

Compiladores:
José Solorzano Movilla
Diana Suárez López

MIRADAS Y PERSPECTIVAS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA



SELLO EDITORIAL
CORUNIAMERICANA

**DESDE LA FORMACIÓN, LA INCLUSIÓN
Y LA TECNOLOGÍA**

MIRADAS Y PERSPECTIVAS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA DESDE LA FORMACIÓN, LA INCLUSIÓN Y LA TECNOLOGÍA

Compiladores:

José Solorzano Movilla
Diana Suárez López

Autores:

José Gregorio Solórzano Movilla
Clara Patricia Colón López
Diana Milena Suarez López
Leonardo Sarmiento Pacheco
Yesika Rojas-Sandoval
Luz Yineth Rivera-Marengo
Keylla Otero Valega
Dayana De Los Reyes Charris
Martha Olaciregui Leemow
Sonia Valbuena Duarte
Elsa Adarraga Lineros
Kendry Santander Martinez
Jesús Berrio Valbuena
Leonardo Vargas-Delgado
José Hernando Ávila-Toscano
Sahira Elena Herrera Blanco
Joseph Enrique Villalba Osorio
Karen P. Valencia Mercado
Terey Tovar Ortega
Luis Fernando Pitalua
María Sarmiento
Jesús David Berrío Valbuenal
Andrea González Roca
Virgilio Andrés Meriño Mendoza

Libro resultado de investigación, realizado a partir del trabajo colaborativo entre grupos de investigación y el desarrollo de propuestas que contribuyen al fortalecimiento de los indicadores de generación de nuevo conocimiento en el área de Ingeniería.

Miradas y perspectivas de la educación matemática desde la formación, la inclusión y la tecnología / Sonia Valbuena Duarte ... [y otros veintinueve] ; compiladores José Solórzano Movilla, Diana Suarez López -- Baranquilla: Corporación Universitaria Americana, 2020.

216 p. ; ?? cm.

ISBN: 978-958-5169-09-8

1. Didáctica de las matemáticas. 2. Formación -- profesores. 3. Alfabetización en estadística. 4. Educación matemática -- Inclusión. 5. Khan academy -- enseñanza -- aprendizaje. 6. Interpretación covid-19. -- Corporación Universitaria Americana. I. Valbuena Duarte, Sonia. II. Adarraga, Elsa María. III. Santander, Kendry Paola. IV. Valencia Mercado, Karen Paola V. Baraldi, Ivete Maria. VI. Arrieta, Tatiana. VII. Perez, Diana. VIII. Flórez Maldonado, Emma Ruby. X. Sandoval Flórez, Jhonathan. Comp. I. Solórzano Movilla, José Gregorio. II. Suarez López, Diana Milena.
510 M671 2020 cd 21 ed.

Corporación Universitaria Americana- Sistema de Bibliotecas

Corporación Universitaria Americana©

Sello Editorial Coruniamericana©

ISBN: 978-958-5169-09-8

MIRADAS Y PERSPECTIVAS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA DESDE LA FORMACIÓN, LA INCLUSIÓN Y LA TECNOLOGÍA

Compiladores:

© **José Solórzano Movilla**, © **Diana Suarez López**

Autores:

© **José Gregorio Solórzano Movilla**, © **Clara Patricia Colón López**, © **Diana Milena Suarez López**
© **Leonardo Sarmiento Pacheco**, © **Yesika Rojas-Sandoval**, © **Luz Yineth Rivera-Marengo**
© **Keylla Otero Valega**, © **Dayana De Los Reyes Charris**, © **Martha Olaciregui Leemow**
© **Sonia Valbuena Duarte**, © **Elsa Adarraga Lineros**, © **Kendry Santander Martinez**
© **Jesús Berrio Valbuena**, © **Leonardo Vargas-Delgado**, © **José Hernando Ávila-Toscano**,
© **Sahira Elena Herrera Blanco**, © **Joseph Enrique Villalba Osorio**, © **Karen P. Valencia Mercado**
© **Teremy Tovar Ortega**, © **Luis Fernando Pitalua**, © **María Sarmiento**, © **Jesús David Berrio Valbuena**
© **Andrea González Roca**, © **Virgilio Andrés Meriño Mendoza**

Presidente

JAIME ENRIQUE MUÑOZ

Rectora Nacional

ALBA LUCÍA CORREDOR GÓMEZ

Vicerrector Académico Nacional

MARIBEL YOLANDA MOLINA CORREA

Vicerrector de Investigación Nacional

ASTELIO DE JESÚS SILVERA SARMIENTO

Sello Editorial Coruniamericana

selloeditorialcoruniamericana@coruniamericana.edu.co

Diagramación y portada: Kelly J. Isaacs González

1a edición: 2020-12-23

Todos los derechos reservados. Ninguna parte de esta publicación puede ser reproducida, almacenada en sistema recuperable o transmitida en ninguna forma o por medio electrónico, mecánico, fotocopia, grabación, u otro, sin previa autorización por escrito del Sello Editorial Coruniamericana y de los autores. Los conceptos expresados en este documento son responsabilidad exclusiva de los autores y no necesariamente corresponden con los de la Corporación Universitaria Americana y da cumplimiento al Depósito Legal según lo establecido en la Ley 44 de 1993, los decretos 460 del 16 de marzo de 1995, el 2150 de 1995, el 358 de 2000 y la Ley 1379 de 2010.

- 6** PRÓLOGO
- 7** DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS EN ESPACIOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE: ¿ADAPTACIONES O CONCEPTO EMERGENTE?
- 26** COMPETENCIA “MIRAR CON SENTIDO” EN LA FORMACIÓN DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS
- 78** ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA EN EL PROFESORADO EN FORMACIÓN. UN ANÁLISIS BASADO EN MÉTODOS MIXTOS SOBRE ERRORES EN LA INTERPRETACIÓN DE TABLAS DE DATOS
- 107** ALGUNAS REFLEXIONES SOBRE EDUCACIÓN MATEMÁTICA [INCLUSIVA]
- 128** KHAN ACADEMY COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA ENRIQUECER EL PROCESO DE ENSEÑANZA - APRENDIZAJE
- 146** ¿CÓMO INTERPRETAN NOTICIAS SOBRE EL COVID-19 LOS ESTUDIANTES DE UN PROGRAMA DE FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS?
- 174** SITUACIONES DIDÁCTICAS, UNA ESTRATEGIA PARA MEJORAR LA INTERPRETACIÓN DE PROBLEMAS ALGEBRAICOS EN LA ORIENTACIÓN DOCENTE
- 195** DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS Y GAMIFICACIÓN

La educación matemática en los años recientes ha ganado una mayor notoriedad debido a los cambios científicos y tecnológicos que la sociedad del conocimiento provoca, a partir del fácil acceso a la información que las TIC dan a los ciudadanos del mundo.

Estos cambios acelerados conllevan a transformación en la educación en ciencias, en especial cuando nos referimos a las matemáticas, como la base de una serie de constructos fundamentados en modelos entre los cuales podemos destacar los estadísticos, gráficos y matemáticos en general que permiten una mejor comprensión del mundo y los fenómenos que nos rodean.

En este libro resultado de investigación se hace un recorrido por varias líneas de trabajo en educación matemática, como los son las de formación de profesores, la educación estadística, la didáctica en ambientes virtuales de aprendizaje, la inclusión y la integración de las TIC en la enseñanza de las matemáticas.

En consecuencia, los trabajos presentados muestran como desde diversos puntos de vista la investigación genera nuevas reflexiones y experiencias dignas de reproducir en cualquier escenario educativo.

DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS EN ESPACIOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE: ¿ADAPTACIONES O CONCEPTO EMERGENTE?

Keylla Otero Valega*

Dayana De Los Reyes Charris**

José Solorzano Movilla***

Martha Olaciregui Leemow****

* Licenciada en Matemáticas de la Universidad del Atlántico, Colombia, kmotero12@gmail.com

** Licenciada en Matemáticas de la Universidad del Atlántico, Colombia, darec99@gmail.com

*** Magíster en Matemáticas de la Unesp campus Rio Claro-Brasil. Docente investigador, Corporación Universitaria Americana, Colombia, jsolorzano@coruniamericana.edu.co

**** Magíster Gestión Estratégica en Tecnologías de la Información. Docente Corporación Universitaria Americana, Colombia, molaciregui@coruniamericana.edu.co

RESUMEN

El problema de investigación que se analiza en el desarrollo de este capítulo está basado en la forma en cómo se enseñan las matemáticas en especial el cálculo diferencial en los ambientes virtuales de aprendizaje, las estrategias utilizadas por los docentes y las didácticas implementadas por ellos en el transcurso de los encuentros sincrónicos y asincrónicos, por tal motivo, este estudio tiene como objetivo general categorizar la didáctica implementada en un curso de cálculo diferencial en la modalidad de estudio a distancia virtual, el cual se desarrolla en el escenario de expansión la enseñanza del cálculo diferencial en espacios virtuales de aprendizaje, con un último fin, lograr esclarecer si en la actualidad es posible conceptualizar sobre una didáctica de las matemáticas propia de la virtualidad o en su defecto lo más frecuente para la metodología mencionadas se implementan adaptaciones de la presencialidad.

Este trabajo se basó en un enfoque cualitativo y la metodología utilizada es un estudio de casos, la muestra seleccionada para este estudio fueron 4 programas académicos de una Institución de Educación Superior (IES) los cuales son ofertados por medio de la modalidad virtual, dos docentes, un administrativo, y 2 aulas virtuales de cálculo diferencial pertenecientes a las IES.

En consecuencia, para alcanzar los objetivos planteados se utilizaron técnicas e instrumentos tales como entrevistas, encuestas, rúbricas de análisis de contenido y por último matrices de resultados durante la recolección y el análisis de los datos, vale la pena mencionar que, para la constitución de los instrumentos y de las propuestas de esta investigación se consideró la Teoría de la Idoneidad Didáctica de Godino (2011).

Por último, los resultados permitieron identificar la didáctica implementada en esta modalidad de estudio, también, caracterizar cada uno de los elementos didácticos propuestos por Valencia (2011), los cuales están presentes en la enseñanza del cálculo diferencial en la virtualidad y, finalmente, se pudo establecer la pertinencia de esta didáctica utilizada en la modalidad de estudio a distancia virtual.

Palabras clave: *Didáctica de las matemáticas, Educación matemática, Educación virtual, Enseñanza del Cálculo, Idoneidad didáctica.*

INTRODUCCIÓN

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), han cobrado importancia puesto que nos han ayudado a responder varias necesidades por medio de diferentes recursos tecnológicos; una gran necesidad es la Educación Superior, gracias a la modalidad de estudio virtual se ha respondido a la necesidad de estudio de muchos jóvenes que no pueden acceder a la educación superior de forma presencial, esto debido a diferentes obstáculos como los horarios laborales, la dificultada para el desplazamiento a una ciudad donde se oferten los programas académicos de interés, entre otros.

Al respecto, De Los Reyes, Otero y Solorzano (2019), afirman con base en información recolectada de la plataforma del Sistema Nacional de Información de Educación Superior (SNIES), en Colombia para el año 2017 existían 379 programas diferentes de Educación Superior los cuales eran ofertados por la modalidad de estudio a distancia Virtual, esto equivalente a un 10,03% de los programas que se ofertan en la modalidad presencial, un 22.34% tienen en su malla curricular la asignatura de cálculo diferencial, equivalente a 84 programas, dentro de los cuales se encuentran 48 programas de Economía, administración, contaduría y afines, 1 programa de Ciencias de la educación, 3 de Agronomía, veterinaria y afines y 32 de Ingeniería, arquitectura, urbanismo y afines.

Del mismo modo, Araujo, González y Solorzano (2020), identificaron que, según el SNIES, para el año 2016 se matricularon 188.384 estudiantes en la modalidad de estudio virtual, lo que equivale al 4% de los estudiantes de Educación Superior, asimismo estiman que dentro de los diferentes programas de Educación Superior, 340 programas cuentan con un núcleo básico en áreas de conocimiento tales como administración, matemática, economía, contaduría, ingenierías y afines, las cuales incluyen en su malla curricular asignaturas propias de las matemáticas y un 50% de estos programas son Universitarios, además sostienen que el número de estudiantes matriculadas en la modalidad virtual aumenta cada año progresivamente.

Con base en lo anterior, es posible inferir que la Educación Virtual cada vez cobra más relevancia como una opción válida para la formación profesional y se podría decir que en estos momentos se encuentra en su mayor auge, es por ello que, es de suma importancia verificar el tipo de didácticas implementadas en la enseñanza de asignaturas propias de las matemáticas, y de este modo, poder estudiar a profundidad el fenómeno referente al desarrollo de competencias matemáticas en ambientes alternativos al presencial.

Al respecto, Mendoza, Burbano y Valdivieso (2019), observaron que más del 50% de los docentes de la modalidad virtual utilizan algunas veces las didácticas específicas tradicionales de las matemáticas, además respecto a la asignatura de cálculo diferencial Hitt (2003) afirma que existen varios problemas para el aprendizaje del cálculo que produce que estudiantes y profesores no logren llegar a tener cierta profundidad en sus concepciones relativas al cálculo, ya que el cálculo reúne una gran cantidad de subtemas que están íntimamente relacionados y el manejo pobre de algunos subconceptos impide su desarrollo profundo de los conceptos propios del cálculo.

Por otro lado, en un estudio realizado por la Dirección académica de la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá (2015), citado en De Los Reyes, Otero y Solorzano (2020), se pudo observar que para los periodos académicos 2013-II, 2014-I y 2014-II, del total de estudiantes que matricularon la asignatura de cálculo diferencial la reprobaron un 47,42%, un 42,39% y un 40,52% respectivamente. Esta situación pone de manifiesto el grado de dificultad que para los estudiantes tiene aprobar un curso de cálculo diferencial, en ese sentido surge la reflexión ¿es diferente en la educación virtual?

Por consiguiente, este estudio centra su atención en los cursos de cálculo diferencial que se desarrollan en educación superior a distancia virtual, con el propósito de categorizar la didáctica del cálculo diferencial implementada en esta modalidad de estudio, específicamente, la identificación de cada uno de los elementos didácticos que intervienen en la enseñanza del cálculo.

1.1. La Educación Virtual

En primer lugar, tomando en consideración que el escenario a investigar es la didáctica de las matemáticas en especial la del cálculo diferencial en la virtualidad, vale la pena decir que, según el Ministerio de Educación Nacional (MEN):

La educación a distancia apareció en el contexto social como una solución a los problemas de cobertura y calidad que aquejaban a un número elevado de personas, quienes deseaban beneficiarse de los avances pedagógicos, científicos y técnicos que habían alcanzado ciertas instituciones, pero que eran inaccesibles por la ubicación geográfica o bien por los elevados costos que implicaba un desplazamiento frecuente o definitivo a esas sedes. (MEN, 2009, p. 1).

En consecuencia, es posible afirmar que la educación a distancia permite la formación de los estudiantes que no pueden acceder de manera física a la institución,

utilizando para ello diferentes medios – impresos, analógicos o digitales, de acuerdo a la época–; el uso más actual contempla al ciberespacio como medio por excelencia (Yong, Nagles, Mejía y Chaparro, 2017). Además, en palabras del Ministerio de Educación Nacional (MEN):

La Educación Virtual o educación en línea, se refiere al desarrollo de programas de formación que tienen como escenario de enseñanza y aprendizaje el ciberespacio, sin que se dé un encuentro cara a cara entre el profesor y el alumno es posible establecer una relación interpersonal de carácter educativo, desde esta perspectiva, la educación virtual es una acción que busca propiciar espacios de formación, apoyándose en las TIC para instaurar una nueva forma de enseñar y de aprender. (MEN, 2009, p. 1).

1.2. Didáctica de las matemáticas en la virtualidad

Es por ello que, para hacer referencia a la forma de enseñanza en la virtualidad, se hace énfasis en la didáctica, la cual se concibe como la ciencia del desarrollo de las planificaciones realizables en la enseñanza de una determinada materia (Mendoza, Burbano y Valdivieso, 2019).

Del mismo modo, Abreu, Arciniegas, Rhea y Rosero (2018), sostienen que, la didáctica estudia la dinámica del proceso enseñanza-aprendizaje con sus relaciones dialécticas, individuales y grupales. Así mismo, es importante mencionar que, existen elementos que son factores importantes para que la enseñanza y el aprendizaje se realicen con mayor eficacia, en el sentido de los fines de la educación (Néricsi, 1969); dentro de los cuales se pueden mencionar el educando, el educador, los objetivos educativos, los contenidos educativos, la metodología, los recursos didácticos, el tiempo y el lugar (Valencia, 2011).

Por otro lado, en lo concerniente a la didáctica utilizada en la educación virtual universitaria, Mendoza, Burbano y Valdivieso (2019), mencionan que los docentes de la modalidad virtual utilizan algunas veces, las didácticas específicas tradicionales de matemáticas (52.38 %), sobre ellas, los tutores piensan que son pertinentes para los ambientes interactivos, el 28.57 % casi nunca las requiere y solamente el 19.05 % las usa con frecuencia en la educación virtual (Ver Fig. 1).

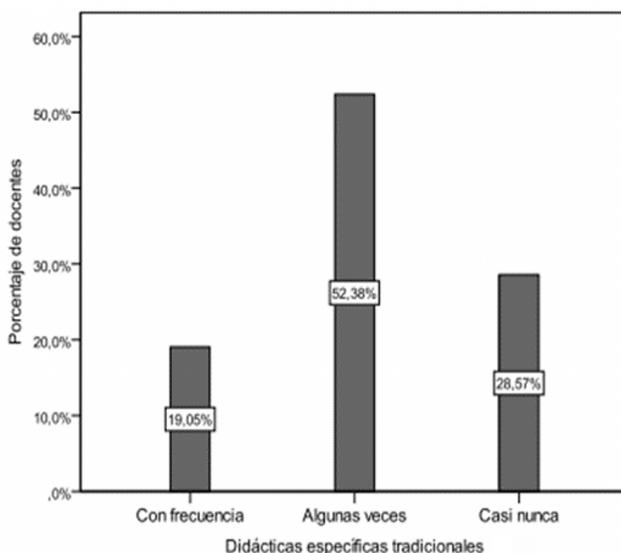


Figura 1. Uso de didácticas específicas tradicionales en matemáticas en FESAD.
Fuente: Mendoza, Burbano y Valdivieso (2019)

De este modo, tal como lo expresan Martínez, Steffens, Ojeda y Hernández (2018) las didácticas específicas usadas en la enseñanza virtual de las matemáticas, aún no se desligan de las utilizadas en el modelo tradicional (como se citó en Mendoza, et al., 2019). También, Arraiz (2016) sostiene que el aprendizaje matemático virtual se ve afectado por factores tales como el trabajo individual y colaborativo entre los participantes, la asincronía de las interacciones entre los facilitadores, saberes matemáticos y participantes en el aula virtual; la acción tutorial del facilitador, así como las expectativas, valores y emociones, intrínsecos en el contrato didáctico.

1.3. La teoría de Idoneidad didáctica

Finalmente, teniendo en cuenta que, dentro de esta modalidad de estudio y en el desarrollo de esta investigación se considera pertinente una didáctica que se oriente hacia la intervención efectiva en el aula, la teoría de la Idoneidad Didáctica nos ofrece las herramientas para llevar a cabo esta instrucción, debido a que, interrelaciona las distintas facetas que intervienen en el diseño, implementación y evaluación de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino, 2011).

Es decir, de acuerdo a lo dicho por Godino, Batanero, Rivas y Arteaga (2013), la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como la articulación coherente y sistémica de seis componentes, los cuales son, Godino, (2011):

Idoneidad epistémica, Idoneidad cognitiva, Idoneidad interaccional, Idoneidad mediacional, Idoneidad afectiva e Idoneidad ecológica (Ver Fig.2). Donde, las nociones de idoneidad epistémica y ecológica y el sistema de indicadores asociados constituyen el germen de una teoría curricular, mientras que los correspondientes a las facetas cognitiva – afectiva lo constituyen para una teoría del aprendizaje. Las facetas interaccional y mediacional contienen, a su vez, el germen de una teoría de la enseñanza (Godino (2011).

Además, en estas facetas se deben analizar según diversos niveles: las prácticas o acciones de los agentes implicados, las configuraciones de los objetos intervinientes, las normas que condicionan y soportan la realización de las prácticas y la valoración de la idoneidad o adecuación del proceso educativo en toda su globalidad (Godino, Font, Wilhelmi y De Castro, 2009).



Figura 2. Facetas y niveles de análisis didáctico. Fuente: Godino (2011)

Adicionalmente, La noción de idoneidad didáctica se puede aplicar al análisis de un proceso de estudio puntual implementado en una sesión de clase, a la planificación o el desarrollo de una unidad didáctica, o de manera más global, al desarrollo de un curso o una propuesta curricular; como también puede ser útil para analizar aspectos parciales de un proceso de estudio, como un material didáctico, un manual escolar, respuestas de estudiantes a tareas específicas, o “incidentes didácticos” puntuales. (Godino, 2011, p. 8).

2. METODOLOGÍA

Esta investigación presentó un enfoque metodológico cualitativo, así, tomando

en consideración lo que afirma Hernández-Sampieri, Fernández y Baptista (2014), la investigación cualitativa se fundamenta en una perspectiva interpretativa centrada en el entendimiento del significado de las acciones de seres vivos, sobre todo de los humanos y sus instituciones (busca interpretar lo que va captando activamente).

Es pertinente mencionar que, el diseño metodológico de esta investigación es un estudio de caso, el cual es descrito por Creswell y Tashakori (2007) como el análisis profundo de un caso y su contexto, con fines de entender su evolución o desarrollo e ilustrar una teoría. En esta investigación se tuvieron en cuenta las siguientes fases del estudio de casos descritas por Jiménez-Chaves (2012):

Fase 1: En esta fase se seleccionó el caso en la modalidad de estudio a distancia virtual y se limitó al estudio de la asignatura del cálculo, específicamente en una Institución de Educación Superior.

Fase 2: En esta fase se elaboraron las preguntas que guiaron la investigación, se identificó el problema después de la revisión literaria acerca de las dificultades del aprendizaje del cálculo y los problemas presentes de la enseñanza de las matemáticas en la virtualidad.

Fase 3: Seguidamente, en esta fase se localizaron fuentes de datos que podrían llevar al diseño de los instrumentos de recolección de datos, se diseñaron entrevistas a docentes, rúbricas de análisis de contenidos aplicadas al aula virtual utilizada por el docente de esta modalidad y encuestas a estudiantes, estos instrumentos diseñados fueron diseñados de acuerdo a los Indicadores de Idoneidad Didáctica propuestos por Godino (2011).

Fase 4: Además, en esta fase se llevó a cabo un análisis de contenidos que permitió analizar y triangular los datos más relevantes obtenidos al aplicar los instrumentos.

Fase 5: En esta fase se concluye con los aspectos más relevantes de la investigación y que pueden aportar al desarrollo de futuras investigaciones.

2.1. Población y muestra

Además, la población de esta investigación la conforman los programas de educación superior que ofertan de manera virtual la asignatura de cálculo diferencial, los cuales según el Sistema Nacional de Información de la Educación Superior (SNIES) son 84 programas (SNIES, 2017), de los cuales, hacen parte de

la muestra de esta investigación 4 programas los cuales son, Administración de Empresas, Contaduría Pública, Ingeniería Industrial y Negocios Internacionales pertenecientes a una IES del Distrito de Barranquilla, en consecuencia, de los programas mencionados se han seleccionado específicamente dos docentes de cálculo diferencial, un administrativo, y dos cursos de cálculo diferencial perteneciente a la IES.

2.2. Técnicas e instrumentos

Cabe resaltar, que para recolectar la información se aplicó a los estudiantes de cálculo diferencial una encuesta constituida por 26 preguntas asociadas con las seis idoneidades didácticas planteadas por Godino (2011) con la finalidad de analizar el grado de idoneidad didáctica en el proceso de aprendizaje, además, a los docentes se aplicó una entrevista conformada por 20 preguntas por medio de la cual se analizó el grado de idoneidad didáctica en el proceso de enseñanza.

Asimismo, se implementó una rúbrica a la plataforma web institucional, la cual, identificó la calidad de los recursos didácticos tecnológicos y el grado de idoneidad didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial en la modalidad de estudio a distancia virtual.

Vale la pena mencionar que, cada instrumento de recolección de información fue sometido a juicio de un experto en didáctica de las matemáticas antes de ser aplicado. Además, se utilizó la técnica de análisis de contenido para poder analizar e interpretar las respuestas obtenidos en los diferentes instrumentos y la técnica de recolección de información empleada en la investigación fue la triangulación de datos, luego, los resultados obtenidos se presentaron por medio de una matriz de resultados, utilizando tres categorías de análisis, como lo fueron los docentes, los estudiantes y el aula virtual, y de este modo

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Con la finalidad de categorizar la didáctica del cálculo diferencial en la modalidad de estudio a distancia virtual, se tomaron en consideración la conceptualización de los elementos didácticos de Valencia (2011), los cuales son: docente-estudiante, objetivos didácticos, contenidos de aprendizaje, metodología, recursos didácticos, tiempo didáctico y lugar.

3.1. Rol del docente y estudiante

En un primer momento, podemos referirnos a cuál es el rol de docente y el estudiante en la virtualidad, es por ello que, a partir de la interpretación de los resultados de esta investigación es posible afirmar que los estudiantes en virtualidad son más autónomos, de este modo, el partícipe del aprendizaje es el estudiante y no el docente, así, los docentes son una mediación y una tutoría, un apoyo para las inquietudes que tengan los estudiantes.

Además, estos aspectos guardan relación con lo expuesto por Yong et ál. (2017), debido a que sostienen que, en la educación a distancia virtual, el estudiante pasa de un rol guiado o pasivo a un rol activo y autónomo, por lo que la virtualidad propende a una educación con énfasis en el aprendizaje, donde el centro del proceso educativo es el estudiante y el docente sirve como orientador del mismo, se transforma en facilitador, experto, colega, y el alumno pasa a ser más activo.

Adicionalmente, vale la pena mencionar que, en las clases de cálculo diferencial el docente hace una presentación adecuada del tema, es decir, una presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema.

En segundo lugar, podemos hablar de los objetivos didácticos en la virtualidad, ahora bien, teniendo en cuenta que un objetivo didáctico es la expresión clara y precisa de lo que se pretende alcanzar como fin (Valencia, 2011), es pertinente afirmar que, el objetivo del curso de cálculo diferencial en la modalidad de estudio a distancia virtual es construir una estructura formal en el estudiante que le permita comprender y profundizar los diferentes conceptos y procedimientos del cálculo diferencial, así como sus principios de aplicación y su integración a la ingeniería y la informática. De hecho, lo planteado en este objetivo guarda relación con Godino (2011), quien sostiene que, los estudiantes deben ser capaces de utilizar sus conocimientos matemáticos y herramientas para resolver problemas de un contexto real.

3.2. Objetivo didáctico

Por otro lado, a partir de lo planteado como objetivo didáctico en la Institución de Educación Superior, se evidencia a través de los resultados de esta investigación que de manera eventual se desarrolla una enseñanza flexible, la cual opera como acompañamiento y tiene como objetivo el desarrollo en los estudiantes de un aprendizaje abierto, también, es ocasional la formación en valores democráticos

y el pensamiento crítico, la participación en las actividades, la promoción de la perseverancia y responsabilidad, del mismo modo, vale la mencionar que, solo en algunos objetivos de aprendizaje tienen en cuenta las etapas de desarrollo evolutivo de los estudiantes.

Por el contrario, Godino et ál. (2013) sostienen que, el docente debe desarrollar competencias para buscar, seleccionar y adaptar tareas/situaciones pertenecientes al campo de intereses de los estudiantes y que sean de utilidad en la vida cotidiana y profesional, además, organizar y gestionar las interacciones en el aula que promuevan la autoestima, la participación, la perseverancia y responsabilidad en el estudio de todos los estudiantes, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.

3.3. Contenidos de aprendizaje

Seguidamente, tomando en consideración que los contenidos de aprendizaje son los conocimientos que se pretenden enseñar, los cuales deben satisfacer las necesidades del educando y responder a los objetivos de aprendizaje que se pretenden lograr (Valencia, 2011), se puede establecer que en el curso de cálculo diferencial en línea, se diseñan las guías de aprendizaje coherentes con el syllabus o con el microcurrículo que tiene la asignatura, el cual a su vez está alineado con las directrices del cálculo diferencial y con lo que se plantea como objetivo de aprendizaje, así como un tiempo asignado para la práctica y para la aplicación de los contenidos.

