia al avance en recta* es dependiente de la velocidad del tren, por lo que cualquier variación de la velocidad real conduce a una variación de la *resistencia al avance en recta* y, por ello, de la *resistencia al avance total*.

Además de la *resistencia al avance*, es preciso tener en cuenta el efecto de la fuerza de la gravedad, que actúa sobre el tren en las pendientes (tiene signo positivo, pues es a favor del movimiento) y en las rampas (de signo negativo, pues se opone al movimiento).

También actúan sobre el tren en sentido longitudinal las *fuerzas activas* de tracción (a favor del movimiento) y de freno (oponiéndose al movimiento), que se realizan desde el propio tren.

Unidades. - En la dinámica ferroviaria, las fuerzas suelen medirse en decaNewtons (daN), lo que es útil teniendo en cuenta que la fuerza necesaria para mover un tren en horizontal a velocidad muy baja es del orden de magnitud de 1 daN por cada tonelada de masa del tren; y además para subir una rampa debe añadirse una fuerza adicional de 1daN por cada milésima de inclinación de la rampa y tonelada de masa del tren.

Aceleraciones longitudinales

Si las proyecciones de todas estas fuerzas sobre el eje longitudinal están en equilibrio (es decir, si tienen resultante nula), el tren mantiene su velocidad constante. Por el contrario, si la resultante es una fuerza neta positiva, el tren se acelerará de acuerdo con la segunda ley de Newton; y si la resultante es una fuerza negativa, el tren reducirá su velocidad, de acuerdo con la misma ley.

Estas aceleraciones, que impulsan o retardan el movimiento del tren, son las que producen las variaciones de velocidad del mismo y por lo tanto las que deben conocerse para el estudio de la cinemática del tren.



Foto: Renfe

2. RESISTENCIA AL AVANCE EN RECTA

A lo largo de la historia del ferrocarril, el cálculo de la resistencia al avance ha sido ámbito de múltiples estudios; Schmidt ya publicó en 1910 un conjunto de fórmulas obtenidas empíricamente que permitían la estimación de la resistencia al avance, fórmulas similares a las publicadas por Strahl en 1913 y por Davis en 1926, de acuerdo a lo descrito en (Lobo Pires, 2000).

Puede afirmarse que existen numerosos métodos para la determinación de la resistencia al avance, pero éstos pueden clasificarse en los siguientes tres grandes grupos:

- Métodos que determinan la resistencia al avance a partir del cálculo de la fuerza tractora.
- Mediante el uso de instrumentos o herramientas como puede ser por ejemplo dinamómetros.
- Aplicando deriva y estimando la deceleración sufrida por el vehículo.

Ya sea unos métodos u otros, como se ha mencionado anteriormente, existen múltiples estudios basados en pruebas reales que aportan la formulación necesaria.

Tras el análisis de la literatura existente y disponible puede afirmarse que existen numerosos modelos para la determinación de la resistencia al avance, siendo la metodología desarrollada por Davis en 1926 la más empleada y contrastada.

El valor de la *resistencia al avance en recta* (R_{ar}) depende de características físicas del tren; en concreto, de su masa, de su forma, del área de su sección transversal y de su *superficie mojada* (que a su vez está muy influenciada por su longitud). La *resistencia al avance* también depende, y de forma muy importante, de la velocidad a la que circula.

En el caso de que la vía no esté en alineación recta en un punto determinado, la resistencia al avance en recta es solo una componente de la *resistencia al avance total* a la que debe sumarse la *resistencia al avance* debida a la curva.

La resistencia al avance en recta suele expresarse con una función polinómica de segundo grado que relaciona, para cada tren, la resistencia en avance en recta con la velocidad instantánea.

La expresión polinómica más habitual de la *resistencia al avance* de un tren en recta (y en horizontal), con velocidad nula del viento exterior¹, es conocida como “fórmula de Davis” (Davis, 1926) y es la siguiente:

$$R_{ar}[daN] = - \left(\begin{array}{l} A[daN] + B[daN/km/h] \times V[km/h] \\ + C[daN/(km/h)^2] \times V^2[km/h] \end{array} \right)$$

donde:

- R_{ar} es la resistencia al avance en recta, que se expresa normalmente en decaNewtons [daN]. Será siempre de valor negativo, pues se opone al movimiento del tren y tiene sentido contrario a la velocidad V .
- V es la velocidad del tren, expresada normalmente en kilómetros por hora [km/h].
- A , B y C son coeficientes que dependen de las características físicas del material rodante, que se miden, respectivamente, en [daN], [daN/(km/h)] y [daN/(km/h)²].

En muchas ocasiones, los coeficientes se expresan (erróneamente, a nuestro juicio) por unidad de masa del tren, y entonces la ecuación anterior se convierte en la siguiente:

$$R_{ar}[daN] = -[M[t] \times (a[daN/t] + b[daN/t \cdot (km/h)] \times V[km/h] + \\ c[daN/t \cdot (km/h)^2] \times V^2[km/h])]$$

En este caso:

- M es la masa del tren, expresada en toneladas [t]
- a , b y c son coeficientes específicos de la resistencia al avance, que se miden respectivamente en [daN/t], [daN/(t.km/h)] y [daN/t.(km/h)²].

La razón por la que tradicionalmente se hayan empleado expresiones con coeficientes específicos relativos a la masa radica en que, en el pasado, la mayor parte de los trenes eran de composición variable (estaban formados por locomotoras a las que se agregaban coches o vagones en número variable). En tal caso, con esta fórmula se podía estimar la *resistencia al avance* de un tren al cambiar su composición (por ejemplo, cuando a un tren se le añadían o retiraban coches o vagones).

Desaconsejamos el empleo de este tipo de expresiones con coeficientes específicos referidos a la masa porque en la realidad (y como mostraremos más adelante) los coeficientes B y C no dependen de la masa del tren. Por ello, al suponer que existe una relación de proporcionalidad entre la masa y estos coeficientes, se cometen errores que pueden ser significativos. Estos

¹ En la exposición nos referiremos a la *resistencia al avance* en ausencia de viento exterior. En realidad, la resistencia al avance depende de la velocidad del viento y de su sentido relativo del viento, pero el efecto del viento sobre la resistencia no es predecible y por ello no puede ser tenido en cuenta en un análisis general. Por ello, este efecto sólo se considerará en el cálculo de las marchas de los trenes y los consumos como una variable aleatoria que puede producir una variación en el valor calculado de la resistencia al avance. Ello no significa que el viento sea irrelevante en la explotación ferroviaria: en alta velocidad, el viento lateral puede ser un factor crítico para limitar la velocidad del tren por motivos de seguridad, pero ello queda fuera del objeto de análisis en este punto. También el viento en sentido longitudinal debe tenerse en cuenta en el caso de los vehículos estacionados sin freno, cuando un pequeño empuje del viento en el sentido de la pendiente puede ayudar a iniciar el movimiento del vehículo y producir un “escape”.

errores son más relevantes en el dominio de la alta velocidad, ya que el error se presenta en los términos B y C que son los que dependen de la velocidad y de la velocidad al cuadrado, y que son precisamente los que tienen más influencia en la *resistencia al avance* en alta velocidad².

Las fórmulas polinómicas como modelos

Las fórmulas de Davis y otras expresiones polinómicas de la resistencia al avance son modelos de la realidad. Es importante destacarlo porque en muchas ocasiones se atribuye cada uno de los monomios de las fórmulas a distintos componentes “físicos” de la resistencia al avance (así, por ejemplo, el término cuadrático viene influido fundamentalmente por la resistencia aerodinámica). Sin embargo, debe tenerse en cuenta que esos polinomios son modelos ajustados de fenómenos muy complejos que interactúan entre sí. Por ello, aunque para propósitos generales puede hacerse esta aproximación, en realidad no es totalmente exacto.

2.1 Resistencia mecánica al avance

La parte de la resistencia al avance que no tiene que ver con el efecto del aire exterior al tren se denomina *resistencia mecánica* (la designaremos como R_m). Se deriva, en el caso más general (García-Lomas José Ma, 1956) de la resistencia de rozamiento entre cojinetes y manguetas, de la rodadura entre las ruedas y carriles, de las irregularidades en la vía, así como de las pérdidas de energía en los aparatos de tracción y choque y en la suspensión de los vehículos a causa de los movimientos oscilatorios o parásitos que adquiere la masa suspendida.

En el ferrocarril moderno (con el carril soldado) no es significativa la resistencia debida a las irregularidades de la vía (entre las cuales la más relevante es la producida por las juntas de dilatación, que se podría evaluar, cuando la hubiera, en aproximadamente 1,5 daN/t). Tampoco son relevantes los efectos de las pérdidas de energía en aparatos de tracción y de choque o en las suspensiones.

Por ello, a los efectos prácticos, la *resistencia mecánica* (R_m) en un sistema ferroviario moderno la supondremos como la suma de:

- La resistencia debida a la rodadura (R_{mrd}).
- La resistencia de los rozamientos internos (R_{mri}).

Es decir,

$$R_m[daN] = R_{mrd}[daN] + R_{mri}[daN]$$

y expresada en función de los correspondientes coeficientes específicos relativos a la masa del tren:

$$\begin{aligned} R_m &= -a[daN/t] \times M[t] = -(a_{mrd} \times M + a_{mri} \times M) \\ &= -(a_{mrd} + a_{mri})[daN / t] \times M[t] \end{aligned}$$

² La expresión de la *resistencia al avance* con coeficientes que resultan de dividir su valor real por la masa del tren puede dar una idea de la aceleración que cada uno de estos términos produce en el tren, si bien para este propósito no habrá que dividir por la masa del tren, sino por la masa del tren más la masa equivalente de las partes giratorias.

2.1.1 Resistencia debida a la rodadura

La *resistencia debida a la rodadura* se produce por la deformación elástica del contacto rueda carril. La clásica fórmula de Dupuit establece el *coeficiente de resistencia a la rodadura* como

$$\varphi[\text{daN/kg}] = \sqrt{\frac{2 \times \delta[\text{m}]}{R[\text{m}]}}$$

Donde:

- φ es el coeficiente de resistencia a la rodadura [daN/kg].
- δ es la penetración de la rueda en el carril [m], con valores normales del orden de 18×10^{-8} m.
- R es el radio de la rueda [m], con valores típicos en trenes de alta velocidad de 0.45 metros.

De donde se deduce que (con $R=0,45$ m)

$$a_{mrd}[\text{daN/t}] = \varphi[\text{daN/kg}] \times 1000 \approx 0,8[\text{daN/t}]$$

El *coeficiente de resistencia a la rodadura* en el ferrocarril es muy bajo si se compara con el de la carretera, cuyos valores de penetración de rueda en la vía son del orden de 100×10^{-4} , y conducen, para vías de asfalto, a valores de a_{mrd} de 15 daN/t para turismos, de 12 daN/t para camiones y de 20 daN/t para tractores (López Martínez y Herrero, 2008). La diferencia de resistencia se puede intuir comparando el calentamiento de las ruedas y carriles del tren con el de los neumáticos y el asfalto.

La fuerza de *resistencia debida a la rodadura* (R_{mrd}) es el resultado de multiplicar la fuerza normal a la vía (el peso sobre la rueda, medido a partir de la masa en toneladas, M) por el *coeficiente de resistencia a la rodadura*:

$$R_{mrd}[\text{daN}] = \varphi[\text{daN/kg}] \times 1000 \times M[\text{t}] \approx 0,5a0,9 \times M[\text{t}]$$

2.1.2 La resistencia de los rozamientos internos

La *resistencia de los rozamientos internos* incluye la resistencia mecánica al avance que se produce en los cojinetes y en las cajas de grasa de los ejes, cuyo valor depende de muchos factores, pero puede suponerse aproximadamente proporcional a la masa del tren y al número de ejes. Para disminuir este coeficiente interesa reducir el radio del eje y disponer de cojinetes en lugar de cajas de grasa.

López Pita (2008) señala que esta resistencia se puede disminuir: a) reduciendo el radio de la mangueta (condicionado por la resistencia mecánica del eje); b) incrementando el radio de la rueda; c) disminuyendo el peso suspendido del vehículo; y d) disminuyendo el coeficiente de rozamiento de la mangueta (que es menor con rodillos).

En la fórmula clásica de Davis, muy parecida a la adoptada en la *Norma Técnica de Renfe* para locomotoras (y aplicable a velocidades mayores de 7 o 10 km/h), el valor de esta resistencia es

$$R_{mri}[\text{daN}] = 0,65 \times M[\text{t}] + 13 \times N_e$$

donde:

- R_{mri} es resistencia mecánica de los rozamientos internos [daN]
- M es la masa real del tren [t]
- N_e es el número de ejes del tren.

2.1.3 Valores de la *resistencia mecánica* para diversos tipos de trenes

La resistencia mecánica al avance es, como se ha expuesto, la suma de la resistencia a la rodadura y la de los rozamientos internos.

- El valor del coeficiente específico de *resistencia a la rodadura* (a_{mrd} [daN/t]) que facilitan los fabricantes de los trenes (y que es constatado por la experimentación) es del orden de 0,5 a 0,9 daN/t, con valores más próximos a 0,5 daN/t para trenes modernos.
- Por lo que respecta a la *resistencia de los rozamientos internos*, la aplicación de las fórmulas clásicas de Davis conduce, para trenes con una masa media por eje del orden de 20 toneladas, a un valor del coeficiente específico asociado (a_{mri}) de 1,3 daN/t. Y para trenes con masa del orden 17 toneladas por eje, a valores de esta resistencia específica de 1,4 daN/t.

Los totales de la *resistencia mecánica total* (por unidad de masa) para locomotoras y trenes clásicos estaban habitualmente en valores de 1,2 a 2 daN/t. El valor recogido en las fórmulas empleadas en la mayor parte de las administraciones ferroviarias para las composiciones remolcadas, tanto de viajeros como de mercancías, es de 2 daN/t. Este valor encaja bien con las fórmulas clásicas, y permite deducir que 1/3 de la resistencia corresponde a la *resistencia a la rodadura* y 2/3 a la *resistencia de los rozamientos internos*.

Como, a su vez, puede estimarse que la mitad de la *resistencia de los rozamientos internos* es proporcional número de ejes (N_e) y la otra mitad a la masa del tren (M), puede suponerse que, del total de la resistencia mecánica, dos tercios son proporcionales a la masa y un tercio al número de ejes. O lo que es lo mismo (y expresado en términos de coeficientes específicos, respecto a la masa M del tren), la mitad del coeficiente específico (a) es independiente de la masa por eje y la otra mitad es inversamente proporcional a la masa por eje [$1/m$].

En trenes de alta velocidad modernos, el coeficiente específico de resistencia mecánica (a) no suele llegar al valor de 1 daN/t, estando en valores normales de 0,6 a 0,8 daN/t. En alta velocidad la *resistencia mecánica* es poco importante: no sólo porque este coeficiente es muy bajo, sino porque al crecer la velocidad, aumentan mucho los términos de la resistencia al avance que dependen de la velocidad del tren, por lo que el peso relativo de la *resistencia mecánica* es muy reducido (en alta velocidad la resistencia mecánica sólo requiere alrededor del 5% de la energía total consumida por el tren).

Valores empleados por Adif para el cálculo de cargas máximas

Adif emplea (según Norma Técnica de determinación de las Cargas Máximas Renfe NT- CGC-6, de 2001), los siguientes valores:

- Para composiciones remolcadas,

$$R_m[daN] = 2 \times M[t], \text{ es decir, } a = 2 \text{ daN/t.}$$

- Para locomotoras, el valor deducido de la fórmula

$$R_m[daN] = 0,6 \times M[t] + 13 \times N_e + 0,01 \times M[t] \times V[km / h]$$

- Considerando 22 toneladas por eje, se traduce en

- Para máquinas de 6 ejes $R_m[daN] = 150 + 1,2 \times V[km / h]$; es decir, $a=1,25$ daN/t y $b=0,01$ daN/[t.(km/h)]
- y para las máquinas de 4 ejes $R_m[daN] = 100 + 0,8 \times V[km / h]$; es decir, $a=1,14$ daN/t y $b=0,01$ daN/[t.(km/h)]

Valores empleados por la SNCF

La SNCF utiliza (Bernard, M. y Guiheu, 1976) una fórmula de la resistencia mecánica que incluye tanto una parte independiente de la velocidad, como otra ligada a la velocidad. En concreto, la fórmula empleada es:

$$R_m[daN] = \lambda \times M[t] \times \sqrt{\frac{10}{m[t / eje]}} + 0,01 \times M[t] \times V[km / h]$$

donde:

- λ es un coeficiente cuyo valor oscila entre 0,9 y 1,4 según el tipo de tren, y con una moda de valores (para los ensayos que citan estos autores) próximo a 1.
- m es la masa media por eje, es decir, $m = \frac{M}{N_e}$ [t]
- V es la velocidad instantánea del tren [km/h]

La sustitución en la fórmula por los valores habituales como $\lambda=1$, $m=20$ t/eje y $V=120$ km/h, ofrece el valor $R_m[daN] = M[t] \times (0,7 + 1,2) = M[t] \times 1,9$, es decir un valor de la resistencia específica mecánica de 1,9 daN/t, que está la línea de los valores descritos.

Otras fórmulas

Otros valores de la resistencia mecánica pueden deducirse de diversas fórmulas citadas por (Rochard & Schmid, 2000):

- (Armstrong DS & P. H. Swift, 1990) dan el valor de:

$$A [daN] = 0,64 \times M_{\text{cochesremolcados}} [t] + 0,8 \times M_{\text{cochesmotores}} [t]$$

O lo que es lo mismo,

$$A [daN] = 0,64 \times M [t] + 0,16 \times M_{\text{coches motores}} [t]$$

- En Francia, además de la fórmula indicada se emplean:

- Para coches de viajeros, de bogies y de ejes:

$$a = 1,5 \text{ daN/t}$$

- Para vehículos “tipo UIC”:

$$a = 1,25 \text{ daN/t}$$

- y para vagones de mercancías de 18 toneladas por eje:

$$a = 1,2 \text{ daN/t}$$

- o para trenes autopropulsados:

$a[daN/t] = 1,3 \times \sqrt{\frac{10}{m}}$ siendo m [t] la masa por eje con valores de 20 toneladas/eje.

- En Alemania, para trenes de viajeros se emplea la fórmula de Saunhoff, en la que

$$a = 1,9 \text{ daN/t}$$

- En Japón, se emplean valores obtenidos de la experiencia y de test realizados sobre el material real, obteniéndose valores como los siguientes:

- Para el Shinkansen Serie 0:

$$a[daN/t] = \frac{1.023}{869} = 1,18$$

- Para el Shinkansen serie 100:

$$a[daN/t] = \frac{1.106}{886} = 1,25$$

- Para el Shinkansen serie 200:

$$a[daN/t] = \frac{820}{712} = 1,15$$

2.1.4 Criterios de ajuste del valor de la resistencia mecánica

En los trenes modernos, el valor de la *resistencia al avance* del tren se publica (como consecuencia de cálculos teóricos y la experimentación) para la composición normal del tren con su carga nominal. En ciertas ocasiones, para predecir tiempos de viaje o los consumos energéticos (cuando se requiera una alta precisión, lo que es cada vez más frecuente) es necesario conocer la *resistencia al avance* (desagregada en cada uno de sus componentes) en las condiciones reales de composición (masa, número de ejes, longitud, etc.), debiendo estimarse la resistencia al avance en condiciones reales a partir de la resistencia al avance en condiciones nominales.

En el caso concreto de la *resistencia mecánica*, para estimar las variaciones de su resistencia A debidas a los cambios de masa y de composición del tren, supondremos (a falta de otros datos, y siendo A_n la resistencia nominal del tren o composición), que $0,33 \times A_n$ corresponde a la *resistencia a la rodadura* y que es proporcional a la masa, mientras que $0,66 \times A_n$ corresponde a la *resistencia de los rozamientos internos*; y de esta última parte, la mitad ($0,33 \times A_n$) es proporcional a la masa (M) del tren, y la otra mitad ($0,33 \times A_n$) al número de ejes (N). De esta forma, si los subíndices n designan los valores nominales, y los subíndices r designan los valores reales, puede estimarse que:

$$A_r[daN] = (0,33 + 0,33) \times A_n[daN] \times \frac{M_r[t]}{M_n[t]} + 0,33 \times A_n[daN] \times \frac{N_r[eje]}{N_n[eje]}$$

o, lo que es lo mismo,

$$A_r[daN] = A_n[daN] \times \left(0,66 \times \frac{M_r[t]}{M_n[t]} + 0,33 \times \frac{N_r[eje]}{N_n[eje]} \right)$$

Así, por ejemplo, un tren con una masa a plena carga (M_n) de 357 toneladas, y con 21 ejes (es el caso del Talgo serie 102) tiene un valor nominal de $A_n = 282$ daN. Si el mismo tren circula vacío (entonces su masa es $M_v=331$ t), el valor A pasaría a ser $A_r = 265,6$ daN.

2.2 Resistencia al avance debida a la entrada de aire

La resistencia al avance dependiente de la velocidad del tren (Término BxV) corresponde, en una parte importante, a la resistencia al avance que produce la entrada de aire en el tren.

En los trenes entra y sale de forma permanente una notable cantidad del aire: la necesaria para refrigeración de los motores y otros equipos, así como la que se precisa (en los que tienen aire acondicionado) para la renovación de aire de los viajeros. Para esta renovación de aire de los viajeros, los caudales típicos de aire introducido suelen estar entre 10 a 20 m³ por persona y hora.

Por ejemplo, el tren de alta velocidad *Talgo 350* (serie Renfe 102) necesita 32,4 m³/s para la refrigeración de los motores de las cabezas tractoras y 44,9 m³/s para la renovación de aire; es decir, un tren de alta velocidad de 320 plazas puede precisar más de 77,3 m³/s. El ICE 3, Serie 103 de Renfe, de 404 plazas, requiere casi 150 m³/s.

En un tren de alta velocidad, la entrada de aire puede ser responsable entre un 10% y un 15% del consumo total de energía (sin considerar la energía necesaria para cambiar la temperatura y humedad de este aire). Puede entenderse, por lo tanto, que disminuir cantidad de aire que se introduce en el tren es esencial para reducir el consumo de energía, especialmente en los trenes de alta velocidad.

A continuación, se muestra, para el tren de la serie 103 en la línea Madrid-Barcelona de alta velocidad, el desglose de energía consumida en porcentaje sobre el total. Como puede observarse en la figura (Figura 2) se destaca el porcentaje de consumo debido a la entrada de aire en el tren.

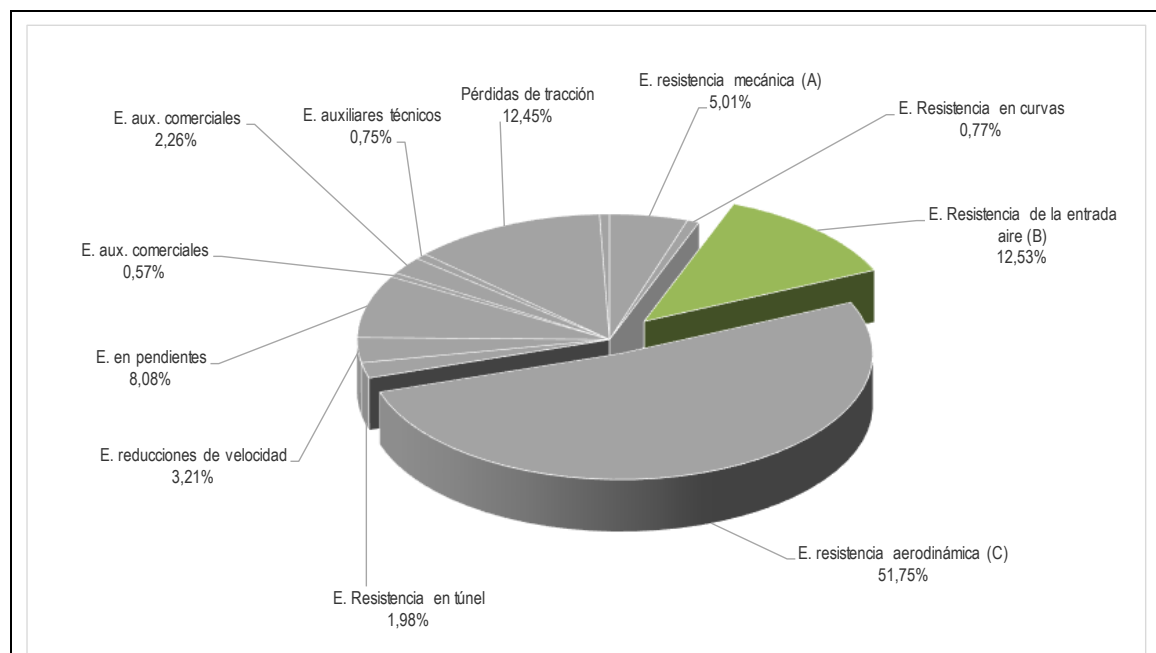


Figura 2. Porcentaje de energía consumida debida a la entrada de aire.

2.2.1 Caudal necesario para mantener la calidad del aire

El objetivo de introducir aire “limpio” en el tren es mantener la calidad del aire, con una concentración de dióxido de carbono (CO₂) que se encuentre en niveles adecuados para la salud y además que resulten cómodos para los viajeros.

Hay que tener en cuenta que el aire “limpio” tiene una concentración de dióxido de carbono de 400 partes por millón (400 ppm), equivalente a un 0,04 %; mientras que el aire que exhalan las personas al respirar tiene 40.000 ppm (4%) de CO₂.

Una persona adulta exhala aproximadamente 0,5 metros cúbicos en una hora. Por lo tanto, el caudal Q necesario para mantener una concentración porcentual C_e será:

$$Q = \frac{(4 - C_e) \times 0,5}{C_e - 0,04}$$

Las personas suelen aceptar valores de hasta 2.500-3.000 partes por millón de CO₂ (C_e 0,25 a 0,3) sin encontrar el aire viciado. Esto, siempre que ya se encuentren en ese ambiente. Sin embargo, cuando entran a un recinto, la sensación molesta se produce con concentraciones inferiores, del orden de 2.000-2.300 partes por millón.

No se consideran peligrosas concentraciones por debajo de las 50.000 ppm, pero la sensación de confort es subjetiva y variable y se ve afectada por la temperatura. Por este motivo no se recomiendan concentraciones superiores a 5.000 ppm, a partir de las cuales pueden surgir molestias físicas.

Las normas clásicas prescribían una renovación de aire por cada plaza (en lugar de por persona), ya que los sistemas de aire acondicionado no conocen el número de personas que viajan en un coche (obsérvese que eso supone aumentar la cantidad de aire que se introduce en un tren por encima de mínimo necesario para mantener una determinada concentración de CO₂ en cada coche).

El valor tomado como referencia por la mayor parte de las normas aplicables en espacios cerrados, incluyendo material rodante, a temperaturas externas normales, es de 1.400 ppm de CO₂. Por ello, de acuerdo con la fórmula anterior el caudal que se debe introducir es de unos 20 m³ por persona y hora:

$$Q = \frac{(4 - 0,14) \times 0,5}{0,14 - 0,04} = 19,3 \frac{m^3}{persona \cdot h}$$

En las tablas que se incluyen a continuación (Tabla 1 y Tabla 2) se muestran valores de caudales exigidos para os trenes.

Tabla 1. Criterios de caudal de renovación de aire en función de las plazas en la ficha UIC 553 norma UNE-EN 1329

Temperatura exterior (T _e)	Velocidad mínima de aire fresco equivalente a +20 °C y 50% de humedad relativa
$T_e \leq -20^\circ\text{C}$	10 m ³ /plaza.h
$-20^\circ\text{C} < T_e \leq -5^\circ\text{C}$	15 m ³ /plaza.h
$-5^\circ\text{C} < T_e \leq +26^\circ\text{C}$	20 m ³ /plaza.h
$T_e > +26^\circ\text{C}$	15 m ³ /plaza.h

Tabla 2. Criterios de caudal de renovación de aire en los Pliegos de condiciones de los trenes de alta velocidad de Renfe de 2001

Temperatura exterior (T_e)	Caudal de entrada de aire
$T_e \leq 5^\circ\text{C}$	10 m ³ /plaza.h
$5^\circ\text{C} < T_e \leq 30^\circ\text{C}$	20 m ³ /plaza.h
$30^\circ\text{C} < T_e \leq 40^\circ\text{C}$	15 m ³ /plaza.h
$T_e > 40^\circ\text{C}$	10 m ³ /plaza.h

Debe observarse que este aire recirculado sólo representa entre 25% y el 30% del aire que pasa por el equipo de aire acondicionado. Otros valores manejados como referencia son de 15 m³/persona (o plaza).hora en coches de no fumadores y de 20 m³/persona(o plaza).hora. en coches de fumadores.

Como puede observarse, las normas o pliegos establecen valores en función de la temperatura externa, siendo el valor especificado a temperaturas normales de 20 m³/plaza y hora que se corresponde con el valor de 1.400 ppm de CO₂.

Con temperaturas extremas, baja el caudal de aire hasta 10 m³/persona.hora que significa permitir un nivel de Ce=2.800 ppm.

El motivo para regular en función de la temperatura exterior es la eficiencia energética y el confort: a temperaturas extremas se requiere gran potencia de calefacción o refrigeración para mantener la temperatura de consigna, que se degrada mezclando el aire interior con aire exterior muy frío o muy caliente.

En el caso particular de la refrigeración, además, a partir de cierta temperatura externa la batería condensadora deja de funcionar por sobrepresión, ya que el aire externo no puede intercambiar calor al ritmo necesario. De hecho, para vehículos no dotados de equipos de frío pero sí de calefacción, se repiten los mismos valores salvo en el último rango: Para temperatura exterior de más de 26° e interior de más de 24° se exigen 20 m³/plaza.h.

En este caso de los vehículos no dotados de aire acondicionado, se exige una ventilación superior porque, al no disponer de aire acondicionado, la temperatura interior en estos márgenes tenderá a subir respecto a la del ambiente debido a las cargas térmicas, por lo que la única refrigeración viene de la diferencia con la temperatura exterior.

La nueva ETI de material rodante cambia el enfoque y se limita a establecer una concentración máxima de 5.000 ppm en operación normal y la obligatoriedad de un sistema de ventilación forzada de emergencia que impida exceder 10.000 ppm durante al menos 30 minutos.

Entrada de aire en función de la velocidad

Los mecanismos para conseguir la regulación de entrada de aire suelen ser trampillas de posición variable y reducción de la potencia del motor del ventilador impulsor, ambos controlados electrónicamente en función de la consecución de la temperatura de consigna. En la práctica, los valores de renovación por plaza y hora no se alcanzan, probablemente porque las especificaciones técnicas de los equipos de aire acondicionado de vehículos de alta velocidad no siempre tienen en cuenta la disminución de caudal que se produce en altas velocidades por la reducción de la presión superficial en la mayor parte de la superficie del tren.

De hecho, en un mismo tren, y con una misma ocupación, puede observarse que la concentración de CO₂ se incrementa al aumentar la velocidad del tren, de lo que se puede deducirse que el caudal real de aire disminuye al subir la velocidad del tren.

2.2.2 Cálculo de la resistencia debida a la entrada de aire (termino B)

El aire que entra en el tren debe ser acelerado casi instantáneamente al entrar, por lo que el tren hace sobre esta masa de aire una fuerza hacia adelante, y por lo tanto el tren experimenta una fuerza de reacción hacia atrás de igual valor:

$$R_{ea}[\text{daN}] = -Q[\text{m}^3 / \text{s}] \times \rho[\text{kg} / \text{m}^3] \times \int \frac{d}{dt} V[\text{km} / \text{h}] \times \frac{1}{360}$$

donde:

- R_{ea} es la fuerza instantánea que se opone al avance del tren como consecuencia de la entrada de aire en el mismo. Al ser continua la entrada de aire, se convierte en la *resistencia al avance* debida a la *entrada de aire* de refrigeración y el aire acondicionado [daN].
- t es la unidad de tiempo en que se produce el proceso [s].
- Q es el gasto másico, o flujo de aire que entra en el tren, tanto la refrigeración de equipos técnicos como renovación del aire para los viajeros [m^3/s].
- ρ es la densidad del aire [kg/m^3], con valor típico de $1,225 \text{ kg}/\text{m}^3$ a 15°C y a presión atmosférica estándar a nivel del mar.
- V es la velocidad del tren [km/h]

De ello se deduce que el valor del término B dependiente de la velocidad (en la parte debida a la entrada de aire en el tren), en $\text{daN}/(\text{km}/\text{h})$, es:

$$B[\text{daN} / (\text{km} / \text{h})] = Q[\text{m}^3 / \text{s}] \times \rho[\text{kg} / \text{m}^3] \times \frac{1}{36} \approx 0,034 \times Q$$

2.2.3 Ajuste del valor de la resistencia debida a la entrada de aire en el tren

El valor real del coeficiente de la *resistencia al avance debida a la entrada del aire* en el tren depende (como puede observarse) de la cantidad de aire que entra en el tren por unidad de tiempo. Este hecho debe tenerse en cuenta cuando sea posible gestionar la resistencia al avance, y también para realizar el cálculo preciso de la resistencia al avance cuando deba emplearse un valor más próximo al real, en lugar del valor nominal (B_n) que ofrece la fórmula de la *resistencia al avance* del tren.

Así, cuando la entrada de aire para los viajeros está cerrada, hay que restar la parte de la resistencia al avance producida por el caudal del aire que no entra. Esto ocurre en los trenes de alta velocidad, por ejemplo, al pasar por los túneles, donde se cierran las trampillas de aire para evitar las ondas de presión, molestas para los viajeros.

El cierre de la entrada de aire de recirculación también debería hacerse manualmente cuando el tren circule sin viajeros, para reducir así la resistencia al avance y, por ello, el consumo energético asociado.

Por otra parte, debe observarse que el valor de esta resistencia también depende, proporcionalmente, de la densidad del aire. El valor nominal del coeficiente B se corresponde con una densidad del aire de $1,225 \text{ kg}/\text{m}^3$. Sin embargo, la densidad del aire puede variar de forma relevante en función de temperatura y la presión (como se expondrá posteriormente).

Por todo ello, en rigor, debería de ajustarse el coeficiente B de la siguiente forma

$$B_r[\text{daN} / (\text{km} / \text{h})] = B_n[\text{daN} / (\text{km} / \text{h})] \times \frac{\rho_r[\text{kg} / \text{m}^3]}{\rho_s[\text{kg} / \text{m}^3]} \times \frac{Q_r[\text{m}^3 / \text{s}]}{Q_n[\text{m}^3 / \text{s}]}$$

donde:

- B_r es valor real ajustado del coeficiente B [daN/(km/h)]
- B_n es el valor nominal del coeficiente B [daN/(km/h)]
- Q_r es el flujo real de entrada de aire al tren y Q_n es el flujo nominal de entrada de aire al tren.
- ρ_r es la densidad del aire en condiciones reales, y ρ_s la densidad del aire en condiciones estándar.

Otro ajuste importante a tener en cuenta es el debido a las consecuencias físicas de la viscosidad del aire y la correspondiente capa límite que se genera en la superficie del tren. La capa de aire más próxima a la superficie se mueve con velocidad pareja a la del tren por efectos de viscosidad, por lo que el aire que entra en primera instancia no está inmóvil, sino que tiene una velocidad inicial. Debido a esto, cuanto más cercana sea esta velocidad de entrada del aire a la del tren, menor será la aceleración que habrá que imprimir a estas partículas, por lo que menor será la fuerza de resistencia generada por la entrada de aire. Esto supone que podremos reescribir la ecuación de resistencia a entrada del aire como:

$$R_{ea}[\text{daN}] = -Q[\text{m}^3/\text{s}] \times \rho[\text{kg}/\text{m}^3] \times \int \frac{d}{dt}(V_f - V_0)[\text{km}/\text{h}] \times \frac{1}{36}$$

donde:

- V_f es la velocidad final del caudal admitido, es decir, la del tren
- V_0 es la velocidad media inicial en el sentido de la marcha antes de acelerar el caudal.

2.2.4 Reflexiones sobre la naturaleza del coeficiente B

En lo expuesto hasta ahora, hemos dado por supuesto que el coeficiente B de la fórmula de Davis (el relacionado linealmente con la velocidad) depende excesivamente de la entrada de aire en el tren, y por ello tiene naturaleza aerodinámica y no dinámica.

Sin embargo, como ya hemos indicado, la fórmula que emplea SNCF incluye una parte de la resistencia mecánica en el término B (en concreto $B=0,01 \times M$). El resto de las fórmulas clásicas para el material remolcado no contemplan el término B.

Pero Lukaszewicz (2007), en varios ensayos realizados en Suecia en diversos tipos de trenes de mercancías, ha comprobado que mientras que el coeficiente A varía linealmente con la masa del tren, no se aprecia ninguna correlación entre la masa y el coeficiente B, lo que le permite afirmar que, en las condiciones de su ensayo, la mayor parte del coeficiente B procede de la resistencia aerodinámica en la parte no cubierta por CV².

2.3 Resistencia aerodinámica

Denominamos *resistencia aerodinámica al avance* a la fuerza longitudinal que se opone al movimiento del tren como consecuencia de la interacción entre el tren y el aire circundante con el que choca y que lo envuelve.

En ausencia del viento exterior, la *resistencia aerodinámica al avance* es proporcional al cuadrado de la velocidad del tren. Tiene, por ello, como expresión general:

$$R_{ada}[daN] = -C[daN/(km/h)^2] \times V^2[km/h]$$

o bien, con más detalle,

$$R_{ada}[daN] = -\frac{1}{2} \times C_x \times S[m^2] \times \delta[kg/m^3] \times V^2[km/h] \times \frac{1}{3,6 \times 10}$$

donde,

R_{ada} es la resistencia aerodinámica al avance.

- C_x es un coeficiente de penetración (adimensional), propio de cada vehículo
- S es la superficie de la sección transversal del vehículo [m^2]
- δ es la densidad del aire [kg/m^3]
- V es la velocidad instantánea del vehículo [km/h]

El producto $\frac{1}{2} \times \delta \times V^2$ es la llamada “presión dinámica”.

El coeficiente de penetración C_x

El valor del coeficiente de penetración C_x depende de la forma de la cabeza y cola y de otros factores, como se expondrá más adelante. El rango de variación es muy grande, pudiendo oscilar entre 0,17 y 1,05 según (Suárez Muñoz, 1987).

Tabla 2. Valores orientativos del coeficiente de resistencia aerodinámica (C_x) para diversos vehículos de transporte

Vehículo	C_x
Plancha cuadrada de 1 metro de lado	1
Esfera	0,1
Bicicleta con ciclista	0,9
Locomotora de vapor con tender sin carenar (long. 37 m)	0,80 a 1,05
Locomotora de vapor con tender carenada (long. 37 m)	0,35 a 0,45
Coche ferroviario de viajeros sin carena	0,40
Coche de ferroviario de viajeros carenado	0,15
Tren TGV (M+8R+M) (200 m)	1,415
Tren de levitación magnética Transrapid (15 m)	0,46
Automóvil de turismo (4,5 m)	0,25 a 0,40
Hummer H2 (2003)	0,57
Opel Kadett (1989)	0,38
Citroen CX (1974)	0,37
Audi A3 (2003)	0,33
Toyota Prius II (2003) / III (2009), (4,45 / 4,46 m)	0,26 / 0,25
Automóvil de competición carenado	0,17
Autobús	0,49
Camión con deflectores	0,70

Fuente: Elaboración propia sobre Wikipedia y (Suárez Muñoz, 1987)

Como puede apreciarse, el valor del C_x excede en ocasiones el valor de 1 que corresponde a una plancha cuadrada de un metro de lado. Ello es debido a que en vehículos de longitud significativa la resistencia aerodinámica no solo se produce por el choque del aire con la sección frontal del vehículo, sino también por el roce con la superficie lateral.

En vehículos largos, como es el caso de los autobuses, aviones y sobre todo de los trenes, no solo es relevante la sección frontal, sino la superficie lateral, lo que aconseja analizar el tema más detalle.

Resistencia aerodinámica de presión y de fricción

La resistencia aerodinámica está integrada por dos componentes: *resistencia de fricción* y *resistencia de presión*.

- La *resistencia aerodinámica de presión* es la proyección en la dirección del movimiento de la resultante de las fuerzas de presión que actúan sobre la superficie del cuerpo. Está integrada, por lo tanto, por esfuerzos normales a la superficie sobre la que actúan. Depende fundamentalmente de la sección transversal del tren (en cabeza y cola), y de

la forma de la cabeza y cola del tren. También depende de los aparatos situados en el techo del vehículo (por ejemplo, pantógrafos, línea de techo, etc.) y de los bogies³. “*El campo fluido alrededor del tren crea un campo de presiones no simétrico que tiene como resultante una fuerza en sentido contrario al avance del tren que representa la resistencia de presión*” (Alcol, 2010).

- La *resistencia aerodinámica de fricción* está constituida por esfuerzos tangenciales. Es debida a la viscosidad del aire, y depende fundamentalmente del área *mojada* del cuerpo (entendiendo por tal el área o la superficie que fricciona el aire; es decir, que se obtiene multiplicando el perímetro del tren (en la parte que fricciona con el aire que aproximadamente corresponde al doble de la altura por el ancho- por su longitud). También depende de su continuidad y rugosidad superficial.

El coeficiente de la *resistencia aerodinámica al avance*, de un tren, en cielo abierto y sin viento, se calcula empíricamente en ensayos sin tracción ni freno, con el tren en deriva decelerando desde una determinada velocidad (y aplicando a los valores obtenidos las correcciones por el viento exterior, temperatura y presión).

Aunque resulta muy difícil determinar la influencia de cada uno de los componentes, puede señalarse orientativamente:

- La resistencia aerodinámica producida por los bogies puede ser del 38 % al 47% (GUIHEU, 1982) evalúa la resistencia de un bogie en $15,9 \times 10^{-4} \text{ daN}/(\text{km/h})^2$ en el caso de los vehículos no articulados y en $16,72 \times 10^{-4} \text{ daN}/(\text{km/h})^2$ en el caso de los articulados. La resistencia que presenta cada bogie decrece a lo largo del tren: así, la resistencia del segundo es el 40% de resistencia del primero y la resistencia del cuarto bogie es el 25% de la del primero (Alcol, 2010).
- La resistencia aerodinámica del pantógrafo y equipos en techo puede ser del 8 % al 20%. Para (GUIHEU, 1982), la resistencia de un pantógrafo y sus equipos es de $19,8 \times 10^{-4} \text{ daN}/(\text{km/h})^2$. De los datos publicados por (Rochard & Schmid, 2000), para el Eurostar, que circula con dos pantógrafos en captación, la resistencia de cada pantógrafo es muy parecida a la indicada por Guiheu: $20 \times 10^{-4} \text{ daN}/(\text{km/h})^2$.
- La resistencia de presión de la cabeza y cola del tren puede ser del 8 % al 13% ((GUIHEU, 1982), ofrece el valor, para un TGV, de $8,040 \times 10^{-4} \text{ daN}/(\text{km/h})^2$).
- La resistencia específica de los espacios entre los coches, con valor orientativo par cada uno de $0,000272 \times p \times L \text{ daN}/[\text{km}/\text{h}^2]$, supone según la fórmula de Armstrong y Swift (citada por Rochard y Schimd, 2000) multiplicar por 11 el valor de la resistencia de fricción, aunque aplicada a la longitud de los pasos entre coches.

2.3.2 Medidas para reducir la resistencia aerodinámica

La reducción de la resistencia aerodinámica es especialmente importante en los trenes cuando circulan a velocidades altas, típicamente por encima de 160 km/h.

Para minimizar la resistencia en la zona baja es importante carenar los bajos, intentando que todos los equipos y el bogie estén ocultos a la corriente de aire. Se deben evitar al máximo

³ Debe observarse (Alonso, 2004) que un tren tiene múltiples resistencias parásitas, que son esfuerzos normales (de presión) sobre apéndices y protuberancias (ruedas, pantógrafos, bordesillos y salientes diversos). El espesor de la subcapa laminar de un tren de alta velocidad es probablemente del orden de 0,03 mm y por ello todo aquél resalte de la piel del tren que sobresalga más de esta cantidad, sufre de la resistencia de presión. En aerodinámica suele considerarse una forma fuselada (esto es, sin resaltes individuales), y considerar que, aunque las resistencias parásitas sobre los apéndices y protuberancias son fundamentalmente de presión, se transmiten como esfuerzos cortantes (tangenciales) sobre la forma convenida teórica fuselada, por lo que estas resistencias se consideran de fricción.

componentes salientes del tren. La configuración de tren articulado es más favorable en lo que aerodinámica se refiere, al reducirse el número de bogies (aunque como se ha expuesto, puede aumentar algo la resistencia de cada uno de ellos). Deflectores de aire en la zona delantera son esenciales para la reducción de esta resistencia.

Para reducir la *resistencia de fricción* es esencial optimizar el perímetro y la longitud del tren. Un aumento de sección puede ser favorable si permite reducir la longitud del tren (es el caso de los trenes de dos pisos o de caja ancha).

La mejora de la continuidad y la calidad superficial del tren es importante: para ello debe cuidarse la limpieza de los coches, el acabado de la pintura, tener ventanas y puertas enrasadas, agarraderos y peldaños empotrados, línea de alta tensión de techo integrada, ocultar los remaches y tornillos, etc.

En cuanto a la *resistencia de presión*, a más de 200 metros de la cabeza del tren, la forma de la cola no tiene mucha incidencia en la resistencia al avance ya que debido a que en esta zona la *capa límite* tiene gran espesor, la corriente de aire esté separada del tren.

El diseño de la cabeza y cola también están condicionados por la aerodinámica. Como los trenes normalmente son reversibles, un buen diseño aerodinámico de la cabeza debe cumplir las condiciones adecuadas para circular en la cola del tren cuando éste invierte su sentido de marcha.

Por otra parte, el diseño de la cabeza de los trenes de alta velocidad, además de por su incidencia en la resistencia de presión, está muy condicionado por la necesidad de minimizar los fenómenos aerodinámicos en túneles (*sonic boom*, ondas de presión, etc.)

2.3.3 Resistencia aerodinámica en túneles

En el interior de los túneles, la *resistencia aerodinámica al avance* aumenta como consecuencia de la mayor fricción del aire contra la pared exterior del tren. El efecto práctico es que en la *resistencia al avance aerodinámica* debe incluirse un *coeficiente de obstrucción* (o *factor túnel*, T_f), adimensional, que multiplica el término relacionado con el cuadrado de la velocidad, y por tanto, pasa a ser:

$$R_{ar\text{túnel}}[daN] = -[A[daN] + B[daN/(km/h)] \times V[km/h] + T_f \times C[daN/(km/h)^2] \times V^2[km/h]]$$

Sobre el *factor túnel*, señalan Melis et al. (2001) que “*la razón de las resistencias en el interior de túnel y a cielo abierto se denomina factor del túnel, y para el mismo acabado superficial, depende principalmente de la relación de las áreas de las secciones transversales del tren y del túnel, parámetro que se denomina sección de bloqueo*”. Concreta (Glöckle, 1996) que “*el factor túnel T_f depende de la sección libre del túnel, de la sección del tren, de la velocidad y en menor medida de la longitud del tren. En túneles de gran longitud y sobre todo los de vía única, la resistencia aerodinámica del túnel es un elemento esencial del cálculo del tiempo de recorrido*”.

El *factor de túnel* para velocidades de 100 km/h oscila, orientativamente, entre 1,2 y 1,6 (con secciones de túnel respectivamente correspondientes a diámetros de 11,5 metros o 8,5 metros), y a 300 km/h pasa a tener valores (con la misma sección) entre 1,3 y 2.

El factor del túnel sólo multiplica el término proporcional a la velocidad del tren al cuadrado; porque los demás componentes de la *resistencia al avance* (la resistencia mecánica, la resistencia por entrada de aire o la debida a las curvas) no sufren variación significativa por estar el tren en túnel o a cielo abierto. (Ello sin perjuicio de que, como hemos señalado, es frecuente que al paso de los trenes de alta velocidad por los túneles, se cierre la entrada de aire exterior para la recirculación de aire, lo que tiene el efecto indirecto de reducir la resistencia al avance debida a la entrada de aire).

2.3.4 Criterios de ajuste de la resistencia aerodinámica

Al igual que ocurre con el resto de los sumandos que integran la *resistencia al avance*, la resistencia aerodinámica está representada por un coeficiente con un valor *nominal* en condiciones estándar (que en este caso multiplica a la velocidad instantánea elevada al cuadrado). Cuando las condiciones (por ejemplo, de temperatura o de presión) no son las estándar, el coeficiente adopta valores diferentes del valor nominal.

Es preciso conocer cómo varía el coeficiente cuando varían las condiciones en las que se determinó éste, con el objeto de poder ajustar su valor de forma precisa cuando se produce un cambio en las características del tren (por ejemplo, si al tren se le agregan más vehículos o si circula integrado por dos composiciones) o en las condiciones climatológicas.

Como ya hemos apuntado, la *resistencia aerodinámica* no depende de la masa del tren, por lo que el ajuste del coeficiente no puede hacerse (como es habitual) suponiendo que el coeficiente es proporcional a la masa. En realidad, este coeficiente depende de la forma y tamaño del tren y de otras características como su acabado superficial, por lo que para ajustar su valor es preciso recurrir su descomposición en los sumandos elementales de los que depende realmente.

La *resistencia aerodinámica al avance* tiene, como ya hemos indicado, dos sumandos: uno derivado de la presión del aire sobre el tren y otro de la fricción. El componente derivado de la *presión* (originado por el *choque* del tren con el aire) no varía de forma significativa al aumentar la longitud del tren, mientras que el dependiente de la *fricción* sí que aumenta con la longitud del tren (y con su perímetro).

Hay una parte de la resistencia al avance que, como hemos expuesto, puede considerarse indistintamente como de presión o como de fricción: es la resistencia que ejerce el aire sobre la parte no integrada en el fuselaje del tren (pantógrafos, salientes, etc.). En realidad, es una resistencia de presión, pero que se transmite al fuselaje del tren como de fricción, pues es a través de fuerzas tangenciales. A efectos del análisis que sigue, consideraremos la resistencia aerodinámica de los elementos singulares del tren (pantógrafos, línea de techo, etc.) de forma separada y el resto de las resistencias sobre las partes salientes como integrada en la resistencia de fricción.

Suponiendo, para simplificar, que el tren circula a cielo abierto (y por ello que el factor de túnel $T_f=1$), la resistencia aerodinámica es la siguiente:

$$R_{ada}[\text{daN}] = C[\text{daN} / (\text{km} / \text{h})^2] \times V^2[\text{km} / \text{h}]$$

Si suponemos que la resistencia de presión es proporcional al área de la sección transversal del tren (S_f); que la *resistencia de fricción* es proporcional al área de la superficie mojada (la “piel” del tren) y que esta *superficie mojada* es, a su vez, el producto del *perímetro mojado* por la longitud del tren; y que además existe una resistencia fija derivada de los pantógrafos, discos de freno, línea de techo, etc. que puede considerarse independiente de las características geométricas del tren; entonces, el coeficiente aerodinámico se puede expresar de la siguiente forma:

$$C = c_p[\text{daN}/(\text{km}/\text{h})^2 \times \text{m}^2] \times S_t[\text{m}^2] + c_f[\text{daN}/(\text{km}/\text{h})^2 \times \text{m}^2] \times p_{moj}[\text{m}] \times L[\text{m}] \\ + C_k[\text{daN} / (\text{km} / \text{h})^2]$$

donde:

- S_f es el área de la sección transversal del tren, con valores típicos de 10 m².
- c_p es el coeficiente específico de la *resistencia de presión* [daN/((km/h)².m²)]
- p es el *perímetro mojado* del tren, en m, con valores típicos para trenes convencionales de 11 m.
- L es la longitud del tren [m].
- c_f es el coeficiente específico de la *resistencia de fricción*, en daN/[(km/h)².m²]
- C_k es el coeficiente aerodinámico fijo del tren (debido a los pantógrafos, equipos de techo, etc.), en daN x (km/h)⁻².

De la observación de los valores del coeficiente C para diversos trenes pueden deducirse unos valores representativos o habituales:

i) Valores de c_p normales son del orden siguiente:

- Para trenes convencionales: 22×10^{-4} daN x (km/h)⁻² x m⁻²
- Para trenes de alta velocidad: $9,6 \times 10^{-4}$ daN x (km/h)⁻² x m⁻²

ii) Valores de c_f normales son del orden de:

- Para trenes convencionales $0,3 \times 10^{-4}$ daN x (km/h)⁻² x m⁻²
- Para los trenes de alta velocidad de $0,21 \times 10^{-4}$ daN x (km/h)⁻² x m⁻²

Suponiendo que el área de la sección transversal del tren es fija, puede relacionarse así con la longitud del tren:

$$C[\text{daN}/(\text{km}/\text{h})^2] = C_p[\text{daN}/((\text{km}/\text{h})^2 \times \text{m}^2)] +$$

$$C_f[\text{daN} / ((\text{km}/\text{h})^2 \times \text{m}^2)] \times \frac{L[\text{m}]}{R_h[\text{m}]} + C_k[\text{daN} / (\text{km} / \text{h})^2]$$

donde R_h representa el *radio hidráulico* y es el cociente entre el área de la sección transversal y el perímetro mojado ($R_h = S_f / p_{\text{moj}}$).

Variación del coeficiente aerodinámico con la longitud del tren

La consecuencia práctica más importante de la existencia de una parte fija (independiente de la longitud) en el coeficiente C de resistencia aerodinámica es que, cuando un tren integrado por composiciones indeformables circula en doble o triple composición, el tren “corre más y consume menos”, que cuando lo integra una única composición.

Esta realidad (bien conocida por los ciclistas cuando van “*chupando rueda*” de otro que les protege de la presión del viento) no coincide con los cálculos teóricos de marchas y de consumos basados en la aplicación de fórmulas convencionales de la *resistencia al avance*. En efecto, la aplicación de las fórmulas de la *resistencia al avance* sin realizar en ellas ningún ajuste conduciría a asumir que, si circulan dos composiciones iguales acopladas entre sí, la resistencia al avance sería el doble de la resistencia de una única composición, y que también la potencia y la capacidad de frenado se duplicarían. Como consecuencia, los tiempos de viaje serían los mismos que si el tren lo integrase una única composición, y el consumo de energía sería el doble.

Sin embargo, se comprueba empíricamente que, en alta velocidad, los trenes tardan menos en hacer un recorrido cuando circulan en doble composición, y además consumen menos del doble de energía que consumen cuando circulan en composición sencilla. La razón está en que el

segundo tren tiene una menor *resistencia aerodinámica al avance*, ya que una parte de la resistencia aerodinámica (la de *presión*) sólo es soportada por la composición de cabeza⁴.

Resultaría relativamente sencillo calcular de forma empírica la *resistencia al avance* de un tren en doble composición, y con ello, discriminar la parte que corresponde a la presión y la parte de la fricción; pero este ensayo se realiza en pocas ocasiones.

Para disponer de una estimación analítica, hemos hecho un análisis sobre datos de dos trenes de la familia ICE 3 de los que se dispone de la fórmula de la *resistencia al avance* de dos tipos de composiciones de tamaño diferente, en concreto con 4 y 8 coches, y que tienen una forma aerodinámica semejante.

El resultado para estos trenes es que el 25,6 % de la resistencia aerodinámica al avance de un tren de ocho coches es independiente de la longitud del tren, mientras que el 74,4% aumenta en proporción a la longitud. Para este tren, la fórmula para convertir el coeficiente C_8 del tren de 8 coches (cuya longitud es de L_8 metros) en el coeficiente C_n para el tren de n coches (de longitud L_n) en la siguiente:

$$C_n [daN / (km / h)^2] = C_8 [daN / (km / h)^2] \times \left(0,256 + 0,744 \times \frac{L_n [m]}{L_8 [m]} \right)$$

Para trenes franceses de alta velocidad (de composición M+8R+M), según ensayos desarrollados en aquel país⁵, la fórmula que permite obtener el coeficiente de C (que incluye la resistencia aerodinámica de los equipos de techo y de los frenos de disco) sería:

$$C [daN / (km / h)^2] = 9,6 \times 10^{-4} \times S_f [m] + 2,09 \times 10^{-4} \times L [m] + \\ C_{etecho} [daN / (km / h)^2] + C_{fásico} [daN / (km / h)^2]$$

lo que para, los valores de S_f y L de estos trenes, ofrece como resultado que:

$$C_p = 71,55 \times 10^{-4} [daN / (km / h)^2] \quad y \quad C_f = 412,34 \times 10^{-4} [daN / (km / h)^2]$$

Como la resistencia aerodinámica de los equipos de techo y de los frenos de disco son:

$$C_{etecho} = 196 [daN / (km / h)^2] \quad y \quad C_{fásico} = 12,92 \times 10^{-4} [daN / (km / h)^2]$$

se deduce que la parte de la resistencia que no varía al cambiar la composición del tren, incluyendo la de presión de cabeza y cola y de los equipos de techo, es del orden del 32% del total.

Otro enfoque (más general) del reparto entre la resistencia de presión (insensible a los cambios de composición) y la de fricción, la ofrece la fórmula, según la cual para un tren de N_c coches, el coeficiente C es:

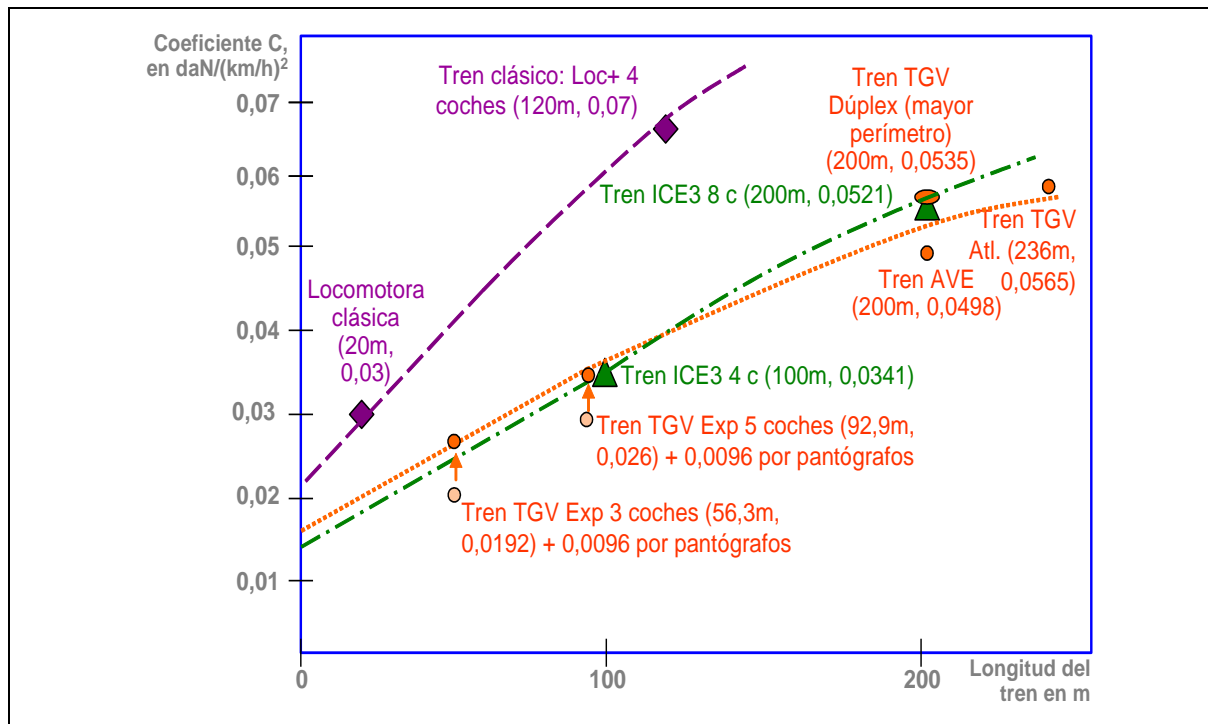
$$C [daN / (km / h)^2] = 38,1 \times 10^{-4} \times S_f [m^2] + 6,28 \times 10^{-4} N_c \times S_f [m^2]$$

que representa para el tren de 8 coches que el 56% de la resistencia es independiente de la longitud del tren.

⁴ Sin embargo, en el dominio de las velocidades "convencionales", cuando un tren circula en doble o triple composición emplea normalmente un mayor tiempo de viaje, pues tiene mayor longitud y, en las zonas donde está limitada la velocidad, debe recorrer un espacio mayor -el de la longitud del tren- antes de poder acelerar para recuperar la velocidad normal. Por ello, la extrapolación de lo que ocurre en el dominio de las velocidades convencionales no es correcta en alta velocidad.

⁵ Véase en Guiheu (1982) una detallada descripción de los ensayos realizados en todo el proceso de desarrollo del TGV desde 1972, en el que se detalla cada uno de los componentes de la resistencia aerodinámica.

Por otro lado, puede apuntarse que cuando aumenta mucho la longitud de un tren, la resistencia de fricción aumenta en la realidad algo menos que proporcionalmente a la longitud del tren, ya que cuando el tren es más largo, se produce una mayor separación del aire que roza con el tren.



Para diversas familias de trenes, puede observarse cómo el coeficiente C crece con la longitud del tren de forma inicialmente lineal (con valores altos de la longitud crece menos que linealmente), pero existe siempre una parte fija, independiente de la longitud. (Para el TGV experimental, como el tren era de turbina de gas, se han sumado 0,0096 da/(km/h)² para tener en cuenta el efecto de los pantógrafos que sí existen en otros trenes de la misma familia con los que se compara). En el caso del TGV Dúplex, de longitud y forma semejante al AVE, el mayor perímetro mojado hace crecer el coeficiente C. Elaboración propia.

Figura 3. Variación del coeficiente C en relación con la longitud del tren

Puede observarse que, en trenes de alta velocidad, la parte del coeficiente C independiente de la longitud del tren está entre de 0,01 y 0,02 daN x km/h⁻²

Variación del coeficiente aerodinámico con la presión y la temperatura

Como hemos expuesto, la *resistencia aerodinámica al avance* tiene la expresión general

$$R_{are} [daN] = -C [daN / (km / h)^2] \times V^2 [km / h]$$

Que, si se compara con la fórmula general de la aerodinámica,

$$F [N] = -C_x \times \frac{1}{2} \times \rho [kg / m^3] \times S [m^2] \times V^2 [m / s]$$

puede deducirse que

$$C [daN / (km / h)^2] = C_x \times \frac{1}{2} \times \rho [kg / m^3] \times S [m^2]$$

de ello se deduce que el coeficiente C es proporcional a la densidad del aire ρ .

Cuando se determina la fórmula de la resistencia al avance de un determinado tren, se hace en condiciones estándar, normalmente a 15 grados centígrados (°C) y 1013 milibares (bar), lo que supone implícitamente una densidad del aire de $\rho=1,225 \text{ kg/m}^3$ ⁶

Sin embargo, en la realidad, las condiciones de temperatura y de presión pueden ser muy diferentes, por lo que, si desea ajustar el valor de la resistencia aerodinámica al avance para otras condiciones, debería de aplicarse una corrección proporcional de la siguiente forma:

$$C_r = C_s \times \frac{\rho_r [\text{kg} / \text{m}^3]}{\rho_s [\text{kg} / \text{m}^3]}$$

donde:

- C_r es el *coeficiente aerodinámico* en las condiciones reales.
- C_s es el coeficiente aerodinámico en condiciones estándar (normalmente 15°C y 1.013 mbar)
- ρ_r es la densidad del aire en las condiciones reales (se calcula con la fórmula correspondiente) y
- ρ_s es la densidad del aire en las condiciones estándar (1,225 kg/m³ en las condiciones expuestas).

El cálculo de la densidad real del aire (a una presión de P mbar y a una temperatura de θ °C) se hace sobre el dato de que densidad del aire es, con presión de 1.013 mbar y temperatura de 0°C, $\rho_a=1,293 \text{ kg/m}^3$. En el caso más general (Bernard, M. y Guiheu, 1976):

$$\rho [\text{kg} / \text{m}^3] = \rho_a [\text{kg} / \text{m}^3] \times \frac{P [\text{mbar}]}{1013} \times \frac{273,16}{273,16 + \theta [^\circ\text{C}]} = \frac{P [\text{mbar}] \times 0,34866}{273,16 + \theta [^\circ\text{C}]}$$

Para tener una idea del orden de magnitud que pueden suponer las variaciones de la densidad del aire en el coeficiente aerodinámico (y por ello de la resistencia al avance de un tren), puede deducirse de la fórmula anterior que a -10°C, la densidad del aire (a la presión atmosférica normal) es de 1,342 kg/m³, mientras a 40 °C, la densidad del aire es del 1,127 kg/m³, lo que supone una variación respecto al valor estándar desde +9,55% a -8% (con una horquilla, por lo tanto, en las temperaturas alcanzables en España en la zonas de meseta del 17,55%).