Además, luego del análisis de los datos, es posible sostener que la guía de aprendizaje, los contenidos, su implementación y evaluación corresponden con las directrices curriculares del cálculo diferencial. Estos resultados indican de manera moderada que, los contenidos de aprendizaje implementados o pretendidos representan bien a los contenidos de referencia, además, se estudia si estos son adecuados para los alumnos, y también, si su implementación y evaluación corresponden con las directrices curriculares (Godino, 2011).

Por otra parte, los resultados de esta investigación hacen posible sustentar que las definiciones y propiedades propias del cálculo diferencial en algunas ocasiones son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones y, además, eventualmente los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios.

En parte, estos resultados concuerdan con Godino et ál. (2013), quienes

recomiendan que, el docente debe conocer el papel de los recursos manipulativos e informáticos en el aprendizaje matemático, sus posibilidades y limitaciones, del mismo, debe desarrollar competencia para la integración de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TICs) y recursos manipulativos en la enseñanza y aprendizaje matemático.

3.4. Metodología

Los resultados de este estudio reflejan que la metodología utilizada en el curso de cálculo diferencial en la modalidad de estudio a distancia virtual, está basada en una mediación didáctica, la cual está conformada por dos estrategias, la primera es denominada “Estrategias de trabajo sincrónico”, en la que se hace uso de las siguientes técnicas de enseñanza, presentación por la plataforma, clase en vivo y videos para explicar las temáticas, resolución de ejercicios y talleres para lograr una retroalimentación de los temas tratados en clases, y la segunda estrategia utilizada es denominada “Estrategia de trabajo asincrónico”, la cual se caracteriza por emplear las siguientes técnicas, uso de la plataforma a través de foros, chats, videos, links (incluye clases en vivo grabadas), consulta en base de datos y libros incluyendo segunda lengua, desarrollo de actividades, ejercicios y talleres y uso de software de graficación.

Estos aspectos concuerdan con lo dicho por Valencia (2011), quien sostiene que la metodología comprende diferentes métodos, técnicas y procedimientos. Donde, el método es el camino a seguir en el proceso de enseñanza aprendizaje, las técnicas son los medios que apoyan la aplicación de métodos y, el procedimiento son los pasos a seguir de las técnicas.

Además, vale la pena mencionar que, la negociación explícita, la intervención, la discusión, la cooperación y la evaluación son elementos esenciales en un proceso de aprendizaje constructivo en el que los métodos informales del aprendiz son usados como una plataforma para alcanzar los métodos formales. En esta instrucción interactiva, los estudiantes son estimulados a explicar, justificar, convenir y discrepar, cuestionar alternativas y reflexionar (Van den Heuvel-Panhuizen y Wijers, 2005). Sin embargo, los resultados de esta investigación revelan que en el curso de cálculo diferencial no se incluyen actividades de refuerzo y solo en ocasiones se hace uso de actividades de ampliación.

De este modo, Godino et ál. (2013) sugieren que, el docente debe desarrollar competencias para diseñar e implementar adaptaciones curriculares a las diferencias individuales, teniendo en cuenta la variedad de significados de los

objetos matemáticos entre los cuales se podrá seleccionar los más adecuados para el contexto y los estudiantes correspondientes.

3.5. Recursos didácticos

Con respecto a los recursos didácticos utilizados en el curso de cálculo diferencial en la modalidad a distancia virtual, se puede mencionar primeramente que, la plataforma, el campus, y el software utilizado por la IES cuentan con las características técnicas necesarias, es decir su funcionalidad, actualización y materiales auditivos y gráficos permiten el cumplimiento del norte pedagógico de manera eficiente.

Adicionalmente, en algunas ocasiones los docentes diseñan actividades en la plataforma utilizada por la IES, de modo que, ofrezca una retroalimentación de los saberes que el estudiante debe reforzar, esta adecuación, tal como lo afirma Godino (2011), induce cambios positivos en el contenido de enseñanza, en los modos de interacción, motivación y en el aprendizaje de los estudiantes.

Por otra parte, Santoveña (2004), afirma que la virtualización de materiales educativos implica la atención a los principales criterios de calidad que garanticen una accesibilidad idónea a los materiales, la economía cognitiva y la adquisición de conocimientos, sin embargo, solo en algunas ocasiones en estos cursos se utiliza de manera adecuada herramientas tecnológicas para la orientación y seguimiento del estudiante, y también, de manera eventual los docentes presentan información de forma constante, actualizada, interactiva y llamativa.

Además, en la opinión de Santoveña (2004), en referencia a la publicación de recursos educativos on-line sostiene que el docente nunca debe olvidar las peculiaridades de la disciplina y las necesidades de los miembros implicados en el proceso de enseñanza-aprendizaje, si no se quiere caer en la vulgaridad de poner a disposición del alumno información vacía de conocimiento, no obstante, en esta investigación los resultados reflejan que, algunas veces el material de consulta ofrecido por el docente de cálculo diferencial posibilita la profundización sobre la relevancia de los conceptos propios del cálculo diferencial.

3.6. Tiempo didáctico

En la observación de la plataforma virtual utilizada por la IES se evidenció con respecto al tiempo didáctico, que el curso tiene una duración de 7 semanas, donde el trabajo acompañado es de 28 horas y en el trabajo independiente se emplean 116

horas. Es importante señalar que, el tiempo dedicado a la enseñanza y al aprendizaje, y su gestión por parte del profesor y de los estudiantes, es un componente determinante en la idoneidad didáctica de un proceso de estudio (Godino, 2011).

Además, en el curso de cálculo diferencial, el currículo establece unos tiempos de dedicación y es por ello que se priorizan temas que los docentes consideran de mayor utilidad para los estudiantes, asimismo, por medio de los resultados de esta investigación se puede señalar que, el horario del curso de cálculo diferencial no es apropiado, debido a que no se dedica suficiente tiempo a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión y a los contenidos más importantes del tema.

Dicho de este modo, y por los resultados obtenidos se puede afirmar que el tiempo asignado al proceso de estudio en el diseño curricular algunas veces no es adecuado para lograr el aprendizaje del contenido programado.

3.7. Lugar

Con respecto al lugar donde es impartido el curso de cálculo diferencial, es posible afirmar que, tiene como escenario de enseñanza y aprendizaje el ciberespacio, sin que se dé un encuentro cara a cara entre el profesor y el alumno (Ministerio de Educación Nacional, 2009), es decir, según García Aretio (2001), el docente y el estudiante, se ubican en un espacio físico diferente y usan como medio para comunicarse las nuevas herramientas tecnológicas.

Por último, en este estudio se pudo identificar que la didáctica del cálculo en la modalidad de estudio a distancia virtual es diferenciada, y depende de la motivación y el nivel de conocimiento que tenga cada profesor, cada docente debe actualizarse para poder implementar nuevas estrategias, nuevas herramientas que le faciliten la enseñanza de asignaturas propias de las matemáticas, deben capacitarse para poder adaptarse a las nuevas tecnologías, aunque hay muchas estrategias que son pertinentes para la educación virtual algunos docentes no tienen la disposición para utilizarlas.

4. CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos en esta investigación sobre la didáctica de las matemáticas en especial la del cálculo diferencial en la virtualidad, es posible concluir que, el escenario de enseñanza y aprendizaje es el ciberespacio, además, la finalidad del curso es construir una estructura formal en el estudiante que le permita

comprender y profundizar los diferentes conceptos y procedimientos del cálculo diferencial, así como sus principios de aplicación y su integración a la ingeniería y la informática, en este contexto, el partícipe del aprendizaje es el estudiante, y el docente toma el rol de tutor y mediador.

Adicionalmente, la metodología utilizada en el curso de cálculo diferencial en esta modalidad de estudio, se fundamenta en una mediación didáctica, donde se lleva a cabo un trabajo sincrónico y un trabajo asincrónico, todo esto es desarrollado durante 7 semanas, las cuales corresponden a la duración del curso, en el cual, el trabajo acompañado es de 28 horas y para el trabajo independiente se emplean 116 horas.

En contraste, con respecto a la didáctica del cálculo diferencial en la modalidad de estudio a distancia virtual, se puede resaltar que, existen diversas estrategias y herramientas que son pertinentes en esta modalidad, sin embargo, en algunas ocasiones no hay disposición por parte de los docentes para aplicarlas, es por ello que, se puede afirmar que esta didáctica depende del nivel de conocimiento que tenga cada docente y, la motivación por esforzarse e implementar estas estrategias, teniendo en cuenta que a algunos docentes se les dificulta adaptarse a las nuevas tecnologías y adoptar nuevas formas de enseñar, por lo que se limitan al uso de estrategias o de recursos propios de la modalidad presencial.

De este modo, es importante mencionar que, la virtualidad requiere de docentes formados en docencia virtual, adicionalmente, y con respecto al saber didáctico y disciplinar, es importante que los docentes tengan estudios en Licenciatura en Matemáticas para que de esta manera empleen las didácticas que la asignatura requiere, debido a que su formación académica pertenece a áreas de conocimiento, tales como, Contaduría Pública, Ingenierías, y carreras afines.

Finalmente, se invita a los docentes de la educación a distancia virtual a desligarse de las didácticas implementadas en la presencialidad, que se animen a emplear nuevas estrategias, recursos didácticos, que integren nuevas tecnologías en el proyecto educativo, propias de esta modalidad, y así, construir y fundamentar teóricamente una didáctica del cálculo en la virtualidad. Además, se extiende la invitación a los docentes de otras asignaturas correspondientes al área de las matemáticas a estudiar, analizar y caracterizar las didácticas implementadas en la educación a distancia virtual.

A modo de colofón, es posible destacar las diversas adaptaciones que los docentes realizan de las didácticas propias de la metodología presencial, lo cual

conlleva a diversos escenarios, el primero, la falta de una transposición didáctica adecuada a las necesidades de los estudiantes en la metodología descrita en este capítulo. En segundo lugar, aunque relacionada con la anterior inferencia, se tiene que la mayoría de los docentes en metodología presencial o virtual desconocen el corpus de conocimiento construido durante los últimos 30 años por investigadores como Juan Díaz-Godino, Vicenç Font, Carmen Batanero o referentes obligados de la didáctica como Gay Brosseau, hecho que sin duda impacta en el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, en cualquiera de los escenarios de formación sin importar el nivel de formación, desvirtuando el sentido del ser educador matemático.

Referencias

- Abreu, O., Rhea, S., Arciniegas, G. y Rosero, M. (2018). Objeto de Estudio de la Didáctica: Análisis Histórico Epistemológico y Crítico del Concepto. *Formación universitaria*, 11(6), 75-82. doi: 10.4067/S0718-50062018000600075
- Araujo, L., González, M. y Solórzano, J. (2020). *Evaluación de la calidad de los recursos didácticos empleados en los programas de educación superior con modalidad virtual para el aprendizaje de las matemáticas en Barranquilla* (Tesis de pregrado). Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia.
- Arraiz, G. (2016). Reconstrucción teórica del aprendizaje matemático en la virtualidad desde la mirada del participante. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC*, 5(1), 25-51. doi: 10.21071/edmetic.v5i1.4015
- Creswell, J. W. y Tashakkori, A. (2007). Editorial: Developing publishable mixed methods manuscripts. *Journal of Mixed Methods Research*, 1(2), 107-111. doi: 10.1177/1558689806298644
- De los Reyes, D., Otero, K., y Solórzano, J. (2019). *Análisis del proceso de enseñanza aprendizaje de cálculo diferencial en la educación virtual. 3er Congreso Nacional de Formadores en Matemáticas y en Física*. Valledupar, Colombia. Recuperado en: http://matematicas.unicesar.edu.co/images/eventos/MEMORIAI-IL_CONGRESO_DE_MATEMTICA_UPC.pdf
- De los Reyes, D, Otero, K. y Solorzano, J. (2020). *Análisis de la idoneidad didáctica de cursos de cálculo diferencias en la modalidad de estudio a distancia virtual en una institución de educación superior* (Tesis de pregrado). Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia.
- Dirección académica de la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá. (2015). *Pérdida de Asignaturas Universidad Nacional de Colombia*, Sede Bogotá Período 2014-II [presentación de diapositivas]. Slideplayer. Recuperado de <https://slideplayer.es/slide/6977222/>
- García Aretio, L. (2001). Educación a distancia; ayer y hoy. En F. Blázquez. (Ed.), *Sociedad de la Información y educación* (pp. 160-193). Mérida, España: Junta de Extremadura.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. & Castro, C. D. (2009). Aproximación a la

dimensión normativa en Didáctica de la Matemática desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59–76. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/eos/dimension_normativa.pdf

Godino, J. D. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática* (XIII CIAEM-IACME), Recife, Brasil.

Godino, J. D., Batanero, C., Rivas, H., y Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 8(1), 46-74. doi: 10.5007/1981-1322.2013v8n1p46

Hernández-Sampieri, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación* (6.a ed.). Ciudad de México, México: McGraw-Hill / Interamericana.

Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. *Décimo Primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Superior*. Morelia, Michoacán: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

Jiménez-Chaves, V. (2012). El estudio de caso y su implementación en la investigación. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 8(1), 141-150. Recuperado de http://scielo.iics.una.py/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2226-40002012000100009&lng=en&tlng=es.

Martínez, O., Steffens, E., Ojeda, D., y Hernández, H. (2018). Estrategias Pedagógicas Aplicadas a la Educación con Mediación Virtual para la Generación del Conocimiento Global. *Formación universitaria*, 11(5), 11-18. doi: 10.4067/S0718-50062018000500011

Mendoza, H., Burbano, V., y Valdivieso, M. (2019). El Rol del Docente de Matemáticas en Educación Virtual Universitaria. Un Estudio en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. *Formación universitaria*, 12(5), 51-60. doi: 10.4067/S0718-50062019000500051

Ministerio de Educación Nacional. (2009). Educación Virtual o Educación en Línea. Recuperado de <https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-196492.html>

- Nérici, I. (1969). Didáctica. En A. Kapelusz (Ed.), *Hacia una Didáctica General Dinámica* (pp. 56-70). Buenos Aires, Argentina: Kapelusz S.A.
- Santoveña, S. (2004). Metodología didáctica en entornos virtuales de aprendizaje. *Etic@net: Revista científica electrónica de Educación y Comunicación en la Sociedad del Conocimiento*, (3), 1-9. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6869844.pdf>
- Sistema Nacional de Información de la Educación Superior. (2017). *Matriculados en Educación Superior, Colombia 2017* [Archivo Excel]. Recuperado de http://re-des.colombiaaprende.edu.co/ntg/men/archivos/Snies/Matriculados_2017.xlsx
- Valencia, N. (2011, 22 de enero). *Elementos de la didáctica* [presentación de diapositivas]. SlideShare. Recuperado de <https://pt.slideshare.net/NormaValencia/elementos-de-la-didctica/5>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. y Wijers, M. (2005). Mathematics standards and curricula in the Netherlands. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37, 287–307. doi : 10.1007/BF02655816
- Yong, E., y Bedoya, D. (2016). *De la educación tradicional a la educación mediada por TIC: Los procesos de enseñanza aprendizaje en el siglo XXI*. Virtual Educa, Puerto Rico. Recuperado de <https://acceso.virtualeduca.red/documentos/po-nencias/puerto-rico/1061-184b.pdf>
- Yong, E., Nagles, N., Mejía, C., y Chaparro, C. (2017). Evolución de la educación superior a distancia: desafíos y oportunidades para su gestión. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 50, 80-105. Recuperado de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/814/1332>

COMPETENCIA “MIRAR CON SENTIDO” EN LA FORMACIÓN DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Sonia Valbuena Duarte*

Elsa Adarraga Lineros**

Kendry Santander Martínez***

Jesús Berrio Valbuena****

* Dr (c) en Ciencias, Magister en Educación y Magister en Matemáticas, Licenciada en Matemáticas y Física, Grupo de Investigación GIMED, Docente Universidad del Atlántico, Colombia, soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

** Licenciada en Matemáticas, Grupo de Investigación GIMED, Universidad del Atlántico, Colombia, eadarraga@mail.uniatlantico.edu.co

*** Licenciada en Matemáticas, Grupo de Investigación GIMED, Universidad del Atlántico, Colombia, ksantander@mail.uniatlantico.edu.co

**** Magister en Educación Matemática, Licenciado en Matemáticas, Grupo de Investigación GHEM, Docente Universidad del Atlántico, Colombia, jberriovalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

El presente capítulo presenta los desarrollos y resultados de un trabajo de investigación que diagnostica la competencia “mirar con sentido” en una muestra conformada por 15 profesores en formación inicial, 5 egresados y 5 formadores de profesores de un programa que forma licenciados en matemáticas. Se realizó observación no participante y grabaciones a las clases de didáctica y de práctica profesional, además se aplicó un cuestionario a los profesores en formación inicial y una entrevista oral a los formadores de profesores con la finalidad de analizar las 3 destrezas que conceptualizan la competencia teremy “mirar con sentido”: identificar, interpretar y toma de decisiones, se realizaron grabaciones de las Prácticas Profesionales de los profesores en formación inicial. Los resultados muestran indicios de un inicio del desarrollo de la competencia al ser capaces de identificar aspectos relevantes en la enseñanza de las matemáticas y avances de los egresados, pues identifican elementos matemáticos, usan el conocimiento sobre el contexto para interpretar y en algunos casos realizan conexiones para la toma de decisiones, lo que permite inferir que la competencia se empieza a desarrollar en la formación inicial y se desarrolla durante las prácticas profesionales. Estos resultados aportan información a los formadores de profesores para el diseño de entornos de aprendizaje que permitan que se empiece a desarrollar la competencia “mirar con sentido” en la formación inicial de los Profesores mediante el uso de tareas profesionales y el uso del conocimiento de los estudiantes procedentes de la didáctica de las matemáticas.

Palabras clave: *Formación de profesores; educación; destreza; ambiente de aprendizaje; práctica pedagógica.*

I. INTRODUCCIÓN

Uno de los Objetivos de la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible; La Resolución 71/8 “Educación para la Democracia” aprobada por la Asamblea General (2016) de las Naciones Unidas; es la Educación, pues mejora la calidad de vida de las personas contribuyendo al fortalecimiento de la democracia, disminución de la desigualdad económica, desarrollo del ser humano, desaparición de la pobreza y además garantiza una educación de calidad promoviendo oportunidades de aprendizaje.

Desde diversos autores, invitan a que a partir del análisis de la crisis de los Sistemas Educativos; (CEPAL, UNESCO, Banco Mundial, Herrera, 2017; entre otros) estos requieren transformarse, incluida la formación docente, los currículos, la forma de enseñar y en este sentido, la calidad educativa, se requiere analizar los conocimientos y competencias de los profesores (Cobos, 2014; Fernández y Sánchez, 2014; Tovar, 2015), pues son pieza fundamental. Con formación docente idónea, los estudiantes recibirán una educación adecuada y por tanto será posible mejorar las condiciones de vida de las personas.

En este referente de la formación y ejercicio del docente en Colombia, lo reglamentado por el Estado, desde el Decreto No. 1278 de 2002 “Estatuto de Profesionalización Docente”, se regula las relaciones de Estado para desempeñar cargos docentes y directivos docentes al servicio del Estado, siendo la forma en que en Colombia se seleccionan a los aspirantes para los cargos como docentes en las Instituciones del Estado, con el objeto de garantizar que la docencia sea ejercida por educadores idóneos, teniendo en cuenta: formación, experiencia y competencias. Con esta directriz de Ley, ingresa a la carrera docente profesionales licenciados y no licenciados, con el sólo conocimiento de la disciplina del profesional, desconociéndose la formación pedagógica y estudios más calificados de formación.

De igual modo, el Estado Colombiano a través del Ministerio de Educación Nacional (MEN) en el Decreto 2450 de 2015 establece los criterios para evaluar los programas de licenciatura, aplicado a las vigentes, y en la Resolución 18583 del 2017 se establecen características específicas de calidad para obtención, renovación o modificación del registro calificado, algunas son: denominación, contenidos curriculares, componente pedagógico y disciplinar definiéndose el diseño curricular a cumplir con el propósito y perfil profesional; para así garantizar calidad

en los procesos educativos; la práctica pedagógica con 40 créditos presenciales del plan de estudios y un nivel de inglés A2 y que pasado los 3 primeros años en vigencia deberá ser B1.

No obstante, en el Decreto 1578 de 2017, los bachilleres tienen la posibilidad de participar en el Concurso Especial en cualquier modalidad, con el objeto de compensar las comunidades rurales por el daño ocasionado por la guerrilla. El Diario digital CONtexto Ganadero (2017) publica desacuerdos entre la Federación Colombiana de Educadores (Fecode) y el Estado por este Concurso. Los argumentos han estado entorno a que los profesionales que no son licenciados, normalistas, técnicos o tecnólogos en educación, no tienen la preparación necesaria para enseñar; y, por otro lado, la violencia ha impedido que los docentes nombrados permanezcan en las zonas de conflicto ocasionando una desigualdad entre el campo y la ciudad respecto a la regularidad de las clases. Con el Concurso Especial de docentes se proveerán 1.840 empleos docentes, con el fin de sustituir la contratación de la prestación del servicio educativo estatal, beneficiando directamente a un estimado de 49.765 niños. Y en la actualidad la organización, Enseña por Colombia abrió una convocatoria para profesionales (Educación, 2019) interesados en ser docentes en las zonas rurales durante dos años.

El componente pedagógico necesario para ejercer como docente, los profesionales que decidan ser educadores, pueden realizar un programa de pedagogía compuesto por 10 créditos académicos y cada crédito corresponde a 48 horas de las cuales el componente presencial no podrá ser inferior al 50% (Decreto 2035 de 2005). Lo que dista sustancialmente de las iniciativas reglamentarias en pro de la calidad educativa, propuestas para las licenciaturas.

Evidentemente, hay una brecha grande entre la formación de un licenciado y de un profesional, por ejemplo: la práctica pedagógica del licenciado no la tienen otras carreras profesionales, a sabiendas que la práctica pedagógica en la formación del docente posibilita no sólo conocimiento pedagógico, sino que permite desarrollar habilidades y competencias para el desempeño en su ejercicio docente en diferentes contextos (Sosa, 2014). Las competencias desarrolladas por los docentes permiten llevar a cabo una labor educativa de calidad, pues son indispensables para guiar el currículo y la docencia (Álvarez, 2011). Lo que se entiende evalúa el Instituto Colombiano para el Fomento de

Educación Superior (ICFES) en las pruebas internas; Pruebas Saber Pro; que con el fin de evaluar la calidad de educación Superior en estudiantes de pregrado que estén próximos a culminar su plan de estudios (cursados al menos el 75% de los créditos académicos), les evalúa las Competencias Genéricas, a través de 5 módulos: Lectura Crítica, Razonamiento Cuantitativo, Competencias Ciudadanas, Comunicación Escrita e inglés y las Competencias Específicas que están conformadas por temáticas y contenidos específicos de los diferentes Programas de formación dependiendo del área de formación; el ICFES oferta 40 módulos de los cuales las Instituciones de Educación Superior (IES) deben escoger entre 1 y 3 módulos de acuerdo al área de formación, no obstante para apoyar la selección el ICFES arma grupos con los programas académicos con características similares y les sugieren módulos específicos. Por ejemplo para un licenciado las competencias Específicas que se sugieren evaluar son las siguientes: Enseñar, que es la competencia que permite comprender y usar la didáctica con la intención de favorecer los aprendizajes de los estudiantes; Formar, que permite utilizar los conocimientos pedagógicos y disciplinares para crear ambientes educativos para el desarrollo de los estudiantes, del profesor y de la comunidad y Evaluar, que permite reflexionar sobre los procesos de formación con el propósito de mejorar los procesos educativos; mientras que, para un ingeniero, estadístico y físico las competencias Específicas serán de acuerdo a su formación, y difieren del licenciado. El MEN en Colombia (2014) a través de los Lineamientos para la Licenciatura establece que las competencias están relacionadas directamente con la Práctica Pedagógica; aunado al panorama descrito, la Resolución 09317 del 2016 contempla que un estadístico, matemático, y cualquier ingeniero puede ser un docente en matemáticas, so pena de sus propios perfiles ocupacionales contemplados en su Proyecto Educativo de Programa (PEP), mientras que un licenciado tiene un énfasis en el saber disciplinar y en la práctica pedagógica. Además, se sugiere que, en los educadores del área de matemática, las competencias deben estar bien desarrolladas para poder asumir diversos retos (Pinto, 2011) del proceso de enseñanza y aprendizaje. Para ser docente de matemáticas, Llinares (2012) plantea que es necesario observar de manera profesional las situaciones que suceden en el ambiente educativo, es decir, identificar los aspectos importantes en la enseñanza e interpretarlos para así saber cómo actuar en la enseñanza de las matemáticas, por eso es necesario que en la formación inicial se realicen prácticas para articular lo aprendido en la universidad con el conocimiento generado en la práctica para así poder desarrollar la competencia.. Por otra parte, Jacobs y Lamb (2012)

puntualizan tres destrezas interrelacionadas: identificar las estrategias usadas por los estudiantes, interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes y decidir cómo responder (decisiones de acción) teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes.

Es de interés en este trabajo de Investigación para un contexto particular que forma profesionales en educación, estudiar para diagnosticar cómo están las destrezas: Identificar, Interpretar y Toma de decisiones en estos futuros profesionales de la educación.

Termina siendo contradictorio, que Colombia queriendo buscar calidad en su educación y que su objetivo sea que los docentes sean idóneos y formados en competencias tal como se plantea en el Decreto 1278/2002, este mismo auspicio otras profesiones al ejercicio docente.

El presente trabajo presenta el resultado de una investigación que analiza la competencia “mirar con sentido” en la formación inicial de los profesores de matemáticas, en egresados de un programa de licenciados en matemáticas y formadores de profesores de matemáticas; parte del foco de la investigación son los entornos de aprendizaje que se diseñan en las clases de didácticas y práctica profesional en educación matemática de la Universidad del Atlántico en la etapa de Formación Inicial, estos Entornos son de vital importancia para generar y construir conocimientos sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje y para el desarrollo de la competencia “mirar con sentido”.

Este capítulo se estructura en cinco secciones, en la segunda se plantea el problema de la investigación que trata sobre la necesidad de analizar las competencias de los profesores en matemáticas teniendo en cuenta que la Reglamentación Colombiana establece parámetros de calidad educativa, y se permita según Decreto N° 1278 que cualquier profesional no licenciado pueda ser docente, y que además cualquier bachiller según Decreto N° 1578 pueda participar en el concurso especial para ejercer docencia en zonas de conflicto. A su vez el Estado Colombiano realiza pruebas internas (Pruebas Saber) donde evalúa a los licenciados competencias específicas diferentes a los de un no licenciado; siendo según Llinares la formación y práctica pedagógica de un licenciado importante donde se observa de manera profesional las situaciones que ocurren en los ambientes educativos.

En la tercera sección, se toman referentes de investigaciones

realizadas a nivel internacional, nacional y local que soportan este trabajo de investigación. En esta misma sección se trabaja el marco teórico, el cual describe variables sustentadas por Leyes, Decretos, Resoluciones y autores como Ministerio de Educación Nacional (MEN), Llinares y Mason.

En la cuarta sección, se describe la metodología establecida por 5 fases y diseño de esta investigación que es estudio de caso múltiple, se escoge la población y muestra en la que intervienen Profesores en Formación Inicial pertenecientes a él plan de estudio 2011 y 2018 que estén cursando alguna didáctica o práctica profesional en educación matemática, egresados y formadores de profesores de didácticas y prácticas del plan de estudio 2011 y 2018; a su vez se describen los instrumentos y técnicas de esta Investigación como lo son: La revisión documental, encuesta, entrevista y observación no participante.

En la penúltima sección, se muestran los análisis de la revisión documental realizada a las competencias, planes de estudios y perfiles ocupacionales de los habilitados para ser docentes según Decreto 1278 del 2002, a su vez de los sílabos de las diferentes didácticas y práctica profesional de los planes de estudio 2011 y 2018. También se muestran los análisis de las tres destrezas que conceptualizan la competencia "mirar con sentido": identificar, interpretar y toma de decisiones, y por último se muestra el análisis de los Entornos de Aprendizaje que permiten el desarrollo de la competencia.

Y en la última sección, teniendo en cuenta el estudio y análisis realizado se presentan las conclusiones y recomendaciones de esta investigación.