Por ejemplo, para un tren circulando a 300 km/h con coeficiente C de 0,05 daN/(km/h)² en condiciones climatológicas estándar, el consumo de energía en llantas para vencer la resistencia aerodinámica es de 12,5 kWh/km. Este consumo se reduce a 11,5 kWh/km cuando la temperatura sube (desde 15°C) a 40°; y el consumo se eleva a 13,7 kWh/km cuando la temperatura baja a -10°C.

En relación con la presión atmosférica puede apuntarse que, como ésta disminuye con la altitud, la densidad del aire y el coeficiente aerodinámico también disminuyen con la altitud, pudiendo estimarse, para una misma temperatura, una disminución de la densidad de un 2% por cada 300 metros de incremento de altitud. Por ello, la disminución de la *resistencia aerodinámica al avance* de un tren de alta velocidad entre, por ejemplo, Barcelona (situada al nivel del mar) y Medinaceli (a unos 1.200 m de altitud) es del orden de un 8%.

La densidad del aire afecta directamente al coeficiente de la resistencia aerodinámica C y al de la resistencia por la entrada de aire en el tren, B . Puede señalarse, a título orientativo, que en

⁶ De hecho, como los ensayos para la determinación de la resistencia al avance se hacen en condiciones meteorológicas de presión y temperatura diferentes de las estándar, se realiza una corrección de la densidad del aire para la determinación de los coeficientes A , B y C .

alta velocidad (300 km/h) estos términos explican alrededor de 95% de la fuerza que, en horizontal, se opone al avance del tren, y el 83% de la energía consumida para el movimiento del tren en un recorrido representativo (la diferencia entre ambos porcentajes corresponde a la energía consumida -y luego no reaprovechada- para subir rampas y acelerar en paradas y otros puntos de cambio de velocidad.)

En la tabla pueden observarse las variaciones de la densidad del aire para diversos valores de la presión y de la temperatura, así como su incidencia en el coeficiente C de la fórmula de la resistencia al avance.

Tabla 3. Variación del coeficiente C, y de la densidad del aire con la presión y temperatura

Presión (mbar)	972,48	992,74	1013	1033,26	1053,52	972,48	992,74	1013	1033,26	1053,52
Temper. (°C)	Multiplicador del coeficiente C					Densidad del aire (kg/m ³)				
-15	1,072	1,095	1,117	1,139	1,162	1,313	1,341	1,368	1,395	1,423
-10	1,052	1,074	1,096	1,118	1,139	1,288	1,315	1,342	1,369	1,396
-5	1,032	1,054	1,075	1,097	1,118	1,264	1,291	1,317	1,343	1,370
0	1,013	1,034	1,056	1,077	1,098	1,241	1,267	1,293	1,319	1,345
5	0,995	1,016	1,037	1,057	1,078	1,219	1,244	1,270	1,295	1,321
10	0,978	0,998	1,018	1,039	1,059	1,197	1,222	1,247	1,272	1,297
15	0,961	0,981	1,000	1,021	1,041	1,177	1,201	1,226	1,250	1,275
20	0,944	0,964	0,984	1,003	1,023	1,157	1,181	1,205	1,229	1,253
25	0,928	0,948	0,967	0,986	1,006	1,137	1,161	1,185	1,208	1,232
30	0,913	0,932	0,951	0,970	0,989	1,118	1,142	1,165	1,188	1,212
35	0,898	0,917	0,936	0,954	0,973	1,100	1,123	1,146	1,169	1,192
40	0,884	0,902	0,921	0,939	0,958	1,083	1,105	1,128	1,150	1,173
45	0,870	0,888	0,906	0,924	0,942	1,066	1,088	1,110	1,132	1,155

En la parte izquierda de la tabla puede verse el multiplicador del coeficiente C para pasar el valor de referencia (a 15°C y 1.1013 mbar) a las condiciones de temperatura y presión existentes. A la derecha, la densidad del aire para cada pareja de valores de presión y de temperatura.

2.3.5 Resistencia aerodinámica adicional debida al viento exterior

Los valores nominales de la *resistencia al avance* se consideran con velocidad del viento exterior igual a cero.

La fuerza y la dirección del viento varían constante e impredeciblemente, lo que hace difícil tener en cuenta su efecto en el cálculo de la *resistencia al avance*. Además, en el dominio de las velocidades convencionales, el viento no tiene una influencia muy acusada para provocar el vuelco del tren, todo lo cual hace que el efecto del viento exterior sea ignorado con mucha frecuencia en la dinámica ferroviaria.

En este trabajo sólo se inscribe la reflexión sobre la incidencia del viento exterior en la *resistencia al avance*. Del viento interesan tanto su fuerza (medida normalmente por la velocidad en km/h) como su dirección en relación con la del movimiento del tren. Si se conociese y pudiese predecir la dirección del viento con relación al terreno, podría conocerse, obviamente, la dirección del viento con respecto a la dirección del movimiento del tren en cada punto de la línea; pero en la práctica sólo se puede conocer con cierta aproximación la fuerza y dirección del viento dominante, y el ángulo que forma la vía con las coordenadas geográficas, que no suele tener variaciones bruscas. Por ello, cuando sea preciso tomar en consideración el viento, sólo se puede hacer con cierta aproximación.

Si la dirección del viento coincide con la dirección longitudinal de la vía, la fuerza del viento tiende a disminuir la resistencia al avance si éste sopla por la cola del tren, o a aumentarla si sopla por la cabeza.

En una primera aproximación, puede sumarse la componente longitudinal del viento con la velocidad del tren, pero sólo afectaría en la fórmula de la *resistencia al avance* al término proporcional al cuadrado de la velocidad, ya que el término dependiente de la velocidad sólo tiene en consideración la entrada y salida de aire en el tren y otros factores no aerodinámicos.

Bajo este punto de vista, la fórmula de la resistencia al avance en recta, a cielo abierto, y con una velocidad del viento V_w soplando con un ángulo α con la dirección del movimiento del tren, sería:

$$R_{ar_{aire}} [daN] = -[A[daN] + (B[daN/(km/h)] \times V[km/h]) + C[daN/(km/h)^2] \times (V + (V_w \times \cos \alpha))^2 [km/h]$$

Se aprecia que si el viento sopla por la cola del tren y en su misma dirección (entonces $\alpha = 180^\circ$ y $\cos \alpha = -1$), la velocidad del viento se resta de la del tren (el viento *empuja* el tren), mientras que si sopla de frente al tren ($\alpha = 0^\circ$ y $\cos \alpha = 1$), hay que sumar la velocidad del viento a la del tren (el viento *frena* el tren).

Por otra parte, además de la componente longitudinal del viento, su componente transversal también tiene un cierto efecto sobre la *resistencia al avance*.

Una idea aproximada del efecto del viento sobre la *resistencia al avance*, la encontramos en Alcol, 2010: “Se estima que vientos menores en días calmados incrementan la resistencia al avance del tren en un 10%. En un día con vientos fuertes el aumento sería de un 50 % a velocidades de 200 km/h. Para trenes a velocidades de 300 km/h y un viento de 54 km/h, que sopla en la dirección más crítica de 300° , el aumento sería del 60%”.

Como consecuencia de la consideración conjunta de los dos efectos, y con la experiencia de los ensayos realizados en Francia con diversos tipos de vehículos y sus maquetas en los primeros años de la década de 1970, (Bernard, M. y Guiheu, 1976) proponen la siguiente fórmula:

$$R_{ar_{viento}} [daN] = -[A + (B \times V) + C \times (V_w \times \sigma)^2]$$

donde σ es un término corrector del efecto de la dirección relativa del viento con respecto al tren, que es siempre mayor que el coseno del ángulo correspondiente y que incluso, para ángulos comprendidos entre unos -70° y $+70^\circ$, adopta valores mayores de 1 (el valor máximo se produce con un ángulo de unos 35° y es del orden de 1,2. Por otra parte, este coeficiente para ángulos de 90° tiene valores del orden de 0,75.

Los valores de σ que estos autores ofrecen como un ejemplo se pueden apreciar en el gráfico de la figura.

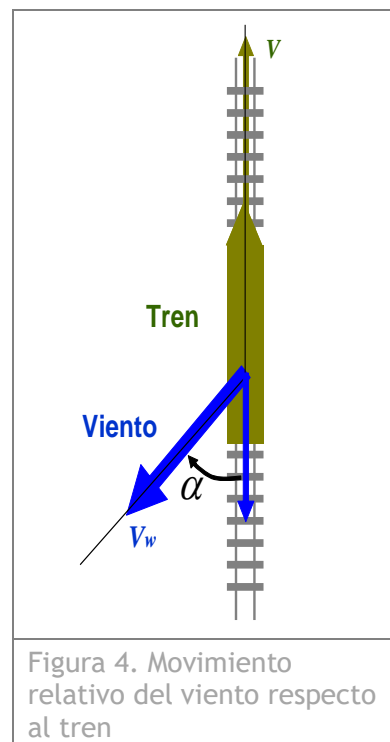


Figura 4. Movimiento relativo del viento respecto al tren

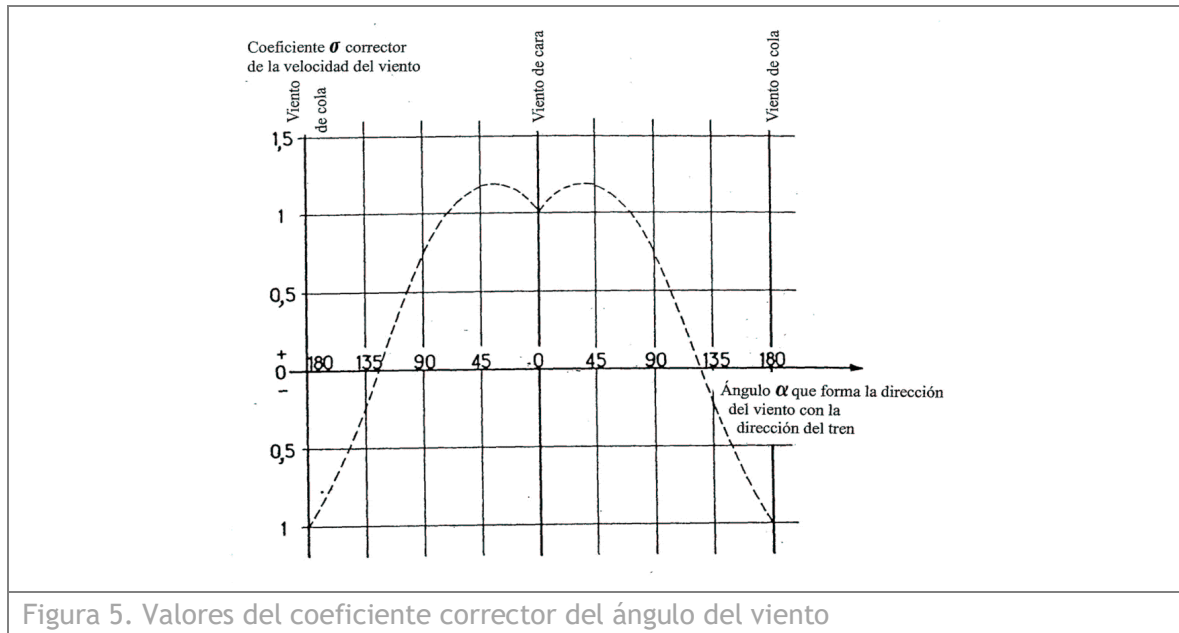


Figura 5. Valores del coeficiente corrector del ángulo del viento

Debe observarse que el desarrollo de cualquiera de las dos fórmulas conduce a una expresión de la forma:

$$R_{ar_{viento}} [daN] = -[A + (B \times V) + C \times (V^2 + 2 \times V \times (V_w \times \sigma) + (V_w \times \sigma)^2)]$$

que puede reformularse así:

$$R_{ar_{viento}} [daN] = -[A + C \times (V_w \times \sigma)^2 + (B + C \times 2 \times V_w \times \sigma) \times V + C \times V^2]$$

de donde se desprende que, siendo el coeficiente C independiente de la velocidad del tren, (así como la velocidad y dirección del viento), el efecto del viento exterior no afecta al término dependiente de la velocidad del tren al cuadrado.

Modelado del efecto del viento exterior de rumbo aleatorio

En el gráfico se puede observar que el valor medio del coeficiente σ está en torno a 0,43. Ello significa que, suponiendo que en una línea ferroviaria la velocidad media de viento exterior es \bar{V}_w (km/h), el efecto que (por término medio) tiene sobre la resistencia al avance es equivalente a un aumento de la velocidad del tren de $\bar{V}_w \times 0,43$ km/h. Por ejemplo, si en una línea la velocidad media del viento fuese de 15 km/h, y suponiendo que su rumbo sea aleatorio, la resistencia al avance de un tren que circularse a 200 km/h sería equivalente a la que tendría el tren circulando sin viento a exterior a

$$200 + 15 \times 0,43 = 206,95 \text{ km/h}$$

2.4 Valores de la resistencia al avance en recta a cielo abierto y sin viento

Cuando un tren es de composición variable, para estimar su resistencia al avance es frecuente recurrir a resistencias específicas, referidas normalmente con respecto a la masa. Sin embargo, para los trenes de composición fija (suele ser el caso de los de cercanías o de alta velocidad), lo habitual es emplear fórmulas con coeficientes predefinidos experimentalmente para el tren concreto.

2.4.1 Trenes de composición variable. Fórmulas simples

Para los trenes de composición variable, se emplean fórmulas diferentes para la locomotora y para el material remolcado, cuyos coeficientes se relacionan con la masa del tren y, en algunos casos con el número de ejes. Las fórmulas normalmente empleadas para trenes formados por locomotoras y vagones o coches son:

- Para trenes de viajeros (en lo que afecta a la composición remolcada, excluyendo la locomotora): $a=2$ daN/t, $b=0$, $c=2,22 \times 10^{-4}$ daN/[t.(km/h)²], con lo que la fórmula se convierte en:

$$R_{ar_{viajeros}} = -M[t] \times \left[2 + \frac{V^2 [km/h]}{4500} \right]$$

- (Peyrat, 1960) para estos trenes, da el valor de $a=1,5$ daN/t, tanto si los coches son de ejes como si son de bogies, pero si los coches son de ejes aumenta el valor de c hasta $1/2000$ daN/[t.(km/h)²]. [Obsérvese que el distinguir los vehículos de ejes con respecto a los de bogies, implícitamente está poniendo de relieve que, dada la masa menor de estos últimos, el cociente específico que afecta a la masa (c) ha de ser mayor, pues -como hemos expuesto- el coeficiente C (absoluto) no depende de la masa, sino de la forma y tamaño del vehículo].
- Para **trenes de mercancías** (composición remolcada): $a=2$ daN/t, $c=6,2 \times 10^{-4}$ daN/[t.(km/h)²]. Así, la fórmula empleada normalmente en España es:

$$R_{ar_{mercancías}} = -M \times \left[2 + \frac{V^2}{1600} \right]$$

- Dentro de la categoría de trenes de mercancías, Peyrat (1960), distingue hasta tres tipos de trenes:
 - Trenes de mercancías corrientes, compuestos de vehículos de todas las categorías con diversa carga (carga media por eje 10 t):

$$R_{ar_{mercancías}} = -M \times \left[1,5 + \frac{V^2}{1600} \right]$$

- Trenes completos, formados bien por tolvas ordinarias cargadas, bien de material especializado de gran capacidad (carga media por eje 18 t):

$$R_{ar_{mercancías}} = -M \times \left[1,2 + \frac{V^2}{4000} \right]$$

- Trenes compuestos de vagones vacíos (carga media por eje 5 t):

$$R_{ar_{mercancías}} = -M \times \left[2,5 + \frac{V^2}{1000} \right]$$

- Para locomotoras, la fórmula clásica es
- $R_{ar_{loc}} = -[(0,65 \times M) + (13 \times N) + (0,01 \times M \times V) + (0,03 \times V^2)]$

2.4.2 Trenes de composición indeformable

Cuando se trata de trenes de composición indeformable (autopropulsados), resulta menos habitual emplear la resistencia específica. Siendo la masa del tren conocida, se puede emplear directamente la fórmula que incluye los coeficientes absolutos.

Ello presenta el problema de que esta fórmula está calculada en unas determinadas condiciones de masa, sección, y longitud (habitualmente, las nominales), y por ello debe valorarse cómo hay que cambiarla cuando cambian las condiciones, como hemos expuesto en varios puntos de este documento (y no es extrapolando, suponiendo fijo el coeficiente específico respecto a la masa).

2.4.3 Valores de la resistencia al avance para diversos trenes

Para diversos tipos de trenes, seguidamente se figuran en las tablas los coeficientes absolutos A, B y C, así como la masa y los coeficientes específicos relevantes (a, b y c).

Tabla 4. Coeficientes absolutos y específicos de las fórmulas de resistencia al avance en diversos trenes convencionales

Tren	Masa Unidad t	Coeficientes absolutos			Coeficientes específicos		
		A daN	B daN/km/h	C daN/(km/h) ²	a daN/t	b daN/[t.(km/h)]	C daN/[t.(km/h) ²]
Trenes remolcados							
Locomotora tipo BB	80	100	0,8	0,0300	1,25	10 x 10 ⁻³	3,75 x 10 ⁻⁴
Locomotora tipo CC	120	150	1,2	0,0300	1,20	10 x 10 ⁻³	2,5 x 10 ⁻⁴
2 locomotoras y 6 coches	400	462	3,90	0,0906	1,15	9,75 x 10 ⁻³	2,87 x 10 ⁻⁴
Clásico viajeros	Variable	/	/	/	1,5 a 2	0	2,22 x 10 ⁻⁴
Mercancías bogies	Variable	/	/	/	1,5 a 2	0	2,50 x 10 ⁻⁴
Clásico mercancías	Variable	/	/	/	1,5 a 2	0	6,25 x 10 ⁻⁴
Trenes autopropulsados de viajeros							
TRD 598 (3 coches)	173	204	0,57	0,03	1,17	/	/
S 448	150,40	188	1,805	0,06016	1,250	/	/
S 594 (V=140 km/h) (2coches)	108	70	1,060	0,04000	0,650	/	/
S 554	90	75	0,720	0,01830	0,838	/	/

Es preciso insistir en la necesaria precaución a la hora de aplicar los coeficientes específicos, ya que -como se ha indicado- la parte proporcional a la velocidad al cuadrado (coeficiente c) es de origen aerodinámico y no es proporcional a la masa del tren, sino que depende de la forma y tamaño del tren y de sus características superficiales.

Para los trenes de alta velocidad, de composición indeformable, los valores de los coeficientes absolutos y específicos de la fórmula de resistencia al avance son los siguientes:

Tabla 5. Coeficientes absolutos y específicos de las fórmulas de resistencia al avance en diversos trenes de alta velocidad

Tren	Masa t	Coeficientes absolutos			Coeficientes específicos (no son relevantes más que para la comparación entre trenes)		
		A daN	B daN/km/h	C daN/(km/h) ²	a daN/t	b daN/[t.(km/h)]	c daN/[t.(km/h) ²]
Trenes de alta velocidad							
TGV Sud Est	418	235	3,09	0,0535	0,562	7,39 x 10 ⁻³	1,280 x 10 ⁻⁴
TGV Réseau	416	270	3,30	0,0510	0,649	7,93 x 10 ⁻³	1,226 x 10 ⁻⁴
TGV Atlantique	490	380	3,90	0,0565	0,776	7,96x 10 ⁻³	1,153 x 10 ⁻⁴
TGV Duplex	424	270	3,20	0,0535	0,637	7,55 x 10 ⁻³	1,262 x 10 ⁻⁴
S100	421	254	3,360	0,0504	0,603	7,98 x 10 ⁻³	1,197 x 10 ⁻⁴
S102	341	288	3,469	0,0509	0,846	10,2 x 10 ⁻³	1,492 x 10 ⁻⁴
S103	485	356	3,343	0,0541	0,736	6,89 x 10 ⁻³	1,111 x 10 ⁻⁴
S104	245	327	2,530	0,0500	1,337	10,3 x 10 ⁻³	2,245 x 10 ⁻⁴
S120	275	225	2,710	0,0450	0,819	9,85 x 10 ⁻³	1,636 x 10 ⁻⁴
S130	343	284	2,401	0,0553	0,831	7,0 x 10 ⁻³	1,612 x 10 ⁻⁴
S 730 (eléctrico)	361	320	2,883	0,0550	0,886	7,9 x 10 ⁻³	1,523 x 10 ⁻⁴
S 730 (diésel)	361	320	5,162	0,0534	0,886	14 x 10 ⁻³	1,479 x 10 ⁻⁴

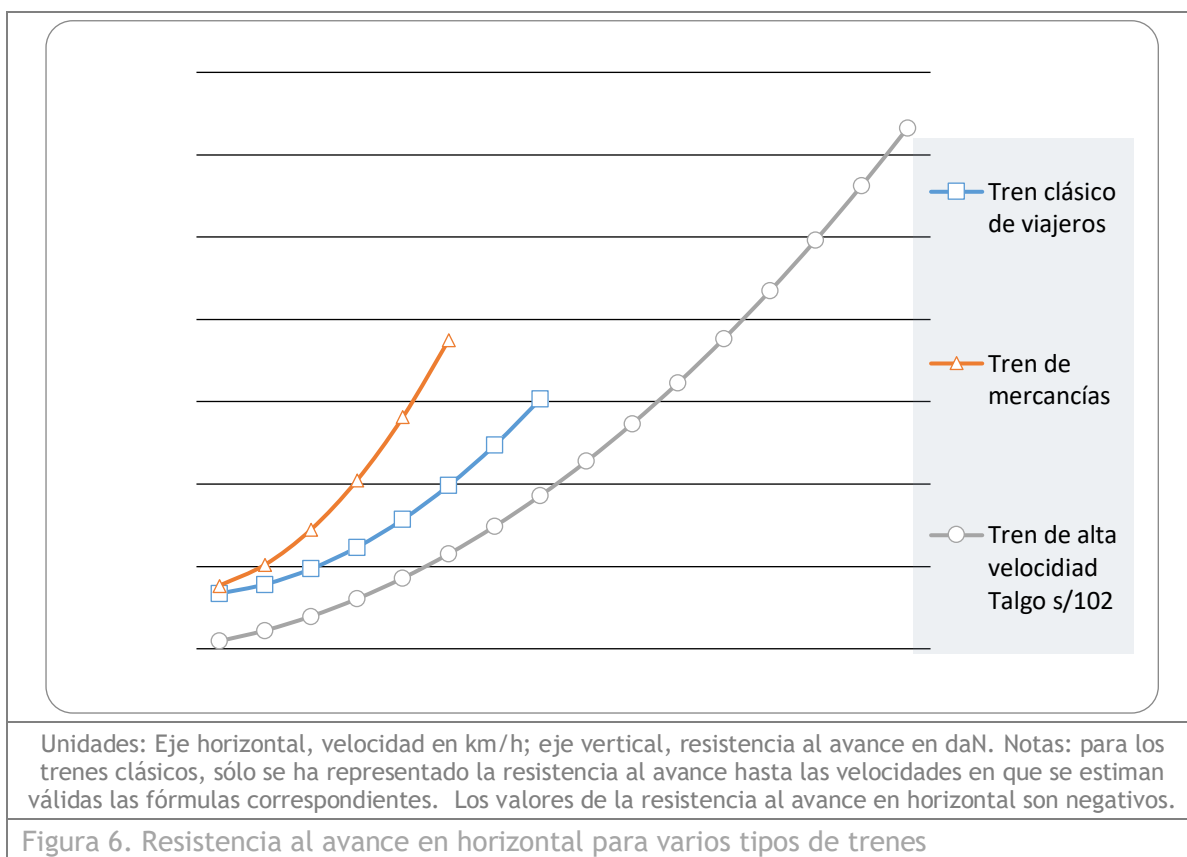
Puede observarse cómo el mismo tren (tren dual Talgo de la serie 730) tiene diferentes valores de la resistencia al avance cuando circula en modo diésel y cuando lo hace en modo eléctrico. La diferencia fundamental aparece en el coeficiente B, debido a la entrada de aire en el tren, que es mayor cuando circula en modo diésel.

2.4.4 Comparación entre los valores totales de diferentes tipos de trenes

La representación gráfica (a efectos comparativos) de la *resistencia al avance en horizontal* de un tren clásico de viajeros, de un tren clásico de mercancías y de un moderno tren de alta velocidad están recogidas en la figura 5.

El gráfico permite comprobar cómo los nuevos trenes tienen, a igualdad de velocidad, una resistencia al avance mucho menor que los trenes clásicos. Pero también muestra cómo la *resistencia al avance* aumenta mucho al incrementarse la velocidad.

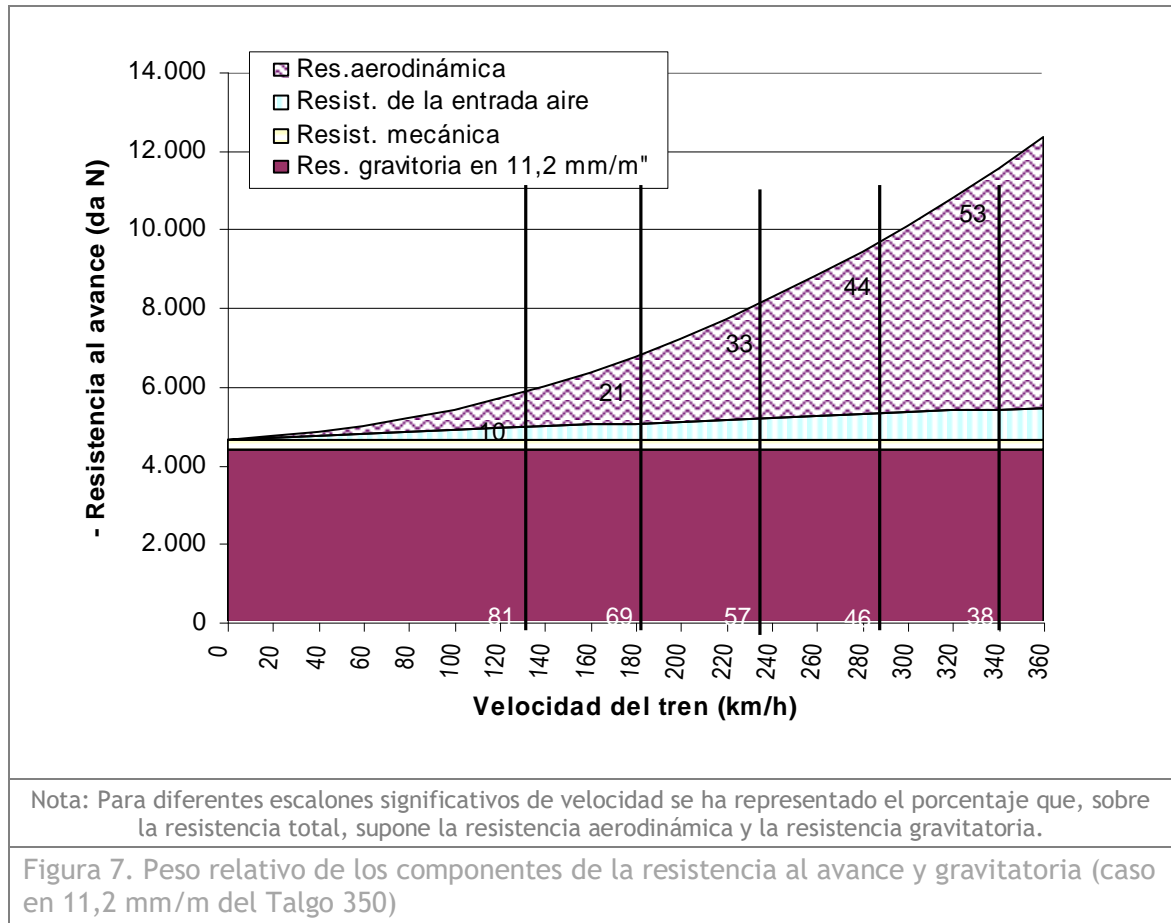
Puede observarse que el nuevo tren de alta velocidad tiene a 210 km/h la misma resistencia al avance que un tren clásico de viajeros a 160 km/h (3.076 daN); o que, a igualdad de velocidad, la resistencia del tren clásico es notablemente superior (por ejemplo, a 180 km/h la resistencia al avance del tren clásico de viajeros es superior en un 53,6% a la del tren de alta velocidad):



2.4.5 Influencia relativa de cada uno de los sumandos de la resistencia al avance

La *resistencia al avance* de un tren depende, como hemos expuesto, de muchos factores, pero entre ellos la velocidad y la pendiente son muy importantes. El peso relativo de cada uno de los componentes de la resistencia al avance varía, para cada pendiente, en función de la velocidad. Para tener una idea, aproximada de peso de cada uno de ellos, se incluye un gráfico en el que se figura la resistencia al avance del Talgo 102 hasta 350 km/h en una rampa de 11,2 mm/m (que es la media de las zonas con rampa de la línea de alta velocidad de Madrid a Barcelona).

Puede observarse que, aún cuando la componente aerodinámica aumenta con el cuadrado de la velocidad, el conjunto de la *resistencia al avance* varía con la velocidad de forma muy dependiente de la importancia de las rampas.



2.4.6 Ámbito de validez de la fórmula de resistencia al avance en horizontal y recta

No es evidente cuál es el dominio de las velocidades en el que la fórmula de resistencia al avance en horizontal es válida para un tren determinado. Si fuera válida para cualquier rango de velocidades, lo sería también para $V=0$ es decir, a tren parado, y entonces la resistencia al arranque en horizontal y en recta (R_{arh}), en daN, sería:

$$R_{arh}[daN] = -A \quad \text{o bien} \quad R_{arh}[daN] = -(m[t] \times a[daN / t])$$

es decir, que la aplicación de las fórmulas generales conduciría a una resistencia al arranque en horizontal del orden de 1,5 a 2 daN por cada tonelada de masa del tren. Pero ello no es exactamente cierto por determinadas razones que explicamos al tratar de la resistencia al arranque. Baste con señalar aquí que la fórmula general sólo puede considerarse válida para velocidades por encima de 7 a 10 km/h.

Por lo que se refiere a las velocidades máximas a las que es aplicable la fórmula general, debe aceptarse que lo es, al menos, hasta un 10 o 20% por encima de las velocidades máximas nominales del tren, pero no puede asegurarse que sea válida a velocidades superiores a éstas.



Foto: Jorge García Cuevas

3. RESISTENCIA DEBIDA A LA CURVA Y RESISTENCIA TOTAL

3.1 Resistencia al avance debida a la curva

Al circular el tren por una curva, existe una fuerza longitudinal retardadora que actúa sobre el tren, por efecto de tres causas (López Pita, 2008):

- Solidaridad de las ruedas y los ejes
- Paralelismo de los ejes
- Fuerza centrífuga

3.1.1 Resistencia debida a la solidaridad de ruedas y ejes

En los ejes montados las ruedas son solidarias con los ejes y ello hace que giren las dos ruedas del mismo eje con la misma velocidad angular mientras la rueda externa recorre en la curva una mayor longitud. Esta resistencia no se presenta en los casos en los que las ruedas son libres, es decir, cuando no son solidarias a un eje que une las dos ruedas. Así ocurre, por ejemplo, en los coches de tecnología Talgo de rueda libre (como los trenes de alta velocidad series Renfe 102, 112 y 130) o en muchos tranvías modernos con rueda libre.

Esta resistencia (siguiendo a López Pita, 2008) tiene por valor:

$$F[daN / t] = a[m] \times f \times \frac{P[da/t]}{R[m]}$$

donde:

- a es el ancho de la vía en metros (1,435 m o 1,668 m o 1 m).
- f es el rozamiento rueda carril (0,2 es un valor representativo).

- P es el peso del vehículo (en daN/t).
- R es el radio de la curva (en metros).

Con valores de P de 2.000 daN por eje, se llegan a valores de esta resistencia de $400 \times a/R$ daN/t, es decir de $576/R$ daN/t para vía de ancho estándar y de $667/R$ daN/t para vía de ancho ibérico.

3.1.2 Resistencia debida al paralelismo de los ejes

El paralelismo de los ejes (ya sea de los ejes de un mismo bogie o de los ejes de un coche o vagón de ejes) obliga a un deslizamiento transversal para que la rueda se adapte a la vía.

Lógicamente, esta resistencia no se produce en los vehículos cuyos ejes están orientados radialmente, como es el caso de los trenes Talgo, del tren sueco de alta velocidad *GreenTrain*, o de algunas locomotoras suizas o vagones con ejes orientados radialmente.

En el caso más general, esta resistencia tiene por valor:

$$F[daN / t] = \frac{P[daN/t] \times f}{2 \times R[m]} \times \sqrt{a^2[m] + b^2[m]}$$

donde:

- P es el peso sobre un eje [daN/t]
- f es el rozamiento rueda carril (del orden de 0,2)
- a es el ancho de vía [m]
- b es la distancia entre los ejes (empate) [m].

Con valores del peso de 2.000 daN y empate de 2,5 metros y ancho de vía estándar, ello lleva a valores del orden de $333/R$ daN/t.

Un ejemplo de la menor resistencia al bañarse en curva de los vehículos con ejes orientados radialmente la podemos encontrar en Lucaszewicz (2007) quien ha observado, en diversos ensayos, una reducción del 35 al 40% de la resistencia en curva de los vagones MV2000, equipados con el bogie ASF AR-1, que permite a los ejes autoalinearse radialmente en las curvas, frente a los vagones “Vad” con bogies convencionales.

3.1.3 Valor de la resistencia total al avance en la curva

Para la *resistencia total al avance en las curvas* (se ha comprobado empíricamente) responde, aproximadamente, para vía de ancho 1.668 mm, a la fórmula:

$$R_{ac}[daN] = - \left[M[t] \times \frac{800}{R[m]} \right],$$

y en vía de ancho 1.435 mm la fórmula es⁷:

$$R_{ac}[daN] = - \left[M[t] \times \frac{600}{R[m]} \right]$$

⁷ En lo sucesivo, adoptaremos el valor correspondiente a la vía de 1.435 mm, por ser esta la empleada en las líneas de alta velocidad (a las que dedicaremos más atención en este documento) y por ofrecer un valor menor de la resistencia al avance, más acorde con la tecnología actual. Evidentemente cuando se esté trabajando con vía de otro ancho debe hacerse el ajuste correspondiente.

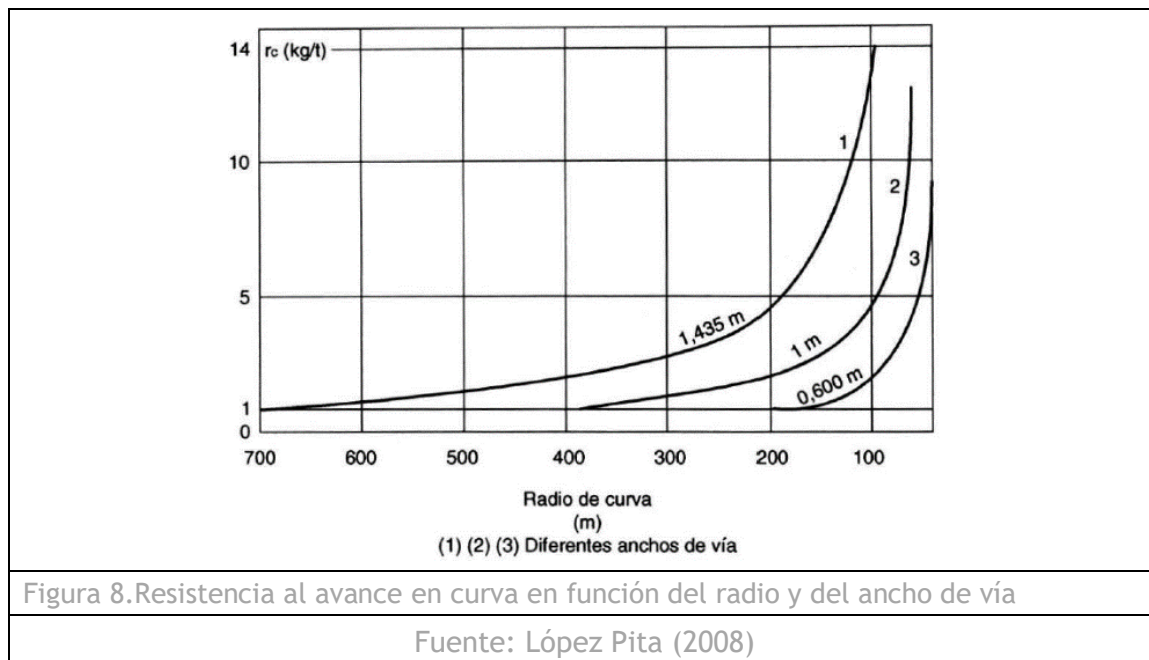
donde:

- R_{ac} es la resistencia al avance debida a la curva en daN.
- R es el radio de la curva, en m.
- m es la masa del tren, en t.

Otra fórmula más general, por recoger varios anchos de vía, es la de Rockl citada en López Pita (2008) es la siguiente:

$$R_{ac}[\text{daN} / \text{t}] = \frac{K_1}{R[\text{m}] - K_2}$$

con valores de K_1 de 650 para ancho de vía de 1.435 mm, de 400 para vía de 1.000 mm, y de 200 para vía de 600 mm; y valores de K_2 55, 20 y 5 respectivamente.



Equivalencia con la rampa

Dada la similitud de esta fórmula con la que permite calcular la resistencia al avance debida la gravedad, el efecto de las curvas sobre la resistencia al avance se ha asimilado con frecuencia (en la práctica y para facilitar los cálculos) a una mayor pendiente, siendo la pendiente incremental aquella que produciría la misma resistencia al avance que la curva; es decir, se incrementaba la rampa en $R / 600$ mm/m, siendo R el radio de la curva en metros. Ello significa que la resistencia adicional de una curva de 600 m de radio es equivalente a la que produce una pendiente de 1 milésima, una curva de 300 m de radio equivale a 2 milésimas, etc. A suma de la rampa real y la rampa equivalente a la resistencia de la curva suele denominarse “rampa ficticia”. Este enfoque no lo consideramos práctico en una explotación moderna, como expondremos más adelante.

3.1.4 Resistencia media equivalente de las curvas

Para facilitar el cálculo de la resistencia al avance en las curvas en un tramo de línea (y, sobre todo, de la energía adicional consumida por la resistencia de las curvas) se puede aplicar un método simplificado basado en el hecho de que esta resistencia no cambia con la velocidad ni con el perfil en alzado de la línea, sino únicamente con la masa del tren y con el radio de la

curva. Por ello, la aproximación no vendría considerar la curva como un incremento de la pendiente, sino como una componente adicional de la *resistencia mecánica al avance*.

Este método resulta exacto para el cálculo de la energía requerida por resistencia de las curvas, pero únicamente aproximado para el cálculo de la resistencia al avance en un punto concreto. Por ello, no debe emplearse en casos en los que desee analizar una cuestión puntal (por ejemplo, la posibilidad de arrancar un tren en un lugar determinado), pero sí puede aplicarse razonablemente para el cálculo de velocidades y de tiempos de recorrido, siempre que los tramos elegidos para calcular las medias no sean excesivamente largos y heterogéneos.

Recordemos que la resistencia mecánica al avance en recta es:

$$R_m[daN] = a_{mrd} \times M + a_{mri} \times M = (a_{mrd} + a_{mri})[daN/t] \times M[t]$$

$$= M[t] \times a[daN / t]$$

Donde:

- R_m es la resistencia mecánica [daN]
- M es la masa del tren, en toneladas [t]
- a_{mrd} , a_{mri} y a son los coeficientes específicos (por unidad de masa) de resistencia a la rodadura, de los rozamientos internos y el total de la resistencia mecánica.

La energía necesaria (en llantas) para vencer esa resistencia mecánica en una longitud L es:

$$E_m[kWh] = L[km] \times R_m[daN] \times \frac{1}{360} = L[km] \times M[t] \times a[daN/t] \times \frac{1}{360}$$

Como, por otra parte, la resistencia adicional de la curva (de radio R_c y longitud l_c y en vía de ancho 1.435 mm⁸) es

$$R_{ac}[daN] = - \left[M[t] \times \frac{600}{R_c[m]} \right]$$

la energía necesaria para vencer esta resistencia de la curva (de esta curva concreta) es

$$E_{curva}[kWh] = l_c[km] \times R_{ac}[daN] \times \frac{1}{360} = l_c[km] \times \left[M[t] \times \frac{600}{R_c[m]} \right] \times \frac{1}{360}$$

y la energía requerida para vencer la resistencia del conjunto de las curvas existentes en un tramo del recorrido, es

$$E_{curva}[kWh] = \sum (l_c[km] \times R_{ac}[daN]) \times \frac{1}{360} = M[t] \sum \frac{l_c[km] \times 600}{R_c[m]} \times \frac{1}{360}$$

si se define el *índice de curvas* de un tramo de longitud L como:

$$a_{cur}[daN / t] = \frac{1}{L_{linea}[m]} \times \sum \frac{l_c[m] \times 600}{R_c[m]}$$

⁸ Para vía de ancho (ibérico 1.668 mm), se debe sustituir en todas las expresiones el valor de 600 por el de 800.

La energía necesaria para vencer la resistencia en las curvas puede expresarse de la siguiente forma:

$$E_{curvas} [kWh] = \frac{L}{L} \times M \times \sum \frac{l_c \times 600}{R_c} = L_{línea} \times M \frac{1}{L_{línea}} \times \sum \frac{l_c \times 600}{R_c} =$$

$$L [km] \times M [t] \times a_{cur} [daN/t] \times \frac{1}{360}$$

y teniendo en cuenta la analogía que presenta con la fórmula de la resistencia mecánica, la expresión de la energía necesaria para vencer la resistencia de la curva más la resistencia mecánica es:

$$E_{m_{curvas}} [kWh] = L \times M \times a + L \times M \times a_{cur} = L_{línea} \times M [t] \times (a + a_{cur}) [daN / t]$$

Ello equivale a afirmar que el denominado *índice de curvas* se convierte en una *resistencia media equivalente de las curvas* del tramo, ya que se expresa en las mismas unidades (*daN/t*) que el *coeficiente específico de resistencia mecánica* (y puede ser sumando éste para, multiplicado por la masa del tren, obtener la parte de la fuerza que, en horizontal, se opone al avance que es independiente de la velocidad del tren.)

El valor de a_{cur} es fijo y predeterminable para cada trayecto concreto (según la fórmula que se indicó.) Teniendo en cuenta el pequeño peso relativo este coeficiente, se propone que, en lugar de calcularlo caso por caso, se recurra en cada tramo de línea a una estimación de su valor en función del valor calculado o estimado para un tramo comparable de la misma línea o de otra línea análoga.

Ejemplos de valores representativos de algunas líneas españolas, tanto convencionales como de alta velocidad, se muestran a continuación:

Origen	Velocidad de la línea (km/h)	Coef. curvas (daN/t)
Pola de Lena - La Robla	75	1,0086
Betanzos - Ferrol	70	1,0687
El Escorial - Ávila	90	0,8076
Guadalajara - Baidés	130	0,4006
Alcazar - Albacete	200	0,1000
Medina del C. - Valladolid	160	0,1662
Madrid - Sevilla	260	0,1036
Madrid - Barcelona (LAV)	350	0,0800
Segovia - Valladolid (LAV)	500	0,0451

A partir de estos datos calculados para tramos concretos se puede obtener la ecuación que permite estimar aproximadamente el coeficiente de curvas de un tramo de línea conocida su velocidad máxima.

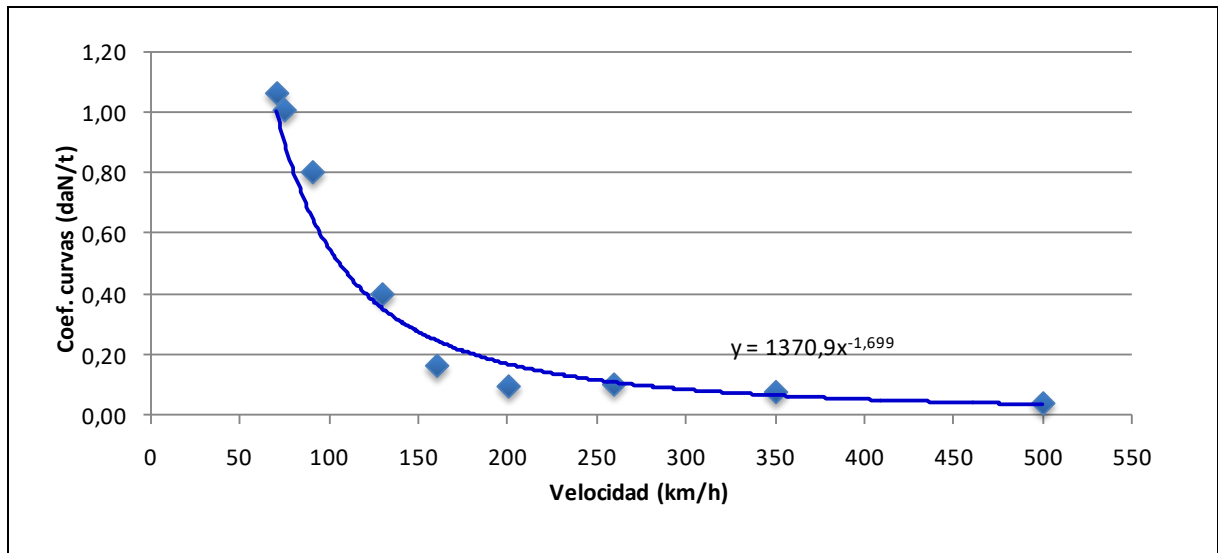


Figura 9. Variación del coeficiente de curvas en función de la velocidad

Por tanto, siendo V_{max} la velocidad máxima de la línea, el coeficiente de curvas se calcula como:

$$a_{cur}[daN / t] = 1371 \times V_{max}^{-1.699}[km / h]$$

De los valores expuestos puede deducirse que la resistencia producida por las curvas, salvo casos muy extremos, es siempre inferior (e incluso en líneas normales, muy inferior) a la resistencia mecánica, y además la resistencia mecánica tiene un peso despreciable en líneas de velocidades altas frente a la resistencia al avance total.

Adicionalmente, se han calculado los valores del coeficiente de curvas para líneas de Metro y tranvía con radios curvas considerablemente menores.

Tabla 7. Coeficiente de curvas en líneas metropolitanas y tranviarias

Línea	Radio máximo (m)	Radio mínimo (m)	Coef. de curvas (daN/t)
Línea 3 de Metro de Madrid	1.250	87	1,073
Línea 6 de Metro de Madrid	25.000	165	0,948
Línea 10 de Metro de Madrid	1.700	205	0,682
Línea 1 de Trambaix	1.500	22	0,970

3.1.5 Peso relativo de la resistencia en la curva

La *resistencia al avance en curva* pierde importancia al aumentar la velocidad de los trenes, tanto en valores absolutos (porque altas velocidades requieren mayores radios de curva, y por ello se produce una menor resistencia al avance) como relativos (porque con la velocidad crece la resistencia al avance de forma importante) y por ello pierde peso relativo la resistencia inducida por la curva. En concreto, y suponiendo que la velocidad admitida por una curva es,

aproximadamente $V[km/h] = 4,5 \times \sqrt{R[m]}$ la *resistencia al avance* en una curva por la que se circula a la velocidad máxima condicionada por el radio de la curva es;

$$R_{ac}[daN] = \frac{4,5^2 \times 600}{V^2[km/h]} \approx \frac{12150}{V^2}$$

que puede compararse, a los efectos de establecer un orden de magnitud relativo, con la fórmula de la resistencia al avance en horizontal y recta para un tren clásico de viajeros:

$$R_{ar}[daN] = 2 + \frac{V^2[km/h]}{4000}$$

Ya se ve que, mientras la resistencia al avance en la curva disminuye al crecer la velocidad máxima autorizada, la resistencia al avance en recta aumenta con el cuadrado de la velocidad real de circulación. Por ello, para velocidades altas (con independencia de que ambas fórmulas deben ser sustituidas por otras más ajustadas a la alta velocidad), el efecto de la resistencia en curva es despreciable.

Puede comprobarse, por la simple aplicación de las fórmulas anteriores, que para una velocidad de 90 km/h (admisibles en una curva de 400 m de radio) la resistencia al avance por la curva es de 1,5 daN/t, lo que representa el 37 % de la resistencia al avance en recta y horizontal a tal velocidad (4,025 daN/t). A 160 km/h el porcentaje que representa la resistencia en curva respecto a la resistencia en recta baja al 5,6%, y para 350 km/h (con radio de curva de 6,750 m y la fórmula de la resistencia al avance de un tren de alta velocidad) ya sería del 0,4%. Como además, las curvas sólo afectan a una parte del recorrido (mientras que la resistencia en horizontal debe aplicarse en todo el recorrido) se comprende el poco peso que tiene esta fuerza, especialmente al aumentar la velocidad.

Probablemente esta pérdida de importancia ha favorecido que el estudio del valor real de esta resistencia para los vehículos y vías modernos y para radios más amplios no se haya desarrollado. En efecto, cabe pensar que los vehículos de ruedas guiadas (como es el caso de los trenes Talgo) tengan una resistencia al avance en las curvas mucho menor; por otra parte la fórmula lineal de la resistencia no se corresponde con la variación en un rango importante de los radios de curva, por lo que debe pensarse que, en velocidades altas, este efecto está muy sobreestimado en las fórmulas clásicas.

3.2 Resistencia total al avance

En virtud de lo expuesto anteriormente, la resistencia al avance total de un tren (que circula a velocidad de V km/h) se compone de la *resistencia al avance en horizontal y en recta*, más la resistencia al avance en curva. La primera, a su vez, es diferente a cielo abierto ($T_f=1$) y en túnel ($T_f=1,2$ a 2), y varía con la velocidad y trayectoria del viento ($V_w, \cos a$). En cada instante es, por lo tanto:

$$R_a[daN] = - \left[\begin{aligned} &(a_1[daN/t] \times M[t]) + (a_2[daN/eje] \times N_e[eje]) \\ &+ \left[(Q[m^3/s] \times \rho[kg/m^3]) \times V[km/h] \times \frac{1}{36} \right] + \\ &\left[C[daN/(km/h)^2] \times T_f \times (V - V_w \cos a)^2[km/h] \right] + \left(M[t] \times \frac{600}{R[m]} \right) \end{aligned} \right]$$

donde:

- a_1 es el coeficiente de *resistencia mecánica al avance* por unidad de masa (daN/t), con valores típicos de 0,65.
- M es la masa del tren (en toneladas).

- a_2 es el coeficiente de la *resistencia mecánica al avance* por número de ejes (daN/eje), con valores típicos de 13.
- N_e es el número de ejes del tren
- Q es el flujo del aire que entra en el tren para la refrigeración de los motores y el aire acondicionado (en m^3/s).
- ρ es la densidad del aire (típicamente $1,29 \text{ kg}/\text{m}^3$).
- V es la velocidad del tren (en km/h).
- C es el coeficiente del término aerodinámico de la resistencia al avance
- T_f es el *factor de túnel*, adimensional, que depende de la sección del tren y del túnel y de la velocidad (valores típicos de 1,2 a 2).
- V_w es la velocidad absoluta del viento (en km/h).
- α es el ángulo que forma el rumbo del viento con el rumbo del tren.
- R es el radio de la curva, en metros.



Foto: Alberto García Álvarez

4. FUERZA LONGITUDINAL DEBIDA A LA GRAVEDAD

4.1 Resistencia gravitatoria al avance

La fuerza de la gravedad terrestre disminuye (en las pendientes) o aumenta (en las rampas) la resistencia al avance. El valor de esta resistencia adicional es el resultante de fórmula siguiente:

$$R_{ag}[daN] = -(M[t] \times g[m/s^2] \times i[mm / m]) \times \frac{1}{10} \approx -(M \times i)$$

donde:

- R_{ag} es la resistencia al avance debida a la fuerza de la gravedad en decanewtons [daN]. Puede ser positiva o negativa según sea el signo de i .
- g es la aceleración de la gravedad (9,81 m/s²)
- M es la masa del tren, en toneladas [t].
- i es la inclinación local expresada en “milésimas” o milímetros por metro (mm/m). Puede tener valor positivo si es una subida (rampa) o negativo si se trata de una bajada (pendiente).

La incidencia de la fuerza de la gravedad sobre el tren es independiente de la velocidad, y debe

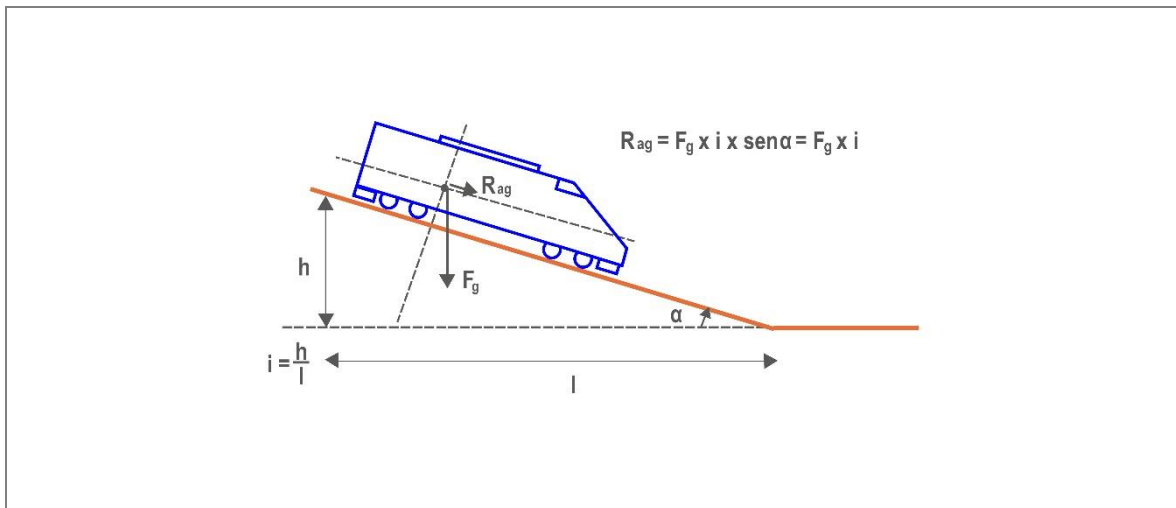
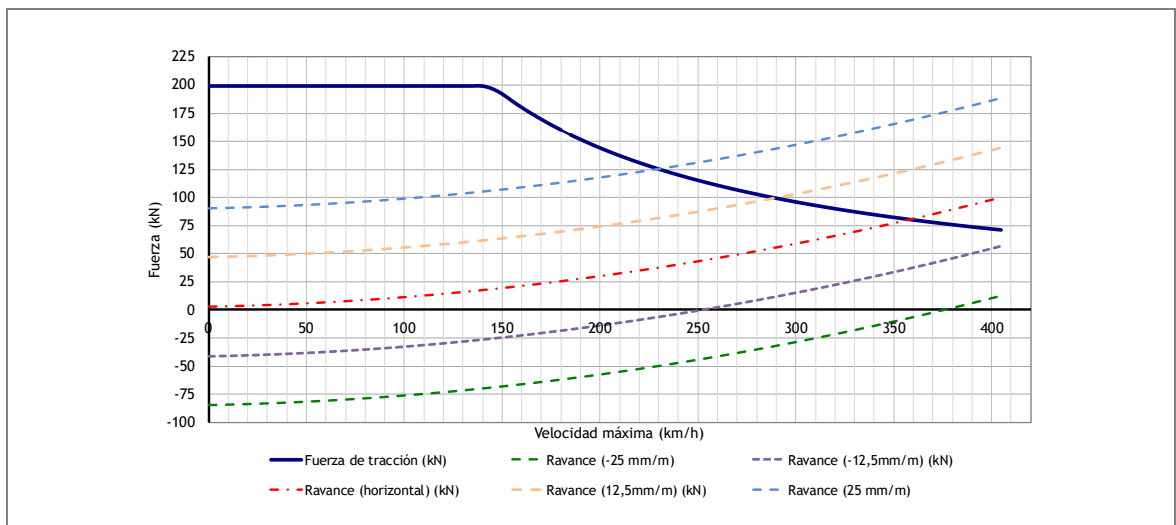


Figura 10. Resistencia longitudinal debida a la gravedad

sumarse (con su signo) a la resistencia al avance, por lo que en la práctica, para cada tren, la resistencia al avance (en una representación R_a, V) que en horizontal es una parábola creciente con la velocidad, se convierte en una familia de curvas paralelas (cada una representativa de la resistencia total en una pendiente o rampa caracterizada por su inclinación i). Como es natural, existen casos en que los que la fuerza total es positiva (tiende a acelerar el tren, incluso en ausencia de tracción) lo que ocurre con pendientes fuertes y normalmente a velocidades bajas.

La representación gráfica de la *resistencia total* en diversas rampas y pendientes (para un tipo de concreto de tren y cambiada de signo) está recogida en la figura:



La resistencia al avance crece con el cuadrado de la velocidad y la fuerza de la gravedad es independiente de la velocidad. Cuando la pendiente supera determinado valor, la resistencia al avance es positiva, es decir, el tren tiende a acelerarse en ausencia de tracción o freno.

Figura 11. Resistencia total al movimiento del tren de alta velocidad Talgo de la serie 112 en diversos perfiles

4.2 Aproximaciones y simplificaciones

4.2.1 Consideración conjunta de la resistencia al avance de la curva y la rampa

La equivalencia que se ha expuesto entre la *resistencia al avance en una curva* de un determinado radio, y una rampa de determinada pendiente, permite trabajar con el llamado *perfil ficticio*, que evita la necesidad de emplear el perfil real y la planta para los cálculos.

Se llama *pendiente o rampa ficticia* a la que resulta de sumar la *pendiente o rampa* que realmente existe y la equivalente debida a la curva.

En el caso de una rampa (subida para el tren, $i > 0$), la pendiente ficticia es:

$$i'[\text{mm/m}] = i[\text{mm/m}] + \frac{800}{R[\text{m}]} \quad \text{o} \quad i'[\text{mm/m}] = i[\text{mm/m}] + \frac{600}{R[\text{m}]}$$

y en el caso de una pendiente (bajada para el tren, $i < 0$), la pendiente ficticia es:

$$i'[\text{mm/m}] = -i[\text{mm/m}] + \frac{800}{R[\text{m}]} \quad \text{o} \quad i'[\text{mm/m}] = -i[\text{mm/m}] + \frac{600}{R[\text{m}]}$$

donde:

- i' es la pendiente ficticia, en mm/m.
- i es la pendiente real, en mm/m.
- R es el radio de la curva en m.

[Debe observarse que en tratamiento informático de las líneas que soportan muchos de los programas para el cálculo de marchas, se pueden trabajar sobre bases de datos que a cada punto de la línea le asignan una pendiente o rampa y un radio de curva. En este caso, el perfil informatizado de la línea es válido en ambos sentidos de circulación, pero si la variable que se asocia a cada punto es la rampa ficticia, el valor es diferente, para un mismo punto de la línea, según el sentido de circulación del tren].

Supuesto que en un punto de la línea, la rampa ficticia es i' , para un sentido de circulación, la resistencia al avance debida a la curva y a la rampa de los trenes que circulan por este punto es la siguiente:

$$R_{agc}[\text{daN}] = -[m[t] \times i'[\text{mm} / \text{m}]]$$

donde:

- R_{agc} es la resistencia al avance debida a la gravedad y a la curva (en daN)
- M es la masa del tren (t)
- i' es la rampa ficticia (en mm/m), que puede ser negativa o positiva.

La consideración conjunta de la resistencia del avance en curva con la fuerza gravitatoria (y el concepto asociado de rampa ficticia) podemos considerarla como un instrumento que ha sido útil en el pasado pero que debe abandonarse en el tratamiento moderno de la explotación ferroviaria. En efecto, la complejidad matemática de la integración de la resistencia al avance para el cálculo de las resistencias al avance (y con ellas, de las velocidades y de los tiempos de

viaje) hacía que el problema se solucionase en muchas ocasiones de forma gráfica, representando la resistencia al avance y la fuerza de tracción y freno, obteniendo gráficamente las diferencias y las aceleraciones. Hoy en día, el modelado permite resolver problemas complejos, y por ello se hace innecesaria esta agrupación. Por otra parte, hay otros factores de la resistencia al avance que (además del radio de la curva y de la pendiente) que varían a lo largo de la línea (por ejemplo, la existencia o no de túneles, que no es significativa en velocidades convencionales, pero sí lo es en alta velocidad. Aún cuando se resuelvan mediante cálculo, la consideración conjunta de la rampa y la curva elimina un sumando en las ecuaciones, lo que las simplifica. Por el contrario, presenta el inconveniente práctico de que puede cometerse el error de olvidar el efecto de la variación del valor absoluto de la rampa ficticia en función del sentido de circulación del tren.

Por otra parte, la naturaleza de ambas fuerzas es diferente, ya que mientras la resistencia debida a una rampa obliga a un consumo de energía que queda almacenada en el tren en forma de energía potencial, la empleada en vencer la resistencia la avance en curva es una energía que se pierde definitivamente, y esta diferencia tiene gran importancia en el análisis del consumo energético de los trenes.

Las razones expuestas nos invitan a considerar la resistencia al avance en curva de forma diferenciada de la fuerza longitudinal debida a la acción de la gravedad.

4.2.2 Idealización del tren

La resistencia al avance no sólo es diferente para un mismo tren en distintos puntos y momentos de su recorrido (en función de la pendiente, de las curvas y de la velocidad del tren), sino que también es diferente en cada una de las partes del tren, porque si bien todo el tren siempre se mueve a la misma velocidad, parte de él puede estar en una pendiente de un determinado valor y otra parte en horizontal e incluso en rampa. Una parte del tren puede estar en recta y otra parte puede estar en curva.

Para los cálculos relacionados con la cinemática y dinámica de los trenes, éstos se suelen considerar idealmente situados en un punto, que corresponde al de la cabeza del tren, aunque en determinados casos es preciso tomar en consideración su longitud. A efectos de los cálculos de las marchas, y en condiciones normales, es posible asimilar todo el tren a un punto de él, porque los trenes no tienen normalmente una longitud muy grande ni las pendientes o radios de las curvas varían bruscamente, como para que con carácter general, deba de tenerse en cuenta el efecto de la longitud del tren, que además se compensa con un error de sentido contrario unos segundos después.

Para ciertas aplicaciones concretas de la explotación, sin embargo, sí que puede ser relevante considerar de forma independiente cada vehículo de los que integran en el tren, e incluso cada eje del mismo. Así, por ejemplo debe hacerse, si se trata de analizar si un tren puede arrancar de un punto determinado, o para estudiar en detalle el movimiento en los lomos de asno de las estaciones de clasificación, o el desplazamiento de los trenes Talgo por gravedad en los cambiadores de ancho... En estos casos los resultados pueden variar notablemente según el punto del tren de que se considere. También debe hacerse este análisis en los casos de trenes muy largos que circulan por líneas muy accidentadas o con muchas curvas, como los trenes de mercancías americanos que pueden tener varios kilómetros de longitud, y mientras la primera parte del tren puede estar bajando un puerto, la mayor parte de él puede estar aún en la subida.