2. DESCRIPCION DEL PROBLEMA

Uno de los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) de la Agenda 2030 en sus acciones a desarrollar de los que hace referencia La Resolución 71/8 "Educación para la Democracia" aprobada por la Asamblea General (2016) de las Naciones Unidas es la Educación, pues mejora la calidad de vida de las personas contribuyendo al fortalecimiento de la Democracia, a la disminución de la desigualdad económica, al desarrollo del ser humano, a la desaparición de la pobreza y además garantiza una educación de calidad promoviendo oportunidades de aprendizaje.

Herrera (2017) plantea que debido a la crisis de los Sistemas Educativos;

los organismos Internacionales (CEPAL, UNESCO, Banco Mundial, entre otros) tienen la necesidad de transformar los Sistemas Educativos, la Formación docente, los currículos y la forma de enseñar.

Cobos (2014) plantea que si lo que se desea es brindar calidad educativa, es necesario analizar los conocimientos y competencias de los profesores pues son pieza fundamental para brindar una educación de calidad, ya que si hay una formación docente los estudiantes recibirán una educación adecuada y de esta manera será posible mejorar las condiciones de vida de las personas.

Entonces cabe cuestionarse, y teniendo en cuenta la investigación de Fernández y Sánchez (2014), si el limitarse sólo a transmitir conocimientos sin tener las competencias necesarias de un docente será suficiente para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje presente en el ambiente educativo.

Para el caso de Colombia en el Decreto No. 1278 de 2002 "Estatuto de Profesionalización Docente", se regula las relaciones de Estado con los Educadores para desempeñar cargos docentes y directivos docentes al servicio del Estado, el cual permite que profesionales no licenciados puedan participar del Concurso de Mérito a Docente, el cual es la forma en que en Colombia se seleccionan a los aspirantes para los cargos como docentes en las Instituciones del Estado, a pesar de que su objeto sea garantizar que la docencia sea ejercida por educadores idóneos, teniendo en cuenta su formación, experiencia y competencias que si bien no es la misma que posee un licenciado. Para ser profesor no solo es necesario el conocimiento de la disciplina que tiene un profesional no licenciado sino una formación pedagógica, es decir, unos estudios más calificados de formación (Tovar, 2015).

De igual modo, para los licenciados en educación, el Estado Colombiano a través del Ministerio de Educación Nacional (MEN) en el Decreto 2450 de 2015 establece los criterios que se tendrán en cuenta para evaluar los programas de licenciatura el cual deberá cumplir con los contenidos curriculares para realizar la evaluación del plan de estudios y que éste cumpla con los propósitos de formación y el perfil del egresado. Además, en la Resolución 18583 del 2017: Se establecen características específicas de calidad para la obtención, renovación o modificación del registro calificado, algunas de las características son: denominación, contenidos

curriculares, componente pedagógico y componente disciplinar; también que la práctica pedagógica debe ser por lo menos 40 créditos presenciales del plan de estudios y que el nivel de inglés deberá ser A2 y que pasado los 3 primeros años en vigencia deberá ser B1.

No obstante, en el Decreto 1578 de 2017, los bachilleres tienen la posibilidad de participar en el Concurso Especial en cualquiera sea su modalidad, esto con el objeto de compensar a las comunidades rurales el daño ocasionado por la guerrilla y los actores al margen de la Ley. En el Diario digital Contexto Ganadero (2017) se muestra que este Concurso ha generado desacuerdo entre la Federación Colombiana de Educadores (Fecode) y el Estado ya que por una parte Fecode argumenta que los profesionales que no son licenciados, normalistas, técnicos o tecnólogos en educación no tienen la preparación necesaria para enseñar y por otro lado, la violencia ha impedido que los docentes nombrados permanezcan en las zonas de conflicto ocasionando una desigualdad entre el campo y la ciudad respecto a la regularidad de las clases y con el Concurso Especial de docentes se proveerán 1.840 empleos docentes, con el fin de sustituir la contratación de la prestación del servicio educativo estatal, beneficiando directamente a un estimado de 49.765 niños.

De la misma manera, la organización sin ánimo de lucro, “Enseña por Colombia”, abrió una convocatoria para profesionales que estén interesadas en ser docentes en las zonas rurales durante dos años, por lo cual es contradictorio que Colombia queriendo buscar calidad educativa permite que la docencia sea ejercida por profesionales que no tienen la formación necesaria para ser un docente (Educación, 2019)

Por el contrario, para un profesional no licenciado, los requisitos planteados en el Decreto 2035 de 2005 para que pueda prestar sus servicios como docente son muy diferentes a los de un licenciado, ya que el programa de pedagogía que deberán cursar estará compuesto por 10 créditos académicos y cada crédito corresponde a 48 horas de las cuales el componente presencial no podrá ser inferior al 50%.

Evidentemente, la formación de un licenciado y de un profesional no va ser la misma ya que la práctica pedagógica que se le exige a los licenciados no las tienen otras carreras profesionales, si bien, la práctica pedagógica en la formación de un docente posibilita no sólo conocimiento pedagógico, sino que permite desarrollar habilidades y competencias

para el desempeño en su ejercicio docente en diferentes contextos. (Sosa, 2014). Las competencias desarrolladas por los docentes permiten llevar a cabo una labor educativa de calidad, ya que son indispensables para guiar el currículo y la docencia. (Álvarez, 2011). Es por esto, que el Estado realiza a través del Instituto Colombiano para el Fomento de Educación Superior (Icfes) unas pruebas internas que se conocen con el nombre de Pruebas Saber Pro con el fin de evaluar la calidad de educación Superior, es decir, estudiantes de pregrado que estén próximos a culminar su plan de estudios y que hayan aprobado al menos el 75% de los créditos académicos. En estas se evalúan las Competencias Genéricas, que son las que se evalúan a todos los estudiantes sin importar su área de formación a través de 5 módulos que son: lectura crítica, razonamiento cuantitativo, competencias ciudadanas, comunicación escrita e inglés y a su vez también se evalúan las Competencias Específicas que están conformadas por temáticas y contenidos específicos de los diferentes programas de formación dependiendo del área de formación; el Icfes oferta 40 módulos de los cuales las Instituciones de Educación Superior (IES) deben escoger entre 1 y 3 módulos de acuerdo al área de formación, no obstante para apoyar la selección el ICFES arma grupos con los programas académicos con características similares y les sugieren módulos específicos. Por ejemplo para un licenciado las competencias Específicas que se sugieren evaluar son las siguientes: Enseñar, que es la competencia que permite comprender y usar la didáctica con la intención de favorecer los aprendizajes de los estudiantes; Formar, que permite utilizar los conocimientos pedagógicos y disciplinares para crear ambientes educativos para el desarrollo de los estudiantes, del profesor y de la comunidad y Evaluar, que permite reflexionar sobre los procesos de formación con el propósito de mejorar los procesos educativos, mientras que, para un ingeniero, estadístico y físico las competencias Específicas serán de acuerdo a su formación, que no es la misma para un Licenciado. El MEN en Colombia (2014) a través de los Lineamientos para la Licenciatura establece que las competencias están relacionadas directamente con la Práctica Pedagógica.

Sin embargo, la Resolución 09317 del 2016 permite que un estadístico, matemático, y cualquier ingeniero puede ser un docente en matemáticas, lo cual vulnera sus propios perfiles ocupacionales, puesto que no es lo contemplado en su Proyecto Educativo de Programa (PEP) ni es para lo que se les forma, mientras que un licenciado tiene un énfasis en el saber disciplinar y en la práctica pedagógica. Además, se sugiere que, en los educadores del área de matemática, las competencias deben de estar más

desarrolladas para no quedarse en lo tradicional y poder asumir diversos retos (Pinto, 2011). La formación en competencias de un licenciado en matemáticas es necesaria para lograr el proceso de enseñanza y aprendizaje. Para ser docente de matemáticas es necesario observar de manera profesional las situaciones que suceden en el ambiente educativo, es decir, identificar los aspectos importantes en la enseñanza e interpretarlos para así saber cómo actuar en la enseñanza de las matemáticas por eso es necesario que en la formación inicial se realicen prácticas para articular lo aprendido en la Universidad con el conocimiento generado en la práctica para así poder desarrollar la competencia. Por otra parte, (Jacobs, 2010) la conceptualizan como un conjunto de tres destrezas interrelacionadas: identificar las estrategias usadas por los estudiantes, interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes y decidir cómo responder (decisiones de acción) teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes.

Es de interés en este trabajo de Investigación para un contexto particular que forma Profesionales en educación estudiar para diagnosticar cómo están las destrezas: Identificar, Interpretar y toma de decisiones en estos futuros profesionales de la Educación.

Es contradictorio, que Colombia queriendo buscar calidad en su educación y que su objetivo sea que los docentes sean idóneos y formados en competencias tal como se plantea en el Decreto 1278 permita que profesionales no licenciados participen en el concurso de mérito sin tener conocimiento alguno sobre pedagogía y las competencias necesarias y tengan la convicción que realizar un curso de pedagogía sea suficiente para ser docente, no teniendo en cuenta que su perfil ocupacional y su plan de estudios no contempla ser docente.

3. REFERENTES TEÓRICOS

3.1. Formación inicial de los profesores en Colombia

MEN brinda un acompañamiento a los programas de formación inicial de profesores ya que estos son espacios de formación fundamentales para que el docente desarrolle las competencias genéricas y específicas para mejorar su papel como docente y de esta manera contribuir al mejoramiento de la educación en Colombia. Este acompañamiento ha permitido fortalecer los planes de estudio de los programas de tal manera

que respondan a los retos de la calidad de la educación. El objetivo es que los programas de formación sean conscientes de la responsabilidad que tienen al formar un docente, para esto es necesario contar con un equipo de docentes y directivos comprometidos en la mejora de las propuestas curriculares y los planes de estudio.

En el Decreto 1278 de 2002, en el artículo 3 establece quienes son Profesionales de la Educación:

Son profesionales de la educación las personas que poseen título profesional de licenciado en educación expedido por una institución de educación superior; los profesionales con título diferente, legalmente habilitados para ejercer la función docente de acuerdo con lo dispuesto en este decreto; y los normalistas superiores.

De esta manera, en la Resolución 15683 de 2016 se establece que pueden ser docentes de matemáticas aquellos con título profesional en algunos de los siguientes núcleos básicos del conocimiento: matemáticas, estadística, física e ingenierías.

Por otro lado, en el Decreto 18583 de 2017 se ajustan las características específicas de calidad de los programas de Licenciatura para la obtención, renovación o modificación del registro calificado, el cual establece que en los contenidos curriculares:

La institución de educación superior deberá hacer explícitos los fundamentos teóricos, así como los lineamientos pedagógicos y didácticos desde donde se realiza el diseño curricular de sus programas de Licenciatura señalando un propósito y un perfil de formación, que posibiliten el cumplimiento de los parámetros de integralidad, flexibilidad e interdisciplinariedad.

Además, se deben desarrollar articuladamente cuatro componentes que son:

- Componente de fundamentos generales: En este componente se incluyen los sentidos generales que constituyen una comunidad académica, hecho que supone el manejo de la lectura, la escritura, la argumentación, la investigación, el manejo de una lengua extranjera o una segunda lengua, así como capacidades matemáticas y de

razonamiento cuantitativo, formación en ciudadanía y apropiación y uso pedagógico de las TIC.

- Componente de saberes específicos y disciplinares: el educador debe tener conocimientos actualizados en el área en el que se desempeñará como licenciado, además debe dominar las formas de investigar del campo disciplinario o profesional.
- Componente de pedagogía: capacidad de utilizar conocimientos pedagógicos que permitan crear ambientes para la formación integral, el aprendizaje y la evaluación de los estudiantes.
- Componente de didáctica de las disciplinas: este componente reconoce la necesidad de articular la pedagogía y la didáctica, es decir, tener la capacidad para enseñar el contenido disciplinar, conocer cómo las personas aprenden, identificar dificultades y utilizar estrategias para resolver esas dificultades.

3.2. Competencia de los profesores de matemáticas

El MEN (2015) define la competencia como un “Conjunto de conocimientos, actitudes, disposiciones y habilidades (cognitivas, socio-afectivas y comunicativas), relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores. Por lo tanto, la competencia implica conocer, ser y saber hacer”. De ahí, la importancia de que los docentes de matemáticas desarrollen unas competencias necesarias para poder brindar calidad educativa.

En el Decreto 1278 de 2002, el estatuto de profesionalización en su artículo 1º, establece el Estatuto de Profesionalización Docente que ajustará las relaciones del Estado con los educadores a su servicio, asegurando que los docentes que ejercen esta profesión sean idóneos, teniendo en cuenta su formación, experiencia, desempeño y competencias, así como sus cualidades principales en lo que se refiere a permanencia, ingreso, ascenso y retiro del servidor docente, con esto se busca una educación de calidad, desarrollo y crecimiento de los docentes a nivel profesional.

En su artículo 16º y 19º hacen referencia a carrera y escalafón docente, es importante que el docente desarrolle competencias y a su vez sean demostradas, esta idoneidad hace dependencia a el carácter profesional de

los educadores puesto que la carrera docente es el régimen que ampara el ejercicio de la profesión docente en el sector estatal, y se considera el mérito como principio importante para el ingreso, permanencia, promoción del servicio y el ascenso en el Escalafón Docente, siendo este último el sistema de clasificación de los docentes y directivos docentes estatales, el cual constituye distintos grados y niveles que un docente puede alcanzar a lo largo de su carrera profesional teniendo en cuenta su formación académica, competencias, experiencias, responsabilidad y desempeño.

En su artículo 27° se establecen los tipos de evaluación donde la evaluación de competencias hace parte de ella.

En su artículo 31° se refiere a la evaluación de periodo de prueba, la cual se realiza al terminar cada año académico y comprende los desempeños y competencias específicas. Se considerará satisfactoria aquellas pruebas evaluadas su desempeño y competencias los docentes y directivos que hayan obtenido una calificación igual o superior al 60%, los que obtengan una calificación inferior serán retirados del servicio.

En su artículo 35° se hace referencia a la evaluación por competencias, caracterizan la competencia en una persona causalmente relacionada con su desempeño y una labor exitosa en su puesto de trabajo. Esta evaluación la entidad territorial la realizará cuando lo considere conveniente, sin que pueda transcurrir un lapso de 6 años entre una prueba y otra, esta evaluación no es obligatoria, más si de carácter voluntario para aquellos docentes y directivos inscritos en el Escalafón Docente que deseen lograr un ascenso de grado, se debe permitir considerar aspectos como: competencias de logro y acción, competencias de ayuda y servicio, competencias de influencia, competencias de liderazgo y dirección; competencias cognitivas y competencias de eficacia personal. Parágrafo: el responsable del modelo de las pruebas de evaluación por competencias está a cargo del Ministerio de Educación Nacional.

A su vez en su artículo 36° hacen referencia a los resultados y consecuencias de las evaluaciones de desempeño y de competencias, las cuales son las siguientes:

1. Evaluación ordinaria periódica de desempeño anual: Si el docente obtiene en la evaluación de desempeños una calificación inferior al 60% la cual se considera no satisfactoria durante dos años

consecutivos, será excluido del Escalafón Docente y retirado del servicio, en el mismo caso para los directivos docentes si esto llega a ocurrir, serán regresados a la docencia una vez exista vacante en caso de provenir de la docencia estatal y recibirán el salario que corresponda a ese cargo dependiendo del nivel salarial que ya disponían, de no provenir de ésta serán excluidos del Escalafón Docente y retirados del servicio.

2. Evaluación de competencias: Pueden ascender al Escalafón Docente aquellos docentes o directivos docentes quienes hayan obtenido una calificación superior al 80% en la evaluación por competencias, esto surgirá en un orden estricto de puntaje hasta el monto de las existencias presupuestales por años. Parágrafo: Las evaluaciones por desempeño pueden ser apeladas por lo docentes y directivos docentes que apliquen a la prueba, este recurso de reposición y apelación debe ser resuelto dentro de los 15 días hábiles seguidas a su presentación por el superior jerárquico o por el inmediato superior.

Por otro lado, según el MEN (2013): Se reconoce que el papel que juega un docente y el rol que cumple es de gran importancia puesto que es un asunto de orden multidimensional desde donde se originan las competencias profesionales. Tomando como base las tres competencias evaluadas por el estado, las cuales involucran saberes disciplinares, saberes pedagógicos y atributos personales particulares, se definen y se caracterizan las competencias que debe tener un profesor de matemáticas dentro de las competencias disciplinares.

Las competencias disciplinares conforman un conjunto de habilidades del docente o directivos docentes, relacionados con sus saberes que aplican el uso de conocimiento en situaciones educativas, y a su vez se describen lo importante que es la Educación Matemática en la formación de profesores, se caracterizan componentes de gran importancia sobre el conocimiento profesional de los docentes y estos serán así mismos objetos de evaluación para las pruebas.

Dentro de las competencias que debe tener un docente de matemática, las cuales están implementadas en los estándares básicos de competencias y los lineamientos curriculares tenemos:

1. Comprender y usar fundamentos, conceptos y estructuras matemáticas básicas: Tener dominio y reconocer conceptos matemáticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
2. Argumentar: Justificar procedimientos, explicar cómo y porqué, generalizar, plantear preguntas.
3. Comunicar: Describir relaciones matemáticas, usar e interpretar los diferentes lenguajes, manipular expresiones simbólicas.
4. Modelar: Matematizar situaciones dentro y fuera de la matemática escolar.
5. Plantear y resolver problemas: Proponer situaciones problema, desarrollar y aplicar estrategias diversas para plantear y resolver un problema.

Las competencias pedagógicas hacen referencia a los conocimientos, valores, actitudes y habilidades que los docentes ponen en manifiesto al desarrollar y ejercer los procesos de enseñanza y formación. En esta competencia se evalúan planeación, desarrollo, seguimiento y mejora de las prácticas educativas escolares. Por otro las competencias comportamentales están definidas como un conjunto de características personales que benefician el desempeño de las funciones que debe tener un docente y los directivos docentes, algunas definiciones de esta competencia comportamentales muestran las siguientes características:

1. Competencias de acción y logro: Estas competencias indican preferencia fundamental hacia la orientación al logro.
2. Competencias de ayuda y servicio: Esta categoría se relaciona por la sensibilidad interpersonal.
3. Competencias de impacto e influencia: Se relaciona con la comunicación asertiva, la negociación y mediación en la situación de conflictos con el objetivo de plantear soluciones.
4. Competencias de liderazgo y formación: Relacionada con el liderazgo y trabajo en equipo.

5. Competencias de efectividad personal: Son competencias que reflejan la autoeficacia, para que cada persona tenga confianza en sí misma, adapte su manera de comportarse, con el objetivo de cumplir con excelencia su labor.

De acuerdo a la Resolución N° 09317, 2016 uno de los propósitos principales de un docente de área es el desarrollo de las competencias sociales y de convivencia ciudadana. Las competencias en el área de gestión académica de un docente se describen de la siguiente manera:

- Dominio conceptual: Hace uso de los conceptos que abarca el área en el que se desempeña y los modifica.
- Planeación y organización académica: Planifica las clases teniendo en cuenta los estándares básicos de competencias, y los procesos de enseñanza-aprendizaje, organiza de manera disciplinar la enseñanza teniendo en cuenta los conceptos aprendidos, informa sobre los procedimientos y los procesos de reclamo de padres de familia y estudiantes en lo que concierne la evaluación y promoción.
- Didáctica: Crear ambientes donde se fomente el aprendizaje autónomo y en equipo de los estudiantes, diseña estrategias didácticas que ayuden a desarrollar conceptos disciplinares, construye actividades que relacionen conceptos disciplinares con experiencias precedentes del estudiante.
- Seguimiento y evaluación del aprendizaje: Participa en los procesos de seguimiento escolar de los estudiantes, realiza evaluaciones teniendo en cuenta enfoques integral, flexible y formativo; crea evaluaciones tomando como objetivo el grado y competencias del ciclo, impulsa la autoevaluación en los estudiantes, crea estrategias de apoyo para resolver situaciones de altos y bajos desempeños de los estudiantes e informa a los padres de familia o acudiente la situación académica de los estudiantes.

Así mismo, resaltando la gran importancia que tienen las competencias de los docentes y directivos docentes es necesario contar con criterios que determinen el nivel de desempeño de los docentes en competencias, algunos sistemas educativos como en Latinoamérica y Europa elaboran perfiles docentes que manifiestan todos los conocimientos, habilidades,

actitudes y destreza e docentes para desempeñarse con profesionalismo en su labor.

3.3. Competencia “mirar con sentido” en profesores de matemáticas

Llinares (2012) plantea que en la formación de profesores de matemáticas es importante potencializar el desarrollo del conocimiento y habilidades para analizar la enseñanza de las matemáticas, y en especial el desarrollo de la competencia “mirar con sentido”. Esta competencia permite que el docente de matemáticas vea de manera profesional las situaciones que se presentan en los procesos de enseñanza-aprendizaje, para esto se integran tres destrezas las cuales van relacionadas entre sí, a saber, ellas son: Identificar, Interpretar y Tomar decisiones de acción.

Un docente de matemáticas al desarrollar la competencia “mirar con sentido” podrá identificar aspectos importantes de la situación de enseñanza, usar su conocimiento para razonar sobre las interacciones que se presenten en el aula, y podrá realizar conexiones entre eventos específicos del aula e ideas generales sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje. Esta competencia permite al docente identificar el pensamiento matemático de sus estudiantes, interpretar las situaciones de enseñanza y tomar decisiones respecto a las mismas. Por lo tanto, el desarrollo de la competencia “mirar con sentido” puede ser aprendida bajo ciertas condiciones, debido a que sus tres destrezas van relacionadas entre sí, y son modeladas en los procesos de formación inicial para que a su vez aporten información sobre el proceso de llegar a ser un docente de matemáticas.

Para el desarrollo de la competencia “mirar con sentido” se plantea que es de vital importancia la interacción del docente en formación inicial y el desarrollo de esta competencia docente, además el caracterizar procesos de construcción colaborativa del conocimiento como en debates virtuales entre estudiantes que se están formando para ser profesores. La interacción permite progreso en nuevos conocimientos de quienes participan, en donde se trabaja en equipo para mejorar de manera colaborativa. Resultados de investigaciones previas indican que este tipo de Entornos de Aprendizaje ayuda a construir conocimiento de Didáctica de la Matemática, puesto que es acertado para estructurar clases e interpretar el conocimiento matemático de los estudiantes.

Debido a esto, los Entornos de Aprendizaje influyen para que los docentes en Formación Inicial interactúen entre ellos para intercambiar, transformar y generar nuevos conocimientos. El diseñar Entornos de Aprendizaje es importante para que se construya conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas y poder desarrollar formas de generarlo. Para esto, se apoya en las 3 destrezas que conceptualizan la competencia "mirar con sentido" (Identificar, Interpretar y Toma de Decisiones) ya que esta competencia no solo tiene aspectos individuales, si no también sociales y se pretende que tanto los estudiantes como profesores participen de las interacciones para poder potenciar la construcción del conocimiento y las destrezas necesarias para la enseñanza de las matemáticas.

La competencia docente "mirar con sentido" (Mason, 2002) permite al profesor de matemáticas ver las situaciones de enseñanza aprendizaje de las matemáticas de una manera profesional que lo diferencia de la manera de mirar de alguien que no es profesor de matemáticas. Esta competencia se caracteriza por tres destrezas: identificar los aspectos relevantes de la situación de enseñanza; usar el conocimiento sobre el contexto para razonar sobre las interacciones en el aula, y realizar conexiones entre sucesos específicos del aula y principios e ideas más generales sobre la enseñanza aprendizaje.

Llinares (2014) plantea que los Entornos de Aprendizaje deben ser contextos de apoyo para el desarrollo de la competencia "mirar con sentido" y así los Profesores en Formación Inicial (PFI) razonen como profesores expertos, integrando desde la práctica de formar profesores el diseño de Tareas Profesionales, estableciendo una relación entre el conocimiento y su práctica, a su vez el trabajar juntos sobre un problema identificado en su actividad profesional genera nuevo conocimiento y permite ampliar las bases teóricas para redefinir los problemas que se presenten desde la propia práctica.

Pese a que en Colombia la competencia "mirar con sentido" no se encuentra reglamentada, y no es reconocida a nivel nacional, el MEN (2013), relaciona la competencia docente en el área de matemáticas con el uso flexible y comprensivo en diversos contextos y de los conocimientos matemáticos al saber enseñar, estos usos se evidencian precisamente con capacidades como analizar, razonar, y comunicar ideas, formular e interpretar problemas en situaciones didácticas. También comprende competencias cognoscitivas, argumentativas, de razonamiento y

comunicación, competencias en la matematización, modelización y resolución de problemas.

Así mismo las destrezas vistas anteriormente que caracterizan la competencia “mirar con sentido” hacen parte de las capacidades del docente vistas desde el carácter de la disciplina; analizar, interpretar y valorar los conocimientos matemáticos de los estudiantes en sus resolución de problemas matemáticos, reconocer distintos razonamientos, diagnosticar errores y proponer procesos interviniendo de manera adecuada, analizar los diferentes problemas que se presentan en las situaciones de enseñanza-aprendizaje y analizar situaciones didácticas.

Visto de este modo, las destrezas que caracterizan la competencia “mirar con sentido” se encuentran involucradas en las competencias docentes que debe tener un profesor de matemáticas en Colombia, y son de gran importancia tanto en la formación inicial y continuada del país.

4. METODOLOGÍA

4.1. *Diseño y metodología de la investigación*

Esta investigación se enmarca en un enfoque Exploratorio, ya que busca realizar un diagnóstico de la competencia “mirar con sentido” (Arias, 2012). Para ello se consideró un diseño de Estudio de Caso Múltiple (Rule & Mitchell, 2015) que permite explorar más de una unidad de análisis, que en este caso serán los docentes en formación inicial, Egresados y los Formadores de Profesores.

Teniendo en cuenta el diseño de investigación, su metodología se organizó en 5 fases, las cuales fueron adaptadas de Seckel y Font, (2019), como se muestra en la figura 1 y se describen a continuación y son esquematizadas en la Figura 1:

Fase 1. Diagnóstica: En esta fase se realizará una observación no participante y unas grabaciones a las clases en las que se tendrá en cuenta los Planes de estudio y los Sílabos, para identificar los elementos presentes en los Entornos de Aprendizaje en sus clases de Didáctica.

Fase 2. Formación y Diseño: En esta fase, se realiza una observación no participante y unas grabaciones a docentes en formación inicial, para

analizar cómo llegan a generar nuevo conocimiento y destrezas desde su Práctica Pedagógica Profesional. Además, una observación no participante y unas grabaciones a las clases de Didáctica para luego analizar cómo se construye conocimiento.

Fase 3. Implementación: En esta fase se aplica un Cuestionario a Formadores de profesores, Egresados y Docentes en Formación Inicial que indaga acerca de las 3 destrezas componentes de la competencia “mirar con sentido”, a saber: Identificar, Interpretar y Tomar de decisiones.

Fase 4. Triangulación: En esta fase, se triangula la información obtenida del cuestionario tomado de Ivars, Fernández y Llinares (2018) de las 3 destrezas de la competencia “mirar con sentido” (Llinares, 2012) aplicado a los docentes en formación inicial, Egresados y de la Entrevista oral realizada a los Formadores de Profesores. El objetivo es analizar cada una de las destrezas, teniendo en cuenta las categorías establecidas según Sánchez, Fernández, Valls, García, Ivars y Llinares (2012) que permiten establecer niveles de comprensión de cada una de ellas.

Fase 5. Retroalimentación: Se realiza una socialización con los Formadores de profesores, acerca de los cuestionarios aplicados y las observaciones realizadas a los docentes en Formación inicial acerca de las 3 destrezas que conceptualizan la competencia “mirar con sentido” que son: Identificar, Interpretar y Toma de Decisiones.