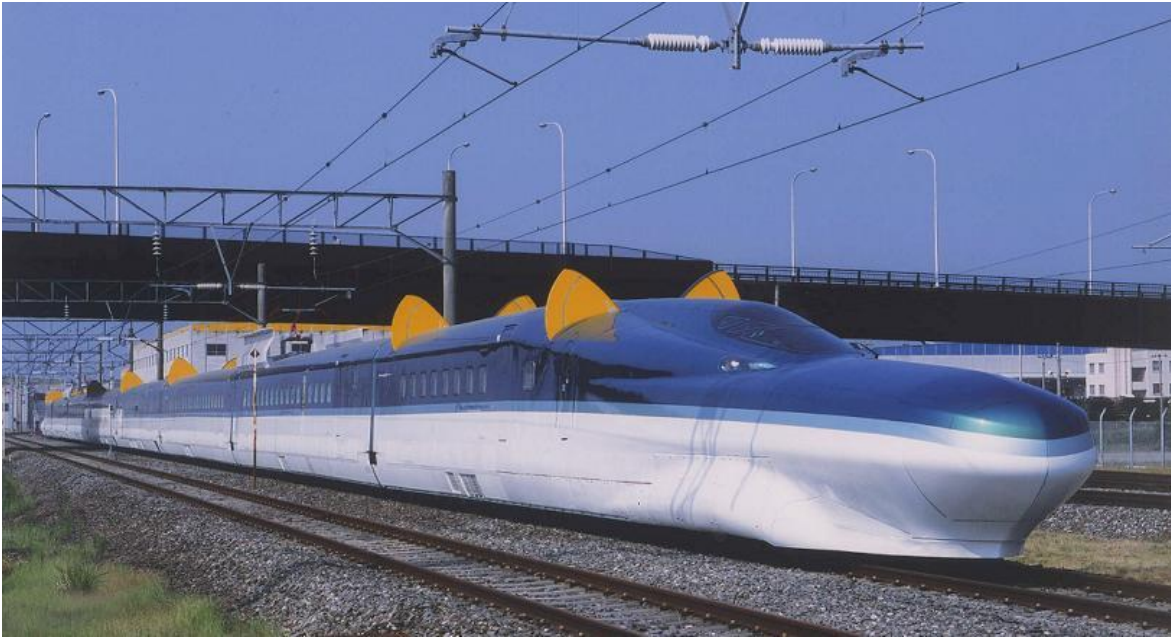


Foto: East Japan Rail

5. LOS ESFUERZOS DE TRACCIÓN Y DE FRENADO, ADHERENCIA

Las fuerzas producidas por el propio tren para aumentar o disminuir su velocidad son los llamados, respectivamente, *esfuerzos de tracción* y *de frenado*. El *esfuerzo de tracción* (F_t) es la resultante de las fuerzas producidas por el tren en sentido de su marcha y se opone a las resistencias al avance. El *esfuerzo de frenado* (F_f) es la resultante de las fuerzas que se realizan desde los diferentes frenos del tren y que se oponen al avance, sumando su acción, por lo tanto, a las resistencias al avance. A la resultante de los esfuerzos de tracción y frenado presentes en un momento determinado la denominaremos *esfuerzo de tracción o frenado* (F_{tf}) y será positivo (es decir, tendrá el sentido de la marcha del tren) cuando es un *esfuerzo de tracción*, y negativo (es decir, tiene sentido contrario a la marcha del tren) cuando es un *esfuerzo de frenado*.

Es posible que se apliquen en el tren, a la vez, fuerzas de tracción y de frenado, pero ello suele ocurrir en casos muy puntuales y transitorios, por lo que a efectos prácticos, se puede suponer que cuando hay fuerzas de tracción no hay fuerzas de frenado, y viceversa (aunque, lógicamente, puede no haber ni unas ni otras). Los sistemas de seguridad de los trenes más modernos cortan la tracción del tren con una pequeña caída de presión en la tubería general de freno del tren, lo que hace en la práctica imposible la tracción y el frenado simultáneos.

En cada momento concreto, un tren puede estar, desde el punto de vista de su tracción y freno en tres situaciones diferentes:

- *Traccionando*. Cuando la fuerza neta que hace el tren es en el sentido de la marcha. Entonces, $F_{tf} > 0$ porque $F_t > 0$ y, generalmente, $F_f = 0$.
- *Frenado*. Cuando la fuerza neta que hace el tren es el sentido contrario a su marcha. Entonces, $F_{tf} < 0$ porque $F_f > 0$ y, generalmente, $F_t = 0$.
- *En deriva*, cuando el tren no hace ninguna fuerza. Entonces $F_{tf} = 0$, generalmente porque $F_t = 0$ y a la vez $F_f = 0$.

5.1 El esfuerzo de tracción

El *esfuerzo de tracción*, F_t , se transmite a través de las ruedas motoras al apoyarse éstas sobre el carril y transmitir el par que se produce en los motores del tren.

Esta fuerza es *moderada*, ya que el maquinista (o el sistema de conducción automático) puede aplicar la fuerza máxima disponible o un valor menor, para adecuar la velocidad del tren a las necesidades de la marcha.

El *esfuerzo de tracción* es diferente para cada vehículo motor, entre cuyas características suelen facilitarse las curvas que determinan el *esfuerzo de tracción máximo* posible en función de la velocidad. El esfuerzo está muy ligado a la potencia disponible del vehículo, pero la forma de las curvas que relacionan el esfuerzo máximo de tracción con la velocidad viene muy condicionada por el tipo de vehículo motor (tracción eléctrica o diesel) y su sistema de control de la marcha.

A falta del conocimiento de la curva de tracción específica del tren (cuya descripción y análisis no es objeto de este trabajo), puede estimarse que la potencia disponible para la tracción eléctrica es un porcentaje (del orden del 80 al 90%) de la potencia de los motores de tracción, y suponer que la potencia es igual a la fuerza de tracción por la velocidad del tren, lo que suele ser válido a partir de determinadas velocidades y hasta un 10% por encima de la velocidad máxima del tren.

Se habla de *potencia unihoraria* como la que puede ofrecer el motor durante un corto periodo de tiempo, mientras que la *potencia continua* es la que puede rendir de forma indefinida, conceptos que, por analogía, llevan a los de *esfuerzo máximo unihorario* y *esfuerzo máximo continuo*.

$$F_{max_{uh}}[daN] = \frac{P_{uh}[kW] \times 100 \times 3,6}{V[km / h]} \quad \text{o bien} \quad F_{max_c}[daN] = \frac{P_c[kW] \times 100 \times 3,6}{V[km / h]}$$

donde

- $F_{max_{uh}}$ es el esfuerzo máximo de tracción unihorario y F_{max_c} es el esfuerzo de tracción continuo, en daN.
- P_c es la potencia continua y P_{uh} es la potencia unihoraria de los motores, en kW.
- V es la velocidad del tren, en km/h.

En estas condiciones, la forma gráfica de representación del esfuerzo de tracción, en función de la velocidad, tiene la forma de una hipérbola equilátera de potencia; cuya ecuación es:

$$F_t[daN] = \frac{P[kW] \times 100 \times 3,6}{V[km / h]}$$

Debe observarse que existen algunos casos en los que la totalidad de la potencia de los motores tren no se destina al movimiento del mismo. Así ocurre con frecuencia en los trenes de tracción diesel cuando los servicios auxiliares del tren se alimentan desde el motor diesel. En este caso, debe restarse a la potencia del mismo la parte que se dedica a los servicios auxiliares, lo que no suele ocurrir en tracción eléctrica ya que los auxiliares se alimentan normalmente desde la catenaria sin pasar por el motor, ni en los trenes diesel, cuyos servicios auxiliares se alimentan desde grupos motor-generator independientes del motor diesel principal.

Por otra parte, debe dejarse constancia que la potencia con la que se calcula la fuerza en cada instante es la potencia realmente entregada por el motor, que no tiene por qué ser la máxima, pues muchos vehículos no son capaces de entregar la potencia máxima en cualquier régimen de

marcha, y además el maquinista puede requerir menos potencia que la máxima por diversas razones.

5.2 El esfuerzo de frenado

Los trenes emplean diferentes recursos (frenos) para provocar *esfuerzos de frenado* tendentes a disminuir la velocidad de circulación del tren. Los frenos empleados pueden estar basados en la adherencia entre rueda y carril (frenos dinámicos o frenos de fricción: zapatas o discos) o emplear otros fenómenos físicos, tales como los frenos por *corrientes de Foucault* o los frenos aerodinámicos.

Desde el punto de vista de la dinámica del tren interesa retener la idea de que el frenado de los trenes se clasifica, por la magnitud del esfuerzo, en dos formas:

- Freno *de emergencia* es el que emplea el máximo esfuerzo de frenado, y sólo se utiliza en condiciones extraordinarias, ante la necesidad de frenar de forma urgente, normalmente por una incidencia. No se emplea regularmente, puesto que produce unas deceleraciones molestas para el viajero y un desgaste importante en el material rodante.
- Freno *de servicio*, de menor esfuerzo, es el que se emplea de forma regular en la marcha ordinaria del tren.

Para cada una de las dos formas de frenado se fijan, como una propiedad o condición de explotación del material rodante, los valores máximos que deben conseguirse (expresados en la deceleración alcanzable en un determinado rango de velocidad). Estos esfuerzos máximos de frenado en cada una de las formas se obtienen por el tren con la combinación de los diversos tipos de freno (dinámico, neumático, de Foucault, etc.)

Sin rebasar los esfuerzos de frenado máximos en cada una de las dos formas, es habitual fijar para el tren, en cada línea por la que circula, una o varias *curvas de frenado (de emergencia o de servicio)* para reducir la velocidad del tren en coherencia con la señalización y la reglamentación existentes en la línea.

5.2.1 Condiciones de aplicación del freno

Según la ETI de Alta Velocidad (Material Rodante), la máxima deceleración media será siempre inferior a $2,5 \text{ m/s}^2$ (que es una interfaz con la resistencia longitudinal de la vía), y al máximo esfuerzo siguiente:

- 360 kN en frenado de emergencia,
- 180 kN para el frenado de servicio “a fondo” para ajustar la velocidad a los límites establecidos por el sistema de señalización,
- 100 kN para el frenado de servicio en rampas y pendientes acusadas o cuando los límites de velocidad se apliquen automáticamente.

Señala también que los frenos que no se basan en la adherencia rueda-carril pueden aplicarse desde la velocidad máxima de explotación hasta 50 km/h: ($V_{\text{max}} > V > 50 \text{ km/h}$),

Los requisitos del sistema de frenado (ETI Material Rodante) que pueden tener relación con la dinámica del tren son:

- La aplicación del freno de emergencia, por la razón que sea, cortará automáticamente la alimentación eléctrica de tracción, sin posibilidad de recuperarla mientras permanezca aplicado el freno.

- Sólo se admite tener en cuenta el freno eléctrico en las prestaciones de los frenos si su funcionamiento es independiente de la presencia de tensión en la catenaria, si las subestaciones lo permiten. Se admite el retorno de la energía eléctrica generada en el frenado, pero esto no hará que la tensión supere los límites de tensión previstos, y además, si se pierde la alimentación de la catenaria, ello no impedirá que la tensión de la línea caiga a 0 V.

5.2.2 Prestaciones mínimas de los frenos

A los trenes se les exigen unas prestaciones mínimas de frenado de emergencia y de servicio que están recogidas en la tabla, para el caso de los trenes de alta velocidad:

Tabla 8. Prestaciones mínimas de los frenos en la ETI de Alta Velocidad						
		Tiempo eq. retardo	Deceler. entre 330 y 300 km/h	Deceler. entre 300 y 230 km/h	Deceler. entre 230 y 170 km/h	Deceler. entre 170 y 0 km/h
		S	m/s ²	m/s ²	m/s ²	m/s ²
Emergencia	Caso A	3	0,85	0,90	1,05	1,20
Emergencia	Caso B	3	0,65	0,70	0,80	0,90
Servicio	Caso B	2	0,35	0,35	0,6	0,6
Distancias máximas de frenado con freno de emergencia						
		Tiempo eq. retardo	Dist. máxima de 330 a 0 km/h	Dist. máxima de 300 a 0 km/h	Dist.máxima de 250 a 0 km/h	Dist.máxima de 200 a 0 km/h
			m	m	m	m
Emergencia	Caso A	3	4.530	3.650	2.430	1.500
Emergencia	Caso B	3	5.840	4.690	3.130	1.940
Fuente: ETI de Material Rodante, 2003. Nota: Se denomina <i>Caso A</i> el tren en horizontal, con una climatología normal, con carga normal (80 kg por asiento) y un módulo de freno eléctrico aislado. Se considera <i>Caso B</i> , las circunstancias del caso anterior y, además, un distribuidor de freno aislado, una adherencia rueda carril reducida y el coeficiente de fricción entre la guarnición y el disco de freno reducido por la humedad.						

Para trenes a velocidades convencionales, una idea de las deceleraciones medias usadas puede conseguirse por observación de las empleadas en Renfe con el *freno de servicio*:

- Para velocidad máxima de 100 km/h, 0,47 m/s²;
- Para 120 km/h, 0,61 m/s²;
- Para 140 km/h, 0,77 m/s²; y
- Para 160 km/h, 0,74 m/s².

5.3 La adherencia

5.3.1 Concepto de adherencia

Cuando el *par motor* sobre una rueda es muy alto, y en concreto, cuando es superior al *par resistente*, la rueda desliza o *patina* sobre el carril. La *adherencia* de la rueda sobre el carril es más grande cuanto mayor sea la masa que apoya sobre la rueda motriz, que se denomina *masa adherente*. Existe un cierto límite del par motor (y correlativamente del esfuerzo de tracción) a partir del cual la rueda desliza (patina); este el esfuerzo de tracción es una fracción de la masa adherente (m_{ad}):

$$E_{tmax}[daN] = m_{ad}[t] \times g[m / s^2] \times \mu \times 100$$

donde:

- μ es el coeficiente de adherencia ($\mu < 1$)

El *coeficiente de adherencia* (en el proceso de tracción) expresa, pues, el cociente entre la fuerza horizontal máxima que puede transmitir un eje motriz sin que la rueda patine y la masa que soporta dicho eje. La adherencia se expresa o en tanto por ciento, o en forma de coeficiente en tanto por uno. Así, por ejemplo, si la masa que gravita sobre un eje motor de una locomotora es de 20 t (valor habitual), y si el *coeficiente de adherencia* es de 0,25, dicho eje sólo puede transmitir una fuerza horizontal de $20.000 \times 0,25 = 5.000$ daN, sea cual fuere la potencia del motor.

Por ello, la adherencia introduce otro límite (además del que establece la potencia disponible) a la fuerza de tracción máxima que se puede aplicar por una locomotora o por un vehículo tractor.

En el frenado, de forma análoga, la adherencia es el cociente entre la fuerza que gravita sobre un eje que frena y la fuerza horizontal de frenado que puede transmitir dicho eje.

Por ello, puede decirse que el *coeficiente de adherencia* es la medida de la efectividad con que un vehículo puede emplear su peso a la tracción o al freno, sin que las ruedas patinen.

Muchos factores influyen en la adherencia: entre ellos, las condiciones climatológicas, el perfil de la rueda y de la cabeza del carril, la contaminación en el carril y el sistema de tracción y de control eléctrico. En este último factor es en el que se han conseguido los mayores avances en los últimos años.

Respecto a las condiciones de la locomotora que favorecen el aumento de la adherencia están: las barras de tracción bajas, buena suspensión, los equipos electrónicos de control de tracción (*chopper* y más aún tracción trifásica), etc.

En cuanto a las condiciones de la vía que permiten obtener una elevada adherencia están: el buen estado de la misma en cuanto a nivelación, carril soldado y, sobre todo, el estado superficial del carril. El carril limpio muy lavado (lluvia fuerte) aumenta considerablemente la adherencia. El carril sucio, ligeramente húmedo con hojas, sal, algunos productos químicos, grasas y aceites disminuye notablemente la adherencia. En este último caso se puede aumentar la adherencia, en parte, mediante el uso de arena.

Respecto al freno, por estar dotado de éste todos o casi todos los vehículos de un tren, la masa adherente en freno es mucho más alta que en tracción, y por ello los problemas de adherencia son menores que en el caso de la tracción.

Lógicamente, cada tipo de freno actúa sobre unos ejes, por ello su fuerza máxima está limitada por la adherencia de esos ejes. Así, normalmente el freno de aire comprimido actúa sobre todos los ejes del tren, y por ello la masa adherente para este freno es toda la del tren; pero el freno eléctrico sólo actúa sobre los ejes motorizados, por lo que para él sólo es relevante la masa sobre estos ejes.

Evolución del control del patinaje

Las máquinas de vapor primitivas no disponían de sistemas de control y de mejora de la adherencia. Cuando el tren patinaba, el maquinista cortaba la tracción para evitar el patinaje. En las locomotoras diesel antiguas, la adherencia estaba entre el 12% y el 14% en explotación normal.

Se pasó a controlar el patinaje primero instalando una luz en cabina que avisaba del patinaje. Ello no mejoraba directamente la adherencia, pero sí que permitía al maquinista dejar caer arena sobre el carril para aumentarla. Luego se pasó al control automático de la adherencia, de forma que, cuando una rueda patina, automáticamente se corta la potencia para detener el patinaje y luego se vuelve a aplicar de forma paulatina. Este sistema permitió aumentar la adherencia al 16% o 18% y algunas mejoras en el mismo han permitido pasar 18% al 20%.

Los nuevos sistemas de control son diseñados de forma que permiten un ligero patinaje (sistema llamado *creep control*). En un tren pesado, las ruedas típicamente giran a una velocidad ligeramente superior que la que correspondería a la velocidad del tren y por ello ganan el máximo poder de remolque de la locomotora. La teoría es que las locomotoras patinando limpian el carril de la posible contaminación y, por ello, proporcionan una mayor adherencia. Con este sistema instalado en las máquinas con motores de corriente continua la adherencia pasó a valores del 25% o 28%. Finalmente, con la tecnología de motores de corriente alterna la tecnología permite un más fino control de la *wheel creep*. En este tipo de locomotoras la adherencia puede llegar a valores entre el 31% y 34%.

Los sistemas de gestión del patinaje se han aplicado en diversas series de máquinas diésel en España y podrían distinguirse (siguiendo la exposición de Vossloh, 2008) en dos etapas:

Primero se controlaba el deslizamiento (*wheel slip*). En las primeras máquinas de la serie 319, con un sistema de control de adherencia electromecánica se conseguía un coeficiente de adherencia del 20,3%. En las máquinas de la serie 333, con un control de adherencia electrónico, se logró una adherencia del 26%.

Posteriores trabajos de investigación concluyeron que con un patinaje controlado de las ruedas se consigue un incremento de la fuerza de tracción. A partir de ese descubrimiento, EMD desarrolló su propio sistema de control de patinaje “Super Series” (*wheel creep*). Con la combinación del control del patinaje y del control del deslizamiento, en las máquinas 319 de la subserie 400 se consigue un nivel de adherencia en el arranque del orden de 37%. Las locomotoras de la serie Euro4000 (123 toneladas), con otras mejoras adicionales, llegan a una adherencia del 38,7% para ofrecer una fuerza de arranque de 400 kN.

Un mayor coeficiente de adherencia puede lograrse reduciendo la descarga de la rueda a lo que ayuda la posición baja de las barras de tracción que transmiten el movimiento al bogie, y la mejora de las suspensiones.

Incidencia de la adherencia en la tracción y en el frenado

La adherencia limita, como se ha expuesto, el esfuerzo de tracción disponible, puesto que, sea cual fuere la potencia, el esfuerzo de tracción no puede superar el valor siguiente:

$$E_t < m_{ad} < \mu_v$$

donde,

- m_{ad} es la masa que gravita sobre un eje motor

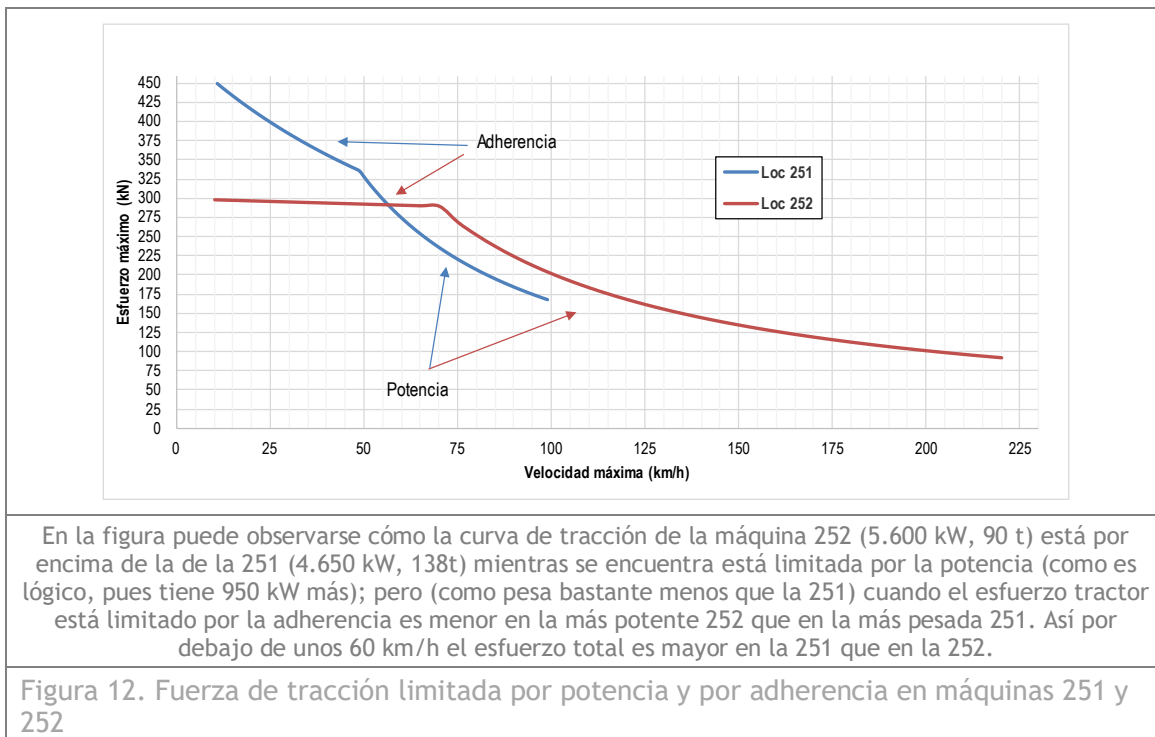
- o μ_v es el coeficiente de adherencia de ese eje a la velocidad V.

La fuerza máxima de tracción que se puede ejercer está limitada por la potencia unihoraria, según la expresión,

$$F_{tmax}[daN] = \frac{P_{uh}[kW] \times 100 \times 3,6}{V[km / h]}$$

en velocidades bajas, la fuerza que se podría hacer por la potencia tendería a infinito, por lo que, en la práctica, la fuerza de tracción está limitada por el control de la máquina y por la adherencia ya que, por debajo ciertas velocidades, la fuerza máxima de tracción limitada por la adherencia es menor que la derivada de la aplicación de la potencia.

Al aumentar las velocidades, la fuerza que puede ofrecer la potencia el motor disminuye, y por ello es más difícil que sea mayor que la que pueden transmitir las ruedas sin patinar. Entonces sólo en condiciones malas de adherencia (con carril sucio o húmedo, por ejemplo) y con solicitaciones altas de fuerzas (trenes pesados en fuertes rampas) pueden presentarse problemas de adherencia.



5.3.2 Valores de la adherencia

Valores orientativos del coeficiente de adherencia los podemos encontrar en Arenillas (2006), que señala para locomotoras modernas valores de 0,32 a 0,35 en el arranque y de 0,28 a 0,32 en la zona de régimen continuo. Para la locomotora 252 de Renfe (de 90 toneladas, tipo B₀B₀) da el valor de 0,34 en el arranque; de 0,328 a 70 km/h; y de 0,27 a 86,5 km/h (punto de carga máxima).

La norma de interoperabilidad (ETI) del material rodante de alta velocidad, establece los llamados “*requisitos de adherencia en tracción*” y “*límite de la demanda de adherencia en el freno*”, que fijan unos valores orientativos del *coeficiente de adherencia*.

El sentido de estas normas está en evitar que las prestaciones de tracción o de freno que se requieren para los trenes interoperables estén basadas en unos valores muy altos de dicho coeficiente de adherencia, cuyo valor es difícilmente alcanzable. Por ello, para la tracción se fijan unos valores máximos de la adherencia con los que deben alcanzarse las prestaciones de

tracción del tren (naturalmente ello no implica que la adherencia real no pueda ser mayor, de hecho, suele serlo).

Más importante es el caso del freno: las prestaciones de frenado (en términos de deceleración exigida) deben alcanzarse suponiendo que la adherencia no supera un determinado valor, lo que tampoco es incompatible con el hecho de que la adherencia sea mayor (de hecho, normalmente lo será); lo que significa este límite es que, alcanzar las prestaciones de freno exigidas, no debe estar basado en una adherencia extraordinaria que no se podrá garantizar.

En concreto, a fin de asegurar una disponibilidad de tracción elevada, la ETI exige no se superarán los valores de adherencia que se indican a continuación:

- En arranque y a muy baja velocidad: 25 %
- A 100 km/h: 25 %,
- A 200 km/h: 17,5 %,
- A 300 km/h: 10 %.

Para el frenado, Arenillas (2006) da valores de 0,10 a 0,12 (menor que en tracción por bloqueo de ruedas, planos en ruedas, etc). Según la ETI, la demanda máxima del *coeficiente de adherencia* no deberá superar los valores siguientes:

- Entre 50 y 200 km/h: 0,15;
- Por encima de esta velocidad decrece linealmente hasta el valor de 0,10 a 350 km/h.

Estos coeficientes de la ETI pueden considerarse reducidos comparados con los valores que se obtienen en la práctica (lo que, como hemos expuesto, es coherente con el objetivo perseguido al fijar los valores). Así, para trenes de mercancías modernos son frecuentes valores del coeficiente de adherencia en el arranque del orden del 30 % y se puede llegar al 35%. El coeficiente de adherencia real en cada momento puede considerarse una variable aleatoria que depende del estado de las ruedas y del carril, y de los equipos de control de tracción del tren.

Valores de la adherencia en la marcha

La adherencia disminuye con la velocidad. La norma técnica de Renfe para la determinación de las cargas máximas⁹, por ejemplo, da la función de variación siguiente:

$$\mu_v = \mu_0 \times \left(0,2115 + \frac{33}{V[\text{km} / \text{h}] + 42} \right)$$

donde,

- μ_v es el *coeficiente de adherencia* a la velocidad V (adimensional),
- μ_0 es el *coeficiente estático de adherencia*, es decir, el que corresponde a V=0, (adimensional).
- V es la velocidad del tren, en km/h.

Otras fórmulas empleadas para explicar la variación del coeficiente de adherencia con la velocidad son las siguientes:

⁹ Renfe, Gerencia de Gestión de Capacidades, UN de Circulación, “Norma Técnica CGC 6, de determinación de las cargas máximas y rampas características”, Madrid, 2001.

$$\mu_v = \frac{\mu_0}{(1 + 0,03 \times V[\text{km/h}])}$$

$$\mu_v = \frac{\mu_0}{(1 + 0,01 \times V[\text{km/h}])}$$

$$\mu_v = \mu_0 \times \left(0,161 \times \frac{7,5}{V[\text{km/h}] + 44} \right)$$

$$\mu_v = \mu_0 \times \frac{8 + 0,1 \times V[\text{km/h}]}{8 + 0,2 \times V[\text{km/h}]}$$

– Ecuación de Müller:

$$\mu_v = \frac{\mu_0}{(1 + 0,01 \cdot V)}$$

El coeficiente de adherencia μ_0 normalmente se ofrece por el fabricante como parámetro del material, y oscila entre 0,2 para locomotoras con motor de corriente continua y sin equipos antipatinaje y 0,4 para locomotoras con motor trifásico y equipos antipatinaje. Por ejemplo, para locomotora de la serie 252 de Renfe es de 0,34, y para el tren AVE (serie 100) es de 0,32.



Foto: Renfe

6. ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO DEL TREN

6.1 Expresión simple de la ecuación del movimiento

Cuando hay una fuerza neta longitudinal F (resultante de la resistencia al avance, de la fuerza gravitatoria y de las fuerzas de tracción y frenado) sobre un tren (cuya masa es M) el tren cambia su velocidad, y lo hace de acuerdo con la segunda ley de Newton o principio fundamental de la dinámica:

$$F = M \times a$$

Si F se expresa en daN, m en toneladas y a en m/s^2 (unidades habituales en el estudio de la dinámica ferroviaria), la ecuación se convierte en:

$$F[daN] = M[t] \times a[m/s^2] \times 10^{-2}$$

o, lo que es lo mismo,

$$a[m/s^2] = \frac{F[daN]}{M[t]} \times 10^2$$

Si la fuerza neta sobre el tren es positiva, entonces el tren aumenta su velocidad, pues la aceleración resulta mayor que 0; mientras que si la fuerza neta es negativa (porque la tracción

es menor que la resistencia al avance o porque la fuerza del freno es mayor que la fuerza de la gravedad en la bajada) entonces la aceleración es negativa y el tren disminuye su velocidad.

Debe observarse que aunque el tren disminuya su velocidad, ello no significa que esté frenando, tan solo que las fuerzas retardadoras (entre las que el freno es sólo una más) son mayores que las fuerzas aceleradoras. Por ejemplo, puede estar subiendo una rampa fuerte traccionando, pero va perdiendo velocidad porque la rampa es muy fuerte.

6.2 El efecto de la inercia de las masas giratorias

Cuando el tren aumenta (o disminuye) su velocidad, no sólo es preciso aumentar su velocidad de traslación en el sentido longitudinal de la vía, sino que además es necesario aumentar la velocidad de rotación de diversas masas que giran, y que lo hacen más deprisa cuando el tren circula a mayor velocidad. Entre estas masas giratorias están, por ejemplo, las ruedas, los ejes y los discos de freno.

Estas masas tienen que girar más deprisa cuando el tren se traslada más deprisa (y viceversa), por lo que es preciso dedicar parte de la fuerza neta disponible a acelerar (o frenar) angularmente estas masas giratorias. Como la relación entre la aceleración de traslación a , y la de rotación α de las masas rotatorias es

$$\alpha = \frac{a[m/s^2]}{R[m]}$$

considerando que el par motor (P_M) que se precisa para acelerar angularmente la masa giratoria, siendo R (m) el radio exterior de las ruedas motoras es:

$$P_M \equiv F_{tg} \times R = I_p[kg \times m^2] \times \alpha,$$

y como el momento de inercia polar de un eje es:

$$I_p = \frac{1000 \times M_g}{g} \times r^2$$

se tiene que:

$$F_{tg}[daN] = \frac{1000 \times M_g \times r^2 \times a}{R \times g \times R} = 100 \times M_g[t] \times \frac{r^2[m]}{R^2[m]} \times a[m/s^2]$$

donde,

- I_p es el momento de inercia polar del conjunto giratorio, en kg.m²
- M_g es la masa del conjunto giratorio, en t
- r es el radio de inercia polar del conjunto, en m
- R es el radio de las ruedas motrices, en m.

Por tanto, teniendo en cuenta el efecto de la inercia de las masas giratorias, cuando se aplica sobre el tren una determinada fuerza neta en sentido longitudinal (resultante de los esfuerzos de tracción o de freno, de la resistencia al avance y de las fuerzas gravitatorias), se produce una aceleración que se deduce de la fórmula siguiente:

$$F[daN] = \left(M[t] \times a[m/s^2] + \sum \left(M_{gi}[t] \times \frac{r_i^2[m]}{R_i^2[m]} \right) \times a[m/s^2] \right) \times 10^2$$

es decir,

$$a[m/s^2] = \frac{F[daN]}{\left(M[t] + \sum \left(M_{gi}[t] \times \frac{r_i^2[m]}{R_i^2[m]} \right) \right) \times 10^2}$$

puede, por ello, concluirse señalando que, a los efectos del cálculo de la aceleración o frenado del tren, la masa que debe considerarse es la masa real del tren (incluyendo su carga), M , más una masa adicional que es la suma de cada una de las masas giratorias (M_g) multiplicada por el coeficiente entre los cuadrados del radio de inercia polar y el radio de giro. Como este valor es fijo para cada tren o cada vehículo, en muchas ocasiones se convierte en un *coeficiente de masas giratorias* (C_{mg}) que multiplica la masa real del tren:

$$C_{mg} = 1 + \frac{\sum \left(M_{gi}[t] \times \frac{r_i^2[m]}{R_i^2[m]} \right)}{M[t]}$$

Son habituales valores de C_{mg} del orden 1,045 a 1,07.

Sin embargo, debe observarse que si se pretende hacer los cálculos con detalle, si el tren va más cargado, la masa del tren aumenta, pero no por ello aumenta la masa giratoria equivalente, lo que es especialmente relevante en los trenes de mercancías, en los que la relación entre la masa en vacío y cargado es importante como para requerir que, en los cálculos, se emplee la masa del tren cargado.

Por ello, la forma correcta de realizar los cálculos (cuando ello sea pertinente) es sumar la masa giratoria equivalente del tren en lugar de multiplicar por el coeficiente asociado. Si no se conoce la masa giratoria equivalente, puede deducirse del valor del coeficiente dado por el fabricante que estará en relación con la masa nominal del vehículo (es importante conocer con claridad si la masa a la que se ha referido es masa en vacío o la masa a plena carga).

6.3 Expresión completa de la ecuación del movimiento del tren

En la expresión de la ecuación general del movimiento del tren se ha representado por F la resultante de las fuerzas longitudinales que actúan sobre el tren. Como resumen de lo expuesto, en la tabla se figuran las principales fuerzas longitudinales que actúan sobre el tren clasificadas entre las que tienden a favorecer el movimiento del tren y las que tienden a retenerlo.