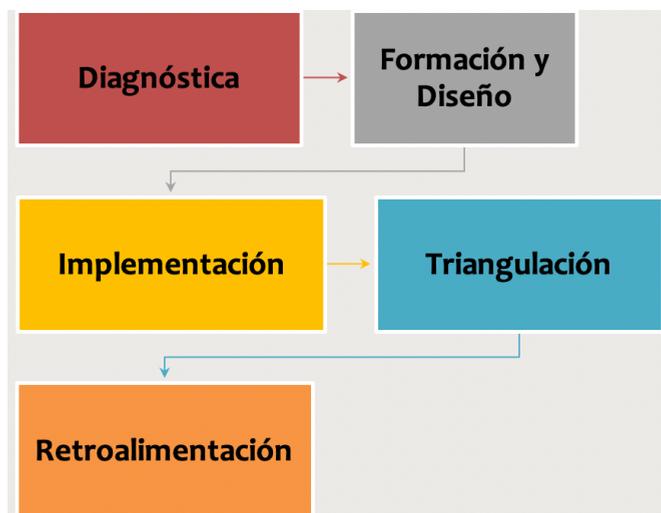


Figura 1. Diseño de investigación. (Elaboración propia)

4.2. Población y muestra

Población: son Formadores de Profesores y Docentes en Formación Inicial en el Área de Matemáticas. La población de objeto de estudio se ha discriminado en 2 subgrupos, el criterio de división está siendo el Plan de Estudio que están cursando ; el Plan de Estudio 2011 que consta de 8 semestres, 4 cursos de Didáctica : Didáctica de la Aritmética y la Geometría (2 créditos), Didáctica del Álgebra (2 créditos), Didáctica de la Estadística(2 créditos) y Didáctica del Cálculo (2 créditos) y 2 cursos de Práctica Profesional en Educación Matemática I (4 créditos) y Práctica Profesional en Educación Matemática II (4 créditos) y el Plan de Estudio 2018 que consta de 10 semestres, 5 cursos de Didácticas que son : Didáctica de Geometría (3 créditos) ,Didáctica de la Aritmética(3 créditos),Didáctica del Álgebra y Trigonometría(4 créditos), Didáctica del Cálculo (3 créditos) y Didáctica de la Estadística(3 créditos) y 2 cursos de Práctica: Práctica Pedagógica Profesional en Educación Matemática I (12 créditos) y Práctica Pedagógica en Educación Matemática II(12 créditos). Del Plan de Estudio 2018 a la fecha solo se han dado 4 semestres. La modificación del Plan de Estudio surge en el Programa muestra del estudio como respuesta a las exigencias del Ministerio de Educación Nacional mediante la Resolución 000036 del 10 de octubre de 2016.

La población objeto de estudio es discriminada como mostrado en la Tabla 1:

Tabla 1.

Población

CURSOS	ESTUDIANTES MATRICULADOS 2019-2
Didáctica de la Estadística	46
Didáctica de la Aritmética y Geometría	42
Didáctica de la Aritmética	32
Didáctica de la Geometría	54
Práctica Profesional en Educación Matemática I	59
Práctica Profesional en Educación Matemática II	48
	TOTAL 281

Tomado de Programa de Licenciatura en Matemáticas (Agosto 2019)

Muestra: Teniendo en cuenta el diseño de esta investigación Estudio de Caso Múltiple. Se tomó la siguiente muestra del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico (Tabla 2).

Tabla 2.

Muestra

MUESTRA	
	1 Didáctica de la Aritmética y Práctica Profesional en Educación Matemática I.
FORMADORES DE PROFESORES	1 Didáctica de la Aritmética y la Geometría, y Práctica Profesional en Educación Matemática II.
	1 Didáctica de la Geometría.
	1 Práctica Profesional en Educación Matemática II.
	1 Didáctica de la Estadística.
	2 Práctica Profesional en Educación Matemática I
DOCENTES EN FORMACIÓN INICIAL	5 Práctica Profesional en Educación Matemática II
	1 Didáctica de la Geometría
	2 Didáctica de la Estadística
	3 Didáctica de la Aritmética
EGRESADOS	5
TOTAL	24

4.3. Técnicas e instrumentos

Las técnicas e instrumentos utilizados en la presente investigación para la recolección de datos están conceptualizados de acuerdo a Llinares, Ivars, Fernández (2018) y son:

4.3.1. Observación no participante

Realizada a los Estudiantes y Profesores escogidos en la muestra. El instrumento utilizado fue una Bitácora, en la cual se van a recopilar unas observaciones que nos permitirán identificar los Entornos de Aprendizaje que permiten el desarrollo de la competencia “mirar con sentido” utilizando también las grabaciones a las clases como recurso para de esta manera analizar cómo se construye conocimiento y cómo los docentes en formación inicial desde su Práctica Pedagógica generan nuevo conocimiento.

4.3.2. Encuesta

Realizada a los estudiantes escogidos en la muestra lo que nos permitirá analizar el desarrollo de las tres destrezas que conceptualizan la competencia “mirar con sentido”. El instrumento utilizado fue un Cuestionario llamado Cuestionario a estudiantes, el cual contiene dos tareas, donde los docentes en formación deben analizar las respuestas de estudiantes de primaria que manifiestan distintas características de los niveles de comprensión sobre fracciones. Las Tareas fueron tomadas del artículo de Ivars, P; Fernández, C y Llinares, S. La Tarea 1 llamada Identificación de Fracciones corresponde a las respuestas de 3 parejas de estudiantes a una actividad de Fracciones y la Tarea 2 llamada Identificación de Fracciones y Reconstrucción de la Unidad; consiste en las respuestas de 3 estudiantes de primaria a dos actividades de fracciones. Teniendo en cuenta el análisis realizado deberán dar respuesta a 3 preguntas, en la primera pregunta tendrán que identificar los elementos matemáticos del concepto de fracción y describir cómo resolvieron los estudiantes la tarea. Para el caso de la Tarea 1 los elementos implicados en la actividad son: Las partes en las que se divide el todo han de ser congruentes (EM1) y una parte puede estar dividida en otras partes/considerar un grupo de partes como una parte (EM2). La Tarea 2 además de implicar los EM1 y EM2 también implica un tercer elemento: fracciones como unidades iterativas para construir otras fracciones (EM3). En la segunda pregunta debían decir en qué nivel de trayectoria de aprendizaje (Figura 2) se encuentra cada pareja de estudiante y justificar su respuesta; en la tercera pregunta qué decisión tomaría si fuese su profesor para mejorar la comprensión de las fracciones según la trayectoria de aprendizaje.

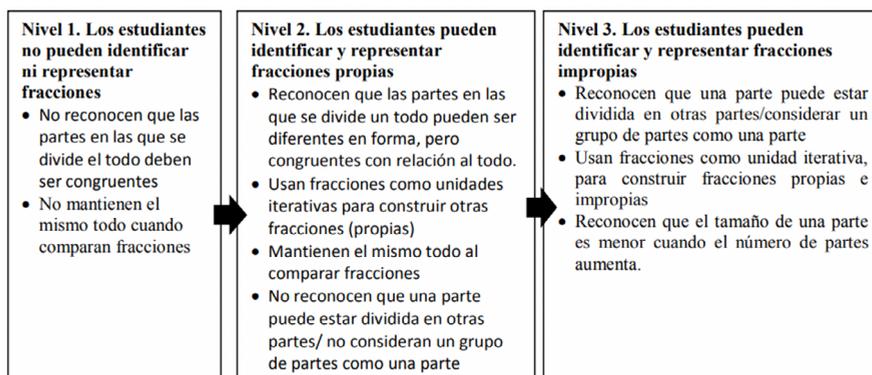


Figura 2. Trayectoria Hipotética de Aprendizaje. Tomado de Ivars y Llinares (2018)

4.3.3. *Entrevista oral*

Teniendo en cuenta el Cuestionario aplicado a los estudiantes, se aplica a los docentes a manera de entrevista oral, manteniendo la esencia de las preguntas, pero redactando de manera que el docente pueda brindar asesoría a sus estudiantes de Práctica Profesional en Educación Matemática ante las Tareas planteadas.

4.3.4. *Revisión documental*

Esta técnica permite investigar sobre los entornos o ambientes de aprendizaje, los roles que debe asumir el docente, elementos que se integran y principios que fundamentan los espacios de enseñanza-aprendizaje. Así mismo las competencias, los Planes de Estudio y el Perfil Ocupacional de los Licenciados en matemáticas y de los profesionales no licenciados que estén autorizados según el Decreto 1278 de 2002 para ser docentes de matemáticas. Para esto, se tendrá en cuenta las cuatro acciones que plantea (Quintana, 2006):

- Rastrear e inventariar los documentos existentes: Se revisan artículos, que nos permita identificar entornos de aprendizaje en el aula, los Planes de estudio, Sílabos y la Resolución de los programas de los licenciados en Matemáticas y de los distintos Profesionales que estén autorizados para ser docentes de matemáticas y las competencias que desarrollan.
- Clasificar y Seleccionar los documentos identificados: Se seleccionará los documentos pertinentes como artículos que nos brinden información sobre entornos de aprendizaje, planes de estudio de los habilitados para ser docentes de matemáticas Licenciados y Profesionales no Licenciados, para lo último lo cual se tendrá en cuenta la Resolución 2769 y la Resolución 2773 ambas del 2013 las cuales definen las características específicas de calidad de esos programas.
- Leer en profundidad el contenido de los documentos seleccionados: Los planes de Estudio de los profesionales no licenciados que están habilitados para ser docentes de matemáticas como Matemáticos, Estadísticos e Ingenieros según la Resolución 09317 de 2016 con el objetivo de analizar el tipo de formación que les brindan. Además,

el Decreto 2035 de 2005 que establece los requisitos del programa de pedagogía que deben acreditar los profesionales no licenciados, los perfiles ocupacionales de los Estadísticos Físicos y Matemáticos según Asociación Colombiana De Facultades De Ciencias (ACOFACIEN).

- Leer en forma cruzada y comparativa: Se escogerán los planes de estudio de las diferentes profesiones habilitadas para ser docente de matemáticas, se revisa el perfil ocupacional, los sílabos y las competencias que desarrollan para así determinar si son las mismas que deben desarrollar los docentes de matemáticas para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

5. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

5.1. Análisis de revisión documental

Se realizó un análisis de las competencias, del Plan de Estudio, del Perfil Ocupacional de los habilitados para ser docentes de matemática en Colombia según el Decreto 1278 de 2002. Además, se realizó un análisis de los Sílabos de las diferentes Didácticas y de Práctica Profesional ofertadas en el Plan de estudio 2011 y 2018 con el fin de buscar indicadores de las destrezas Identificar, Interpretar y Toma de Decisiones que conceptualizan la competencia “mirar con sentido”.

- Rastrear e inventariar los documentos existentes: En esta etapa se rastreó en la web los Planes de Estudio, los sílabos, los Perfiles Ocupacionales, las competencias de cada uno de los programas establecidas por sus asociaciones como ACOFACIEN (Asociación Colombiana de Facultades de Ciencias) y ACOFI (Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería) que se encuentren habilitados para ser docentes de matemáticas, sus Resoluciones de Calidad.
- Clasificar y Seleccionar los documentos identificados: Resolución de Calidad No.2769 del 2003 de los programas de Ciencias básicas, Resolución de calidad No.2773 del 2003 de los programas de Ingeniería.

y la Resolución de calidad 18583 de 2017 de los Programas de Licenciatura. Planes de Estudio 2011 y 2018 del Programa de Licenciatura de la Universidad

del Atlántico. Documento de las Competencias del profesor de Matemáticas.

- Leer en profundidad el contenido de los documentos seleccionados: Teniendo en cuenta la Resolución 09317 del 2016 que permite que un matemático, un estadístico y cualquier Ingeniero pueda ser docente de Matemáticas se organizan los documentos para analizar los Planes de estudio, el Perfil Ocupacional y las competencias de los Profesionales no licenciados y de los docentes de matemáticas.

Perfil ocupacional del físico

- Tiene capacidad de liderazgo y compromiso en la solución de problemas de su entorno social y natural a partir de su conocimiento científico.
- Contribuye al avance de la investigación científica y tecnológica en nuestro país y a la formación de otros profesionales que requieren de la física como disciplina básica o complementaria.
- Usa eficientemente las tecnologías de la información y las comunicaciones.
- Tiene capacidad para aprender y trabajar de manera autónoma y en equipos disciplinares e interdisciplinares.
- Es creativo en la búsqueda de soluciones innovadoras y en la generación de nuevo conocimiento.
- Fomenta el respeto por la vida, la naturaleza, la libertad de pensamiento y la diversidad cultural.
- Comunica eficientemente conceptos y resultados científicos en lenguaje oral y escrito para la discusión académica, la enseñanza y la divulgación.

Perfil ocupacional del matemático

El egresado de la carrera de Matemáticas podrá desempeñarse en:

- Instituciones de Educación superior y de investigación que requieran de los métodos de la matemática.
- Sector financiero y económico en entidades con necesidades de predicción aproximada en sus procesos, como entidades bancarias y de seguros.
- Sector industrial en labores de apoyo en procesos de optimización.
- En instituciones del Estado del sector educativo, contribuyendo a la solución de problemas que requieren del empleo de procesos matemáticos.
- Equipos de trabajo e investigación interdisciplinarios que requieran de asistencia matemática.
- Empresas del sector logístico en el planteamiento y solución heurística de problemas complejos.

Perfil ocupacional del Estadístico

- En términos de la generación de conocimiento, los estadísticos están en capacidad de diseñar estudios en respuesta a múltiples problemas y preguntas de investigación, desplegando metodológicamente toda una serie de herramientas relacionadas con el tipo de estudio, la medición y recolección de datos, su representatividad y su análisis descriptivo y posibilidad de generalización, para la obtención de conclusiones válidas e incluso la validación de teorías científicas.
- En la educación, en el diseño y análisis de pruebas educativas nacionales o internacionales.

Perfil ocupacional de un Licenciado en Matemáticas

El Licenciado en Matemáticas de la Universidad del Atlántico podrá desempeñarse en las siguientes actividades:

- Desempeñarse como docente de Matemáticas en el nivel de Educación Básica y Media.

- Coordinar el área de Matemáticas en el nivel de Educación Básica y Media.
- Brindar asesorías en el campo de la educación matemática.
- Generar procesos de investigación en educación matemática, en especial sobre problemas de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas.
- Publicar artículos sobre investigaciones realizadas.
- Elaborar textos alusivos a procesos de enseñanza y de aprendizaje de la educación matemática.
- Orientar cursos de capacitación docente de la educación matemática
- Leer en forma cruzada y comparativa- Se presenta los elementos componentes de la competencia “mirar con sentido” mostrada en la Tabla 3, para dos planes de estudio del mismo programa académico y por asignaturas y cursos

Tabla 3.

Análisis lectura cruzada y comparativa

Competencia “mirar con sentido”					
Curso	Identificar	Interpretar	Toma de decisiones		
PLAN DE ESTUDIO 2011	Didáctica de la Aritmética y Geometría	Se identifican en los estudiantes deficiencias y potencialidades en su Formación Matemática y Didáctica.	Se evidencia un Entorno de aprendizaje, el cual permite la interacción y participación entre los PFI y FP.	No se evidencian decisiones de acción.	
	Didáctica del Álgebra	El Formador de Profesores podrá identificar el pensamiento matemático de sus estudiantes mediante el acompañamiento requerido en acciones de trabajo autónomo.	La elaboración de materiales didácticos, planes de clase, talleres, guías de aprendizaje y actividades a través de plataformas permiten que se pueda interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes.	Se evidencian decisiones de acción por medio de las diferentes estrategias didácticas establecidas en el curso.	

PLAN DE ESTUDIO 2011	Didáctica de la Estadística	La discusión de los trabajos en grupo le permite al profesor identificar aspectos relevantes del proceso de enseñanza-aprendizaje.	Se harán énfasis a la importancia de la participación activa del estudiante y a su vez se brindaran asesorías para los diversos grupos de trabajo.	Se evidencian decisiones de acción por medio de la elaboración y manejo de materiales de apoyo para el aprendizaje de las matemáticas.
	Didáctica del Cálculo	Se identifican en los estudiantes deficiencias y potencialidades en su Formación Matemática y Didáctica.	Se evidencia un Entorno de aprendizaje, el cual permite la interacción y participación entre los PFI y FP	No se evidencian decisiones de acción.
	Práctica Profesional I	El FP podrá identificar las estrategias usadas por los estudiantes mediante la planeación de las clases y asesoría de la práctica.	Se podrá interpretar comprensión puesta en manifiesto por los estudiantes mediante explicaciones por parte de los mismos, socializaciones, trabajos en grupo y retroalimentación de las propuestas discutidas.	Se toman decisiones de acciones de mejoramiento de la práctica inmersos en la educación matemática.
	Práctica Profesional II	Se podrá identificar las situaciones problemas mediante diferentes alternativas bajo la modalidad de taller colaborativo.	Los estudiantes expondrán resultados de los trabajos grupales o individuales, para ser analizados y enriquecidos en la confrontación de situaciones.	Se toman decisiones de acción mediante actividades Extra clases como en plataformas y acciones de mejoramiento a los problemas de aprendizaje inmersos en la educación matemática.
PLAN DE ESTUDIO 2018	Didáctica de la Geometría	Teniendo en cuenta que se realizan trabajos en grupo para socializar los conceptos, se pueden identificar el pensamiento matemático de los estudiantes	Se realizan aclaraciones y complementaciones después de socializar y escoger tres conceptos diferentes investigados en grupo.	No se evidencian decisiones de acción.
	Didáctica de la Aritmética	Se identifican estrategias usadas por los estudiantes mediante socialización en el aula de clases.	Se interpreta la comprensión puesta en manifiesto por los estudiantes mediante actividades realizadas en grupo y con la participación del profesor.	No se evidencian decisiones de acción.

PLAN DE ESTUDIO 2018	Didáctica del Álgebra y la Trigonometría	Se realizan actividades de participación en clase y socialización a partir de trabajos grupales.	Apropiación de herramientas y el diseño de situaciones pedagógicas que permitan a los PFI y FP comprender la realidad.	Teniendo en cuenta la interpretación de los educandos se actúa para transformar la realidad.
	Didáctica del Cálculo	Se establecen estrategias didácticas que permiten identificar el pensamiento matemático de los estudiantes como los trabajos en grupo y socializar los diferentes conceptos investigados.	Se realizan aclaraciones y complementaciones después de socializar y escoger conceptos diferentes investigados en grupo.	Se toman decisiones de acción al brindar situaciones didácticas
	Didáctica de la Estadística	Se realizan actividades grupales y socializaciones que permiten identificar los conceptos matemáticos de los estudiantes.	Comprender la realidad de las estrategias usadas por los estudiantes creando la organización de ambientes y el diseño de situaciones pedagógicas.	Se toman decisiones de acción para transformar la comprensión de la realidad mostrada por los estudiantes.
	Práctica Profesional I	El FP podrá identificar las estrategias usadas por los estudiantes mediante la planeación de las clases y asesoría de la práctica.	Se podrá interpretar la comprensión puesta en manifiesto por los estudiantes mediante explicaciones por parte de los mismos, socializaciones, trabajos en grupo y retroalimentación de las propuestas discutidas.	Se toman decisiones de acciones de mejoramiento de la práctica inmersos en la educación matemática.
	Práctica Profesional II	Se podrá identificar las situaciones problemas mediante diferentes alternativas bajo la modalidad de taller colaborativo.	Los estudiantes expondrán resultados de los trabajos grupales o individuales, para ser analizados y enriquecidos en la confrontación de situaciones.	Se toman decisiones de acción mediante actividades Extra clases como en plataformas y acciones de mejoramiento a los problemas de aprendizaje inmersos en la educación matemática.

Haciendo la revisión de los Planes de estudio tenemos que: el Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico realizó modificaciones en su Plan de estudio atendiendo las exigencias del MEN , en el Plan de estudio 2018 dividen dos didácticas, teniendo por un lado

Didáctica de la Aritmética y por otro Didáctica de la Geometría, las cuales en el plan de estudio 2011 se encontraban juntas, además cabe resaltar que los créditos de cada una pasaron de ser 2 a 3 créditos actualmente. Por otro lado, las Prácticas Pedagógicas Profesionales inician en el quinto semestre con 5 créditos.

Mientras que en los Planes de Estudio de los profesionales habilitados para ser docentes como Ingenieros, matemáticos y estadísticos en Matemáticas no cuentan con ninguna Didáctica y con ninguna Práctica Pedagógica ya que, de acuerdo a la lectura realizada de las resoluciones el objetivo de estos programas no va dirigido a ser docentes y la investigación formativa va dirigida hacia la formación disciplinar y no Pedagógica.

5.2. Análisis de la competencia “mirar con sentido”

Se realizó un análisis inductivo de las respuestas de la Tarea 1 y 2 del Cuestionario aplicado a Profesores en Formación Inicial y Egresados, a su vez la Entrevista realizada a los Formadores de Profesores. El análisis de la respuesta a la primera pregunta tenía como objetivo ver en qué medida los profesores en formación inicial, egresados y formadores de profesores usaron los elementos matemáticos del concepto de fracción para describir las respuestas de los estudiantes de primaria; la segunda pregunta tenía como objetivo analizar cómo interpretan el pensamiento matemático de los estudiantes de primaria usando los elementos matemáticos y el nivel de comprensión propuesto por la Trayectoria de Aprendizaje y la tercera pregunta tenía como objetivo analizar las acciones de mejora que proponen para mejorar la comprensión de los estudiantes de primaria ante las tareas planteadas.

En primer lugar, se analiza la destreza identificar de las respuestas obtenidas a la pregunta 1 del cuestionario aplicado a Profesores en Formación Inicial (PFI), Egresados y de la Entrevista oral a Formadores de Profesores (FP) teniendo en cuenta los elementos matemáticos identificados en las Tareas.

De manera general observamos que no todos los Profesores en Formación Inicial (PFI) fueron capaces de identificar los tres elementos matemáticos implicados (EM1, EM2 y EM3) en las Tarea 1 y Tarea 2, los cuales eran necesarios para poder describir las respuestas dadas por los estudiantes de primaria; 5 de los 13 PFI lograron identificar solo el EM1;

4 identificaron EM1 y EM2; 4 no fueron capaces de identificar ninguno de los tres elementos matemáticos, como a su vez ninguno de los 13 PFI identificaron el EM3.

A continuación, se muestran ejemplos de análisis en la destreza identificar los elementos matemáticos implicados:

Pregunta 1 a Profesores en Formación Inicial (PFI) y Egresados: Describe cómo los estudiantes y pareja de estudiantes han resuelto las Tarea 1 y Tarea 2, identificando cómo han utilizado los elementos matemáticos implicados y las dificultades que han tenido con ellos.

Respuesta PFI 7:

R/ En la actividad 1, en el caso de la pareja 1 los estudiantes solo se centraron en la cantidad de partes que tienen sombreadas las figuras, sin tener en cuenta las características de ella, lo contrario de la pareja 2 que se adentro un poco más en las características de las figuras y plantearon una respuesta que intentaron justificar, la pareja 3 fue más explícita al dar su respuesta y el porque de ella.

Respecto a la actividad 2, el estudiante 1 se fija solo en las partes sombreadas de la figura y además no reconoce que las partes en las que divide la unidad deben ser congruentes, el estudiante 2 reconoce que las partes de la fracción deben ser congruentes, pero se olvida que una parte de una fracción puede estar dividida en otras partes al momento de expresar que figura representa dicha fracción. El estudiante 3 reconoce que una parte puede estar dividida en varias partes, que una parte se puede representar como un grupo de partes y además que estas partes deben ser congruentes.

Figura 3. Respuesta PFI 3 a la tarea 1.

Análisis: El PFI 7 en la Tarea 1 argumenta la dificultad que tuvo la pareja 1 basándose solo en la respuesta dada por el estudiante pero no logra identificar los elementos matemáticos por los que la pareja de estudiantes tuvieron errores y no dieron respuesta a las demás figuras; de la pareja 2 su respuesta no fue muy explícita, no especifica las características de las figuras, no describe si la pareja tuvo errores y no identifica ningún elemento matemático; de la pareja 3 igual que las parejas anteriores, solo resalta que pareja 3 fue más explícita pero tampoco logra identificar ningún elemento matemático. En la Tarea 2 de la respuesta del estudiante 1, si logra identificar el EM1 ya que especifica que las partes deben ser congruentes; del estudiante 2 identifica el EM1 Y el EM2 puesto que argumenta que las partes en que se divide una figura deben ser congruentes y que las partes pueden estar formadas por otras partes; del estudiante 3 también logra identificar el EM1 y el EM2. Se puede analizar a su vez que en ambas

Tareas el EM3 no logró ser identificado (ver Figura 3).

Respuesta PFI 3:

Pareja 1	Identifica algunas características sobre la gráfica de una fracción pero se les dificulta de que en una gráfica de fracción cada parte que se esa dividiendo debe ser congruente
Pareja 2	Identifica cómo se representa gráficamente una fracción teniendo en cuenta el modelo geométrico para representarla, pero no reconoce que una parte puede estar dividida en otras partes.
Pareja 3	Identifica algunas características sobre la gráfica de una fracción y reconoce que una unidad puede dividirse en otras partes pero se les dificulta las relaciones que deben tener cada parte con el tipo de representación que se quiera utilizar.
Estudiante 1	Identifica algunas características sobre la gráfica de una fracción pero se les dificulta de que en una gráfica de fracción cada parte que se esa dividiendo debe ser congruentes.
Estudiante 2	Identifica cómo se representa gráficamente una fracción teniendo en cuenta el modelo geométrico usado para representarla para representarla
Estudiante 3	El estudiante sabe que para representar una fracción las partes divididas deben ser congruentes pero Se le dificulta la representación gráfica de una fracción

Figura 4. Respuesta PFI 3 a la pregunta 1

Análisis: El Profesor en Formación Inicial 3 (PFI 3) identificó en la pareja 1 y estudiante 1 que presenta dificultades (ver Figura 4) ya que no reconoce que las partes en las que se divide el todo deben de ser congruentes (EM1); en la pareja 2 mencionó explícitamente en su discurso que tuvieron dificultades ya que no reconocen el elemento que una parte puede estar dividida en otras partes (EM2); en la pareja 3 identifica que a pesar de que tienen conocimiento que una parte puede estar dividida en varias partes presentan dificultades con el tipo de representación que quieren utilizar; el estudiante 3 identifica que sabe representar fracciones pero no comprende que las partes deben de ser congruentes.

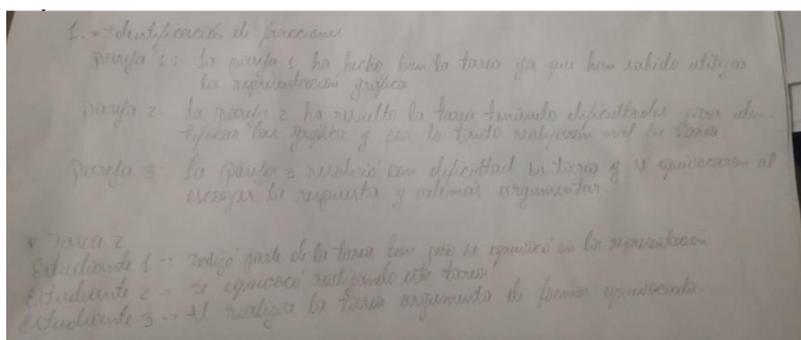


Figura 5. Respuesta del PFI 5 a la primera pregunta

Análisis: El Profesor en Formación Inicial 5 (PFI 5) en su respuesta a la pregunta 1 no identifica ningún elemento matemático en las Tareas propuestas, se evidencia que no realizó un análisis ya que sólo dijo si estaba bien o mal la respuesta de los estudiantes (Figura 5).

Respuesta Egresado 1:

R/

Tarea #1

Pareja 1, tuvieron en cuenta que la parte sombreada representa la cantidad que aparece en el numerador y que la figura debe dividirse según lo que indique el denominador. Su dificultad radica en que, al dividir la unidad, estas deben ser congruentes, es decir, cada parte debe tener la misma forma y tamaño que las demás. Olvidando que las fracciones también se representan como parte de un todo y que existen fracciones equivalentes a una dada, ya sea por ampliación o simplificación.

Pareja 2, tuvieron en cuenta que las fracciones deben dividirse en partes iguales (congruentes) e identifican cuando una representación gráfica no cumple con este requerimiento. Su dificultad está en que esas partes congruentes las tomaron siguiendo lo que indica el numerador y no lo que representa el denominador. Además, desconocen la representación de la parte de un todo y la representación de fracciones como parte de un conjunto.

Pareja 3, tuvieron los mismos aciertos y desaciertos que la pareja 2. Además, identificaron el todo como 4 líneas de 6 cuadrados y que de estas líneas 3 están sombreadas, permitiéndoles identificar en la representación gráfica a la fracción $\frac{3}{4}$. También, identifican la fracción como parte de un conjunto, cuando señalan que hay 4 grupos de dos cuadrados y que, de estos grupos, 3 están sombreados.