Como consecuencia de la existencia de todas estas fuerzas y del efecto de las masas giratorias, la ecuación del movimiento se convierte, en su expresión más detallada (debiendo emplearse, lógicamente, unidades homogéneas), en la siguiente:

$$a = \frac{F_t + M \times g \times p - F_f - M \times g \times r - A - B \times V - C \times T_f \times V^2 - M \times \frac{600}{R}}{\left(M + \sum \left(M_{gi} \times \frac{r_i^2}{R_i^2} \right) \right)}$$

Donde la fuerza de tracción (F_t) es incompatible con la fuerza del freno (F_f), y la fuerza de la pendiente de valor p es incompatible con la fuerza de la rampa de valor r .

Por ello es conveniente ver por separado las 4 posibilidades de la expresión para la aceleración: traccionando en rampa, traccionando en pendiente, frenando en rampa y frenando en pendiente.

Para compactar la escritura, algunos factores vendrán dados por las fórmulas vistas anteriormente y resumidas en la posterior tabla, además de incluir el coeficiente de masas giratorias C_{mg} en el denominador.

Tabla 9. Resumen de las fuerzas longitudinales que actúan sobre el tren

Fuerzas aceleradoras	Fuerzas retardadoras	Depende de ...	Fórmula
	Resistencia al avance en recta y horizontal	Masa, velocidad, forma y tipo de tren	$R_{av_{hr}} = -(A + BV + CV^2)$
	Acción gravitatoria en rampa	Masa del tren, inclinación de rampa	$R_{ag} = - i \times M \times g$
Acción gravitatoria en pendiente		Masa del tren, inclinación de la pendiente	$R_{ag} = + i \times M \times g$
	Resistencia de la curva	Masa del tren, Radio de la curva	$R_{ac} = -M \times \frac{800}{R}$ $R_{ac} = -M \times \frac{600}{R}$
Esfuerzo de tracción		Potencia, velocidad, adherencia	$E_t = \text{Min}\left(+\frac{P}{V}, -(M \times K_a)\right)$
	Esfuerzo de frenado	Potencia frenado, masa, adherencia	$E_f = \text{Min}\left(-\frac{P_f}{V}, -(M \times K_a)\right)$

Notas: (1) En túnel, se añade el *Factor de túnel*, T_f que multiplica a V^2 . Con viento, aumenta el valor de esta resistencia. (2) Unidades: M, en t; Resistencias y esfuerzos, en daN; V en km/h; R en metros; P en kW; i en mm/m; A, B y C son coeficientes. K_a es el coeficiente de adherencia.

Fuente: Elaboración propia.

Posibles expresiones para la aceleración en función del estado del movimiento del tren y de la inclinación del terreno:

Tabla 10. Resumen de las fuerzas longitudinales que actúan sobre el tren

		Estado del movimiento	
		Traccionando	Frenando
Estado de la inclinación	Pendiente	$\frac{F_g + M \times g \times p + R_{av_{hr}} + R_{ac}}{MC_{mg}}$	$\frac{F_g + M \times g \times p + R_{av_{hr}} + R_{ac}}{MC_{mg}}$
	Rampa	$\frac{F_g + M \times g \times p + R_{av_{hr}} + R_{ac}}{MC_{mg}}$	$\frac{F_g + M \times g \times p + R_{av_{hr}} + R_{ac}}{MC_{mg}}$

6.4 Dinámica del tren en pendientes y rampas

6.4.1 Dinámica del tren en rampas

En la circulación en una rampa (subida) sobre el tren actúan, en el caso más general, las siguientes fuerzas:

- A favor del movimiento del tren: La fuerza de tracción (moderada)
- En contra del movimiento del tren: La resistencia al avance (incluyendo, en su caso, la resistencia de curva y de túnel); y la resistencia de la fuerza gravitatoria.

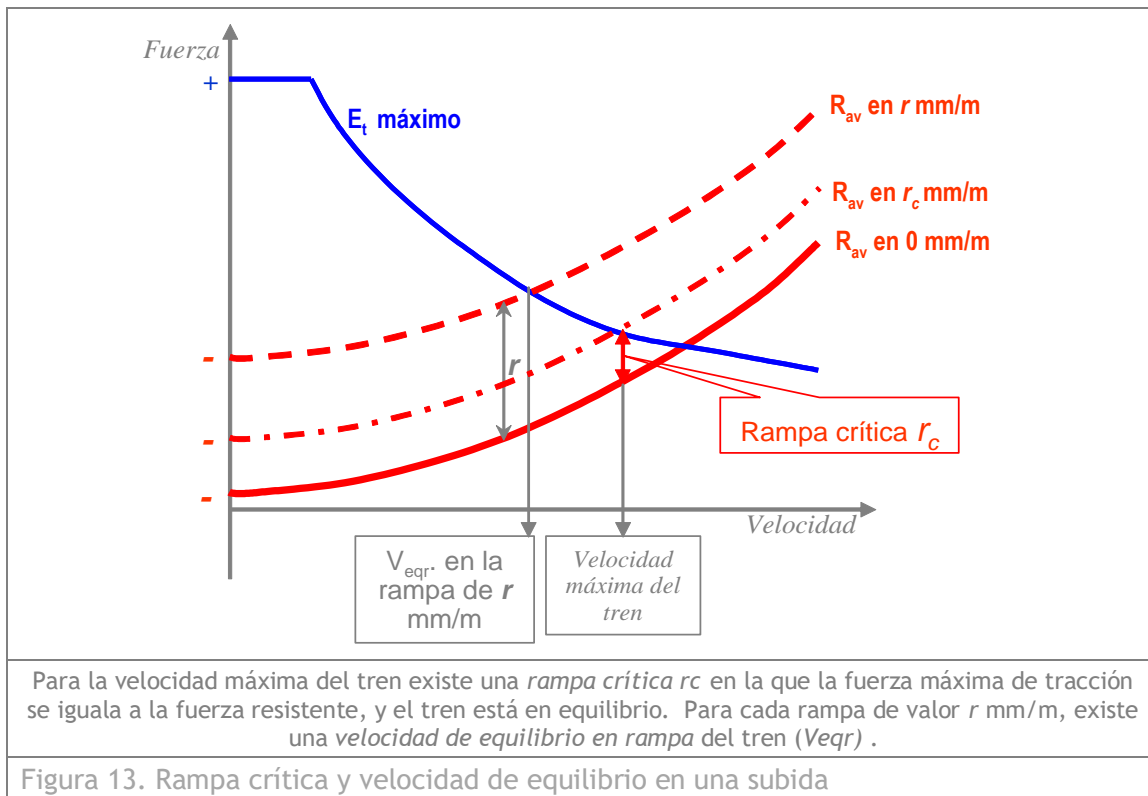


Figura 13. Rampa crítica y velocidad de equilibrio en una subida

Si la fuerza que actúa a favor del movimiento del tren es superior a las fuerzas que se oponen, el tren puede acelerarse; si es inferior, el tren reduce su velocidad. Existe una velocidad, llamada *velocidad de equilibrio en rampa* V_{eqr} (para un tren y para una rampa, r) para la cual la fuerza de tracción máxima que puede hacer el tren es igual a la suma de las fuerzas resistentes, y por tanto el tren si circula traccionando al máximo no cambia su velocidad. La velocidad de equilibrio V_{eqr} es tal que

$$\frac{P[kW]}{V_{eqr}[km/h]} = A[daN] + B[daN/(km/h)] \times V_{eqr}[km/h] + C[daN / (km / h)^2] \times T_f \times V_{eqr}^2[km / h] + M[t] \times g[m / s^2] \times r[mm / m] \times \frac{1}{10}$$

Si la *velocidad de equilibrio en rampa* es mayor que la velocidad máxima (que puede estar condicionada por las propias características del tren o por las de la infraestructura -típicamente por el radio de las curvas) el tren no precisa hacer uso de toda su fuerza de tracción para mantener en la subida su velocidad máxima. Por el contrario, si *velocidad de equilibrio* es menor que la velocidad máxima del tren, éste no podrá mantener en la rampa su velocidad máxima.

Correlativamente, para un tren, con una velocidad máxima (condicionada por las características del tren o por las curvas) le corresponde una rampa, llamada *rampa crítica* (r_c), en la que ambas fuerzas se igualan y el tren mantiene su velocidad. Si la rampa existente es mayor que la *rampa crítica*, el tren no puede aumentar su velocidad hasta llegar a la máxima, pero si la rampa existente es menor que la *rampa crítica*, le sobra potencia al tren para mantener en la subida su velocidad máxima. Para la rampa crítica (r_c), se cumple que:

$$\frac{P}{V_{max}} = A + B \times V_{max} + C \times T_f \times V_{max}^2 + M \times r_c$$

Esta idea tiene importancia en orden al diseño de la infraestructura, ya que para optimizar el sistema, las rampas y las curvas deben dimensionarse (cuando sea posible) conjuntamente y teniendo en cuenta el tipo de tren que pueda circular por la línea.

En efecto, si en una rampa determinada, se implantan curvas muy cerradas, la velocidad máxima admisible por las curvas es pequeña y puede ocurrir que los trenes, aunque tuvieran potencia para superar la rampa a una determinada velocidad, debieran que ir más despacio por el límite que impone el trazado. En sentido contrario, si se hace un esfuerzo económico importante para disponer de un trazado con pocas curvas, pero la pendiente es tan fuerte que un tren potente no puede mantener la velocidad máxima, entonces habrá sido inútil (al menos para ese tren) la rectificación del trazado.

Por ello, cuando haya que determinar los radios de una curva en una rampa se estudiará la velocidad que puede alcanzar un tren característico y se calculará el radio de las curvas en la subida para tal velocidad. (Debe tenerse en cuenta que también es bajada y que la velocidad aconsejada para la circulación de los trenes que bajan puede ser mayor)¹⁰.

Obsérvese que el valor de la rampa crítica r_c a la velocidad máxima para un tren determinado coincide con la *aceleración residual* de éste en horizontal, medida en cm/s^2 .

6.4.2 Dinámica del tren en pendientes

El análisis de la dinámica del tren en las pendientes (bajadas) muestra que actúan sobre el tren las siguientes fuerzas:

- A favor del movimiento del tren:
 - Fuerza de gravedad
 - Fuerza de tracción (moderada)
- En contra del movimiento del tren:
 - Resistencia al avance
 - Fuerza del freno (moderada, e incompatible con la fuerza de tracción).

Suponiendo, que no se hace uso de la tracción en la pendiente y que el tren circula a la velocidad máxima al entrar en ella, pueden presentarse tres casos:

1. La fuerza gravitatoria (positiva) es de valor absoluto menor que la resistencia al avance (negativa). Entonces el tren tiende a frenarse y es preciso aplicar tracción para mantener la velocidad.
2. La fuerza gravitatoria (positiva) es de valor mayor que la resistencia al avance (negativa). Entonces el tren tiende a acelerarse y es preciso aplicar el freno para que evitar que el tren rebase la velocidad máxima.
3. La fuerza gravitatoria es de valor absoluto igual a la resistencia al avance. Entonces, sin aplicar ni la tracción ni el freno, el tren mantiene la velocidad máxima en la bajada.

¹⁰ Debe observarse que las infraestructuras tienen un plazo largo desde su diseño hasta su puesta en explotación (corresponde a las fases de proyecto, construcción y pruebas) que puede llegar a ser de 6 a 10 años. Las características básicas de la infraestructura (como el radio de las curvas y rampas) no pueden ser variadas (salvo casos muy concretos) a lo largo de la vida útil de la infraestructura, y ésta es muy alta (superior a 50 años), por lo que constituye un error diseñar considerando los trenes que existen en el momento del diseño de la infraestructura, pues éstos evolucionan de forma importante hasta que la infraestructura termine su vida útil o incluso hasta que alcance su promedio de vida útil. Por ello, parece razonable prever una evolución en las potencias y velocidades máximas de los trenes que puede aconsejar que, a falta de otros datos, y si ello es posible, se consideren unas prestaciones de los trenes superiores en un 20 % a las existentes en el momento de diseño de la infraestructura.

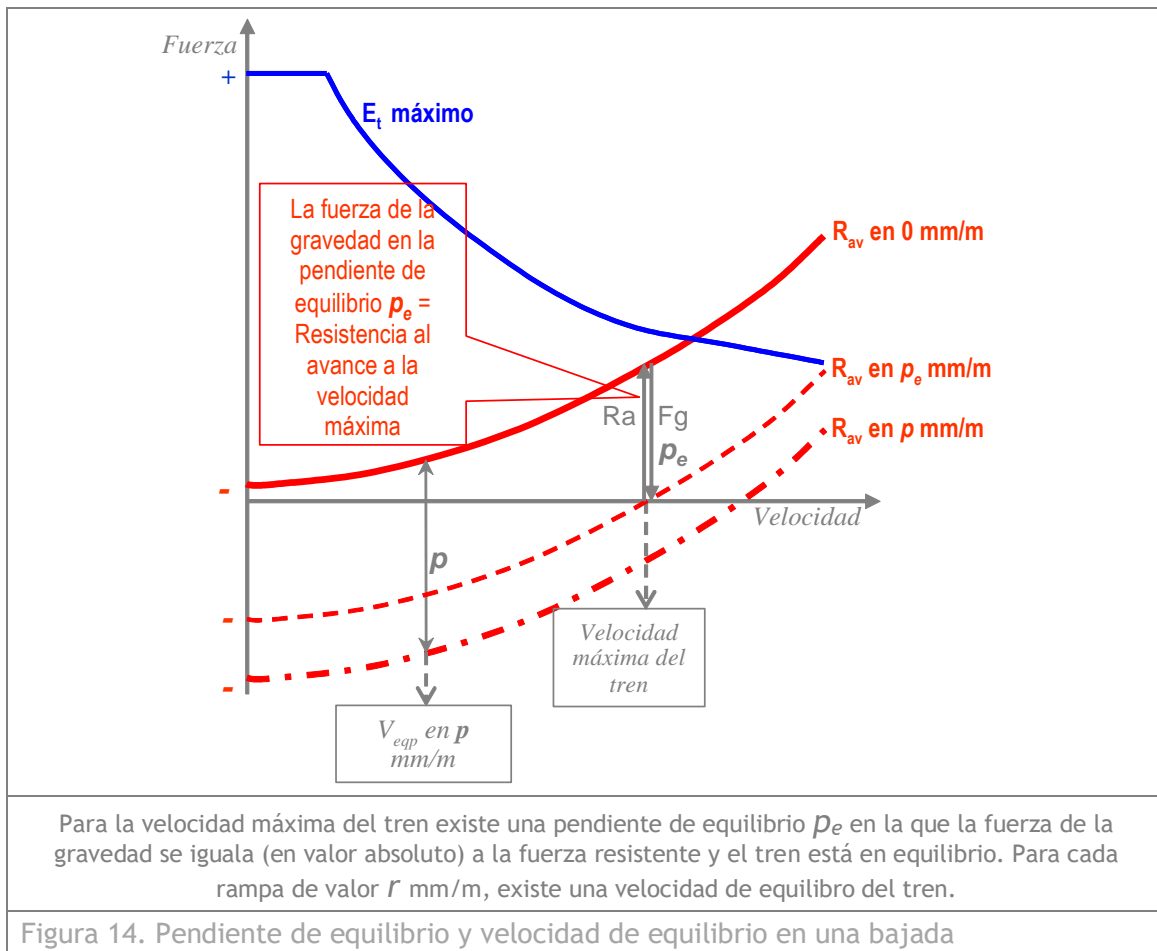


Figura 14. Pendiente de equilibrio y velocidad de equilibrio en una bajada

Pendiente de equilibrio y velocidad de equilibrio

Si denominamos la pendiente de equilibrio p_e aquella en la que, para la velocidad máxima V_{max} se igualan los valores absolutos de la resistencia al avance y la fuerza de gravedad, tendremos:

$$M \times p_e = A + B \times V_{max} + C \times T_f \times V_{max}^2,$$

de donde, despejando p_e , y sustituyendo los coeficientes absolutos por específicos, se tiene:

$$p_e = a[daN/t] + b[daN/(km/h)] \times V_{max}[km/h] + c[daN / (km / h)^2] \times T_f \times V_{max}^2$$

Y la velocidad de equilibrio en pendiente (V_{epq}) en una pendiente de valor p mm/m, es la que cumple que:

$$p = a + b \times V_{epq} + c \times T_f \times V_{epq}^2$$

Tabla 11. Ejemplo de rampas críticas y pendientes de equilibrio de diversos trenes

Dinámica en pendiente y rampa de algunos trenes representativos				Tren de mercancías	Tren clásico de viajeros	Tren Talgo Altaria	Talgo AVE serie 102	
Datos del tren				Loc.250 +15 vagones	Loc. 269 + 7 coches	Loc 252 +12 remolq.	M-12R-M	
		Masa	<i>t</i>	1.320	360	287	357	
Potencia	<i>kW</i>	4.600	3.150	5.600	8.000			
Vel.máxima	<i>km/h</i>	110	160	200	330			
Dinámica en subida (rampa)		Rampa crítica	<i>mm/m</i>	2	12	24	5	
		5 mm/m	<i>km/h</i>	97	199	282	332	
		Velocidad de equilibrio en la rampa que se indica	10 mm/m	<i>km/h</i>	79	170	259	305
			15 mm/m	<i>km/h</i>	64	145	237	278
			20 mm/m	<i>km/h</i>	53	124	216	253
			25 mm/m	<i>km/h</i>	44	106	196	230
30 mm/m	<i>km/h</i>	38	93	179	209			
Din. en bajada (pendiente)		Pendiente de equilibrio	<i>mm/m</i>	9,56	7,68	11,00	18,98	
		5 mm/m	<i>km/h</i>	67	116	118	149	
		Velocidad de equilibrio en la pendiente que se indica	10 mm/m	<i>km/h</i>	113	189	189	229
			15 mm/m	<i>km/h</i>	144	241	240	289
			20 mm/m	<i>km/h</i>	169	284	283	339
			25 mm/m	<i>km/h</i>	191	321	322	383
30 mm/m	<i>km/h</i>	211	355	356	434			

Fuente: Elaboración propia

Exceso de pendiente

El *exceso específico de altura* se define como el sumatorio de cada diferencia [en (mm/m)/km] entre la pendiente real (p_r) y la *pendiente de equilibrio* en los tramos en que la pendiente de equilibrio es mayor que la real, multiplicada por la longitud en que existe esa diferencia y dividido dicho sumatorio por la longitud total del recorrido.

$$excAlt = \frac{|\sum(p_{real} - p_{equilibrio}) \times l_{pendiente}|}{L_{linea}}$$

Este indicador tiene la utilidad de que se relaciona directamente con la parte de energía potencial que es disipada en el frenado en las pendientes para no rebasar la velocidad máxima.

A modo de ejemplo veamos cómo se calcula el exceso específico de altura para un tramo de la línea de alta velocidad Madrid-Barcelona. Primero se calcula la pendiente de equilibrio p_e para la velocidad máxima de la línea, es decir, para 300 km/h:

$$p_e = -(0,75 + 0,0065 \times 300 + 0,00012 \times 300^2) = 13,5mm / m$$

A continuación, para aquellas pendientes que superen la pendiente de equilibrio se calcula el exceso de altura:

Tabla 12. Ejemplo de cálculo del exceso de altura para diversas velocidades máximas en la LAV de Madrid-Barcelona

km inicio	Pendiente real (mm/m)	Exceso de altura (mm)
150,645	16,500	0
152,448	-5,001	0
153,718	-16,601	-7.439
156,117	-0,024	0
158,185	-25,011	-21.272
160,033	-24,963	-30.778
162,718	-25,011	-43.719
166,516	5,004	0
171,081	-25,011	-35.063
174,127	-15,298	-1.654
175,047	-15,537	-2.709

Fuente: Elaboración propia

Y a partir del exceso de altura en cada tramo se calcula el exceso específico de altura como el valor absoluto de la suma de los excesos de altura entre la longitud total de la línea:

$$excAlt = \frac{|-142.639|}{24,402} = 5845,2mm / km$$

Como se puede observar, la pendiente de equilibrio y en consecuencia el exceso específico de altura depende directamente de la velocidad máxima de la línea. A modo de ejemplo se muestra a continuación la pendiente de equilibrio de la línea de alta velocidad Madrid-Barcelona a diferentes velocidades y el exceso específico de altura resultante.

Tabla 13. Incidencia de la velocidad máxima en la pendiente de equilibrio

Velocidad (km/h)	Pendiente de equilibrio (mm/km)	Madrid-Barcelona	Barcelona-Madrid
		Exceso de altura	Exceso de altura
200	-6,85	3.479	2.537
210	-7,41	3.299	2.383
220	-7,99	3.118	2.227
230	-8,59	2.940	2.074
240	-9,22	2.760	1.922
250	-9,88	2.579	1.776
260	-10,55	2.403	1.638
270	-11,25	2.225	1.505
280	-11,98	2.042	1.371
290	-12,73	1.861	1.237
300	-13,50	1.680	1.107
310	-14,30	1.500	981
320	-15,12	1.326	855
330	-15,96	1.164	740
340	-16,83	1.007	630
350	-17,73	859	535

6.5 Consideración conjunta de la pendiente y la rampa

En las líneas ferroviarias (siempre que son de vía única y casi siempre aunque sean de vía doble), la misma plataforma (y por ello con el mismo perfil) se emplea para circular en ambos sentidos, por lo que las rampas para los trenes que circulan en un sentido, se convierten en pendientes para los trenes que circulan en el contrario.

Ello sugiere la conveniencia de asumir que el valor de la rampa o pendiente es la misma, y como para la misma rampa o pendiente la velocidad de equilibrio en subida no es, normalmente igual a la velocidad de equilibrio en bajada, es conveniente analizar conjuntamente ambos efectos.

En la tabla se pueden ver para cuatro trenes representativos (un mercancías de tamaño medio-grande; un tren convencional de viajeros de 160 km/h; un tren Talgo *Altaria* con máquina de gran potencia, poco peso y 200 km/h; y un Talgo de Alta Velocidad); los valores más característicos para las rampas y pendientes. En concreto, se señalan la rampa y pendiente crítica para cada uno, así como las velocidades de equilibrio en diversas rampas, y en diversas pendientes.

Puede observarse que la *rampa crítica* depende de forma muy importante de la potencia del tren o, más exactamente, de la relación entre potencia y masa (es más elevada con cociente de potencia/masa alto) y también de la velocidad máxima (la rampa crítica es menor cuanto mayor es la velocidad); mientras que la *pendiente de equilibrio* no depende de la potencia del tren, ni de su masa de forma significativa, y está más relacionada con la forma y características aerodinámicas del tren y sobre todo con su velocidad máxima (a mayor velocidad máxima, mayor pendiente de equilibrio).

Los radios de curva necesarios para que un tren pueda aprovechar toda su potencia de tracción en la subida y no tenga que frenar en la bajada están condicionados por la siguiente regla aproximada: En las inclinaciones no muy fuertes (orientativamente menores de 17 mm/m), es más restrictivo el criterio de no aprovechar la tracción en la subida, es decir, es este criterio el que obliga a radios de curva más amplios; por el contrario, en tramos de fuerte inclinación (más de 17 mm/m) la condición más restrictiva para optimizar el trazado en planta es la de no frenar en la bajada, siendo ésta la condición que impone radios más amplios.

6.6 Representación gráfica de los esfuerzos de tracción, freno y resistencias

Casi todas las fuerzas longitudinales que actúan sobre un tren varían con la velocidad, por lo que es muy frecuente representar en un gráfico todas estas fuerzas en función de la velocidad.

Cada tren se puede asociar a un gráfico en el que se representan:

- Las *curvas de tracción* (esfuerzo de tracción-velocidad), que suelen tener dos tramos: uno aproximadamente horizontal (con el esfuerzo limitado por la adherencia) y otro descendente (limitado por la potencia). Un mismo tren, según los grupos motores que tenga en funcionamiento, puede tener diferentes curvas de tracción.
- *Curvas de freno dinámico* (o eléctrico) (esfuerzo de frenado de servicio-velocidad) que están también limitadas por la adherencia, existiendo diferentes curvas para las diferentes potencias de freno de un mismo tren.
- Curvas de *resistencia al avance*, que son una familia de curvas paralelas, cada una de las cuales corresponde a una pendiente o rampa. Comoquiera que la fuerza de la gravedad es proporcional a la masa y al valor de la pendiente, siendo la masa constante para un mismo tren, las distancias verticales en el gráfico, además de fuerzas, pueden representar pendientes, de forma que cada una de las curvas de resistencia al avance correspondiente a una pendiente está separada de otra (paralela correspondiente a otra pendiente) una cantidad fija que es proporcional a la diferencia de pendientes. Estas curvas se representan con valores negativos para facilitar la resolución gráfica de la ecuación del movimiento (es decir, la resistencia al avance es siempre negativa, pues se opone al movimiento del tren y su valor está representado en el eje de abscisas como si fuera positivo).

Cuando el tren está en tracción, la distancia vertical entre la curva de esfuerzo de tracción (que puede ser cualquier curva por debajo de la que representa el esfuerzo máximo) y la curva de la resistencia al avance (correspondiente a la pendiente o rampa en la que se encuentra) es la fuerza aceleradora del tren. Por lo tanto, la velocidad máxima a la que puede circular el tren está gráficamente determinada por la intersección entre la curva del esfuerzo tractor máximo y la resistencia al avance en la rampa en que se encuentre.

En el gráfico, como ejemplo, se pueden observar estas curvas para el tren *Talgo 350*, de alta velocidad, serie Renfe 102.

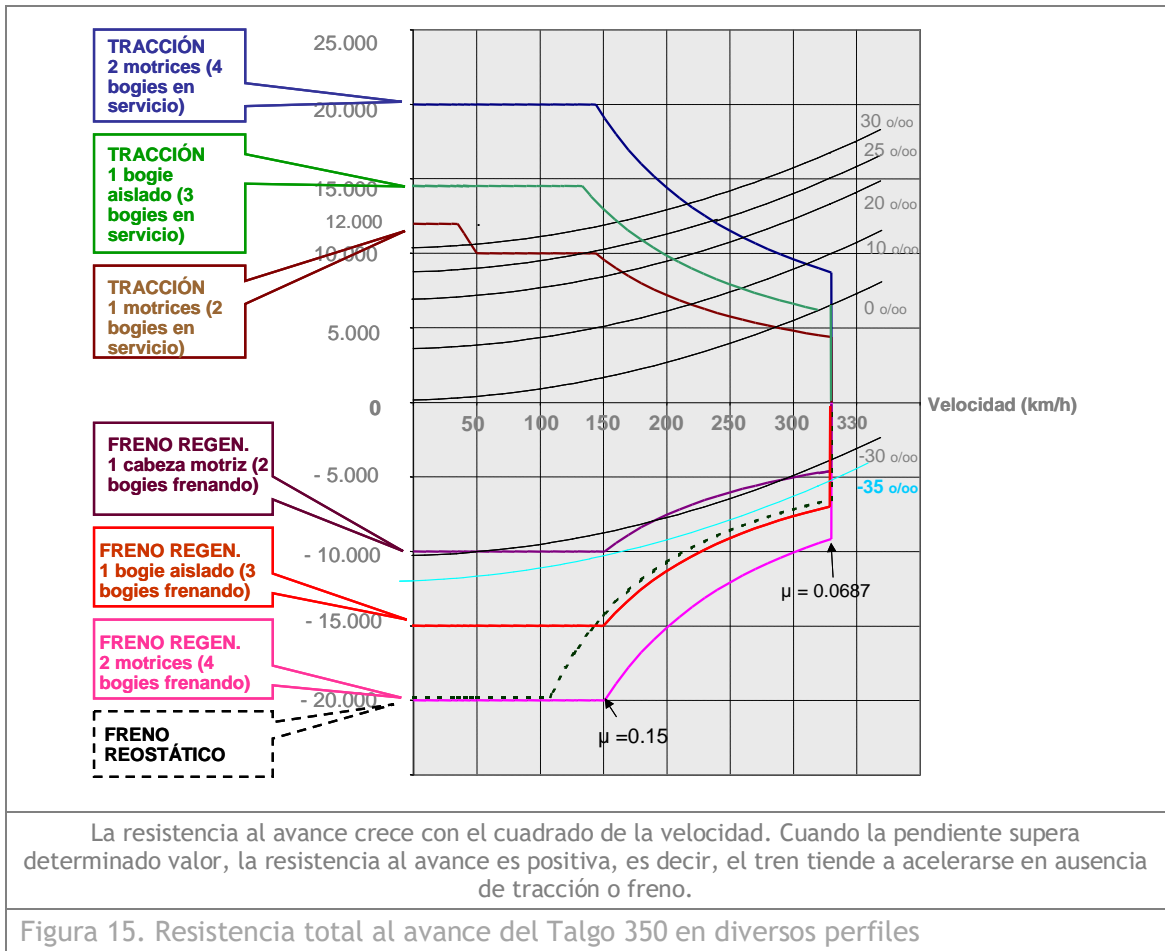




Foto: Renfe

7. CARGA MÁXIMA DE UN TREN

En la explotación ferroviaria es necesario en muchos casos conocer cuál es la masa máxima de un tren para que pueda arrancar y circular correctamente. La cuestión se plantea fundamentalmente en los trenes formados por locomotora y coches y vagones, para saber cuántos coches o vagones se pueden agregar al tren y cuál es la masa total que se puede mover. Si la masa que debe llevar el tren es mayor que la que puede remolcar en condiciones normales, es preciso disponer de doble tracción (o asumir los riesgos de fiabilidad derivados de una tracción insuficiente).

En el caso de los trenes indeformables, se supone que tienen una masa adecuada para circular normalmente con la potencia y el freno de que disponen, pues han sido diseñados conociendo su masa. Pese a ello, el cálculo de la masa máxima puede ser relevante en los casos en los que la tracción está limitada por avería, o que la adherencia disminuya o cuando el tren debe ser remolcado por otro vehículo.

Hay cuatro criterios que limitan la masa máxima de un tren para una determinada tracción dada:

- El tren debe poder arrancar en el caso de que quede detenido en un punto cualquiera de la línea, y debe poder acelerar para alcanzar la velocidad adecuada de una forma razonable.
- El tren debe poder mantener una velocidad compatible con la normal explotación de la línea en todas las rampas y pendientes. Para ello, ha de ser capaz de realizar una fuerza tractora superior a las resistencias que se oponen al movimiento. Esta fuerza tractora puede estar limitada por la potencia disponible o por la adherencia, ya que, como hemos expuesto, el coeficiente de adherencia se reduce con la velocidad.
- No deben superarse los esfuerzos admisibles en los ganchos que unen entre sí los distintos vehículos del tren, aunque este límite no sólo es función de la carga total del tren, sino de en qué parte del tren están dispuestas las locomotoras

- El tren debe poder mantener sus prestaciones de frenado (posibilidad de frenar en la distancia requerida en función del tipo de señalización). Aún cuando normalmente al aumentar la masa del tren (por agregación de más vehículos) también aumenta la potencia del freno, es preciso comprobar si las prestaciones de frenado se mantienen en el nivel deseado en función del perfil de la línea y de las velocidades del tren. También puede ocurrir que, siendo la potencia de frenado suficiente, la aplicación continuada de los frenos de fricción pueda provocar un calentamiento excesivo de éstos, por lo que deba de considerarse el uso del freno dinámico (total o parcialmente), lo que supondría, en pendientes muy prolongadas, limitar la masa o la velocidad del tren. Esta cuestión, siendo importante, se estudia más en el campo del frenado de los trenes que la dinámica ferroviaria en un sentido amplio.

7.1 Masa máxima de un tren para su circulación correcta

La masa máxima admisible de un tren (con unas prestaciones de tracción determinadas) para su correcta circulación, puede llegar a ser muy alta si no se pone en relación con las condiciones de aceleración, velocidad o capacidad requeridas de reaccionar ante incidencias. Por eso, la masa máxima (o las prestaciones exigibles a la tracción para una masa del tren dada) deben definirse en función de unas determinadas condiciones de explotación que se estiman como coherentes con la explotación normal. También el problema puede ser enfocado al revés (con una visión más propia del diseño de trenes indeformables): para una masa conocida, determinar las características de tracción que le permiten alcanzar unas prestaciones razonables.

7.1.1 Enfoque de la aceleración media y residual

Las normas de interoperabilidad (ETI) del subsistema de material rodante de alta velocidad, fijan las aceleraciones medias en horizontal, que se estiman necesarias para “garantizar la correcta compatibilidad con otras operaciones ferroviarias”. Estos valores se concretan en aceleraciones medias que deben ser conseguidas desde el arranque hasta una velocidad final (en principio, la nominal del tren) y además fija una aceleración residual a la velocidad máxima¹¹. Los valores concretos son los siguientes:

¹¹ La *aceleración residual en horizontal a la velocidad máxima* tiene poco sentido en sí misma, puesto que, si el tren circula a esa velocidad, ya no tiene que acelerar. En la práctica, tiene dos significados: la rapidez con la que puede llegar a esa velocidad máxima (y, como la aceleración disponible no cambia bruscamente con la velocidad, la aceleración existente a la velocidad máxima es muy parecida a la existente a velocidades próximas pero inferiores a la máxima). Por otra parte, y como se mostrará más adelante, la aceleración residual a la velocidad máxima (en cm/s^2) expresa la rampa máxima (en mm/m) en la que el tren puede mantener su velocidad máxima.

Tabla 13. Prestaciones de tracción exigidas por las ETI en horizontal.

Velocidad inicial (km/h)	Velocidad final (km/h)	Aceleración mínima (m/s ²)
0	40	0,48
0	120	0,32
0	160	0,17
Aceleración residual exigida a 300 km/h		
300		0,05
Fuente: ETI Alta Velocidad		

También señala la misma ETI que, por motivos de “disponibilidad, circulación y seguridad en el paso de túneles”, los trenes deberán cumplir (en cuanto su potencia/masa) otras condiciones adicionales:

- Las prestaciones se alcanzarán con la tensión eléctrica media de alimentación disponible en el pantógrafo, con arreglo a lo especificado en la ETI de Energía.
 - Si se avería un módulo de tracción, el tren no deberá perder más del 25% de su potencia nominal, ó si se avería un elemento de alimentación de tracción, al menos el 50 % de los módulos de tracción deberán poder permanecer en funcionamiento.

Resulta obvio que, para unos equipos de tracción predeterminados, estas prestaciones limitan la masa remolcable o que (analizando la cuestión en sentido inverso), para una masa determinada, exigen unas prestaciones de tracción al tren. El cálculo de la aceleración alcanzable entre 0 km/h y la velocidad máxima del tren y de la aceleración residual a la velocidad máxima puede hacerse por aplicación de las ecuaciones de movimiento del tren.

7.1.2 Enfoque de la velocidad mínima en rampa

Otro enfoque de las prestaciones a exigir (diferente del de predeterminar una aceleración mínima), consiste en establecer la velocidad mínima que debe alcanzar el tren en una rampa determinada (por ejemplo, la rampa característica de la línea) manteniendo una cierta aceleración residual. Este enfoque es útil en líneas con rampas largas y pronunciadas en las que los trenes de mercancías muy pesados pueden llegar a obtener velocidades medias bajas y ser, en ciertas condiciones, incompatibles con la circulación normal.

Para el cálculo de la masa máxima que puede ser remolcada en una rampa de valor r (mm/m) a una velocidad V (km/h) es preciso aplicar la fórmula de la ecuación del movimiento considerando una aceleración residual a esta velocidad de equilibrio de a_{res} (m/s²). La expresión matemática es la siguiente:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{F_t - (R_a + r)}{a_{res}} \approx \frac{\frac{P \times 100 \times 3,6}{V} - (A + B \times V + C \times V^2) - r}{a_{res}}$$

7.2 Limitación de la masa máxima por la fuerza de los enganches

La limitación de la masa del tren por la resistencia de los enganches, tiene en consideración, como dato de partida, la fuerza que pueden transmitir los enganches entre los vehículos (con valores del orden de 850 kN) y el coeficiente de seguridad aplicable a dicha fuerza (tras lo que la fuerza realmente admisible pasa a ser de 360 o 420 kN en el gancho de tracción). Esta resistencia limita la carga que se puede remolcar a la siguiente:

$$C_{argaeng} = \frac{36 \times 10^3}{r[daN / t] + (i[mm/m] + 1)}$$

Donde i es el perfil de la rampa ficticia de la línea (mm/m) y r es resistencia específica al avance del material remolcado (daN/t). El enganche que está sometido a una fuerza mayor es el que enlaza la locomotora con el tren; si en el tren hay varias locomotoras, el enganche crítico es el que une la última de ellas con el tren. Pero si las locomotoras no están todas ellas en cabeza del tren, es preciso repartir la fuerza que puede hacer cada locomotora y analizar cómo se reparte a lo largo del tren la fuerza correspondiente.



Figura 16. Tren de mercancías para el transporte de mineral entre Teruel y Valencia con dos máquinas en cabeza y dos en cola.

Arenillas (2006) señala que esta fuerza admisible tenderá a crecer pues en los nuevos enganches se solicitan con una carga de rotura de 1.350 kN lo que implica un esfuerzo admisible de 570 kN.

7.2.1 Dinámica del tren en el arranque

El problema de la dinámica del tren en el arranque puede analizarse desde tres puntos de vista diferentes, con sendos objetos diferenciados:

- El estudio de la dinámica del arranque pretende conocer el valor adecuado del binomio potencia/masa que permite alcanzar unas prestaciones compatibles con la explotación normal. En este sentido, el tren debe poder arrancar en todas las condiciones en la rampa

máxima de la línea, y debe hacerlo con la suficiente aceleración como para poder inscribirse de forma armónica en la circulación de la línea.

- En otros casos, se trata de dimensionar los elementos que pueden ayudar al tren en su arranque, por ejemplo, carros de arrastre, cabrestantes, etc.
- Finalmente puede tratarse de estudiar la posibilidad de que el tren se ponga en movimiento en deriva en un determinado punto de la línea.

La experiencia demuestra que, en los vehículos actuales, con rozamientos internos reducidos, es perfectamente posible observar valores de la resistencia específica al avance con el tren parado, de -1,5 a -2 daN/t. Por ello, la fórmula general de resistencia al avance se podría aplicar desde $V=0$ con un mínimo incremento (0,5 daN/t?) El error, aunque lo hubiera, no es relevante para el cálculo de las marchas o tiempos de viaje o consumos de los trenes.

Prestaciones en el arranque de un tren para su compatibilidad con la explotación

Para arrancar, el tren debe poder realizar una fuerza de tracción superior a la *resistencia al avance con $V=0$* . La *resistencia al arranque*, normalmente se expresa en forma de resistencia específica (respecto a la masa del tren) ya que, a velocidad muy próxima a cero, la resistencia sólo se compone de la resistencia mecánica y de la fuerza de la gravedad (si hubiera rampa), y estas fuerzas son, como hemos expuesto, proporcionales a la masa del tren.

La *resistencia específica al arranque en horizontal* (que designaremos r_{a0h}) incluye el esfuerzo necesario para iniciar el movimiento del tren en horizontal a bajas velocidades y para acelerarlo. Se estima convencionalmente en 4 daN/t para iniciar el movimiento, y se exige, además, una fuerza mínima para acelerar el tren que se fija en 3 daN/t en horizontal. Por ello, la *resistencia específica al arranque en horizontal* se estima en 7 daN/t.

En rampa, se presenta una mayor resistencia al arranque, debido por una parte a la resistencia de la propia rampa, y por otra a que los enganches entre los vehículos están más tensados. Para tener en cuenta este último efecto, se establece la siguiente tabla de valores de la *resistencia específica en el arranque en rampa* (r_{a0r}) en función de la rampa:

i (mm/m)	r_{a0r} (daN/t)
Hasta 15	7
15-20	8
21-25	9
26-29	10
30-33	11
34-37	12
38-41	13
42-45	14
Más de 45	15

Al esfuerzo necesario para superar esta resistencia hay que sumar el necesario para vencer la fuerza de la gravedad debida a la rampa, cuyo valor (en daN) coincide con el valor de la rampa

en milésimas. [Por ejemplo, para una pendiente de 10 mm/m el esfuerzo específico necesario en el arranque será: $7 + 10 = 17$ daN/t].

Las ETI de alta velocidad exigen que un tren, con su carga normal y con un módulo de tracción fuera de servicio, pueda arrancar en la rampa o pendiente máxima que puede encontrarse, con una aceleración residual del orden de $0,05$ m/s². Será posible que este régimen de arranque se mantenga durante 10 minutos y que el tren alcance una velocidad de 60 km/h.

Dimensionamiento de elementos para ayudar al arranque de un tren

Si el problema de dinámica que se plantea tiene por objeto dimensionar ciertos elementos que en ocasiones se emplean para poner en marcha los trenes (por ejemplo, carros de arrastre, cabrestantes, etc.) deben suponerse, para garantizar el funcionamiento fiable, valores superiores de la resistencia específica al arranque, del orden -4 a -5 daN/t para comenzar a mover el tren, aunque en este caso no es preciso disponer de ninguna aceleración residual, en el supuesto normal de que el elemento tractor pueda mantener esta fuerza mientras deba de mover el tren.

Naturalmente a este valor hay que sumar el de la fuerza necesaria para vencer la acción de la gravedad (que puede afectar a la totalidad o a parte del tren) y la resistencia de curva si una parte del tren estuviera en curva.

Arranque en deriva de un tren

El conocimiento de la dinámica del tren en su arranque es relevante para saber si el tren, si no está frenado, se podría poner en movimiento por el efecto de la gravedad en una determinada pendiente. Recuérdese que, como la fuerza de la gravedad en el sentido de la marcha del tren es de valor $M \times p'$, si la resistencia al avance del tren en horizontal (para $V=0$) es A (en daN) y la *resistencia específica* es a (en daN/t), un tren sin frenado ni tracción se movería por su propio peso siempre que se verifique que:

$$A < M \times p'$$

o, lo que es lo mismo,

$$a < p'$$

Los textos clásicos de explotación ferroviaria apuntaban valores de la resistencia al arranque permitían suponer que, en ausencia del viento, el tren no podía ponerse en marcha en deriva en pendientes menores de 3 a 5 mm/m. Sin embargo, los vehículos modernos son mucho más suaves en su movimiento, y se ha comprobado que pueden ponerse en marcha, incluso en ausencia de viento, en pendientes de 1,5 mm/m.

7.3 Determinación práctica de la carga máxima remolcable por una locomotora

El cálculo de las cargas máximas remolcables por las locomotoras, desde el punto de vista de la explotación, tiene por objeto garantizar para cada máquina y para cada tramo de línea:

- La fluidez de la circulación. En condiciones normales, se asegura la capacidad de arrastre de la carga, la adherencia, la resistencia de los ganchos de tracción y el arranque de la composición.
- La integridad de las locomotoras, evitando averías y deterioros prematuros de sus órganos derivados de un exceso de carga.

Las cargas máximas soportadas por las locomotoras españolas en la Red Ferroviaria de Interés General se especifican en el documento “Cuadro de Cargas Máximas” que edita Adif. El sistema de determinación de las cargas máximas utilizado en este documento se sustenta en valorar las siguientes magnitudes:

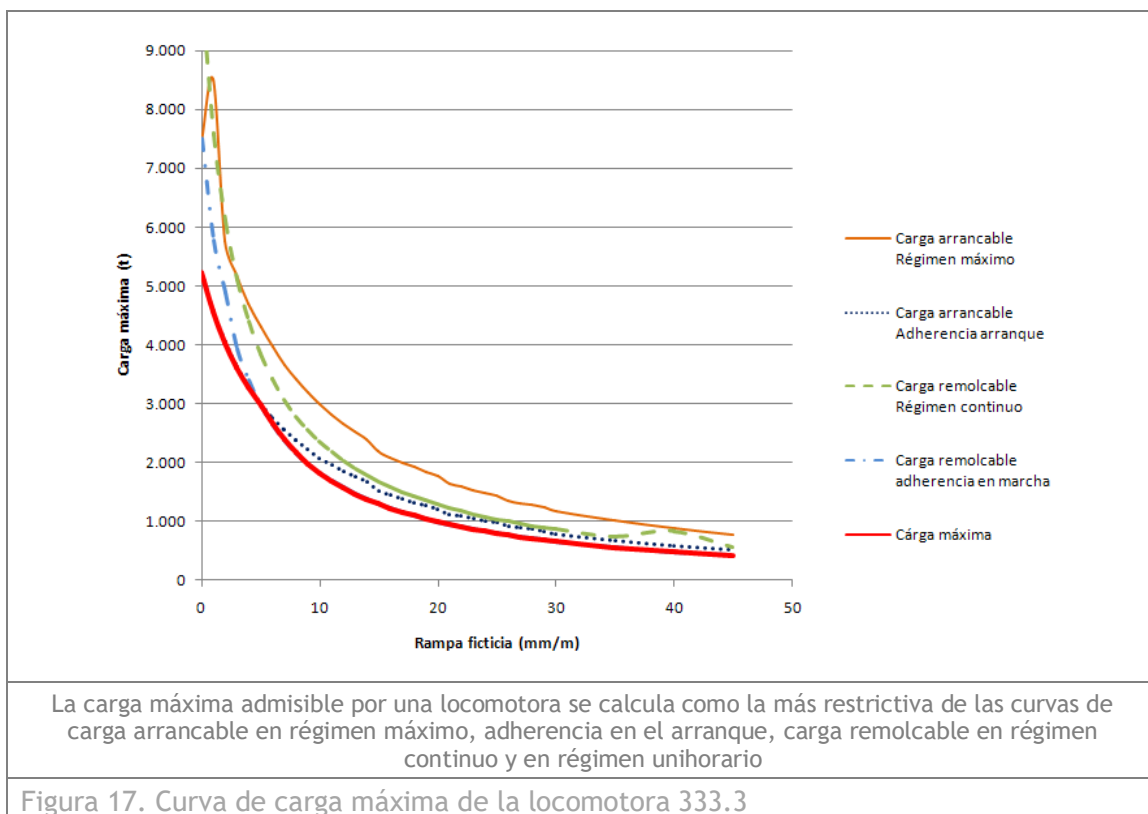
- La “rampa característica” del tramo a recorrer.
- La carga máxima de cada locomotora en función de la “rampa característica”.

La metodología para el cálculo se encuentra descrita en el documento “Determinación de cargas máximas y rampas características” publicado por Renfe en 2001.

A partir de los datos de potencia de la locomotora, esfuerzo máximo por adherencia, límite de esfuerzo admisible por los enganches y resistencia al avance del tren, se pueden calcular para cada locomotora una carga (masa) máxima para cada una de las siguientes condiciones:

- Esfuerzo máximo de arranque. Esfuerzo máximo en llanta que puede desarrollar una locomotora durante el arranque y en un periodo breve de tiempo.
- Adherencia en el arranque. Esfuerzo tractor máximo en llantas que puede ejercer una locomotora durante el periodo de arranque sin patinar.
- Esfuerzo en régimen continuo. Esfuerzo máximo que puede desarrollar indefinidamente la locomotora sin dañar sus elementos constituyentes
- Esfuerzo en régimen unihorario. Esfuerzo máximo que se puede desarrollar de manera continua durante una hora, partiendo de los equipos fríos y sin afectar los elementos constituyentes de la locomotora.
- Adherencia en la marcha. Límite por adherencia del esfuerzo tractos que se establece durante la marcha.

La carga máxima de cada locomotora es la correspondiente al menor valor de cada una de las cinco condiciones impuestas anteriormente.



7.3.1 Cargas máximas remolcables por máquinas españolas

Las siguientes figuras muestran las cargas máximas (en toneladas) para locomotoras eléctricas según el Cuadro de Cargas Máximas (en toneladas remolcables), en función de la “rampa característica” del trayecto.

Tabla 15. Cargas máximas (t) en función de la rampa características para locomotoras eléctricas

Rampa caract.	SERIES DE LOCOMOTORAS ELÉCTRICAS							
	250 V	250 M	251 V	251 M	252	253	269.0 269.1	269.2 V 269.3 V 269.5 V
0	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500
1	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500
2	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2260
3	2470	2500	2500	2500	2380	2500	2500	1930
4	2230	2500	2500	2500	2150	2500	2380	1690
5	1990	2500	2270	2500	1960	2500	2120	1500
6	1790	2500	2030	2500	1800	2310	1900	1340
7	1620	2500	1840	2500	1660	2130	1720	1210
8	1480	2450	1670	2420	1540	1980	1580	1110
9	1360	2260	1530	2230	1440	1840	1450	1020
10	1260	2090	1420	2060	1350	1730	1340	940
11	1170	1950	1310	1920	1270	1620	1250	870
12	1090	1830	1220	1790	1200	1530	1170	810
13	1020	1720	1140	1680	1130	1450	1090	760
14	960	1620	1070	1580	1070	1370	1030	710
15	900	1530	1010	1490	1020	1240	970	670
16	850	1450	950	1410	970	1180	920	630
17	810	1370	900	1340	920	1130	870	600
18	760	1310	850	1270	880	1080	830	570
19	730	1250	810	1210	850	1040	790	540
20	690	1190	770	1150	810	1000	750	510
21	660	1140	730	1100	780	920	720	490
22	630	1090	700	1050	750	890	690	470
23	600	1050	670	1010	720	860	660	450
24	580	1000	640	970	690	830	630	430
25	550	970	610	930	670	800	610	410
26	530	930	590	900	650	750	580	390
27	510	900	560	860	620	730	560	380
28	490	870	540	830	600	710	540	360
29	470	840	520	800	580	690	520	350
30	450	810	500	780	570	650	500	340
35	380	690	420	660	490	550	430	280
40	320	600	360	570	420	480	370	240
45	280	520	310	500	370	420	320	210

Tabla 16. Cargas máximas (t) en función de la rampa características para locomotoras eléctricas

Rampa caract.	SERIES DE LOCOMOTORAS ELÉCTRICAS								
	269.2 M 269.3 M 269.5 M 269.8	269.35	269.4 269.6	269.7	269.75	269.85	269.9	269.95	279
0	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500
1	2500	2500	2280	2500	2500	2500	2500	2500	2500
2	2500	2500	1920	2500	2500	2500	2260	2500	2500
3	2500	2500	1650	2300	2500	2500	1930	2260	2410
4	2250	2500	1450	2000	2500	2500	1690	2000	2110
5	2000	2500	1290	1760	2500	2500	1500	1790	1870
6	1800	2500	1160	1580	2500	2500	1340	1620	1680
7	1640	2500	1050	1420	2500	2500	1210	1480	1530
8	1500	2500	960	1300	2500	2500	1110	1360	1400
9	1380	2500	880	1190	2400	2500	1020	1250	1290
10	1280	2340	820	1100	2210	2500	940	1160	1190
11	1190	2180	760	1020	2050	2380	870	1080	1110
12	1110	2040	710	950	1910	2220	810	1020	1030
13	1040	1920	660	890	1790	2080	760	950	970
14	980	1810	620	830	1680	1960	710	900	910
15	930	1710	580	790	1580	1860	670	850	860
16	880	1620	550	740	1490	1760	630	800	810
17	830	1540	520	700	1410	1660	600	760	770
18	790	1460	490	670	1340	1580	570	730	730
19	750	1390	470	630	1280	1500	540	690	700
20	720	1330	450	600	1210	1440	510	660	670
21	690	1270	430	570	1160	1380	490	630	640
22	660	1220	410	550	1110	1320	470	600	610
23	630	1170	390	520	1060	1260	450	580	580
24	600	1120	370	500	1010	1200	430	560	560
25	580	1080	360	480	970	1160	410	540	540
26	560	1040	340	460	940	1120	390	510	520
27	540	1000	330	440	900	1080	380	500	500
28	520	960	320	430	870	1040	360	480	480
29	500	930	300	410	830	1000	350	460	460
30	480	900	290	400	800	960	340	450	450
35	410	760	240	330	680	820	280	380	380
40	350	660	210	290	580	700	240	330	330
45	310	570	180	250	500	620	210	280	290

Tabla 17. Cargas máximas (t) en función de la rampa características para locomotoras diésel

Rampa caract.	SERIES DE LOCOMOTORAS DIESEL								
	310	311	312.1	312.3	319.2	319.3 <small>Sin calefacción</small>	319.3 <small>Con calefacción</small>	319.4	321
0	2360	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500
1	2050	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500	2500
2	1820	2500	2480	2500	2500	2500	2500	2500	2500
3	1630	2500	2220	2500	2500	2500	2500	2500	2350
4	1470	2330	2010	2500	2410	2500	2500	2500	2120
5	1340	2130	1840	2500	2200	2410	2430	2500	1940
6	1230	1960	1690	2360	2020	2130	2150	2500	1740
7	1140	1810	1530	2140	1870	1910	1920	2500	1560
8	1060	1680	1390	1950	1730	1730	1740	2300	1410
9	980	1570	1270	1790	1580	1570	1580	2100	1290
10	910	1480	1170	1650	1450	1450	1450	1930	1180
11	840	1390	1080	1530	1340	1330	1340	1790	1090
12	780	1310	1000	1430	1240	1240	1240	1660	1010
13	730	1240	930	1340	1160	1150	1160	1550	940
14	680	1180	880	1260	1090	1080	1080	1460	880
15	640	1070	820	1180	1020	1010	1020	1370	830
16	600	1020	780	1120	960	950	960	1290	780
17	570	980	730	1060	910	900	900	1220	740
18	540	940	690	1000	860	850	850	1160	700
19	510	900	660	950	820	810	810	1100	660
20	480	860	630	910	780	770	770	1050	630
21	460	800	600	870	740	730	730	1000	600
22	440	770	570	830	710	700	700	960	570
23	420	740	540	790	670	670	670	910	540
24	400	720	520	760	650	640	640	880	520
25	380	700	500	730	620	610	610	840	500
26	370	650	480	700	590	580	590	810	480
27	350	630	460	670	570	560	560	780	460
28	340	610	440	650	550	540	540	750	440
29	330	600	430	630	530	520	520	720	420
30	310	560	410	600	510	500	500	700	400
35	260	480	350	510	430	420	420	590	340
40	220	420	290	440	360	350	360	510	280
45	190	360	250	380	310	310	310	440	240

Tabla 18. Cargas máximas (t) en función de la rampa características para locomotoras diésel

Rampa caract.	SERIES DE LOCOMOTORAS DIESEL							
	333.0	333.2 <small>sin calefacción</small>	333.2 <small>con calefacción</small>	333.3	333.4	334	335	354
0	2500	2500	2500	2500	2500	2300	2500	2500
1	2500	2500	2500	2500	2500	1830	2500	2500
2	2500	2500	2500	2500	2500	1520	2500	2500
3	2500	2500	2500	2500	2500	1300	2500	2500
4	2500	2500	2500	2500	2500	1130	2500	2320
5	2300	2230	2480	2500	2500	990	2500	2080
6	2050	1990	2280	2500	2330	890	2500	1850
7	1850	1790	2070	2390	2090	800	2500	1670
8	1680	1630	1870	2220	1900	720	2400	1510
9	1540	1490	1710	2080	1740	660	2250	1380
10	1410	1370	1570	1950	1600	610	2110	1280
11	1310	1270	1450	1830	1480	560	2000	1180
12	1220	1180	1350	1730	1380	520	1890	1100
13	1140	1100	1250	1620	1290	490	1780	1030
14	1070	1030	1170	1520	1210	450	1670	960
15	1000	970	1100	1410	1140	430	1560	910
16	940	920	1040	1340	1070	400	1490	860
17	890	870	980	1280	1010	380	1410	810
18	850	820	930	1210	960	360	1340	770
19	800	780	880	1150	910	340	1270	730
20	760	740	840	1100	870	320	1210	690
21	730	710	800	1050	830	300	1160	660
22	690	670	760	1000	790	290	1110	630
23	660	640	730	960	760	270	1060	610
24	630	620	690	920	730	260	1020	580
25	610	590	670	880	700	250	980	560
26	580	570	640	850	670	240	940	540
27	560	540	610	820	640	230	900	520
28	540	520	590	780	620	220	870	500
29	520	500	570	760	600	210	840	480
30	500	480	550	730	570	200	810	460
35	420	400	460	620	480	160	690	390
40	360	340	390	540	410	130	600	340
45	310	300	340	470	360	110	520	290

Puede observarse que, como se ha señalado anteriormente, las diversas tecnologías de control del patinaje y deslizamiento tienen efectos importantes en la capacidad de carga las locomotoras. Comparando las máquinas de las series 319.200, 319.400 y 335 (de un peso similar), se observa en líneas con rampas características de 15 milésimas, las primeras (con control de deslizamiento), pueden remolcar 1.020 toneladas; las segundas (con sistema de control de patinaje) pueden llegar a 1.370 toneladas; y las terceras (con mejoras adicionales), un total de 1.577 toneladas

A continuación, se muestran dos gráficas que comparan las cargas máximas admitidas por varias locomotoras, eléctricas y diésel. Como se puede observar, no necesariamente las locomotoras de más potencia son las que tienen mayor capacidad de remolque, ya que en muchas ocasiones, ésta parece condicionada por otros factores como la adherencia en el arranque o en la marcha.

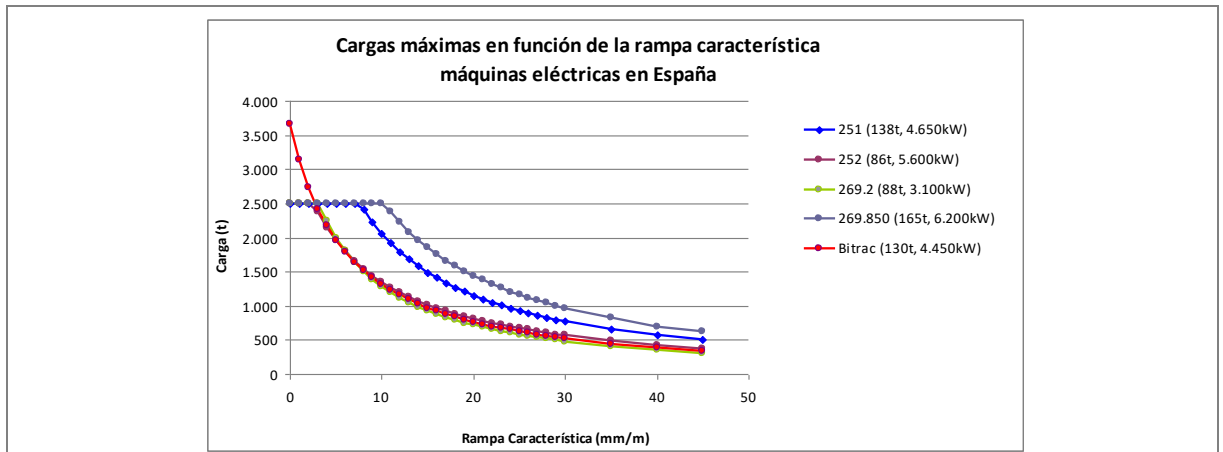


Figura 18. Cargas máximas (t) en función de la rampa característica para locomotoras eléctricas

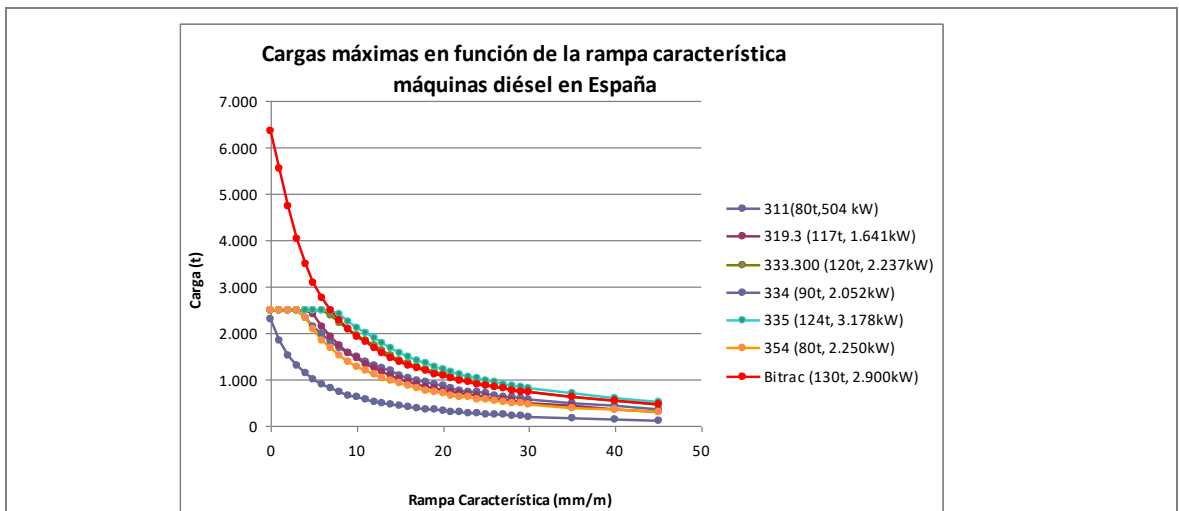


Figura 19. Cargas máximas (t) en función de la rampa característica para locomotoras diésel

II. CINEMÁTICA FERROVIARIA



Foto: Renfe

8. Introducción: Cinemática Ferroviaria

La cinemática es la parte de la física que se ocupa del movimiento (velocidad y trayectoria) de los cuerpos con independencia de las fuerzas que lo producen. En el ferrocarril la trayectoria está determinada por el trazado de la vía y por ello la cinemática aplicada al ferrocarril estudia los tiempos que emplea un tren para desplazarse, considerando tanto su velocidad máxima como su capacidad de aceleración y deceleración (valores éstos que están determinados por la dinámica).

Una idea de la máxima importancia al estudiar la cinemática ferroviaria es que el tren solo puede hacer unas fuerzas relativamente pequeñas tanto para acelerar como para decelerar. Ello es debido a la reducida adherencia que existe entre la rueda metálica del tren y el carril metálico. Esta adherencia es mucho menor que la adherencia que existe entre los neumáticos de goma de los vehículos de carretera y el asfalto o el firme de la propia carretera.

Como consecuencia de ello, en el ferrocarril las aceleraciones y deceleraciones son menores que las que se pueden obtener en vehículos de carretera, y por lo tanto el tren necesita más distancia para acelerar y para frenar. Cualquier parada, limitación o reducción de velocidad supone al tren una pérdida de tiempo relativamente importante. Conocer estos tiempos (cuánto tiempo se pierde por hacer parada) es importante para poder planificar las paradas de los trenes para poder valorar su conveniencia.

Los ámbitos de estudio más importantes afectados por la cinemática son:

Los relacionados con la distancia de parada, relevante a efectos de calcular la distancia entre señales y diversos aspectos relacionados con los pasos a nivel.

Los relacionados con el tiempo perdido por una parada, una reducción o una limitación de velocidad.

En las siguientes secciones se procederá a explicar y determinar los tiempos y distancias necesarias, ya sea para reducir la velocidad o para detener un tren.

Distancia y tiempo empleado en una parada o en una limitación de velocidad

Para la correcta estimación del tiempo que representa una parada, así como de la distancia necesaria para detener un tren, es necesario conocer las prestaciones del material rodante (velocidad máxima, aceleración y deceleración¹²).

Los valores de la aceleración pueden estar en el rango de 0,4 m/s² a 1 m/s² y las deceleraciones pueden ser algo mayores.

Trenes	Veloc. Tipo (km/h)	Aceleración (m/s ²)		Deceleración (m/s ²)	
		0-170 km/h	>170 km/h	0-170 km/h	>170 km/h
Mercancías	120	0,3		0,4	
Larga Distancia	220	0,4		0,6	
Regional	140	0,6		0,8	
Cercanías	120	0,8		1	
Alta Velocidad	300	0,4	0,25	0,35	0,6

Tabla 19 Velocidad tipo, aceleración y deceleración medias orientativas según tipo de tren.

Fuente: González Franco, 2020

La inclinación de la línea influye en el tiempo y la distancia necesaria en el proceso de aceleración y/o deceleración: con inclinaciones negativas (pendientes) los tiempos y las longitudes para acelerar son menores, debido a que la fuerza de la gravedad ayuda al tren a alcanzar la velocidad necesaria, y al revés ocurre en una subida (rampa).

Proceso de deceleración: distancia y tiempo

La distancia recorrida por un tren en su proceso de deceleración depende de la velocidad a la que circule el tren en el momento que comienza la reducción de velocidad y de la deceleración.

Para un tren de alta velocidad pasar de 300 a 0 km/h en horizontal puede suponer casi 3 minutos y recorrer más de 7 kilómetros en la deceleración. Un tren de cercanías que circula a 120 km/h puede detenerse en menos de 600 metros empleando 33 segundos.