Tarea #2

Estudiante 1, Aplica el concepto básico que el denominador indica en cuántas partes se divide la unidad y que el denominador indica cuántas partes de deben tomar o sombread, pero, en la segunda, no representa las fracciones impropias, como cantidades mayores a la unidad. No identifica que, al dividir las partes, estas deben ser congruentes. De igual forma, no identifica la fracción como parte de un todo, la fracción como parte de un conjunto y fracciones equivalentes.

Estudiante 2, representa las fracciones como parte de un objeto, tiene en cuenta que el denominador indica en cuántas partes congruentes se debe dividir la unidad. Pero, se le dificulta identificar la fracción como parte de un conjunto y fracciones equivalente a una dada.

Estudiante 3, representa las fracciones teniendo en cuenta que las partes en que deben estar divididas la unidad deben ser congruentes, por ello, su argumento que las gráficas A y B, no representan la fracción $\frac{3}{8}$. Igualmente, identifica y representa las fracciones como parte de un todo, como parte de un objeto, como parte de un conjunto y fracciones equivalentes.

Figura 6. Respuesta Egresado 1 a la pregunta 1

Análisis: Teniendo en cuenta la Tarea 1, el egresado describe la dificultad que presentó la pareja 1 identificando el EM1 y EM2 implicados; de la pareja 2 logra identificar también el EM1 y el EM2 agregando y detallando errores del concepto de fracción; de la pareja 3 argumenta que tuvieron los mismos aciertos y desaciertos de la pareja 2 no especificando cuales exactamente, pero logra identificar el EM1 y el EM2. Para el caso de la Tarea 2 el egresado describe errores que el estudiante 1 presenta en su respuesta, identificando el EM1 y el EM2; del estudiante 2 y estudiante 3 logra identificar los mismos elementos matemáticos implicados, el EM1 y el EM2. Se analiza que el egresado no logró identificar el EM3 implicado (Figura 6).

Respuesta Egresado 2

En la tarea 1: identificación de las fracciones, la pareja 1 utilizó la concepción de que una fracción es una división y que en esta la unidad se divide en partes, no obstante presentaron dificultades con respecto a tener varios aspectos en cuenta, por ejemplo que estas partes deben ser iguales (característica fundamental de toda fracción), además no tuvo en cuenta que las fracciones pueden tener equivalencias a través de procesos de (amplificación o simplificación), los estudiantes no relacionaron tres cuartos con su equivalente 18 veinticuatroavos.

Por otra parte, la pareja 2 utilizó la concepción de que las partes en que se divide una unidad son iguales y corresponden a una fracción, no obstante, tiene dificultades para identificar entre el numerador y denominador de una fracción (partes), esto se evidencia pues afirma que la fracción $\frac{3}{4}$ está dividida en tres partes iguales, lo cual es erróneo. Así mismo presenta dificultades para establecer conexiones entre fracciones equivalentes por ejemplo $\frac{3}{4}$ con $\frac{18}{24}$, en esta última fracción el estudiante a través de su gráfica la confundió con $\frac{24}{18}$, evidenciándose la dificultad en identificar el numerador como las partes que se toman de la unidad y el denominador la cantidad de partes en que se divide la unidad. Finalmente, el estudiante presenta dificultades para identificar que una fracción también es equivalente a una parte entera la cual puede ser un número natural.

Finalmente, la pareja 3 utiliza la concepción de que una fracción es una división, más no tuvo en cuenta que las partes en que se divide la misma son iguales, presentando una creencia parecida al de la pareja 1, aunque ellos aseguran que las gráficas a, b, c, d como la pareja 2, no obstante, quienes afirmaron eso fue la pareja 1. Así mismo estos estudiantes tienen serias dificultades para identificar fracciones equivalentes a otra, es decir no realizan relaciones inter conceptuales entre los conceptos de fracción y equivalencia.

En la tarea 2: identificación de la fracción y reconstrucción de la unidad, el estudiante 1 muestra la concepción en algunas ocasiones de que en una fracción las partes en que se divide determinada unidad son iguales, no establece conexiones inter conceptuales entre conceptos dentro de la matemática, pues en esta situación existen fracciones equivalentes a $\frac{3}{8}$ y no las tiene en cuenta. Por otra parte, el estudiante presenta dificultades para representar una fracción impropia, en este caso se entiende que no es claro el concepto de las partes de una fracción (numerador y denominador), pues la forma de representar la unidad a partir de $\frac{5}{3}$ no fue correcta.

El estudiante 2, en algunas ocasiones entiende la fracción determinada como aquella unidad que se divide en partes iguales, no obstante, en el ítem B se evidencia que este preconceito no es del todo claro, además se evidencia escasas conexiones inter conceptuales dado que el estudiante no establece fracciones equivalente a la fracción dada inicialmente. En cuanto a la representación de la unidad en $\frac{5}{3}$, el estudiante lo realizó correctamente, graficando la parte entera de dicha fracción ($\frac{3}{3}$) de manera correcta, teniendo clara la concepción de como se gráfica fracciones impropias, no obstante, también graficó $\frac{2}{3}$ para completar los $\frac{5}{3}$, cosa que no le estaban pidiendo. Sino solo la unidad.

El estudiante 3, en algunas ocasiones entiende la fracción determinada como aquella unidad que se divide en partes iguales, no obstante, en el ítem B, se evidencia que los estudiantes comprenden de forma procedimental, cuando se les cambia el panorama, por lo general responden de forma equivocada, ya que en el ítem B, la última parte se puede dividir en 2 y todas las partes serían iguales por lo tanto correspondería a $\frac{3}{8}$. Este estudiante utilizó conexiones inter conceptuales en la matemática para establecer fracciones equivalentes a una dada. El estudiante manejó la concepción de fracciones impropias para graficar la unidad de $\frac{5}{3}$.

Figura 7. Egresado 2 a la pregunta 1

Análisis: El Egresado 2 en la tarea 1 identificó en la pareja 1 el EM1 al inferir que utilizan la concepción de una fracción como una división y que las partes deben de ser iguales; en la pareja 2 identificó el EM2 al inferir que tienen dificultades en las fracciones equivalentes pues no ven a $\frac{24}{18}$ como $\frac{3}{4}$; en la pareja 3 no identificó ningún elemento matemático Para el caso de la Tarea 2 identificó en el estudiante 1 el EM1 cuando argumenta que tiene la concepción de fracción dividida en partes iguales, también el EM2 ya que dice que había fracciones equivalentes de $\frac{3}{8}$ y no las escogieron. Por último, aunque fue capaz de identificar que la representación de la

segunda actividad de la Tarea 2 no era correcta no pudo identificar el EM3 (Figura 7).

Respuesta Egresado 3:

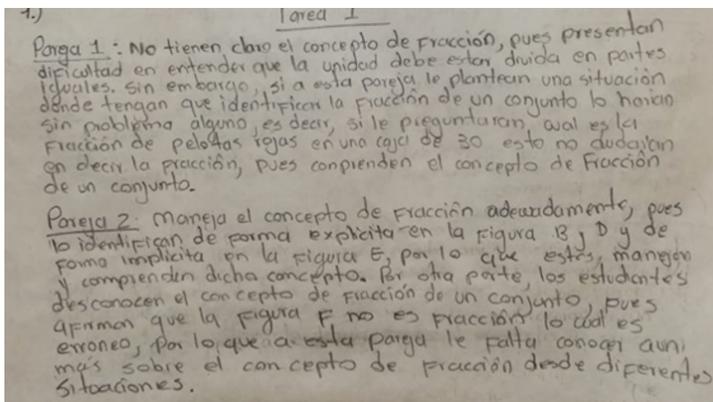


Figura 8. Respuesta de Egresado 3 a la primera pregunta 1- tarea 1

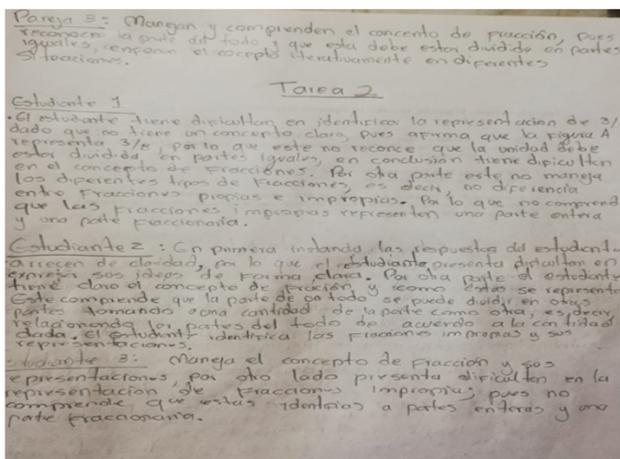


Figura 9. Respuesta de Egresado 3 a la pregunta 1 – tarea 2

Análisis: El Egresado 3 infiere el EM1 al decir que la pareja 1 y el estudiante 1 presentan dificultad al no comprender que la unidad debe estar dividida en partes iguales ; en la pareja 2 identifican el EM 1 ya que infiere que la pareja maneja un buen concepto de fracción al identificar que B y D son $3/4$ y el EM2 pues afirma que la pareja se equivoca en decir que F no es una fracción ,en la pareja 3 identifica el EM1 y EM2 ya que una parte puede estar dividida en otras partes considerando el concepto iterativamente en diferentes situaciones; en el estudiante 2 identifica el EM1 y EM2 , en el

estudiante 3 no identifica el EM3 ya que dice que el estudiante presenta dificultad en la representación de fracciones impropias (Figura 8 y 9).

Pregunta 1 a FP: Describe cómo tus estudiantes desde su práctica pedagógica podrían identificar los elementos matemáticos implicados y a su vez las dificultades que los estudiantes de primaria tuvieron al momento de resolver las tareas.

Respuesta FP 2:

“Los conceptos matemáticos son los de fracción, incluso más asociado hacia la razón y proporcionalidad. No todas las parejas tuvieron dificultades, se le podría atribuir a ciertos problemas de visualización, tal vez en esta etapa se hace un reconocimiento más intuitivo. Los estudiantes no logran visualizar una proporción en la división de los objetos presentados y que aplicando el concepto de fracción esa división o separación debe ser proporcional”.

Análisis: En la entrevista Oral realizada a un Formador de Profesores (FP 2) fue capaz de identificar que cuando se representa una fracción se debe dividir o separar proporcionalmente.

Respuesta FP 4: Lo primero que se puede observar a nivel general son casos concretos de la relación parte todo, del todo hacia la parte y de la reconstrucción de la unidad, lo segundo que se identifica es que solo se muestran fracciones por medio de una representación de área. Por ejemplo, para el caso de la pareja 1 centraron su atención en partes no homogéneas o no congruentes, también ven las partes como superficies continuas, pero no congruentes, y al ver la figura F por cuadritos separados no identifica que también es $\frac{3}{4}$ para el caso de la Tarea 1.

Análisis: El formador de profesor 4 en su entrevista oral describió de manera general las dificultades y errores que tuvieron los estudiantes al momento de resolver las Tareas, logró identificar el EM1 cuando argumentó que las partes de una fracción debían ser congruentes, el EM2 al observar que existían casos de la relación parte todo entre las respuestas de los estudiantes y pareja de estudiantes en ambas Tareas.

En segundo lugar, se analiza la destreza Interpretar, en la cual se generan cuatro categorías:

- No establecen relaciones: Profesores en Formación Inicial, Egresados y Formadores de Profesores que no establecen relación entre los elementos matemáticos y los niveles de comprensión de la Trayectoria.
- Establecen relaciones sólo entre el elemento matemático 1 y el nivel de comprensión de los estudiantes.
- Elemento matemático 1: Las partes en las que se divide el todo han de ser congruentes
- Establecen relaciones entre los elementos matemáticos 1 y 2 y el nivel de comprensión de los estudiantes.
- Elemento matemático 2: Una parte puede estar dividida en otras partes/ considerar un grupo de partes como una parte
- Establecen relaciones entre los tres elementos matemáticos y el nivel de comprensión de los estudiantes.

A continuación, se muestran ejemplos de análisis en la destreza Interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes usando los elementos matemáticos implicados y verificando la relación que establecen entre los elementos matemáticos ya identificados en las respuestas de los estudiantes y el nivel de comprensión establecido en la Trayectoria de Aprendizaje.

Pregunta 2 a PFI, Egresados y FP: ¿En qué nivel de la Trayectoria de Aprendizaje situarías a cada estudiante y pareja de estudiantes? Justifica tu respuesta.

Respuesta PFI 7:

La pareja 1 y al estudiante 1 los situaría en el nivel 1 puesto que no reconocen que las partes en las que se dividen la fracción deben ser congruentes.

La pareja 2 y al estudiante 2 los situaría en el nivel 2 puesto que reconocen la congruencia que deben tener las partes del todo, pero no reconocen que las partes del todo pueden presentarse en grupos, es decir, no consideran a un grupo de partes como parte de una fracción.

A la pareja 3 y al estudiante 3 los situaría en el nivel 3 ya que reconoce que una parte puede representarse como un grupo de partes siempre y cuando se mantenga la congruencia y además entre más pequeña sea la parte de una parte el número de partes aumenta.

Figura 10. Respuesta de PFI 7 a la pregunta 2.

Análisis: El PFI 7 sitúa a la pareja 1 y estudiante 1 en el nivel 1 estableciendo relación entre el EM1; a la pareja 2 y estudiante 2 los sitúa en el nivel 2 estableciendo relación entre el EM1 y el EM2; a la pareja 3 y estudiante 3 los sitúa en el nivel 3 estableciendo relación entre el EM1 y el EM2 (Figura 10).

Respuesta PFI 3:

Pareja 1	Nivel 1 porque el estudiante se les dificulta como representar la gráfica de una fracción
Pareja 2	Nivel 2 porque sabe representar una fracción de forma gráfica pero desconoce que una parte de la unidad puede estar dividida en otras partes
Pareja 3	Nivel 1 porque el estudiante se les dificulta la identificación de como representar la gráfica de una fracción.
Estudiante 1	Nivel 1 porque el estudiante no logra identificar algunas características para poder representar una fracción.
Estudiante 2	Nivel 3 ya que entiende el concepto de fracción propias e impropias puede representarlas gráficamente y sabe cuándo un gráfico esa bien realizado.
Estudiante 3	Nivel 1 ya que encuentra algunas características que debe tener una gráfica de la fracción pero se les dificulta el concepto de fracción y no sabe cómo representarla

Figura 11. Respuesta de PFI 3 a la pregunta 2

Análisis: Establece relaciones entre los 2 elementos matemáticos y el nivel de comprensión de los estudiantes ya que en su respuesta argumenta que la pareja 1, la pareja 3, el estudiante 1 y el estudiante 3 representan fracciones, pero no tienen en cuenta la congruencia; la pareja 2 representa la fracción, pero no reconoce que una parte puede estar dividida en otras partes (Figura 11).

Respuesta PFI 5:

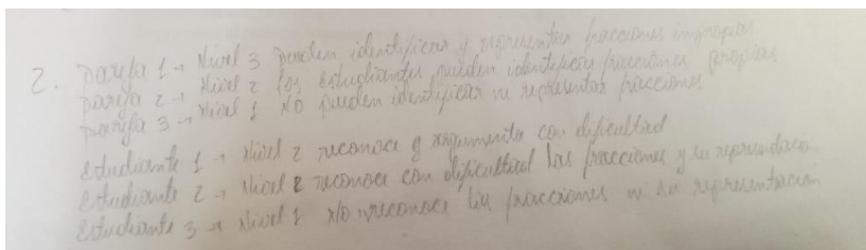


Figura 12. Respuesta de PFI 5 a la pregunta 2

Análisis: El PFI 5 al no identificar ningún elemento matemático no pudo relacionarlo con los niveles de comprensión de los estudiantes.

En su respuesta se puede evidenciar que no usa el conocimiento de las Matemáticas y de la Didáctica de las Matemáticas sobre las fracciones, ya que no reconoce los elementos relevantes y no interpreta las respuestas de los estudiantes (Figura 12).

Respuesta Egresado 1:

Pareja 1, Nivel 1 de la trayectoria de Aprendizaje porque no identifican que las partes de un todo deben ser congruentes y que existen fracciones equivalentes a otras dadas.

Pareja 2, Nivel 1 de la trayectoria de Aprendizaje porque no reconocen las partes en que se divide el todo y la representación de fracciones como parte de un conjunto.

Pareja 3, Nivel 2 de la trayectoria de Aprendizaje porque reconocen que las partes en las que se divide un todo puede ser de diferente forma, pero congruente con relación al todo.

Estudiante 1, Nivel 1 de la trayectoria de Aprendizaje porque no reconoce que las partes en las que se divide el todo debe ser congruente. No mantiene el mismo todo cuando compara fracciones. Además, no identifica la fracción como parte de un conjunto y fracciones equivalentes.

Estudiante 2, Nivel 2 de la trayectoria de Aprendizaje porque reconoce que las partes en las que se divide un todo pueden ser diferentes en forma, pero congruentes con relación al todo, no reconoce que una parte puede estar dividida en otras partes, no considera un grupo de partes como una parte y se le dificulta identificar la fracción como parte de un conjunto y fracciones equivalente a una dada.

Estudiante 3, Nivel 2 de la trayectoria de Aprendizaje porque reconoce que las partes en las que se divide un todo pueden ser diferentes en forma, pero congruentes con relación al todo.

Figura 13. Respuesta Egresado 1 a la pregunta 2

Análisis: El egresado teniendo en cuenta la Tarea 1 sitúa a la pareja 1 en el nivel 1 estableciendo relación entre el EM1; a la pareja 2 en el nivel 1 estableciendo relación entre el EM1 y el EM2; a la pareja 3 en el nivel 2 estableciendo relación entre el EM1. De la Tarea 2, el egresado sitúa al estudiante 1 en el nivel 1 estableciendo relación con el EM1 Y EM2; al estudiante 2 lo sitúa en el nivel 2 estableciendo relación entre el EM1 y el EM2; y el estudiante 3 en el nivel 2 estableciendo relación con el EM1 (Figura 13).

Respuesta del Egresado 3:

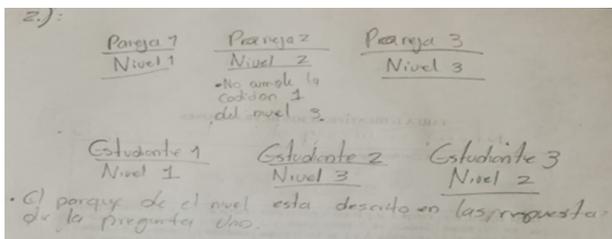


Figura 14. Respuesta de Egresado 3 a la pregunta 2

Análisis: Se observa que el Egresado 3 establece relación entre el EM1 y EM2 ya que en Tarea 1 ubica a la pareja 1 en el nivel 1; a la pareja 2 en nivel 2 y a la pareja 3 en el nivel 3. En la Tarea 2 ubica al estudiante 1 en el nivel 1; al estudiante 2 al ubicarlo en el nivel 3 se evidencia la no comprensión de $\frac{5}{3}$ como 5 veces $\frac{1}{3}$, no siendo capaz de reconstruir la unidad y al estudiante 3 al ubicarlo en el nivel 2 se evidencia que no comprende el uso de fracciones como unidad iterativa. (Figura 14).

Respuesta Egresado 2:

La pareja 1 en el nivel 1
La pareja 2 en el nivel 1
La pareja 3 en el nivel 1

El estudiante 1 en el nivel 1
El estudiante 2 en el nivel 1
El estudiante 3 en el nivel 2

Las parejas y estudiantes las considero descritas en el nivel 1 debido a que no reconocen las partes en que se divide un todo deben ser congruentes, aparte que no mantienen el mismo todo cuando comparan fracciones (equivalencias entre las mismas).

El estudiante que considero en el nivel 2, debido a que a pesar que utiliza las fracciones como unidad interactiva para construir fracciones impropias, en algunas ocasiones no identifica la congruencia de las partes de una fracción.

Figura 15. Respuesta de Egresado 2 a la pregunta 2

Análisis: El Egresado 2 establece relación entre el EM1 y el nivel de comprensión ya que ubica a la pareja 1 y estudiante 1 en el nivel 1 infiriendo que no reconocen que las partes en las que se divide el todo deben de ser congruentes, no establece relación entre el EM2 y el nivel de comprensión ya que ubica a la pareja 2 y estudiante 2 en el nivel 1 a pesar de que identifican que las partes deben de ser congruentes, además a pesar de que el estudiante 3 logra identificar que las partes en las que se divide el todo deben de ser congruentes (EM1) y que una parte puede estar dividida en otras partes (EM2) al escoger D y E como $\frac{3}{4}$ y que considera la representación de $\frac{5}{3}$ como 5 veces $\frac{1}{3}$ por lo que divide la figura en 5 partes para después utilizarlo como unidad iterativa lo ubica en el nivel 2. A la pareja 3 la ubica en el nivel 1 a pesar de que consideran que las partes en las que se divide deben de ser congruentes y que una parte puede estar dividida en otra parte ya que escogen B, D, E y F como $\frac{3}{4}$ no relacionando el EM1 y EM2 (Figura 15).

Respuesta FP 2: La pareja 1 la ubico en el nivel 1 ya tiene imprecisiones respecto a qué figura representa $\frac{3}{4}$, la pareja 2 la ubico en el nivel 2 porque

acierta en que B y D representan $\frac{3}{4}$ pero no comprende que $\frac{24}{18}$ es lo mismo que $\frac{3}{4}$ es decir, que una parte puede estar dividida en otras partes y la pareja 3 la ubico en el nivel 1 ya que ven a F como una fracción.

Análisis: Para el caso de la pregunta 2, el FP 2 establece relaciones entre el elemento matemático 1 y 2 y la comprensión de los estudiantes ya que a la pareja 1 la ubica en el nivel 2 pues no comprende que $\frac{24}{18} = \frac{3}{4}$, es decir que una parte puede estar dividida en otras partes.

Respuesta FP 4: La pareja 1, 2 y 3 las ubico en el nivel 1 porque no pueden identificar ni representar fracciones, la pareja 2 por ejemplo reconoce que las partes en las que se divide un todo pueden ser diferentes en forma, pero no identifican que deben ser congruentes con relación al todo, ni que una parte puede estar dividida en otras partes, por eso respondieron mal a la figura E. Para el caso del estudiante 1 lo ubico en el nivel 1 porque no hay congruencia entre las partes; el estudiante 2 lo ubico en el nivel 2 porque tiene una argumentación más abundante a los demás y me llama mucho la atención cuando justifica que hay figuras con puntos pintados porque por lo general no lo mira como la representación tradicional, es importante llevarlo a la vida cotidiana para que se pueda reconstruir la unidad, identifica las partes congruentes, para el ejemplo de representar la unidad puede que esté aplicando una iteración; el estudiante 3 lo ubico en el nivel 2 porque tiene claro las partes congruentes, se equivocó en el tema de simplificación pero no en el de fracción, no reconoce un grupo de partes como una parte.

Análisis: El PF 4 ubica a la pareja 1 en el nivel 1 estableciendo relación con el EM1; a la pareja 2 y pareja 3 la ubica en el nivel 1 estableciendo relaciones entre el EM1 y el EM2. A el estudiante 1 lo sitúa en el nivel 1 estableciendo relación entre el EM1; a los estudiantes 2 y 3 los sitúa en el nivel 2 estableciendo relaciones entre el EM1, EM2 y EM3.

En cuanto a la destreza Toma de Decisiones, para el análisis se consideró las respuestas a la tercera pregunta lo que permitió generar un sistema de categorías para las acciones de enseñanza que se proponen, estas categorías son:

- Sin acción: No aporta ninguna acción significativa.
- Acción procedimental: Acciones centradas en los procedimientos.

- **Acción conceptual sin relaciones:** Acciones centradas en los significados de los elementos matemáticos, pero sin establecer relaciones entre los distintos elementos matemáticos y/o modos de representación.
- **Acción conceptual con relaciones:** Acciones centradas en los significados de los elementos matemáticos estableciendo relaciones entre los distintos elementos matemáticos y/o modos de representación.

A continuación, se muestran ejemplos de análisis en la destreza Toma De Decisiones al proponer actividades para que los estudiantes mejoren su comprensión.

Pregunta 3 PFI: Considerando la comprensión del concepto de fracciones en cada estudiante y pareja de estudiantes, mostrada en la resolución de los problemas, si fueras su profesor, ¿qué harías para mejorar esta comprensión?

Respuesta PFI 7:

Como docente trabajaría con ellos la parte de la congruencia que deben tener las partes de fracción con respecto al tamaño del todo y la noción de que una parte puede escribirse como un grupo de partes. Trataré de explicarles con algo que fuese de su vida cotidiana, con un objeto que ellos manipulen casi que diariamente como una barra de chocolate preferiblemente de 12 cuadros o una con simplemente 3 cuadros, se parte $\frac{1}{3}$ de la barra de chocolate y podemos partir ese $\frac{1}{3}$ en más partes iguales que al juntarlas seguirán siendo $\frac{1}{3}$ con respecto a la unidad que es la barra de chocolate entera.

Figura 16. Respuesta del PFI 7 a la pregunta 3

Análisis: El PFI 7 propone una acción conceptual con relaciones, puesto que tiene en cuenta trabajar con el EM1 y el EM2, a su vez explica los modos de representación con los que mejoraría la comprensión de sus estudiantes (Figura 16).

Respuesta PFI 3:

Debido a que los estudiantes se les dificultan la representación en figuras geométricas de una fracción se desarrollaran actividades para afianzar conceptos geométricos como la congruencia y repetiría el concepto de numerador y denominador para que los estudiantes puedan realizar una buena representación gráfica de fracciones.

Figura 17. Respuesta de PFI 3 a la pregunta 3

Análisis: El PFI 3 presenta acciones conceptuales relacionando el EMI infiriendo que debido a las dificultades para representar fracciones lo que él haría sería afianzar en conceptos geométricos como la congruencia para poder identificar y representar fracciones (Figura 17).

Respuesta PFI 5:

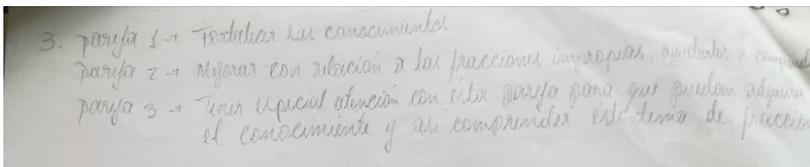


Figura 18. Respuesta de PFI 5 a la pregunta 3

Análisis: El PFI 5 (figura 18) propone acciones centradas en fortalecer el conocimiento de las fracciones para así poder comprender el tema y representar fracciones, sin tener en cuenta los elementos matemáticos implicados.

Respuesta Egresado 1:

Al abordar las fracciones se debe considerar su aprendizaje en todas las interpretaciones posibles (fracción como un todo dividido en partes y sus relaciones – cantidades continuas: superficies, líquidos, medidas de capacidad – cantidades discretas: bolitas, objetos, caramelos, etc y empleando medidas de peso; fracción como cociente, fracción como razón, fracción como operador), presentadas en situaciones de contexto.

Figura 19. Respuesta de Egresado 1 a la pregunta 3

Análisis: El egresado 1 propone acciones conceptuales sin relaciones entre los elementos matemáticos implicados, puesto que considera trabajar el concepto de fracciones desde todas las interpretaciones posibles y las maneras de representarlo, pero sin tener en cuenta lo que logró identificar e interpretar (Figura 19).

Respuesta de Egresado 3:

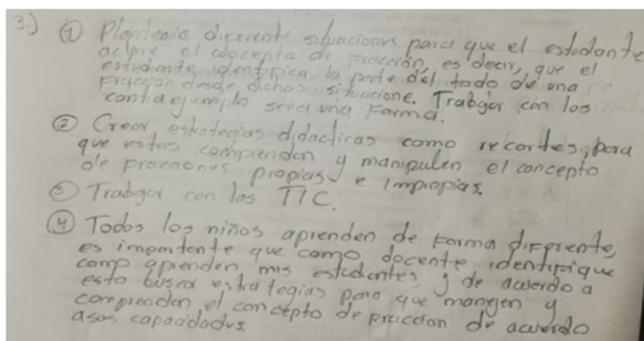


Figura 20. Respuesta de Egresado 3 a la pregunta 3

Análisis: El Egresado 3 propone acciones conceptuales estableciendo relación entre los elementos matemáticos implicados ya que propone reforzar el concepto de fracciones propias e impropias para que los estudiantes puedan identificarlas y además propone estrategias didácticas como el uso de las TIC (Figura 20).

Respuesta de Egresado 2:

Como profesor mejoraría la comprensión de estas temáticas llevándolas al contexto real, que los estudiantes evidencien a través de situaciones del diario vivir como intervienen las fracciones, específicamente en entender la utilidad de cada parte como el numerador y denominador aplicado a este tipo de problemas, de manera que los estudiantes comprendan que el concepto de fracción se entiende como una o más unidades divididas en partes iguales, así no existiría ambigüedad cuando trabajen con fracciones propias e impropias.

Figura 21. Respuesta de Egresado 2 a la pregunta 3

Análisis: La Egresada 2 propone acciones procedimentales ya que propone cambiar las estrategias llevando la temática un contexto más real del diario vivir para que los estudiantes puedan comprender el concepto de fracción y así pueden representar fracciones (Figura 21).

Pregunta FP: Que asesoría podrías brindarles a tus estudiantes de Práctica Profesional en Educación Matemática para tomar una decisión respecto a cómo mejorar la comprensión de las fracciones según la Trayectoria de Aprendizaje.

Respuesta FP 2: La asesoría a mis estudiantes de Práctica profesional sería que se apoyen mucho de la visualización de la representación geométrica y que con base a esa representación geométrica construyan el concepto aritmético.

Análisis: Para el caso de la tercera pregunta el FP 2 propone acciones procedimentales sin relación a los elementos matemáticos, pues solo aconseja que se apoyen en la representación geométrica. No establece relación con ningún elemento matemático.

Respuesta FP 4: Lo primero que realizaría sería un taller a los estudiantes de Práctica, el tema de conocer a las personas es fundamental, no sólo implementar talleres, si no conocer los conocimientos matemáticos de cada persona y cuando externalicen lo que saben dar me cuenta que dominio tiene de las fracciones y luego brindarles recomendaciones al practicante sobre la enseñanza de las fracciones, que tenga distintas representaciones puesto que esa es la clave del aprendizaje de las fracciones.

Análisis: El Formador de intención sería implementar talleres para hacer uso de los conocimientos, manejar el concepto de fracción, Profesores 4, propone una acción conceptual sin relaciones a ningún elemento matemático.

5.3. Análisis sobre el diseño de entornos de aprendizaje

Dando respuesta a el objetivo específico Identificar el desarrollo de la competencia "mirar con sentido" en entornos de aprendizaje existentes en la Formación Inicial de los Profesores de matemáticas se realizó un análisis de los vídeos de los Formadores de Profesores (FP) en sus clases de Práctica Profesional y Didácticas y de los Profesores en Formación Inicial (PFI) realizando sus Prácticas Profesionales ya que una de las tareas de los Formadores de Profesores es crear oportunidades que permitan que los Profesores en Formación Inicial desarrollen el conocimiento y las destrezas necesarias para enseñar matemáticas(Llinares, Valls y Roig, 2008).

El análisis detallado de los vídeos de los FP y de los PFI permite visualizar aspectos fundamentales que apoyan que la competencia se desarrolla a lo largo de la vida profesional pero que puede empezar a desarrollarse en la formación inicial mediante el diseño de entornos de aprendizaje que faciliten una mirada estructurada sobre situaciones de enseñanza de las matemáticas (Llinares, 2014).

Los extractos que siguen a continuación permiten observar aspectos

como: selección y diseño de tareas matemáticas; interpretación del pensamiento matemático de los estudiantes y el discurso matemático y las interacciones en el aula planteados por Llinares, Valls y Rigor (2008).

El extracto siguiente es una clase de Didáctica en el que trabajan el concepto de Perímetro y Área, se puede evidenciar que la profesora resalta la importancia de que los PFI tengan claro los conceptos a trabajar para utilizar ese conocimiento en su Práctica Profesional. Además, indaga acerca del conocimiento que tienen los estudiantes acerca de la temática para luego mediante la participación de todos construir el concepto de Perímetro y Área, realizan actividades que pueden ser utilizadas en su Práctica Profesional, les sugiere el uso de las TIC para el desarrollo de la clase.

Profesora: Cuando se va a enseñar Geometría el docente debe saber Geometría. ¿Qué concepto tienen ustedes de Perímetro?

Estudiantes: Es la suma de todos los lados.

Profesora: Hay otro concepto que clarifica más el concepto (comienza a dibujar una figura) cuando se tienen figuras que no son uniformes. Ahora, ¿Qué es Perímetro?

Estudiante: líneas o conjunto de esas líneas que conforman el contorno de esa figura.

Profesora: por eso es importante tener claridad de los conceptos para poder diseñar estrategias que permitan a mis estudiantes tener esa misma claridad. ¿Qué es Área?

Estudiante: lo que está en el interior.

Profesora: ¿eso cómo se llama?

Estudiante: es el espacio de toda la figura.

Profesora: ¿qué medimos en el Área? en el perímetro medimos el contorno.

Estudiantes: el área es la medida de la superficie.

El anterior extracto permitió observar que la Profesora diseña tareas relevantes para el aprendizaje al resolver actividades que se pueden presentar en la Práctica, además se evidencia una interacción entre los participantes del entorno al compartir las alternativas de resolución generadas y al ser capaces de elaborar un discurso compartido a partir de las interpretaciones y soluciones, lo que permite que la participación y el contenido del discurso ayude a construir conocimiento de las tareas profesionales y de la interacción (discurso) ya que son elementos importantes que permiten iniciar el desarrollo de la competencia según Llinares (2014), que se evidencia en las Clases de Didáctica y de Práctica Profesional. Por otra parte, también se analiza por medio de grabaciones a los Profesores en Formación Inicial realizando su Práctica Profesional para observar cómo utilizan el conocimiento de la Didáctica de las matemáticas para resolver situaciones sobre la enseñanza de las matemáticas.

En las observaciones realizadas a las clases de Didáctica y de Práctica Profesional se evidencia que el Formador de Profesores, por ejemplo, en la Observación realizada a una clase de Didáctica se logró evidenciar la interacción entre la Formadora de Profesores (FP) y el Profesor en Formación Inicial (PFI) y entre todos los involucrados, lo que permitió construir conocimiento al compartir, cuestionar y revisar opiniones. Además, la FP utilizó unos materiales como actividades que los PFI podrían plantear a sus estudiantes en su práctica como Profesor.

6. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos teniendo en cuenta el análisis realizado en esta investigación nos permite concluir que, para el Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico, atendiendo las exigencias del MEN las prácticas pedagógicas y las Didácticas son indispensables para la formación inicial de profesores. Siguiendo el nuevo Plan de estudio 2018 podemos observar que las materias de Didácticas del plan de estudio 2011 siguen trabajándose, su diferencia es que algunas se acompañaban de una sola clase, y ahora se trabajan por separado, y para las prácticas pedagógicas se han intensificado el número de horas, esto con el fin de articular lo aprendido en la Universidad y generar ambientes de aprendizaje que permiten el desarrollo de competencias.

Pese a que la Resolución 09317 del 2016 permite que un estadístico, matemático, y cualquier ingeniero puede ser un docente en matemáticas

los análisis permiten concluir también, que los profesionales no licenciados habilitados para ser docentes no cuentan en su plan de estudio con ninguna didáctica ni practica pedagógica.

Del análisis de la Competencia “mirar con sentido se logró evidenciar que, aunque los DBA establecen competencias para los profesores en Formación Inicial y en ejercicio, algunos no los consideran en lo absoluto. Se puede observar que dentro de las competencias establecidas se deben trabajar las tres destrezas que conceptualizan la Competencia “mirar con sentido” y estas, no son visibles para algunos profesores.

De la misma manera, teniendo en cuenta las grabaciones de las clases de Didáctica y de Práctica Pedagógica Profesional se pudo evidenciar que no todos los Formadores diseñan Entornos de Aprendizaje que permitan el desarrollo de la competencia “mirar con sentido” ya que las tareas profesionales no permiten la interacción y el uso del conocimiento de la Didáctica.

En Egresados se evidenció avance en el desarrollo de la competencia Mostrando que la competencia “mirar con sentido” puede empezar a desarrollarse en la Formación inicial y continua su desarrollo en la Práctica Profesional generando nuevo conocimiento.

En la formación inicial de los profesores de matemáticas debe ser primordial el desarrollo de la competencia “mirar con sentido” ya que son base fundamental para identificar el pensamiento matemático de los estudiantes, poder interpretar dicho pensamiento y de esta manera buscar alternativas que permitan mejorar la calidad de la educación creando entornos de aprendizaje que permitan que los PFI interactúen unos con otros mediante trabajos grupales, socialización y debates para construir conocimiento y buscar formas de generarlo.

Referencias

- Álvarez, M. (30 de junio de 2011). Perfil del docente basado en competencias.
- Arias, F. (2012). La Investigación Científica. En F. Arias, El Proyecto de Investigación. Introducción a la metodología Científica.
- Asamblea General. (16 de noviembre de 2016). Resolución 71/8 "Educación para la Democracia".
- Bachilleres podrán ser maestros en las zonas de conflicto. (2017). Contexto
- Cobos, M. (2014). La Formación docente es clave para la Calidad Educativa. Crítica.
- Fernández, R., & Sánchez, L. (2014). Competencias Docentes en Secundaria, Análisis de Perfil profesorado. RELIEVE, 20, 3-4.
- Fortuny, J., & Rodríguez, R. (2012). Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula. Avances de Investigación en Educación Matemática.
- Ganadero, C. (08 de junio de 2017). Bachilleres podrán ser maestros en las zonas de conflicto. Recuperado de <https://www.contextoganadero.com/politica/bachilleres-podran-ser-maestros-en-las-zonas-de-conflicto>
- Gil, D. (2016). Una mirada sistemática de los programas de formación de profesores de matemáticas. Horizontes Pedagógicos.
- Ivars, P., Fernández, C., & Llinares, S. (2018). Características del desarrollo de la competencia mirar profesionalmente el pensamiento de los estudiantes sobre fracciones. Investigación en Educación Matemática XXII.
- Jacobs, V., Lamb, L., & Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking journal for research in mathematics Education. 41(2), 169-202.
- Llinares, S. (2012). Formación de profesores de matemáticas. Caracterización y desarrollo de competencias docentes. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 10, 53-62.
- MEN. (2013). Documento guía-Evaluación de competencias. Bogotá. Obtenido de

https://www.mineducacion.gov.co/proyectos/1737/articles-328355_archivo_pdf_13_Matematicas.pdf

- MEN. (2014). Lineamientos de calidad para las licenciaturas en Educación. Bogotá.
- MEN. (2016). Resolución N° 09317.
- Pérez, P., Callejo, M., & Valls, J. (2017). Cómo progresan estudiantes para maestro.
- Pinto, H. (abril de 2011). Formación de competencias docentes en matemáticas de educación básica. Cuadernos de Educación y Desarrollo.
- Pinzón, A., & Gómez, P. (2019). Un modelo para la toma de decisiones del profesor de matemáticas. PNA, 130-146.
- Portilla, M., & Rojas, A. H. (10 de 11 de 2014). Investigación cualitativa: Una reflexión desde la educación como hecho social. Línea de investigación: Teorías y procesos curriculares, 3, 86-100.
- Quintana, A. (2006). Metodología de la Investigación científica Cualitativa. Psicología: Tópico de Actualidad, 47-84.
- Rodríguez, J. (2012). Guía de orientación para el examen de estado de calidad.
- Rule, P., & Mitchell, J. (2015). A necessary Dialogue: Theory in case study research. International Journal of Qualitative, 1-11. doi:10.1177
- Sánchez, F. V. (septiembre de 2012). Como estudiantes para profesor interpretan el pensamiento matemático de los estudiantes de bachillerato. La derivada de una función en un punto. Investigación en educación matemática XVI, 497-508.
- Seckel, M. J., & Font, V. (07 de 2019). Competencia Reflexiva en formadores del profesorado de matemáticas. Revista Internacional de Investigación en Educación, 12(25), 127-144. doi:10.11144
- Sosa, A. (2014). La práctica pedagógica, una mirada desde la investigación. Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación, (págs. 1-11). Buenos Aires.
- Tovar, J. (2015). Cuál debe ser el perfil de un buen educador. (R. Borrero, Entrevistador)

ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA EN EL PROFESORADO EN FORMACIÓN. UN ANÁLISIS BASADO EN MÉTODOS MIXTOS SOBRE ERRORES EN LA INTERPRETACIÓN DE TABLAS DE DATOS

Leonardo Vargas-Delgado*

José Hernando Ávila-Toscano***

Sahira Elena Herrera Blanco***

Joseph Enrique Villalba Osorio****

Sonia Valbuena Duarte****

* Magíster en educación, Licenciado en matemáticas. Coordinador Licenciatura en Matemáticas Universidad del Atlántico (Colombia). Correo: lvargas@mail.uniatlantico.edu.co

** Ph.D. en Ciencias Humanas y Sociales, Magíster en Psicología, Psicólogo. Investigador adscrito al grupo de CTI Estudios Interdisciplinarios en Matemática, Educación y Desarrollo (GIMED). Universidad del Atlántico (Colombia), Correo: joseavila@mail.uniatlantico.edu.co

*** Licenciada en matemáticas, Universidad del Atlántico (Colombia), Correo: selenaherrera@est.uniatlantico.edu.co

**** Licenciado en matemáticas, Universidad del Atlántico (Colombia), Correo: jenriquevillalba@mail.uniatlantico.edu.co

***** Magíster en matemática, Magíster en educación, Licenciada en ciencias de la educación con especialidad en matemáticas y física, Líder científico grupo de CTI Estudios Interdisciplinarios en Matemática, Educación y Desarrollo (GIMED), Universidad del Atlántico (Colombia). Correo: soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

* Autor para correspondencia

RESUMEN

La capacidad de interpretar información tabular es una competencia sustancial de la persona estadísticamente alfabetizada. Este estudio tuvo como objetivo evaluar fallos (errores y dificultades) en la interpretación de tablas de frecuencias y contingencia de futuros educadores matemáticos. Mediante un diseño secuencial de estado igual completamente mixto, se evaluó a 50 estudiantes de Licenciatura en Matemáticas aplicando dos cuestionarios (de conocimientos y de interpretación), a los datos se aplicó análisis de contenido y estadísticos no paramétricos. Se identificó bajo nivel de conocimiento sobre tablas estadísticas, además de poca conexión entre los conceptos y su aplicación. Interpretativamente se aprecian numerosos errores como la confusión entre frecuencias y realizar inferencias con base en la subjetividad. El análisis cuantitativo sugiere que contar con conocimientos en temas estadísticos no libra a los futuros docentes de tener errores y dificultades en su interpretación, lo que refuerza la necesidad de que el conocimiento conceptual se acompañe de habilidades prácticas eficientes.

Palabras clave: *Tablas estadísticas, Formación de docentes, Errores, Tablas de contingencia, Cultura estadística.*

ALFABETIZACIÓN ESTADÍSTICA Y PROFESORADO EN FORMACIÓN

La formación matemática de los ciudadanos requiere de un grado de alfabetización estadística, puesto que la sociedad moderna emplea grandes volúmenes de información lo que demanda en las personas habilidades estadísticas que les permitan comprender apropiadamente tal información para poder proceder a la toma de decisiones (Zapata-Cardona, 2011; Del Pino & Estrella, 2012).

La enseñanza de la estadística puede ser abordada desde distintos puntos de vista, sin embargo, cabe destacar que la meta principal es formar consumidores estadísticos (ciudadanos estadísticamente cultos), esto implica que la escuela debe proveer al individuo habilidades básicas como son la lectura, interpretación y organización de la información estadística para la toma pertinente de decisiones. En lo posible también deberían formarse usuarios estadísticos, quienes poseen conocimiento en métodos formales estadísticos (Naya, Ríos & Zapata-Cardona, 2012). En concordancia, la alfabetización en el área comprende aquellos conocimientos necesarios para ser consumidor crítico de la información y ser productor de ella (Álvarez, Guerrero & Torres, 2020).

La alfabetización estadística es de gran importancia por su contribución al desarrollo del razonamiento crítico y de competencias que permiten a las personas desempeñarse de una mejor manera en las diferentes disciplinas donde se desenvuelven, teniendo así las habilidades necesarias para recolectar, organizar, comparar, analizar e interpretar información de su contexto (Ruiz, 2015).

Bajo esta lógica no es extraña la importancia que se ha dado desde finales del siglo anterior a la incorporación de la estadística en la educación formal desde el nivel de la primaria como parte de los contenidos matemáticos (Ruiz, 2015, Cuevas & Ramírez, 2018; Pinto et al., 2018; Álvarez et al., 2020). Pese a esto, la inclusión de la estadística en los currículos y su enseñanza presentan desafíos relevantes, uno de los más importantes es reseñado por Campos, Cazorla y Kataoka (2011) como la necesaria formación profesional y actualización de profesores en contenidos estadísticos.

Precisamente, diversos estudios coinciden en señalar que la enseñanza de la estadística se enfoca en el manejo de datos y uso de algoritmos por encima de la estimulación del pensamiento estocástico, lo cual puede ser resultado

de la formación inicial que tuvieron los docentes, que con frecuencia estuvo desprovista de alfabetización estadística. Muchos de los profesores colombianos que enseñan la disciplina fueron educados bajo un paradigma técnico basado en procedimientos y conceptos que posteriormente replican en su acto docente, lo que les deja poco preparados para lograr los objetivos de la educación estadística (Zapata-Cardona & González-Gómez, 2017; Pinto, Zapata-Cardona, Tauber, Alvarado & Ruiz, 2018). Es por esto por lo que resulta pertinente cuestionar si en la actualidad el perfil de la formación inicial de los docentes de matemáticas es suficiente para cubrir los requisitos de la enseñanza de la estadística (Zapata-Cardona, 2014; Cuevas & Ramírez, 2018).

8.1. Las tablas estadísticas, relevancia de su aprendizaje y dificultades en su interpretación

Según Estrella (2014), una tabla estadística que tiene como finalidad resumir y clasificar los datos de una o más variables en un arreglo rectangular de filas y columnas, esto con el propósito de comprender y visualizar el comportamiento de los datos. Debido a que las tablas son un elemento de la cultura estadística, están presente a la mayoría de los contextos de la vida y las distintas disciplinas (Estrella, 2014). Las tablas cumplen un rol importante como herramientas de transnumeración (Wild & Pfannkuch, 1999) y organización resumida de la información que posibilita visualizar y comprender el comportamiento de los datos (Estrella, 2014). Por esto en investigaciones como la de Kemp y Kissane (2010) se afirma que saber interpretar la información presentada en tablas es una de las competencias fundamentales en la alfabetización estadística, además Holmes (1980) considera que esta competencia es la base para el estudio de situaciones complejas en las distintas disciplinas y para la comprensión de la información tabular presente en los medios de comunicación.

Por la gran importancia de las tablas estadísticas Álvarez et al. (2020) mencionan que el Ministerio de Educación Nacional de Colombia incluye como tema de estudio el análisis de tablas dentro del pensamiento aleatorio y por esta razón los docentes deben enseñarlas, especialmente las tablas de frecuencia simple y acumulada pues son fundamento (conceptual) para abordar posteriormente el tema de gráficas estadísticas. De igual manera, las tablas de doble entrada son incluidas en los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2015) desde cuarto grado para organizar e interpretar información, para luego a partir de esta sacar conclusiones o representar gráficos. Incluso las tablas de contingencia son realmente útiles para representar, describir y analizar información relacionada con variables cualitativas, es por esto por lo

que su uso es de gran interés para diversas ciencias en las que su interpretación ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre (Batanero, Cañadas, Contreras & Gea, 2015). Por tanto, su aprendizaje debe promoverse con mayor intensidad en cursos de estadística en la educación media y en la universidad (Zieffler, 2006).

Ahora bien, existe bastante teoría acerca de los niveles de lectura e interpretación de gráficos y tablas (Véase Curcio, 1989; Friel, Curcio & Bright, 2001; Aoyama, 2007; Arteaga, Batanero, Cañadas & Contreras, 2011; Batanero, Arteaga & Ruiz, 2010; Estrella & Mena, 2012), pero es menor el número de fuentes que abordan a profundidad la identificación de errores y dificultades que se puedan cometer en su construcción e interpretación. Por este motivo —y apuntando a contribuir a la creación de nuevas teorías— Guerrero y Torres (2017) han trabajado en la tipificación de errores y dificultades en la construcción e interpretación de tablas de frecuencias, que más tarde se concretaría como una taxonomía en la publicación de Álvarez et al. (2020). Esa propuesta taxonómica se aprecia en la Tabla 1.

Tabla 1.

Taxonomía de errores y dificultades en la interpretación de tablas estadísticas.

Procesos de interpretación	
Errores de interpretación (EI)	Dificultades de interpretación (DI)
EI1. Proporciona una frecuencia distinta a la solicitada	DI1. Desconocimiento de los tipos de frecuencias (absoluta, relativa, acumulada).
EI2. Relaciona de manera incorrecta las frecuencias de dos o más valores de la variable.	DI2. Desconocimiento de las relaciones numéricas entre los tipos de frecuencia.
EI3. Se establece de manera confusa las tendencias del conjunto de datos a través de la información en la tabla de frecuencias.	DI3. Reconocer de forma superficial el conjunto de datos estadísticos.
EI4. Relacionar un valor de las frecuencias con un valor de la variable cuantitativa que no es correcto, o viceversa.	DI4. No tiene en cuenta convenios para interpretar tablas estadísticas, como lectura horizontal de las filas de las tablas, confundiendo los valores que proporcionan los tipos de frecuencia, ya que, el tipo de frecuencia que proporciona concuerda con la solicitada, aunque no es el valor correspondiente.
EI5. Expresar conclusiones que no corresponden con la información plasmada en la tabla	DI5. Se inducen conclusiones apresuradas, en un intento de generalizar la información.
EI6. Desconocer o pasar por alto la dispersión de los datos de la tabla.	DI6. Se omite la representación de los datos.
EI7. Proporcionar el valor de la frecuencia en vez del valor de la variable cuantitativa.	DI7. Se presenta confusiones con relación al significado de “valor de la variable cuantitativa” con la frecuencia del valor de la variable.
EI8. Excluir o incluye valores del intervalo que se le solicita	DI8. Interpretación de manera inadecuada los intervalos abiertos o cerrados en tablas de datos agrupados.
EI9. Escoger un valor específico dentro del intervalo como valor de la variable cuantitativa.	DI9. Desconocimiento del valor de la variable estadística.
EI10. Confundir la mayor frecuencia absoluta con el mayor valor de la variable cuantitativa.	DI10. Ignorar y confundir el significado del valor de la variable cuantitativa y la frecuencia absoluta.
EI11. Realizar conclusiones subjetivas ignorando la información de la tabla.	DI11. Se ignora u omite la información que presenta la tabla o la situación priorizando lo subjetivo

Fuente: tomado de Álvarez et al. (2020), con autorización de las autoras.

Guerrero y Torres (2017) desarrollaron esta taxonomía evaluando estudiantes colombianos, para el proceso de tipificación se fundamentaron teóricamente desde dos perspectivas: una conceptual donde se definen los conceptos de tablas de frecuencia y los tipos de frecuencia que las componen, y una perspectiva didáctica conformada por una serie de niveles de comprensión de gráficas estadísticas aplicables a las tablas de frecuencias. También, esta propuesta se desarrolló mediante un estudio cualitativo que consistió inicialmente en la creación de una lista de errores y dificultades hipotéticos relacionada con la construcción y otra con la interpretación de tablas de frecuencias.

En especial para la formulación de los errores en la interpretación de tablas de frecuencias se estableció una conexión entre los procesos involucrados en la interpretación de gráficos estadísticos y sus niveles de lectura, que como se mencionó son aplicables a las tablas estadísticas. Seguidamente, cada error formulado se le asoció una dificultad hipotética, y a su vez, cada una de estas fue clasificada en uno de los cinco tipos de dificultades definidos por Socas (1997). Además, para la creación y formulación de las listas se tuvieron en cuenta los errores y dificultades previstos por las autoras durante sus actividades pedagógicas.

Como se ha visto, las tablas estadísticas son un instrumento trascendental en la sociedad, pues sus características transnumerativas permiten el manejo de datos, lo cual resulta útil para la investigación, actividades profesionales y para la toma de decisiones. Además, es uno de los elementos que constituyen la alfabetización estadística y por tanto su lectura e interpretación es una de las competencias básicas que todo ciudadano estadísticamente culto debería tener, y con mucha más razón los futuros profesores, ya que estos son los responsables de su enseñanza.

Sin embargo, las investigaciones que abordan maestros en formación muestran que estos presentan bajo desempeño al tratar de alcanzar niveles altos de lectura en las tablas, además de tener errores y dificultades interpretativas. A pesar de la relevancia de las tablas estadísticas, se ha descuidado su enseñanza al suponer que su comprensión es sencilla (Cañadas, Ortiz, Contreras y Gea, 2013), pero la realidad es que para los profesores no es una tarea trivial (Estrada & Díaz, 2007), por lo cual muchos académicos coinciden en que se requiere una mejor formación estadística en los docentes.

Por todas estas razones, esta investigación definió como objetivo evaluar

la existencia de fallos que pueden presentar los futuros docentes de educación matemática en la interpretación de tablas estadísticas, en específico, tablas de frecuencias y de contingencia, siendo estas últimas mucho menos estudiadas en la literatura especializada. Para ello, el estudio se basa en tres actividades esenciales: a) evaluar el nivel de apropiación conceptual de los principios estadísticos relacionados con las tablas de frecuencia y contingencia, b) aplicar una taxonomía analítica que permita determinar los principales errores cometidos y sus dificultades asociadas en la interpretación de tablas, y c) determinar si la comisión de errores interpretativos varía en función del nivel de conocimientos conceptuales relativos a las tablas estudiadas.

MARCO METODOLÓGICO DEL ESTUDIO

Esta investigación se enmarca en los estudios de enfoque mixto, para ello se escogió un diseño secuencial de estado igual completamente mixto (Fully mixed sequential equal status design), el cual implica la inclusión de ambas perspectivas a lo largo del desarrollo de todos los componentes del estudio incluyendo el proceso de tratamiento y análisis de la información, sin que esto implique la dominancia manifiesta de alguno de los enfoques (Leech & Onwuegbuzie, 2009).

Los participantes eran estudiantes de Licenciatura en Matemáticas de una universidad colombiana que habían aprobado los cursos de estadística descriptiva e inferencial y que actualmente adelantaban cursos relacionados con la estadística como Didáctica de la estadística y Análisis de datos cuantitativos. El reporte oficial de estudiantes admitidos en los cursos descritos ascendía a 100 estudiantes para el periodo 2020-2, a partir de este reporte se hizo un muestreo incidental en el cual inicialmente se evaluó a 50 estudiantes, pero una de estas evaluaciones fue invalidada por detectar patrón de respuesta al azar, la muestra final quedó constituida por 49 estudiantes divididos en 31 hombres (63.3%) y 18 mujeres (36.7%), con una media de edad de 23.7 años ($de=5.87$).

Para la medición de las variables se emplearon dos instrumentos creados puntualmente para esta investigación. Inicialmente se elaboró un cuestionario ad hoc de conocimientos previos dirigido a evaluar el nivel de apropiación conceptual de los participantes frente a las tablas de frecuencia con datos agrupados, tablas con datos no agrupados y tablas de contingencia. El instrumento constó de 12 preguntas, cuatro por cada tipo de tabla, los cuales se organizaron al azar con el propósito de evitar que la similitud entre los temas produjera sesgos conduciendo a generar respuestas similares, con ello

se evita la adivinación de patrones tal y como se sucede en los procedimientos psicométricos clásicos para la formulación de test. El instrumento fue sometido a revisión de jueces expertos.

Los reactivos constaban de un enunciado relativo a procedimientos aplicados a los diferentes tipos de tablas mientras que la escala se basó en la técnica de selección múltiple con única respuesta. Para todos los ítems se planteaban tres opciones factibles pero teórica, metodológica y procedimentalmente diferentes; al tratarse de operaciones factibles se reduce la probabilidad de respuesta impulsiva y se aumenta la necesidad de análisis reflexivo. Adicionalmente la cuarta opción de todos los reactivos correspondía a la declaración “En realidad no lo sé”, dispuesta para que el estudiante abiertamente reconociera si no tenía el conocimiento previo procurando con ello reducir la probabilidad de respuesta al azar. A continuación, se presenta un ejemplo de un ítem con su respectiva explicación.