	Pendiente rampa (mm/m)	0 (horizontal)		-10 (pendiente)		10 (rampa)			
		Velocidad inicial (km/h)	Velocidad final (km/h)	Tiempo (s)	Distancia (m)	Tiempo (s)	Distancia (m)	Tiempo (s)	Distancia (m)
Mercancías		120	0	83	1.389	111	1.840	67	1.115
Larga distancia		220	0	102	3.112	122	3.720	87	2.675
Regional		140	0	49	945	56	1.077	43	842
Cercanías		120	0	33	556	37	616	30	506
Alta Velocidad		300	0	177	7.389	224	9.306	146	6.099

Tabla 20. Distancia y tiempo necesarios para detener un tren dependiendo de la velocidad inicial, tipo de tren e inclinación

Fuente: González Franco, 2020.

Proceso de aceleración: distancia y tiempo empleado

La distancia recorrida por un tren en su proceso de aceleración depende de: ① la velocidad final que alcanza tras el proceso de aceleración); y ② de su aceleración.

¹² Es importante emplear el término *deceleración* para referirse a una fase del movimiento del tren en el que este reduce su velocidad (sea frenando o no) por cualquier causa, mientras que se denomina *frenado* a la fase del movimiento en la cual el tren aplica una fuerza retardadora (freno) originada dentro del vehículo con independencia de que, en la fase del frenado, el tren acelere o decelere.

Un tren de alta velocidad necesita aproximadamente 10 kilómetros partiendo del reposo hasta alcanzar su velocidad máxima (300 km/h) y tarda unos 255 segundos; mientras que un tren de cercanías necesita 700 metros aproximadamente y unos 42 segundos para alcanzar la velocidad de 120 km/h.

A continuación, se muestra de manera gráfica la distancia y el tiempo empleado en una parada para diferentes tipos de servicios en función de la velocidad de inicio y fin.

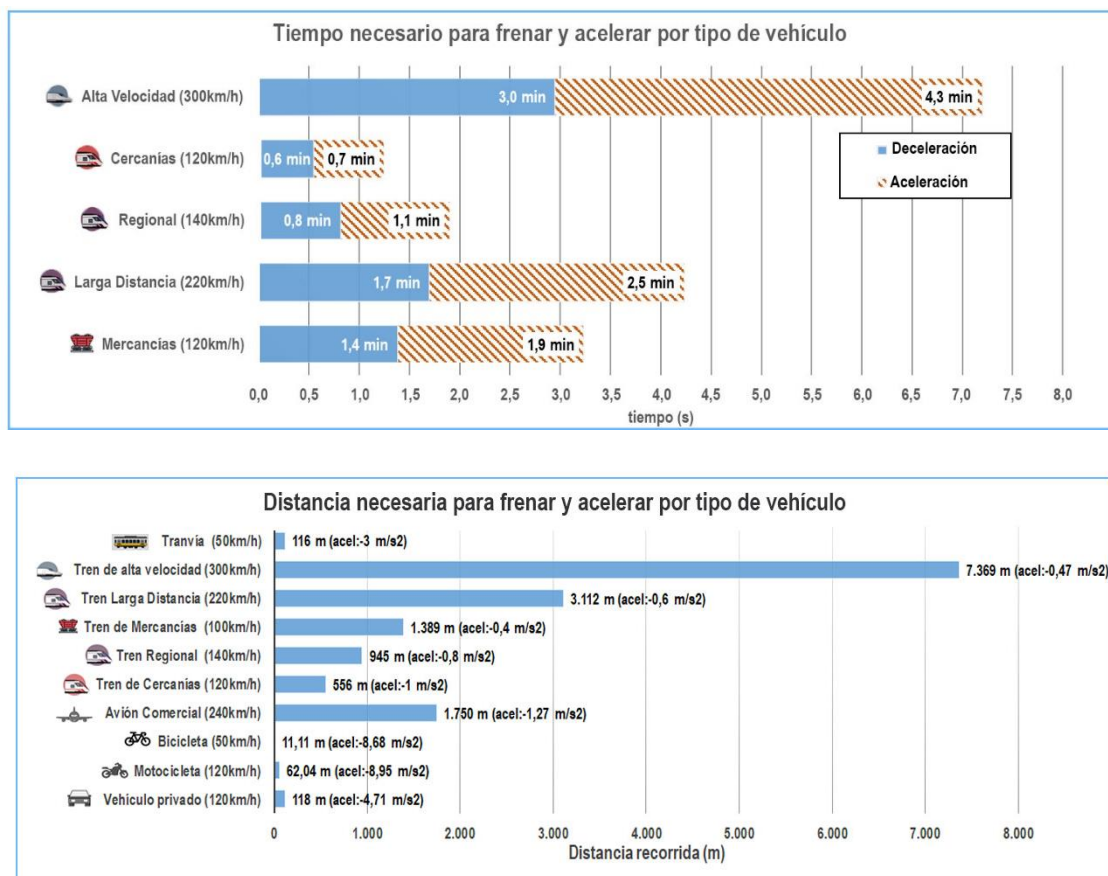


Figura 20. Tiempo y distancia necesario para decelerar y acelerar antes y después de una parada dependiendo del tipo de tren.

Elaboración propia

Si se realiza una comparación del ferrocarril con otros modos de transporte puede observarse que el tren es el modo de transporte que necesita una mayor distancia para frenar, lo que condiciona fuertemente su explotación.

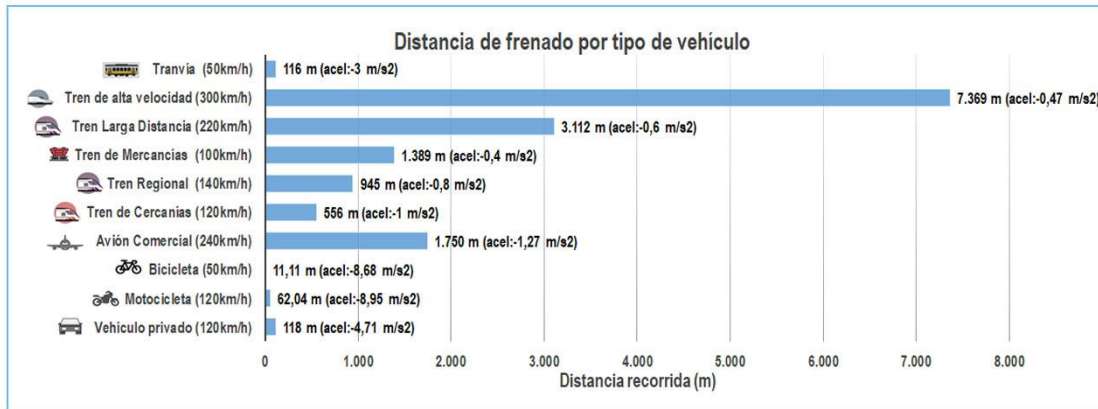


Figura 21. Distancia de frenado para diferentes tipos de vehículos desde su velocidad máxima.

Elaboración propia

Una de las razones de esta mayor distancia de frenado es que el tren tiene una velocidad de inicio de frenado mayor que el resto de los modos (300 km/h). Sin embargo, aunque es una de las causas, no es la más importante, pues la aceleración y/o deceleración juegan también un papel muy importante.

Si se equiparan las velocidades de inicio de frenada (120 km/h) el tren sigue necesitando más distancia para frenar, pues su baja deceleración (por su menor adherencia) limita su capacidad de frenado. Así, un tren de cercanías precisa 556 metros para detenerse partiendo de 120 km/h y un automóvil solo 118 metros comenzado el freno desde la misma velocidad.

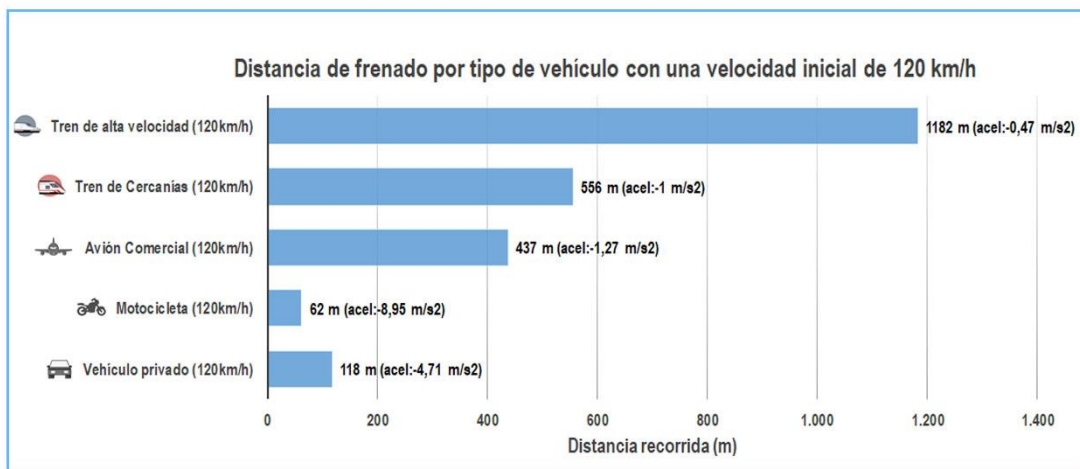


Figura 22. Distancia de frenado para la misma velocidad de inicio de frenada y para diferentes tipos de vehículo

Elaboración propia

Tiempo perdido en las limitaciones de velocidad y en las paradas

El tiempo perdido en las paradas y limitaciones de velocidad debe incluirse en el tiempo total de viaje y supone un incremento muy relevante para los trenes con muchas paradas (por ejemplo, metros o cercanías) o los que circulan en líneas con un perfil muy heterogéneo de velocidades y numerosas limitaciones de velocidad.

Tiempo perdido en una limitación de velocidad

Para el cálculo del tiempo perdido en una limitación de velocidad, se definen tres tramos: ① un tramo en el que se produce una reducción de velocidad (con una deceleración determinada); ② un segundo tramo en el que el tren mantiene la velocidad limitada; y ③ tramo en el que el tren recupera velocidad (con una aceleración determinada).

A modo de ejemplo, un tren de alta velocidad pierde aproximadamente 5 minutos en una reducción de velocidad a 40 km/h de 2 kilómetros de longitud, mientras que el resto de los servicios perderían entre 2,3 y 3,6 minutos.



Figura 23. Tiempo perdido en una limitación de velocidad de 40 km/h de 2 kilómetros.

Elaboración propia

Tiempo perdido en las paradas

Una parada equivale a una reducción de velocidad, en el que la velocidad final es igual a cero.

El tiempo perdido por una parada (sin tener en cuenta el tiempo que el tren está parado) toma valores desde los 38 segundos hasta los 3,5 minutos dependiendo del tipo de tren y, por lo tanto, de su deceleración y de la velocidad a la que empieza a frenar.

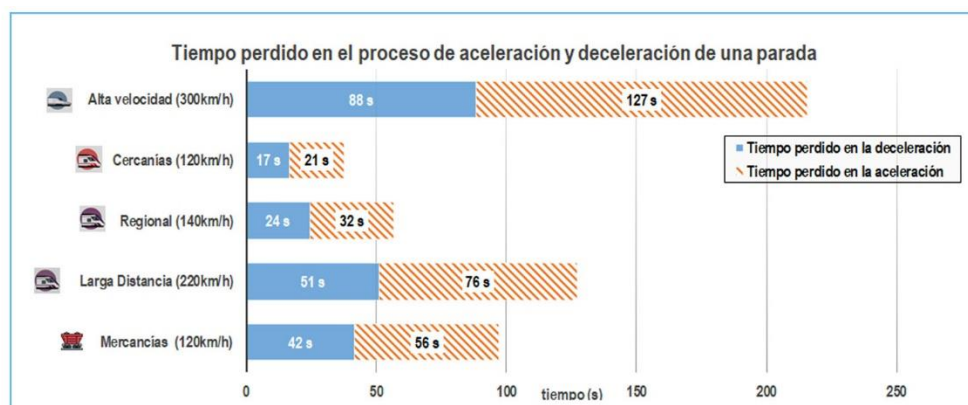


Figura 24. Tiempo perdido en el proceso de aceleración y deceleración para una parada para diferentes tipos de tren.

Elaboración propia

Además de este tiempo calculado es necesario añadir el tiempo de parada.

Posicionamiento de las señales

Otro campo de estudio importante en el que la cinemática tiene un papel fundamental es el relativo al posicionamiento de las señales.

La entrada de las estaciones se protege mediante la señal ubicada a una distancia variable que puede llegar a ser de 400 metros antes del primer desvío de la estación.

Como el maquinista necesita conocer la información que muestra la señal de entrada, ya que el tren necesita una gran distancia para frenar, es preciso instalar otra señal, llamada *señal avanzada*, que informa de la indicación de la señal de entrada.

La distancia a la que se coloca la señal avanzada con respecto a la señal de entrada, debe ser como mínimo la distancia de frenado con freno de servicio más un tiempo de reacción del

maquinista y otro de los sistemas embarcados (suele considerarse 4 segundos a cada uno de ellos). Adicionalmente, se suele incluir en la formulación un factor de seguridad (30 %).

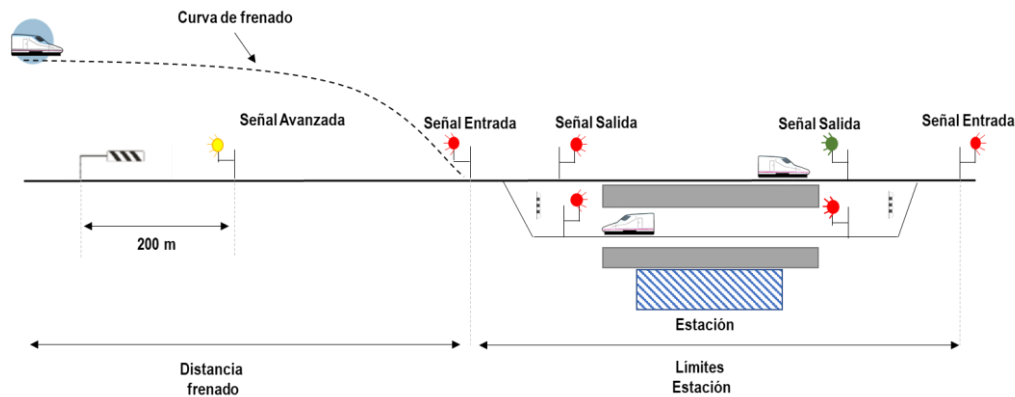


Figura 25. Esquema básico de la disposición de señales en una estación.

Elaboración propia

Por tanto, como se ha mencionado anteriormente, la disposición de la señal de avanzada dependerá básicamente de las características del vehículo, como son la velocidad máxima y deceleración, así como de las características de la vía (velocidad máxima del tramo y pendiente o rampa).

Tabla 21. Tiempo perdido en una parada para diferentes tipos de tren.

Tipo 1: Mercancías										
Proceso Deceleración						Proceso Aceleración				
Velocidades (km/h)	T. decelerar desde Vmax (s)	Longitud tramo deceleración	T. total proceso deceleración	T.en recorrer el tramo a Vmax	T. Perdido dec.	T. aceleración desde 0 km/h	Longitud tramo aceleración	T. total proceso deceleración	T.en recorrer el tramo a Vmax	T. Perdido aceleración
100	69,4	964,5	69,4	34,7	34,7	92,6	1.286,0	92,6	46,3	46,3
Tipo 2: Larga Distancia										
Proceso Deceleración						Proceso Aceleración				
Velocidades (km/h)	T. decelerar desde Vmax (s)	Longitud tramo deceleración	T. total proceso deceleración	T.en recorrer el tramo a Vmax	T. Perdido dec.	T. aceleración desde 0 km/h	Longitud tramo aceleración	T. total proceso deceleración	T.en recorrer el tramo a Vmax	T. Perdido aceleración
220	101,9	3.112,1	101,9	50,9	50,9	152,8	4.668,2	152,8	76,4	76,4
Tipo 3: Regional										
Proceso Deceleración						Proceso Aceleración				
Velocidades (km/h)	T. decelerar desde Vmax (s)	Longitud tramo deceleración	T. total proceso deceleración	T.en recorrer el tramo a Vmax	T. Perdido dec.	T. aceleración desde 0 km/h	Longitud tramo aceleración	T. total proceso deceleración	T.en recorrer el tramo a Vmax	T. Perdido aceleración
140	48,6	945,2	48,6	24,3	24,3	64,8	1.260,3	64,8	32,4	32,4
Tipo 4: Cercanías										
Proceso Deceleración						Proceso Aceleración				
Velocidades (km/h)	T. decelerar desde Vmax (s)	Longitud tramo deceleración	T. total proceso deceleración	T.en recorrer el tramo a Vmax	T. Perdido dec.	T. aceleración desde 0 km/h	Longitud tramo aceleración	T. total proceso deceleración	T.en recorrer el tramo a Vmax	T. Perdido aceleración
120	33,3	555,6	33,3	16,7	16,7	41,7	694,4	41,7	20,8	20,8
Tipo 5: Alta Velocidad										
Proceso Deceleración						Proceso Aceleración				
Velocidades (km/h)	T. decelerar desde Vmax (s)	Longitud tramo deceleración	T. total proceso deceleración	T.en recorrer el tramo a Vmax	T. Perdido dec.	T. aceleración desde 0 km/h	Longitud tramo aceleración	T. total proceso deceleración	T.en recorrer el tramo a Vmax	T. Perdido aceleración
300	176,8	7.368,7	176,8	88,4	88,4	254,6	10.609,6	254,6	127,3	127,3

Además, de este tiempo calculado es necesario añadir el tiempo de parada, pues mientras el tren está parado se produce un incremento del tiempo perdido con respecto a que el tren realizase la parada.

III. BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA

- Alberdi Hernández, J. M. (1986). Determinación de las cargas máximas de las locomotoras. *Carril*, (26), 15-20.
- Alcol, A. (2004). *Resistencia al avance y aerodinámica de trenes*, Transparencias para clases del Máster de Sistemas Ferroviarios (ICAI-UPCO)
- Alcol, A. (2010). *Aerodinámica de trenes de alta velocidad*. Apuntes del Master Universitario en sistemas Ferroviarios (ICAI-UPCO)
- Alonso, J. M. (2004). *Conceptos aerodinámicos sobre el movimiento de los trenes*. Carta a Alberto García Álvarez de 7 de junio de 2004.
- Alonso Cadenas, Alejandro (2019): Proyecto fin de Máster de Sistemas Ferroviarios y Tracción Eléctrica UPC-Vilanova: *Estudio de los efectos de la resistencia a la entrada de aire*.
- Armstrong DS, & P. H. Swift. (1990). *Lower energy technology. Part A, identification of energy use in multiple units. Report MR VS 077*. Derby.
- Andersson, E.; Lucaszewicz, P. (2006): *Energy consumption and related air pollution for Scandinavian electric passenger trains*, ed.: Royal Institute of Technology, KTH, Estocolmo.
- Arenillas J. (1986): *La tracción en los ferrocarriles españoles*, Gire, Renfe, Madrid.
- Arenillas, J. (2004) *Material rodante. Trenes de Alta velocidad*, UPCO, Apuntes Máster de Sistemas Ferroviarios ICAI:
- Arenillas, J. (2006) *Tracción. Cuestiones técnicas básicas*, UPCO, Apuntes Máster de Sistemas Ferroviarios ICAI.
- Ávila Sanz, F.; Barroso Fernández, M. T.; Hernández Redondo, R. et al., (1999): *Estado del arte en los estudios e investigaciones sobre la aplicabilidad de frenos aerodinámicos en trenes de alta velocidad. Experiencia en automotores*, ed: Fundación de los Ferrocarriles Españoles / Gestor de Infraestructuras Ferroviarias, Madrid.
- Bernard, M. (1971) : *L`aerodynamique des trains*, en *Revue Générale des Chemins de Fer*, nº de febrero de 1971, París).
- Bernard, M. (1974) : *Connaissances nouvelles sur la résistance à l`avancement à très grande vitesse (Expérimentation du TGV 001)*, en *Revue Générale des Chemins de Fer*, nº de octubre de 1974, París)
- Bernard, M. y Guiheu, M. (1976) : *Mesures récentes de la résistance a l`avancement de matériels roulants*, en *Revue Générale des Chemins de Fer*, nº de abril de 1976, Paris).
- Davis, W. (1926). *The tractive resistance of electric locomotives and cars*. Schenectady N.Y.: General Electric.
- Estrada Guijarro, J. (2003-2007): *Diversas notas particulares enviadas al autor*.
- García-Lomas, J. M. (1956): *Tratado de explotación de ferrocarriles. Tomo segundo: el material móvil*, ed.: Escuela de Ingenieros de Caminos, Madrid.
- Glöckle, H. (1996): *Características aerodinámicas de los túneles en el tráfico de alta velocidad*, en *ETR*, num. 45.
- Groote, P. de (1954): *Tratado de explotación de los transportes*, Aguilar, Madrid.
- Guiheu, M. (1982) : *La résistance a l`avancement des rames TGV-PSE bilan des études et des résultats des mesures*, en *Revue Générale des Chemins de Fer*, nº de enero de 1982, París).

- Kim, S. W.; Won, H. B.; Kim, Y. G.; y Park, T. W. (2006): **Calculation of resistance to motion of a high-speed train using acceleration measurements in irregular coasting conditions**, IMechE (Institution of Mechanical Engineers) Vol. 220 Part F: J. Rail and Rapid Transit, Seúl.
- Lezáun, L.E.; Abad, J.; Martínez Gómez, F.; y Mata, J. (1998): **Problemas de Mecánica general y aplicada. Aniversario del ferrocarril 1848-1998**, Egido editorial, Zaragoza.
- Lobo Pires, Cassiano. (2000). **Engenharia elétrica ferroviária e metroviária: do trólebus ao trem de alta velocidade**. Grupo Gen - LTC.
- López Martínez J.M. y Herrero, J.J. (2008): “**Notas sobre los valores del coeficiente de resistencia a la rodadura**”, Nota Técnica *EnerTrans/12*. Ed.: Grupo gestor del proyecto Enertrans (www.enertrans.es).
- López Pita, A. (1998a): **Pendulación, basculación y construcción de infraestructuras ferroviarias: Opciones alternativas y complementarias**, ed.: Ministerio de Fomento, GIF y Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid.
- López Pita, A. (2008): **Explotación de líneas de ferrocarril**; ed: UPC colección TTT. ISBN: 978-84-8301-956-6. EAN: 9788483019566
- Lucaszewicz, P. (1996 aprox.) **Running resistance of ore trains in Sweden**, ed.: Royal Institute of Technology, KTH, Estocolmo.
- Melis, M.; de Matías, I.; Alonso, J.M.; Navarro, J.L.; y Tasis, J.L. (2001): **Túneles para trenes de Alta Velocidad: Fricción y ondas producidas por el tren**, en *Revista de Obras Públicas*, nº 3.415, noviembre de 2001, Madrid.
- Melis, M.; González Fernández, F. (2002): **Ferrocarriles Metropolitanos**, Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid.
- Peyrat, M. (1960 aprox.): **Horarios, marchas tipo; cargas máximas; velocidades máximas**. (documento de la consultoría encargada por Renfe a Soferail en los años 60). Ed. traducida al castellano y publicada por la Dirección de Gestión de Capacidades de Adif en 2005.
- Oliveros, Fº.; Mejía, M.; y Rodríguez Méndez, M. (1982): **Tratado de explotación de ferrocarriles: planificación**, Ed. Rueda, Madrid.
- Rochard, B. P.; Schimid, F. (2000): **A review of methods to measure and calculate train resistances**, IMechE (Institution of Mechanical Engineers) Vol. 214 Part F, Seúl.
- Santos Peñalver, J. (2006): **Estudio comparativo sobre el consumo de energía y emisiones de los distintos modos de transporte de viajeros**. Proyecto Fin de Carrera de ingeniería industrial del ICAI (Universidad Pontificia de Comillas), dirigido por Alberto García Álvarez.
- Suárez Muñoz, J.R. (1987). **Aerodinámica de los vehículos ferroviarios**. *Revista Carril*, número 20, julio 1987. Pág. 53 a 61. Barcelona.
- Vossloh (2008). **Euro 4000. Determinación de las cargas máximas**. Documento de trabajo. Versión A0 de 11-03-08.

TEXTOS NORMATIVOS

- Decisión de la Comisión Europea de 30 de mayo de 2002 sobre la Especificación Técnica de Interoperabilidad (ETI) relativa al subsistema “Material Rodante” del sistema ferroviario transeuropeo de alta velocidad. (DO L 245 de 12.9.2002).
- Renfe, Gerencia de Gestión de Capacidades, UN de Circulación, “Norma Técnica GGC 6, de determinación de las cargas máximas y rampas características”, Madrid, 2001.

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

Figuras

Figura 1. Ejes de coordenadas para los estudios de la dinámica longitudinal ferroviaria.	2
Figura 2. Porcentaje de energía consumida debida a la entrada de aire.	11
Figura 3. Variación del coeficiente C en relación con la longitud del tren.	23
Figura 4. Movimiento relativo del viento respecto al tren.	26
Figura 5. Valores del coeficiente corrector del ángulo del viento.	27
Figura 6. Resistencia al avance en horizontal para varios tipos de trenes.	32
Figura 7. Peso relativo de los componentes de la resistencia al avance y gravitatoria (caso en 11,2 mm/m del Talgo 350)	33
Figura 8. Resistencia al avance en curva en función del radio y del ancho de vía.	36
Figura 9. Variación del coeficiente de curvas en función de la velocidad.	39
Figura 10. Resistencia longitudinal debida a la gravedad.	43
Figura 11. Resistencia total al movimiento del tren de alta velocidad Talgo de la serie 112 en diversos perfiles.	43
Figura 12. Fuerza de tracción limitada por potencia y por adherencia en máquinas 251 y 252	52
Figura 13. Rampa crítica y velocidad de equilibrio en una subida.	60
Figura 14. Pendiente de equilibrio y velocidad de equilibrio en una bajada.	62
Figura 15. Resistencia total al avance del Talgo 350 en diversos perfiles.	67
Figura 16. Tren de mercancías para el transporte de mineral entre Teruel y Valencia con dos máquinas en cabeza y dos en cola.	71
Figura 17. Curva de carga máxima de la locomotora 333.3.	74
Figura 18. Cargas máximas (t) en función de la rampa característica para locomotoras eléctricas.	79
Figura 19. Cargas máximas (t) en función de la rampa característica para locomotoras diésel	79

Tablas


Tabla 1. Criterios de caudal de renovación de aire en función de las plazas en la ficha UIC 553 norma UNE-EN 1329	12
Tabla 2. Criterios de caudal de renovación de aire en los Pliegos de condiciones de los trenes de alta velocidad de Renfe de 2001	13
Tabla 2. Valores orientativos del coeficiente de resistencia aerodinámica (Cx) para diversos vehículos de transporte	17

Tabla 3. Variación del coeficiente C, y de la densidad del aire con la presión y temperatura	25
Tabla 4. Coeficientes absolutos y específicos de las fórmulas de resistencia al avance en diversos trenes convencionales	30
Tabla 5. Coeficientes absolutos y específicos de las fórmulas de resistencia al avance en diversos trenes de alta velocidad	31
Tabla 6. Coeficiente de curvas de algunas líneas españolas	38
Tabla 7. Coeficiente de curvas en líneas metropolitanas y tranviarias	39
Tabla 8. Prestaciones mínimas de los frenos en la ETI de Alta Velocidad	49
Tabla 9. Resumen de las fuerzas longitudinales que actúan sobre el tren	58
Tabla 10. Resumen de las fuerzas longitudinales que actúan sobre el tren	59
Tabla 11. Ejemplo de rampas críticas y pendientes de equilibrio de diversos trenes	63
Tabla 12. Ejemplo de cálculo del exceso de altura para diversas velocidades máximas en la LAV de Madrid-Barcelona	64
Tabla 13. Prestaciones de tracción exigidas por las ETI en horizontal.	70
Tabla 14. Resistencia específica en el arranque en función de la rampa	72
Tabla 15. Cargas máximas (t) en función de la rampa características para locomotoras eléctricas	75
Tabla 16. Cargas máximas (t) en función de la rampa características para locomotoras eléctricas	76
Tabla 17. Cargas máximas (t) en función de la rampa características para locomotoras diésel ...	77
Tabla 18. Cargas máximas (t) en función de la rampa características para locomotoras diésel ...	78
Tabla 21. Tiempo perdido en una parada para diferentes tipos de tren.	86

Agradecimientos

Los autores quieren expresar su agradecimiento por su colaboración en la elaboración de este libro a cuantas personas e instituciones han prestado su apoyo y colaboración. Especialmente a M^o Pilar Martín Cañizares, Alfonso Alcol, Ignacio Ribera, José Manuel Alonso, Justo Arenillas Melendo (+), Antonio Berrios Villalba, Francisco Esteban Casas (+), José Estrada Guijarro, Antonio Fernández Cardador, Alberto García Crespo (+), Germán Giménez, Fernando Hazeu, Juan José Latorre, Luis Lezáun, Luis Miguel Gascón, Alejandro Alonso Cárdenas, José Luis López Gómez, César López Sánchez, Juan Carlos Lorenzo, Ángel Maestro (+), Francisco Minayo de la Cruz, Segundo Vallejo y Edmundo Pérez Iñigo. También agradecen a Fernando Lobo Segovia sus aportaciones en la revisión y actualización de esta edición y a Marta Martínez Gomes su colaboración en la edición y digitalización de este libro.

Los autores

 **Alberto García Álvarez** (Madrid, 1955) es Ingeniero Industrial del ICAI; Doctor en Ingeniería e Infraestructuras del Transporte; Doctor en Ciencias Económicas y Empresariales y Licenciado en Derecho.


Ha desarrollado toda su vida profesional en el mundo del ferrocarril: En Renfe fue Técnico del Gabinete de Información; director técnico de la revista “Trenes Hoy”; subdirector y director de la 1º Zona; director general adjunto de Largo Recorrido, Regionales y Estaciones; director gerente de Estaciones; presidente de Sercolsa; director de Operaciones AVE, director general de Renfe Viajeros; presidente de Elypsos Internacional, Director General de Desarrollo y Estrategia y Gerente de Área del Servicio de Estudios. En el Gestor de Infraestructuras Ferroviarias (GIF) fue director de Explotación, y en la Fundación de los Ferrocarriles Españoles, Director Gerente.

Es profesor de “Gestión de la energía” y de “Alta velocidad” en el Master Universitario de Sistemas Ferroviarios de la Universidad de Comillas, en el Máster de Sistemas Ferroviarios y Tracción eléctrica en la UPC (Escuela de Vilanova i la Geltrú) y en el Master Ferroviario de la Universidad de Cantabria.

Fue director del equipo de investigación que ganó el *VIII Premio Talgo a la Innovación Tecnológica en Ferrocarriles* en la edición de 2008 por el trabajo “Metodología para la evolución de las prestaciones y eficiencia de los trenes de viajeros”.

Ha publicado los libros “*La velocidad*” (1986), “*Operación de trenes de viajeros*” (1998), “*Diseño funcional y técnico de estaciones ferroviarias para viajeros*” (2002), “*Dinámica de los trenes de alta velocidad*” (2003), “*Explotación económica y regulación del transporte de viajeros por ferrocarril*” (2006), “*La vía doble en España y el sentido de circulación de los trenes por ella*” (2007), “*Efecto de la alta velocidad ferroviaria en el consumo de energía y en los costes operativos*” (2015) y “*La demanda*” (2003).

Parte de estos trabajos pueden consultarse en www.albertogarciaalvarez.com

 **Ignacio González Franco** (Lugo, 1985) es Ingeniero Industrial por la Universidad de Vigo; Máster en Sistemas Ferroviarios por la Universidad Pontificia de Comillas y Doctor en Ingeniería e Infraestructuras del Transporte por la Universidad Politécnica de Cataluña.

Desde 2009 hasta 2019 trabajó como investigador en el área de I+D+i de la Fundación de los Ferrocarriles Españoles, coordinando y liderando desde 2012 el Grupo de Estudios e Investigación de Energía y Emisiones en el Transporte y el Grupo de Economía y Explotación del Transporte y asumiendo la jefatura del área de I+D+i. Actualmente, trabaja en Renfe como Jefe de Modelos y Estudios de Explotación en el Área del Servicios de Estudios.

Es profesor de “Gestión de la energía” en el Máster Universitario de Sistemas Ferroviarios de la Universidad de Comillas y en el Máster de Sistemas Ferroviarios y Tracción eléctrica en la UPC (Escuela de Vilanova i la Geltrú).

Para cualquier sugerencia o comentario, puede dirigirse a: albertogarcia2912@gmail.com.

lgonzalez.ffe@gmail.com

DINÁMICA DE LOS TRENES EN ALTA VELOCIDAD. CINEMÁTICA FERROVIARIA

5 Edición

marzo de 2021