Una tabla de contingencia se construye con el objetivo de:

- a. Presentar de forma resumida los datos de dos variables cualitativas
- b. Agrupar los datos de variables cuantitativas con pocos valores
- c. Presentar de forma resumida los datos de dos o más variables cuantitativas
- d. En realidad, no lo sé

La opción (a) es la respuesta correcta, las tablas de contingencia resumen las observaciones halladas en un conjunto de datos de las diversas categorías de dos variables que no se expresan de forma numérica.

La opción (b) es falsa, la descripción, estricto sensu, correspondería a una conceptualización de las tablas de datos no agrupados, o aquellas empleadas para ordenar frecuencias simples.

La opción (c) es falsa, por un lado, las tablas de contingencia resumen datos de variables categóricas, y por el otro, las tablas de frecuencia resumen la información correspondiente a una variable.

Para evaluar la interpretación de tablas estadísticas se construyó un segundo instrumento ad hoc que consistió en una serie de 11 problemas estadísticos empleando tablas de datos no agrupados (4 ítems), tablas para datos agrupados (3 ítems) y tablas de contingencia (4 ítems). El desarrollo del instrumento siguió

el mismo procedimiento de la prueba de conocimientos, es decir, tras la revisión de la literatura y particularmente el apoyo en la prueba realizada por Álvarez et al. (2020), los investigadores construyeron un total de 15 problemas inéditos y posteriormente los jueces expertos revisaron apariencia y contenido, además de la organización semántica.

En cada uno de los apartados del instrumento (tablas de datos no agrupados, agrupados y de contingencia) se realizaron preguntas donde se necesitaba comprender el comportamiento de cada tipo de frecuencia y en general saber interpretar la información presente en estas, además de realizar cálculos sencillos para llegar a la respuesta. En cada uno de los ítems de este cuestionario se pueden encontrar preguntas cerradas, abiertas y de selección múltiple. A continuación, se presenta un ítem de ejemplo del instrumento:

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos tras encuestar a 40 personas que tenían como rutina fumar todos los días.

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos tras encuestar a 40 personas que tenían como rutina fumar todos los días.

Cigarrillos/día	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia acumulada relativa
7	6	0.15	6	0.15
8	9	0.22	15	0.37
9	3	0.07	18	0.45
10	4	0.10	22	0.55
11	3	0.07	25	0.62
12	5	0.12	30	0.75
13	4	0.10	34	0.85
14	2	0.05	36	0.90
15	4	0.10	40	1.0
	40	1.0		

Con base en los datos responda a las siguientes preguntas:

- ¿Cuántas personas fuman como mucho 9 cigarrillos al día?
- ¿Cuántas personas fuman al menos 13 cigarrillos al día?
- ¿Cuántas personas fuman entre 10 y 13 cigarrillos al día?
- ¿Qué proporción de personas fuman menos de 12 cigarrillos al día?
¿Cómo obtuvo el resultado?
- ¿Qué proporción de personas fuman más de 8 y menos de 12 cigarrillos al día?

Los instrumentos fueron organizados en un formulario de Google© y cargados en un enlace de acceso libre a través de Internet. Tras recoger la información, se procedió a calificar el cuestionario de conocimientos definiendo así la puntuación obtenida por cada estudiante tanto a nivel general como en relación con cada tipo de tabla. El cuestionario de interpretación fue analizado de forma cualitativa con el fin de identificar los errores y dificultades surgidos al momento de interpretar tablas, para ello se empleó la taxonomía desarrollada por Álvarez et al. (2020) (ver Tabla 1), previa autorización de las autoras.

Dado que esta taxonomía se enfoca en tablas de frecuencias, hubo la necesidad de formular errores hipotéticos y dificultades asociadas para las tablas de contingencia. Estos fueron construidos por los investigadores junto con la orientación de los asesores respondiendo al conocimiento general de tablas y guardando correspondencia con los ítems aplicados en el cuestionario de conocimientos previos. Este proceso fue necesario dado que no existe documentación abundante acerca de la caracterización de errores y dificultades al interpretar frecuencias en tablas de contingencia, de modo que el procedimiento pensado por Álvarez et al. (2020) sirvió de base para el aporte taxonómico adicionado frente a tablas cruzadas. Los errores y dificultades surgidos se describen en la Tabla 2.

Tabla 2.

Errores y dificultades hipotéticos en la interpretación de tablas de contingencia.

Errores de interpretación (EI)	Dificultades de interpretación (DI)
EI12. Tratar la información de las variables de forma individual sin considerar las contingencias entre las categorías.	DI12. Desconocer que las frecuencias en tablas de contingencia corresponden a valores compartidos por dos variables al mismo tiempo.
EI13. Confundir los valores o la información de las categorías con las variables desconociendo su necesaria diferenciación acorde con el cruce de frecuencias en las casillas	DI13. Desconocer que los cruces contingentes se dan entre categorías de variables y no entre las variables como propiamente dichas
EI14. Asumir asociaciones entre las categorías de las variables a partir de los datos descriptivos de las frecuencias reportadas en las casillas	DI14. Interpretar erróneamente los alcances interpretativos de las frecuencias confundiendo descripción con asociación.
EI15. Interpretar los datos de las casillas sin considerar las limitaciones o condiciones asociadas con el número de frecuencias observadas	DI15. Infiere conclusiones de forma apresurada sin considerar la adecuación de la distribución de frecuencias en las casillas
EI16. Intercambiar las frecuencias condicionales por filas con las frecuencias condicionales por columna y viceversa	DI16. Confundir las frecuencias condicionales por fila y columna

Fuente: elaboración propia.

Para el análisis del nivel de apropiación de conceptos relacionados con las tablas se realizó la valoración del cuestionario de conocimientos acorde con cada una de sus partes y también de forma global. La evaluación implicaba asignar puntos por cada respuesta correcta teniendo un máximo de 10 puntos; para calcular el resultado global se ponderó cada uno de los 12 ítems en .83, mientras que la evaluación de conocimientos relativos a cada tipo de tabla implicó ponderar cada ítem en 2.5, de esta forma tanto el conocimiento de cada tabla como el global obtenía un valor máximo de 10 y mínimo de 0.

El cuestionario de interpretación de las tablas no fue ponderado de forma cuantitativa, sino que su evaluación se basó en el análisis de contenido de cada una de las respuestas dadas por los participantes. Así pues, se valoró la resolución de cada problema en los que se usaban los diferentes tipos de tablas y con base en el estudio de las respuestas ofrecidas se aplicó la taxonomía considerada en el estudio.

Teniendo en cuenta lo anterior se crearon dos bases de datos, la primera se construyó en Excel© donde se registró el análisis de contenido del cuestionario de interpretación de tablas, haciendo el reporte de los diferentes errores y sus correspondientes dificultades para cada participante de acuerdo con la taxonomía de Álvarez et al. (2020) y la adición para tablas cruzadas propuesta para este estudio. La segunda base de datos fue cuantitativa e incluía las respuestas de cada ítem en el cuestionario de conocimientos, así como el resultado obtenido por cada participante en relación con los diferentes tipos de tablas y el conocimiento global, se agregaron también las variables demográficas. Esta base se completó tomando la información cualitativa sobre los errores cometidos al interpretar las tablas, tales errores fueron dicotomizados construyendo variables dummy (1=con error, 2=sin error) de manera que se pudieran hacer contrastes estadísticos con los resultados obtenidos en la prueba de conocimientos.

Empleando SPSS v.23 se realizó análisis descriptivo sobre el nivel de acierto y el desempeño en la prueba de conocimientos, también se contabilizaron los diferentes errores interpretativos y sus correspondientes dificultades considerando el orden de frecuencias (de mayor a menor), y los diferentes errores contaron con su respectivo análisis de contenido mostrando las implicaciones comprensivas de ellos en el desempeño de los participantes. De esta forma, se combinó el análisis estadístico descriptivo de los datos con su respectiva comprensión interpretativa.

Por último, se realizaron contrastes no paramétricos para comprobar si se observaban diferencias en el nivel de conocimiento de los participantes sobre los diferentes tipos de tablas y la comisión o no de cada tipo de error interpretativo, este procedimiento se cumplió con el estadístico U de Man Whitney empleado para el contraste de rangos medios entre dos grupos independientes, mientras que el tamaño del efecto se probó con la prueba r de Rosenthal (.10=pequeño, .30=mediano, .50=grande).

RESULTADOS

La evaluación del nivel de apropiación conceptual de los principios estadísticos relacionados con las tablas de frecuencia y contingencia mostró en la muestra de futuros educadores matemáticos un desempeño muy bajo, los resultados son preocupantes si se considera que se trata de estudiantes que ya han cursado dos asignaturas de estadística cuya cursada es obligatoria dentro de su plan de formación.

La media de conocimientos a nivel general, es decir, sumando todos los ítems del instrumento, fue de 3.64 (de=1.43), la nota mínima obtenida fue de 1.66 y la máxima fue de 6.64 frente a un máximo posible de 10. Solo 6.1% (n=3) de los participantes alcanzó una nota promedio de 6 o mayor.

Al descomponer la nota general en los tres tipos de tablas evaluadas, se identifica que el mejor rendimiento se da en lo concerniente a las Tablas de datos no agrupados, si bien la media de desempeño también es baja con un valor de 5.51 sobre 10 como se aprecia en la Tabla 3.

Tabla 3.
Resultados descriptivos en la prueba de conocimiento sobre tablas estadísticas incluyendo porcentaje de respuestas correctas por ítem.

	Descriptivos				Pregunta	Respuestas correctas	
	M ^a	DE ^b	Min.	Máx. ^c		f	%
Tablas datos no agrupados	5.51	2.16	0	10	P1. Concepto de proporción	27	55.1
					P4. Frecuencia absoluta acumulada	29	59.2
					P5. Cálculo de porcentaje acumulado	12	24.5
					P6. Frecuencia absoluta	40	81.6
Tablas datos agrupados	2.60	1.76	0	7.5	P2. Intervalos de confianza	36	73.5
					P8. Método para calcular intervalos	7	14.3
					P10. Concepto tabla de datos no agrupados	4	8.2
					P12. Clases y pérdida de información	4	8.2
Tablas de contingencia	2.85	2.44	0	7.5	P3. Objetivo tablas de contingencia	18	36.7
					P7. Tablas cruzadas y cálculo de asociación	5	10.2
					P9. Concepto de frecuencias esperadas	14	28.6
					P11. Valores que contiene una tabla cruzada	19	38.8

^aMedia; ^bDesviación estándar; ^cMínimo – Máximo.

Fuente: elaboración propia.

La Tabla 3 también reporta el porcentaje de respuestas correctas para cada una de las preguntas en los tres conjuntos de información o temas evaluados. En términos generales el mayor dominio expresado en porcentaje de respuestas correctas se da en relación con las frecuencias absolutas y los intervalos de confianza, es decir, conceptualmente se les reconoce, sin embargo, el cálculo de procedimientos estadísticos empleando la frecuencia absoluta como sucede con la frecuencia absoluta acumulada, o el procedimiento para calcular intervalo en tablas de datos agrupados muestra un nivel de conocimiento inferior, esto puede sugerir cierto nivel de dominio conceptual desprovisto de utilidad práctica por cuanto hay una aparente desconexión entre el concepto y su aplicación.

Las preguntas 10 y 12 son particularmente críticas puesto que el porcentaje de acierto es el más bajo del todo el cuestionario, esto sugiere confusión conceptual en la definición de las tablas de datos agrupados confundiendo con las tablas para datos no agrupados. Por su parte, el bajo acierto en la pregunta 12 sugiere que los docentes matemáticos en formación parecen no tener claras las implicaciones de generar clases para la agrupación de datos sobre la cantidad de información disponible para el análisis, si bien los procedimientos de agrupación facilitan representar de forma tabular volúmenes numerosos de datos tienen una implicación desfavorable, que es la pérdida de información al generar clases definidas de forma intervalar, es una paradoja estadística dado que es preferible contar con un número de clases que no sea muy amplio para facilitar el análisis.

Otro error común es la sobreestimación de las potencialidades de las tablas de contingencia, puesto que solo 10.2% de los docentes en formación reconoce que los valores contenidos en una tabla cruzada no son por sí mismo indicadores de asociación entre variables, sino que en esencia este tipo de tablas es un objeto descriptivo.

El análisis uno a uno de los ítems del cuestionario de conocimiento reitera las limitaciones conceptuales de los futuros educadores matemáticos evaluados, siendo especialmente crítico su conocimiento en tablas de datos agrupados y en tablas de contingencia. Se procedió entonces a aplicar la taxonomía analítica para identificar los errores cometidos y dificultades asociadas en la interpretación de tablas por parte de los participantes, este análisis se presenta en la Tabla 4, donde se recogen los principales errores cometidos en orden de frecuencia.

Tabla 4.

Datos descriptivos de los errores más comunes identificados en futuros licenciados en matemáticas al momento de interpretar tablas estadísticas.

Errores de Interpretación (EI) identificados	Descriptivos	
	f	%
EI2. Relacionar incorrectamente las frecuencias de dos o más valores de la variable	45	91.8
EI3 Establecer con incompletitud tendencias de los datos a través de la información tabular	40	81.6
EI12. Tratar información de variables individualmente sin considerar contingencias de categorías	39	79.6
EI5. Expresar conclusiones que no corresponden con la información plasmada en la tabla	39	79.6
EI1. Proporcionar una frecuencia distinta a la solicitada	37	75.5
EI11. Realizar conclusiones subjetivas ignorando la información de la tabla	32	65.3
EI15. Interpretar datos de casillas sin considerar limitaciones o condiciones asociadas con el número de frecuencias observadas	23	46.9
EI4. Relacionar un valor de las frecuencias con un valor de la variable cuantitativa que no es correcto, o viceversa	21	42.9
EI14. Asumir asociaciones entre categorías de las variables a partir de datos descriptivos de las frecuencias reportadas en las casillas	21	42.9
EI13. Confundir valores o información de las categorías con las variables desconociendo su necesaria diferenciación acorde con el cruce de frecuencias en las casillas	20	40.8
EI16. Intercambiar las frecuencias condicionales por filas con las frecuencias condicionales por columna y viceversa	16	32.7
EI8. Excluir o incluye valores del intervalo que se le solicita	7	14.3
EI9. Escoger un valor específico dentro del intervalo como valor de la variable cuantitativa	5	10.2
EI6. Desconocer o pasar por alto la dispersión de los datos de la tabla	2	4.1

Fuente: elaboración propia

Nos registraron los errores 7 y 10 por consiguiente tampoco las dificultades asociadas, sin embargo, se observa que el EI2 Relacionar incorrectamente las frecuencias de dos o más valores de la variable se registra en 91.8% de los participantes, lo cual implica la dificultad relativa a la falta de conocimiento sobre las relaciones numéricas entre los tipos de frecuencia.

En la Figura 1 se observa una tabla de frecuencias acumuladas donde se presenta el rango de edades de personas contagiadas con la COVID-19 de una muestra de 38.027 personas, reportadas con corte al 7 de junio del 2020 por el Ministerio de Salud y Protección Social de Colombia. En esta situación se busca que el evaluado indique el intervalo de edad menos afectado por la pandemia, en el ejemplo de la figura se aprecia la comisión de EI2 dado que la respuesta proporcionada indica una confusión entre las relaciones numéricas de orden cuando se trata de observar la columna de la frecuencia absoluta, dado que en lugar de proporcionar el intervalo de edad con menos personas afectadas (89 a 99), se proporciona el que posee más personas.

Otro ejemplo de este error se muestra en la Figura 2, donde se presenta un contexto similar al anterior, pero en este caso se cuenta con una tabla de frecuencias de datos no agrupados donde el valor de la variable es cualitativo. En esta situación se solicita identificar el departamento que presenta mayor número de contagiados por la COVID-19 hasta la fecha mencionada. Nuevamente para dar con la respuesta es importante que el evaluado conozca

La siguiente tabla presenta el reporte emitido el 7 de junio del 2020 por el Ministerio de Salud y Protección Social de Colombia, sobre el rango de edades de personas contagiadas con el virus COVID-19.

Edad (en años)	Frecuencia absoluta simple	Frecuencia relativa simple	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada	Frecuencia Porcentual
0 a 9	1.704	1704/38.027	1.704	1704/38.027	4.48
9 a 19	3.074	3.074/38.027	4.778	4.778/38.027	12.56
19 a 29	8.403	8.403/38.027	13.181	13.181/38.027	34.66
29 a 39	8.310	8.310/38.027	21.491	21.491/38.027	56.51
39 a 49	5.999	5.999/38.027	27.490	27.490/38.027	72.29
49 a 59	4.871	4.871/38.027	32.361	32.361/38.027	85.10
59 a 69	2.963	2.963/38.027	35.324	35.324/38.027	92.89
69 a 79	1.688	1.688/38.027	37.012	37.012/38.027	97.33
79 a 89	834	834/38.027	37.846	37.846/38.027	99.52
89 a 99	101	101/38.027	38.027	38.027/38.027	100

El valor de la variable con menor frecuencia corresponde al intervalo de edad "89 a 99"

¿Cuál es el intervalo de edad menos afectado por la pandemia?

R/ De 19 a 29 años.

Figura 1. Ejemplo 1 de error de interpretación 2.
Fuente: elaboración propia.

las relaciones numéricas de orden cuando se trata de observar la columna de la frecuencia absoluta, lo cual no ocurre en este caso, pues da como respuesta un departamento cuyo valor de la frecuencia absoluta no corresponde con el mayor número de contagiados.

La siguiente tabla presenta el número de personas contagiadas por el virus COVID-19 en los departamentos de Colombia con corte hasta 20 de marzo del 2020. Estos datos fueron obtenidos en los distintos centros de salud mediante las pruebas pertinentes.

Departamento	Frecuencia absoluta simple	Frecuencia relativa simple	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada	Frecuencia Porcentual
Cundinamarca	61	61/145	61	61/145	42
Antioquia	22	22/145	83	83/145	15,17
Valle del Cauca	15	15/145	98	98/145	10,34
Bolívar	9	9/145	107	107/145	6,2
Atlántico	5	5/145	112	112/145	3,44
Norte de Santander	6	6/145	118	118/145	4,13
Santander	2	2/145	120	120/145	1,37
Caldas	2	2/145	122	122/145	1,37
Risaralda	6	6/145	128	128/145	4,13
Quindío	3	3/145	131	131/145	2,06
Huila	9	9/145	140	140/145	6,2
Tolima	2	2/145	142	142/145	1,37
Meta	1	1/145	143	143/145	0,006
Cauca	2	2/145	145	145/145	1,37

El valor de la variable con mayor frecuencia corresponde a "Cundinamarca"

En cuanto a la frecuencia absoluta simple ¿Cuál departamento es el más afectado por el COVID-19?

R/ Antioquia

Figura 2. Ejemplo 2 de error de interpretación 2.
Fuente: elaboración propia.

El EI3 que implica establecer de manera confusa las tendencias del conjunto de datos a través de la información en la tabla de frecuencias, también es común y se asocia con la dificultad de reconocer los datos de forma superficial, el estudiante no realiza entonces una revisión profunda de la información que ofrece la tabla lo que induce a que incurra en falta de precisión sobre las tendencias que se pueden inferir en los datos analizados.

Los errores interpretativos relacionados con tablas cruzadas son bastante comunes, de hecho, sobresalen como tercer y cuarto más comunes los EI12 y 15, el primero implica darle un tratamiento a la información de variables individualmente sin considerar contingencias de categorías, esto trae consigo la dificultad relativa a la falta de conocimiento de cómo una tabla de contingencia implica siempre una lectura en dos dimensiones por cuanto los valores que contiene refieren datos compartidos por dos variables al mismo tiempo. Esto corresponde además con los datos mostrados en la Tabla 3 pues en ella se observa que solo 38.8% de los evaluados responde correctamente a qué tipos de valores contiene una tabla cruzada, el resto de los futuros educadores confunde estos valores con la frecuencia relativa de tablas de datos no agrupados o asume que se trata de variables individuales.

Este hallazgo está estrechamente vinculado con el EI15 por el cual el evaluado interpreta los datos de las casillas sin considerar las limitaciones o condiciones asociadas con el número de frecuencias observadas, la dificultad que esto implica consiste en que nuevamente se desconoce la estructura multidimensional de este tipo de tablas de forma que se realizan análisis superficiales sin fijarse en la distribución de los datos, es decir, no se analiza apropiadamente todas las frecuencias contenidas en las diferentes casillas.

De acuerdo con lo anterior, en la Figura 3 se presenta la respuesta proporcionada por un estudiante cuando se le solicita formular dos inferencias a partir de los datos sobre tipo de actor en conductas de acoso en la escuela y estrato social.

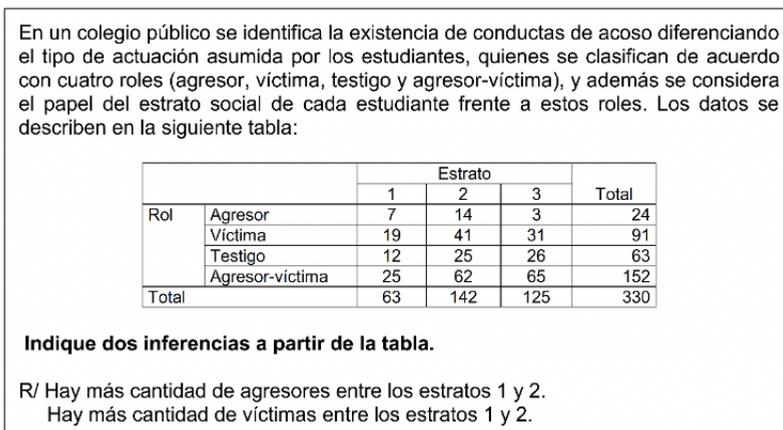


Figura 3. Ejemplo de error de interpretación 15.
Fuente: elaboración propia.

En este caso en particular es necesario mencionar que, si bien no es factible considerar propiamente erróneas las inferencias ofrecidas, estas parecen ajustarse a una salida simple en la lectura de la tabla que consistió en enfocarse en los datos más evidentes, sin embargo, al inferir que hay mayor cantidad de agresores y de víctimas en estratos 1 y 2, se descuenta la importancia de los demás actores. Adicionalmente, es factible señalar que el análisis se ha dado de forma rápida con una visualización superficial de los datos fijándose únicamente en las frecuencias observadas lo que implica desconocer el papel de las frecuencias marginales. Pareciera que la inferencia diera más peso a los estratos 1 y 2 frente a agresores y víctimas, pero el papel de los demás roles se omite. Dado que una tabla de contingencia busca identificar los datos compartidos por las variables cualitativas resulta importante considerar que representan los datos de esas categorías en relación con las variables, lo cual se omite en la respuesta del estudiante.

Otro error común al analizar tablas de datos agrupados y no agrupados es el EI1 por el cual se proporciona una frecuencia distinta a la solicitada, esto implica que la dificultad asociada se enfoca en que los futuros educadores desconocen (o mínimamente confunden) los diferentes tipos de frecuencia, esto a su vez muestra coincidencia con lo enunciado previamente (Tabla 1) acerca de las limitaciones conceptuales pues se veía por ejemplo, el reconocimiento de la noción de frecuencia absoluta pero la limitación para calcular su ítem acumulado.

En la Figura 4 se muestra una tabla de frecuencia simple en la cual se hace un seguimiento del consumo de cigarrillos de los empleados de una empresa, se

puede apreciar que en el inciso d se pregunta al estudiante sobre la proporción de personas que fuman menos de 12 cigarrillos al día; en el caso presentado el evaluado proporciona como respuesta el valor de la frecuencia absoluta acumulada ($F_a=25$ personas), la cual no corresponde con la frecuencia solicitada, ya que el ítem indaga sobre el valor de la frecuencia relativa acumulada que corresponde a esas 25 personas y que en este caso sería 0.62. Este es un ejemplo del EI1, existe confusión entre las frecuencias acumuladas relativas y absolutas, implicando un desconocimiento del significado de los tipos de frecuencia.

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos tras encuestar a 40 personas que tenían como rutina fumar todos los días.

Cigarrillos/día	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia acumulada relativa
7	6	0.15	6	0.15
8	9	0.22	15	0.37
9	3	0.07	18	0.45
10	4	0.10	22	0.55
11	3	0.07	25	0.62
12	5	0.12	30	
13	4	0.10	34	
14	2	0.05	36	
15	4	0.10	40	
	40	1.0		

¿Qué proporción de personas fuman menos de 12 cigarrillos al día? ¿Cómo obtuvo el resultado?

R/ 25 personas, sumamos las personas que están entre 7 y 11.

Figura 4. Ejemplo de error de interpretación 1.
Fuente: elaboración propia.

Un error llamativo pero no infrecuente (63.5%) consiste en realizar conclusiones subjetivas ignorando la información de la tabla (EI1), la dificultad implícita en él consiste en que el individuo resta relevancia a la información que la tabla proporciona dejando de lado esta evidencia (de forma consciente o inconsciente) para darle prioridad a sus valoraciones subjetivas, las cuales no necesariamente se ajusta al análisis de la información sino a interpretaciones, valoraciones o juicios individuales.

En la Figura 5 se muestra una tabla de frecuencias simple en la que se describen los ingresos que tuvo la película de It 2 durante las primeras cuatro semanas de su estreno. La pregunta busca que el estudiante realice inferencias a partir de los datos proporcionados por ello indaga acerca de las razones por las que ha aumentado la recaudación de la película, sin embargo, la información dada por el evaluado es subjetiva basándose en vivencias cotidianas y razonamientos que

exceden el conjunto de información ofrecido, dejando de lado los datos que se han proporcionado en la tabla.

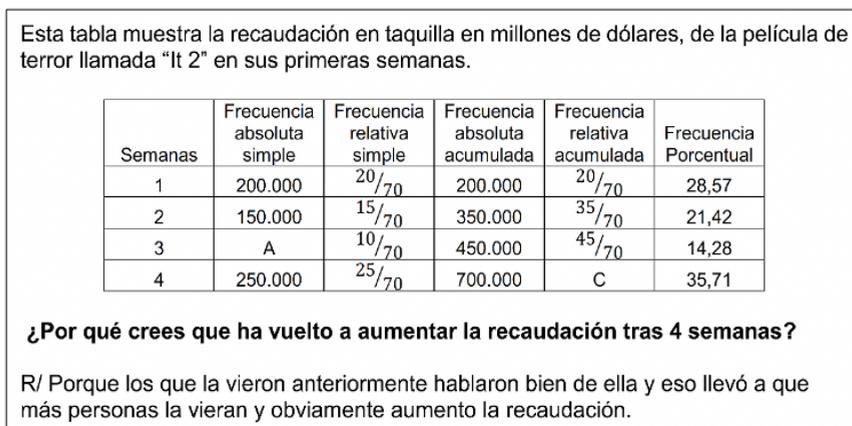


Figura 5. Ejemplo de error de interpretación 11.
Fuente: elaboración propia.

Por último, se optó por probar estadísticamente si los errores cometidos interactuaban con los conocimientos mostrados por los participantes, para ello se probó si había diferencias en los distintos conocimientos evaluados de acuerdo con cada error, comparando entonces a los estudiantes de licenciatura en matemáticas que presentaban el error (Si) y los que no lo presentaban (No), el resultado de este proceso está contenido en la Tabla 5.

Tabla 5.

Prueba de contraste de grupos (estudiantes que cometen error-estudiantes que no lo cometen) de acuerdo con el nivel de conocimiento estadístico sobre tablas de frecuencia y contingencia.

Error	Grupos	Tablas de datos no agrupados					Tablas de contingencia				
		U	Z	p	r	>RM	U	Z	p	r ²	>RM
EI1	Si*No	142	-1.980	.04*	.28 ^p	2	128	-2.286	.02*	.32 ^m	1
EI2	Si*No	—	—	—	—	—	36	-2.062	.03*	.29 ^p	2
EI3	Si*No	99	-2.227	.02*	.31 ^m	1	—	—	—	—	—
EI4	Si*No	—	—	—	—	—	173.5	-2.546	.01*	.36 ^m	2
EI6	Si*No	10	-1.191	.04*	.17 ^p	2	—	—	—	—	—

U= U de Mann-Whitney, r= r de Rosenthal, ^p pequeño, ^m mediano, >RM= grupo con mayor rango medio, *p<.05.
Fuente: elaboración propia.

Resulta llamativo identificar que en EI1 y EI4 los rangos medios sean mayores entre los estudiantes que presentan estos errores, en el primer caso es mayor el rendimiento en tablas de contingencia y en el segundo en tablas de datos no agrupados. Por su parte, los futuros educadores con mejor conocimiento en tablas de contingencia cometen menos errores en los que se deba relacionar los valores de una o más variables, lo cual

es un resultado bastante lógico considerando que en las tablas cruzadas se analizan datos compartidos por dos variables simultáneamente. Así mismo, los futuros educadores con más conocimiento sobre tablas de datos agrupados comprenden la dispersión de los datos cuando analizan tablas estadísticas.

Por último, se identificó que los estudiantes que comenten EI14 presentan rangos medios más elevados de conocimiento general ($U=192$, $Z=-2.104$, $p=.03<.05$, $r=.30$), es decir, cometen este error, aunque muestran mejor desempeño en conocimientos previos que los estudiantes que no erran. Esto sugiere que contar con conocimiento en estas áreas no libra a los futuros docentes de sobreestimar las propiedades de tablas cruzadas asumiendo que en sí mismas sirven para asociar fenómenos, o bien como vimos previamente, tampoco les libra de confundir las frecuencias o relacionar estas con variables que no corresponde.

CONCLUSIONES

Este estudio ha sido desarrollado con el objetivo de evaluar la existencia de fallos en la interpretación de tablas de frecuencias y contingencia en una muestra intencional de futuros licenciados de matemáticas, para ello los fallos se han operacionalizado como los errores cometidos y sus dificultades asociadas al momento de realizar una lectura e interpretación de estas tablas estadísticas. Así mismo, para lograr un análisis más completo, este estudio incluye la evaluación de conocimientos previos relacionados con el tema de análisis para posteriormente aplicar procedimientos de evaluación cualitativos y cuantitativos.

En general, los resultados de este estudio dejan en evidencia que los participantes evaluados presentan un bajo nivel de dominio conceptual y teórico de los aspectos estadísticos aplicados a las tablas estudiadas, siendo especialmente alarmante el bajo conocimiento sobre tablas de contingencia. Descomponiendo este hallazgo, en un principio es importante mencionar que, en relación con la apropiación conceptual de tablas de frecuencias de datos agrupados y no agrupados, se observa que la mayoría de los participantes de la muestra presentan confusión entre estos dos conceptos al no diferenciar cuál posee una distribución de valores ordenados en clases. Sin embargo, conceptualmente se identifica reconocimiento de estadísticos como las frecuencias absolutas y los intervalos de confianza, no obstante, cuando se trata de conocimientos acerca de los procedimientos en el cálculo

de intervalos y relaciones numéricas entre las frecuencias, su dominio no es bueno, lo que parece implicar la existencia de una desconexión entre el concepto y su aplicación.

También es importante mencionar que los docentes en formación que constituyen la muestra desconocen las consideraciones para tener en cuenta a la hora de usar intervalos para la agrupación de grandes cantidades de datos, pues escoger una cantidad inadecuada de estos puede implicar la pérdida información relevante para su análisis, es decir, no existe una clara noción de las implicaciones que tiene la agrupación de datos en la inexorable pérdida de información que conlleva este procedimiento.

Ahora bien, en el caso de las tablas de contingencia son comunes las confusiones conceptuales, algunas implican desconocimiento de los fundamentos de este objeto estadístico, y a otros les subyace la aplicación de fines que sobrepasan la función de una tabla cruzada. Por ejemplo, fue común asumir que estas tablas sirven per se para identificar asociación entre variables, ante esto es pertinente precisar que si bien los datos de estas tablas son necesarios para el cálculo de asociaciones entre variables categóricas, en esencia se trata de un objeto descriptivo que no ofrece por sí mismo información de asociaciones, cumplir con esta tarea implica el cálculo de frecuencias marginales y grados de libertad para posteriormente aplicar pruebas de independencia ajustadas a distribuciones puntuales como sucede con Chi cuadrado.

Así mismo, este estudio revela que los participantes desconocen que las tablas de contingencia son una de las principales formas de resumir datos de dos o más variables categóricas mediante el cruce de celdas, cuyos valores representan frecuencias compartidas por dos variables; en el análisis de conocimientos se observó, por ejemplo, que se asumen estas tablas como objetos de representación de variables numéricas o de frecuencias de una sola variable.

Estas debilidades conceptuales coinciden con hallazgos previos, Cuevas y Ramírez (2018) por ejemplo, señalaron que una muestra de docentes de matemática de México y Costa Rica presentan dificultades en el dominio disciplinar de distintos conceptos estadísticos, en especial aquellos relacionados con tablas de frecuencia donde además expresan problemas para su interpretación. De acuerdo con estos autores, el desempeño mostrado por los participantes de su estudio no era suficiente

para asegurar un cumplimiento de los estándares educativos, situación que también merece ser precisada en el presente estudio, por cuanto el nivel de conocimiento sobre tablas estadísticas de la muestra limita la posibilidad de orientar el proceso de enseñanza de la disciplina acorde con estándares curriculares mínimos.

También Díaz-Levicoy, Sepúlveda, Vásquez & Opazo (2016) evidenciaron que una muestra de docentes en formación al enfrentarse a la interpretación de tablas de doble entrada, más de la mitad de estos erraron al calcular la frecuencia doble porcentual de una de las casillas teniendo en cuenta los datos de la tabla, lo que indica falta de conocimiento de los valores que contiene este tipo de tablas y que al igual que en el presente estudio se evidencia un cierto desconocimiento de las frecuencias que pueden presentarse en la estructura multidimensional de estas, lo cual entorpece el correcto análisis de su información. La evidencia previa y la recabada en este estudio ponen de manifiesto que la interpretación de estos objetos transnuméricos representa una dificultad para los docentes en formación, lo que demanda mayores estrategias enfocadas en su enseñanza y en la aplicación contextual para su apropiación.

Por otro lado, respecto al análisis taxonómico de errores y dificultades siguiendo la propuesta metodológica de Álvarez et al. (2020), los datos de este estudio definen que la mayoría de los docentes en formación comete errores ante aspectos elementales para la interpretación de tablas de frecuencias, tales errores están relacionados con la confusión de los tipos de frecuencia (absoluta, relativa, acumulada), siendo de mucha recurrencia el Error 1 y el Error 2. En el primer caso se observa desconocimiento o confusión entre los tipos de frecuencias, de manera que proporcionan una frecuencia distinta a la solicitada en la prueba. Otros participantes, aunque logran visualizar el tipo de frecuencia correcta, incurren en el Error 4 pues escogen un valor de la frecuencia que no corresponde con el valor de la variable solicitado, lo cual implica dificultades relativas a la lectura horizontal de las filas.

En relación con el segundo error, se identificó como un hecho común que los participantes establezcan relaciones inconsistentes entre las frecuencias al desconocer las relaciones numéricas de orden entre estas, es decir, el error aparece cuando se trata de observar la columna de la frecuencia absoluta o relativa para responder a situaciones puntuales; demuestran confusión para determinar entre las frecuencias cual es mayor o menor. Parece ser que la raíz de este error radica en conocer la relación entre frecuencia relativa y

relativa acumulada, siendo esta última la suma de las frecuencias relativas de todos los valores iguales o inferiores al valor de la variable considerada; y también aquella en la que no se pueden usar los datos de las frecuencias acumuladas, obligando así a estos a la realizar cálculos relacionando las frecuencias absolutas o relativas.

En el caso particular del Error 3, los participantes establecen tendencias que no son correctas pues observan los datos de la tabla de frecuencias de manera aislada, olvidando que el promedio es uno de los patrones de comportamiento o tendencia de un conjunto de datos y que para obtenerlo se necesita comprender cómo interactúan los valores de las variables y sus respectivas frecuencias, lo que los lleva a confundir los conceptos de las medidas de tendencia central, proporcionando la moda (como uno de los intervalos con mayor frecuencia en una tabla de frecuencias acumuladas) en vez del promedio.

Un resultado muy llamativo consiste en la alta frecuencia con la cual se comete el Error 11, es decir, realizar interpretaciones sesgadas por recurrir al uso de respuestas subjetivas que no se ajustan a la distribución de los datos proporcionados. Comparando los resultados de Guerrero y Torres (2017), podemos decir que, en los docentes en formación, al igual que los estudiantes de básica y media, parecen primar sus concepciones personales por encima de los datos estadísticos y su contexto, lo que implica como dificultad el hecho de ignorar la información presentada en las tablas estadísticas.

Algo similar ocurre con el Error 5, a partir del cual se ofrecen conclusiones que no concuerdan con los datos estadísticos proporcionados en tablas de frecuencias, lo cual se asocia con la dificultad de generalizar la información induciendo afirmaciones apresuradamente. Por ejemplo, reiteradamente se hallada en este estudio que las inferencias de los participantes no pueden asegurarse a partir de los datos de la tabla, otras veces se ofrecen respuestas que no son coherentes con la pregunta o proporcionan respuestas donde no es posible establecer una relación entre los datos. De esta forma, resulta preocupante que futuros docentes responsables de la enseñanza estadística tiendan a desprenderse de la evidencia para darle lugar al uso del sentido común o razonamientos alejados de la información proporcionada, además de presentar limitaciones en sus análisis producto de visualizar de manera parcial el conjunto de datos.

Adicionalmente, el análisis de los resultados reveló que los futuros docentes

al interpretar tablas de datos agrupados, en pocas ocasiones excluyen o incluyen valores de los intervalos (EI8), eligen como valor de la variable cuantitativa un único representante del intervalo (EI9), o bien omiten la dispersión de los datos estadísticos en relación con el valor de la variable continua (EI6). La comisión de estos errores corrobora el hecho de que los participantes poseen falencias en cuanto a sus conocimientos previos en relación con las características relacionadas con el concepto de intervalo en una distribución de frecuencias. Opuestamente, EI7 (Proporcionar el valor de la frecuencia en vez del valor de la variable cuantitativa) y EI10 (Confundir la mayor frecuencia absoluta con el mayor valor de la variable cuantitativa) y sus dificultades asociadas, no se presentaron en ningún caso durante la prueba de interpretación, lo que sugiere que los participantes parecen tener claridad acerca de las diferencias entre el valor de la variable cuantitativa y sus correspondientes frecuencias, aunque los dos contengan datos numéricos, el problema parece radicar entonces en la aplicación y diferenciación de las frecuencias cuando se responde a problemas puntuales.

En Guerrero y Torres (2017), aunque los estudiantes presentaron en la interpretación de tablas de frecuencias estos errores relacionados con los intervalos, también fueron poco frecuentes, pero a pesar de que respetan la representatividad de los intervalos presentados en una tabla de datos agrupados, al momento de construirlas existen falencias en sus conocimientos respecto a la determinación de amplitudes y cantidad de intervalos respecto a la cantidad de datos. Lo que confirma de nuevo la desconexión entre concepto y utilidad práctica que pueden presentar los futuros docentes y estudiantes de educación básica y media.

En el caso de las tablas de contingencia, una revisión descriptiva de los resultados permite señalar que los futuros docentes incurren mayormente a la interpretación de la información de las variables de manera individual sin considerar contingencias entre las categorías (EI12) lo cual implica desconocimiento de la relación entre las frecuencias en una tabla de contingencia y los valores de las categorías (DI12). Algunas veces, aunque se tenga en cuenta las contingencias entre las categorías, no consideran las limitaciones o condiciones asociadas con el número de frecuencias observadas (EI15), formulando inferencias apresuradas en las que no consideran importante la distribución de las frecuencias en las diferentes celdas (DI15). Lo anterior corresponde con los resultados registrados en sus niveles de conocimientos en tablas de contingencia, pues más de la mitad de los docentes no tienen claridad acerca de los tipos de valores que contiene

una tabla cruzada, razón por la cual presentan limitaciones para analizar apropiadamente todas las frecuencias contenidas en las diferentes casillas.

Otras veces caen en el error de asumir asociaciones solo observando los datos descriptivos reportados en las casillas de las tablas de contingencia (E14) producto de desconocer los alcances interpretativos de las frecuencias, o bien realizan conclusiones respecto a las variables utilizando la información de las categorías, lo cual se relaciona con el E13 y se deriva nuevamente del desconocer los cruces contingentes se dan entre las categorías de variables y no propiamente entre las variables.

Estos resultados demuestran que los errores y dificultades hipotéticos que se propusieron en relación con la interpretación de estas, efectivamente se evidencian en los futuros educadores matemáticos, por tanto, es válido señalar que esta ampliación de la taxonomía de Álvarez et al. (2020) parece constituir una herramienta importante en la identificación de los fallos implicados en la interpretación de este tipo de tablas, en especial a la luz de la poca evidencia en la literatura que ayude a abordar este tema dentro de la educación estadística.

Por su parte, al tratar de determinar si la comisión de errores interpretativos varía en función del nivel de conocimientos conceptuales, los hallazgos demuestran mejores niveles de conocimiento en tablas cruzadas implica menos errores cuando se relacionan valores de una o más variables, así mismo, conocimientos más altos en tablas de datos agrupados implica menos errores al comprender la dispersión de los datos. Estos datos parecen claros en la medida que plantean que más conocimiento implica menos error, sin embargo, también se observa que los estudiantes de mejor desempeño en tablas cruzadas y de datos no agrupados son quienes más frecuentes cometen los errores 1 y 4 respectivamente, así mismo, los sujetos con rangos promedios más altos en conocimiento general son quienes mayormente manifiestan error 14. Esta evidencia parece denunciar una desconexión entre el conocimiento conceptual y la capacidad de aplicación de tales conocimientos para la resolución de problemas puntuales, lo que refuerza la necesidad de que el conocimiento conceptual sobre tablas estadísticas se acompañe de habilidades prácticas eficientes.

En definitiva, los docentes en formación matemática presentan falencias en cuanto a conceptos fundamentales de la estadística, pues son varios los errores que se pudieron evidenciar y las dificultades asociadas con estos en la interpretación de tablas de frecuencia y contingencia. Es alarmante el hecho de

que algunas veces los docentes no sean conscientes de que poseen dificultades y que cometen estos errores, lo que entorpece su labor como formadores de ciudadanos estadísticamente cultos, lo cual es muy grave teniendo en cuenta el papel que estos desempeñan en el desarrollo crítico de sus alumnos.

Además, esto se convierte en un hecho muy problemático si se tiene en cuenta que la carencia de buenos conocimientos estadísticos en los docentes limita la posibilidad de cumplir las metas propuestas en los derechos básicos para el aprendizaje de las matemáticas y que se contemplan también en los Estándares Básicos de Competencia Matemática del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) para la enseñanza de la estadística desde los niveles iniciales de formación escolar obligatoria. Entonces, se hace necesario que los futuros docentes puedan identificar que comenten estos errores, ya que de lo contrario no podrán valorar las dificultades que experimenten sus estudiantes en relación con conceptos básicos en el proceso de interpretación de las tablas estadísticas, que son de uso común y de gran importancia en la cotidianidad.

Referencias

- Álvarez, I., Guerrero, Y. A., & Torres, Y. (2020). Taxonomía de errores y dificultades en la construcción e interpretación de tablas de frecuencia. *Zetetike*, 28, 1-22. 10.20396/zet.v28i0.8656553
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G., & Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales, *Números* 76(1), 55-67.
- Aoyama, K. (2007). Investigating a hierarchy of students' interpretations of graphs. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(3), 298-318.
- Batanero, C., Cañadas, G. R., Contreras, J. M., & Gea, M. (2015). La comprensión de las tablas de contingencia: una síntesis de la investigación. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, 31(3), 299-315.
- Campos, T., Cazorla I. M., Kataoka V. Y. (2011). Statistics school curricula in Brazil. En: C., Batanero, G., Burrill., & C., Reading, C. (Eds.) *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education*. (pp. 5-8). New ICMI Study Series, vol. 14, Springer: Dordrecht.
- Cañadas, G., Ortiz, J. J., Contreras, J. M., & Gea, M. (2013). Enseñanza y comprensión formal de las tablas de contingencia, En: R. Flores (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp, 533-541). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa,
- Cuevas, H., & Ramírez, G. (2018). Desempeño en estocástica entre profesores de educación secundaria: un estudio exploratorio en dos regiones de Costa Rica y México. *Educación Matemática*, 30(1), 93-132. 10.24844/em3001.04
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: NCTM.
- Del Pino, G., & Estrella, S. (2012). Educación estadística: relaciones con la matemática. *Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 49(1), 54-63. 10.7764/PEL.49.1.2012.5
- Díaz-Levicoy, D., Sepúlveda, A., Vásquez, C., & Opazo, M. (2016). Lectura de tablas estadísticas por futuras maestras de Educación Infantil. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(3), 1099-1115.

- Estrada, A., & Díaz, A. (2007), Errores en el cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada en profesores en formación. *UNO, Didáctica de las Matemáticas*, 44, 48-58.
- Estrella, S. & Mena, A. (2012). *Hacia una taxonomía de comprensión tabular*. Ponencia presentada en SOCHIEM XVI. Santiago, Chile.
- Estrella, S. (2014). El formato tabular: una revisión de literatura. *Actualidades Investigativas en Educación*, 14(2), 449-478.
- Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education* 32(2), 124-158.
- Guerrero, Y., & Torres, Y. (2017). *Tipificación de errores y dificultades en el aprendizaje de tablas de frecuencia (Tesis de pregrado)*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/11943>
- Holmes, P. (1980). *Teaching Statistics 11-16*. Sloug: Foulsham Educational.
- Kemp, M., & Kissane, B. (2010). A five step framework for interpreting tables and graphs in their contexts, *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society*. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics, Ljubljana, Slovenia. Recuperado de: <https://bit.ly/2MFIJvV>
- Leech, N.L., & Onwuegbuzie, A.J. (2009). A typology of mixed methods research designs. *Qualy and Quanty*, 43, 265-275. 10.1007/s11135-007-9105-3
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2006), *Estándares Básicos de competencias en Matemáticas*, MEN, Bogotá D.C.: Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional, (2015), *Derechos básicos de aprendizaje para el aprendizaje de las matemáticas*, MEN, Bogotá D.C.: Colombia.
- Naya, S., Ríos, M., & Zapata-Cardona, L, (2012), La Estadística en la Enseñanza Preuniversitaria. *La Gaceta de La Real Sociedad Matemática Española*, 15 (2), 355-368.
- Pinto, J., Zapata-Cardona, L., Tauber, L., Alvarado, H., & Ruiz, B, (2018), Programas de formación de profesores en probabilidad y estadística. En: L., Arturo, & D., Páginas,

(Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 897-904), México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Ruiz, N. (2015). The teaching of Statistics in Latin America Primary Education, REICE. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 13(1) 103-121.

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En: L. Rico (Coord.). *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (pp. 125-154). Barcelona, España. Horsori.

Wild, C. J. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248. 10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x

Zapata-Cardona, L. (2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 1(33), 234-247.

Zapata-Cardona, L. (2014). Alcance de las tareas propuestas por los profesores de estadística. *Uni-pluri/versidad*, 14(1), 53-62.

Zapata-Cardona, L., & González-Gómez, D. (2017). Imágenes de los profesores sobre la estadística y su enseñanza. *Educación matemática*, 29(1), 61-90. 10.24844/em2901.03

Zieffler, A. (2006). *A longitudinal investigation of the development of college students' reasoning about bivariate data during an introductory statistics course*. University of Minnesota, USA.

ALGUNAS REFLEXIONES SOBRE EDUCACIÓN MATEMÁTICA [INCLUSIVA]

Karen P. Valencia Mercado*
Ivete María Baraldi**

* Licenciada en matemáticas por la Universidad del Atlántico, Colombia, magister en Educación Matemática por la Universidad Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, UNESP, Rio Claro, Sao Paulo, Brasil. Estudiante de doctorado en Educación Matemática por la misma universidad. Los intereses en cuanto investigación son: Inclusión, Inclusión educativa, Educación Matemática, filosofía de la Educación Matemática.

** Q.E.P.D. Licenciada en Ciencias con Título en Matemáticas por la Universidad Estadual Paulista - Unesp - de Bauru - SP (1992). Magíster (1996) y Doctorado (2003) en Educación Matemática por la Unesp - Rio Claro, SP. Fue profesora, con dedicación exclusiva, en el Departamento de Matemáticas - Facultad de Ciencias de la Unesp de Bauru. Profesor y asesor de los Programas de Postgrado en Educación Matemática (UNESP - Rio Claro) y Educación Científica (UNESP - Bauru). Fue miembro de los siguientes Grupos de Investigación: "Historia Oral y Educación Matemática" - GHOEM y "La inclusión de personas con discapacidad, TGD / TEA o superdotación y los contextos de aprendizaje y desarrollo". Sus actuaciones como investigadora fueron en Educación Matemática, Historia Oral, Enseñanza y Aprendizaje de Matemáticas, Formación de Profesores de Matemáticas, Historia de la Educación Matemática, Educación inclusiva.

RESUMEN

El presente escrito tiene como objetivo reflexionar sobre educación matemática inclusiva, si existe una diferencia entre lo que conocemos como educación matemática y a su vez con la definición de educación. También mostrar, a través de 3 ejemplos de investigaciones relacionadas con el tema, algunas prácticas excluyentes que suceden en ambientes llamados inclusivos, donde hay inclusión de niños y niñas con diversidad funcional. En este documento usaremos el término diversidad funcional, puesto que usar el termino persona con discapacidad (nos parece) hace alusión a la diferenciación entre personas sin deficiencia y personas con deficiencia, lo que da paso a la normalización de los unos y la discriminación de los otros.

Palabras clave: educación, educación matemática, inclusión, diversidad funcional.

I. EDUCACIÓN, EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA INCLUSIVA.

Este capítulo estará dividido en dos partes, la primera parte donde reflexionaremos sobre educación, educación matemática y educación matemática inclusiva, y mostraremos porque (para nosotras) el adjetivo inclusiva que acompaña a educación matemática puede ser redundante. La segunda parte consistirá en relatos de prácticas excluyentes que hacen parte investigaciones realizadas en ambientes inclusivos.

La UNESCO define la educación como “un derecho humano para todos, a lo largo de toda la vida, y que el acceso a la instrucción debe ir acompañado de la calidad” (UNESCO, 2000). Con esta definición, queda claro que la educación se refiere a todos.

Por otro lado, tenemos educación matemática, que sigue siendo educación, mas, se sabe que el añadir la palabra matemática hace referencia a la especificidad de la ciencia o disciplina que se enseñará.

Rico, Sierra y Castro (citado en Godino, J. 2003) definen la educación matemática como “todo el sistema de conocimientos, instituciones, planes de formación y finalidades formativas” que conforman una actividad social compleja y diversificada relativa a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino, J. 2003). En ocasiones es utilizado el termino didáctica de las matemáticas como sinónimo a educación matemática, aunque estos mismos autores traen una definición propia para didáctica es “la disciplina que estudia e investiga los problemas que surgen en educación matemática y propone actuaciones fundadas para su transformación” (Godino, J. 2003).

A pasar de estas definiciones, que claramente se enfocan en el aprendizaje de todas las personas existió (y existe) la necesidad de crear un enfoque inclusivo, tanto en educación como en educación matemática. Y no se está afirmando que no sea totalmente necesario, es, exactamente por ser necesario, que se hace esta reflexión.

Si la definición de educación y la de educación matemática, desde sus orígenes habla de todos, ¿porque la existencia de educación inclusiva o educación matemática inclusiva?

Esta tendencia a considerar la educación y educación matemática (que por definición es para todos) diferente de la educación [matemática] inclusiva es resultado de la homogeneización de nuestros alumnos, de la creencia de que todos los alumnos que están en la sala de aula son iguales¹, y que dentro de estos iguales no se contemplan a las personas con diversidad sensorial.

Marcone (2018) afirma que esta diferenciación entre “normales y anormales” tiene origen en el colonialismo, que según Aimé Césaire, sería “un acto de piratería, motivado por ganancia y realizado por la fuerza por naciones que por razones internas se vieron obligadas a extender a todo el mundo su modelo antagónico de economía” (citado por Marcone 2018). Para George J. Sefa Dei, también citado por Marcone (2018) el colonialismo va más allá de solo controlar tierras, sino sobre controlar, también, las mentes. El colonialismo es “algo que impone a voluntad de un grupo sobre otro y explota sus recursos em beneficio propio, inculcando o sometiendo a una total negación del deseo de resistir” (Dei G. J. S. 2006 en Marcone 2018).

Siguiendo con Marcone, él trae una cita, también de Sefa, donde este último afirma que “las prácticas coloniales pueden ser divididas em raza, genero, clase, edad, deficiencia, cultura y nación como lugar de diferencia” (Dei G. J. S. 2006 en Marcone 2018), esa afirmación, refuerza la semejanza de la colonización entre pueblos y la relación de dominación entre personas con deficiencia e las personas sin deficiencia, normales y anormales (Marcone 2018)

Marcone trae el termino diferencialismo, que son las “representaciones sobre la deficiencia basadas en una red de tradiciones, estereotipos, convenciones, códigos de comprensión e instituciones como la Organización Mundial de la Salud OMS”. El autor dice que una de las características del diferencialismo es el esencialismo estratégico, que usa las esencias de raza, sexo, religión y la deficiencia como fundamento de opresión, intenta dominar como que él llama discurso normalizador (Marcone 2018).

Partiendo de que dentro de la escuela no estaban contemplados las personas con diversidad sensorial, se hace necesario comenzar la inclusión escolar. Pero ¿qué es la inclusión escolar? Mantoan, (2003) afirma:

La escuela está llena de formalismos, hundida en modalidades de

¹ El termino igual no se está refrendo a igualdad de derechos y deberes, sino en la presunción igualdad que anula la diversidad.

enseñanza, tipos de servicios, grados escolares, burocracia. Una ruptura de base en su estructura organizacional, como propone la inclusión, es una salida para que la escuela vuelva a fluir, difundiendo su acción educativa a todos los que participan en ella²

Y añade: “Diferencias culturales, sociales, étnicas, religiosas, de género, en definitiva, la diversidad humana se está desvelando y apostando cada vez más y es una condición fundamental para entender cómo aprendemos y cómo entendemos el mundo y a nosotros mismos”³ (Mantoan, 2003)

Con base a estas dos afirmaciones, podemos decir que la inclusión escolar va más allá del hecho de incluir alumnos con diversidad funcional en las escuelas, con el mismo pensamiento que hay alumnos regulares y de inclusión, manteniendo la separación el normal y el anormal, se trata principalmente sobre el reconocimiento de la diversidad presente en el aula (que es el espacio en el que estamos enfocados en este escrito) para sacar de nuestras prácticas como docentes la idea de homogeneización de nuestros alumnos.

2. PRACTICAS EXCLUYENTES EN AMBIENTES “INCLUSIVOS”

En esta sección citaremos cuatro investigaciones que muestran ejemplos de prácticas excluyentes em ambientes que se dicen inclusivos.

2.1. Ejemplo 1.

El primer ejemplo es una investigación de pregrado Análisis del proceso de inclusión de estudiante ciego en clase de matemáticas. Esta investigación realizada en la ciudad de Barranquilla, Colombia, tenía como objetivo analizar cómo era el proceso de inclusión de un alumno ciego en la clase de matemáticas, fue una investigación cualitativa. La recolección de dato se hizo por medio de la observación directa de las clases de matemáticas en un aula de noveno grado, de una escuela pública “regular” de la ciudad de Barranquilla que “incluye” alumnos con diversidad sensorial visual. Además de la observación, se aplicaron entrevistas al docente, al alumno

2 A escola se entupiu do formalismo da racionalidade e cindiu-se em modalidades de ensino, tipos de serviço, grades curriculares, burocracia. Uma ruptura de base em sua estrutura organizacional, como propõe a inclusão, é uma saída para que a escola possa fluir, novamente, espalhando sua ação formadora por todos os que dela participam.

3 As diferenças culturais, sociais, étnicas, religiosas, de gênero, enfim, a diversidade humana está sendo cada vez mais desvelada e estacada e é condição imprescindível para se entender como aprendemos e como compreendemos o mundo e a nós mesmos

con diversidad sensorial al que llamaron Juan⁴ y a sus compañeros de clase, audios de las entrevistas y de algunas clases; y registro fotográfico de elementos de la clase. Se tuvieron en cuenta cuatro factores para recoger y analizar los datos. Los factores fueron, factor 1, sobre comportamiento del alumno en clase se matemática; factor 2, relación con los compañeros de clase; factor 3, el dialogo profesor-estudiante y el factor 4, el libro de texto de matemática. Los resultados y conclusiones de este trabajo mostraron que, a pesar de que la escuela se dice inclusiva, no hay una atención adecuada de las necesidades del alumno con deficiencia sensorial visual.

En el análisis de los datos con respecto al factor, fue evidente que el alumno con diversidad sensorial visual era pasivo, no había participación activa de su parte. Se sienta adelante, sus materiales son una regleta braille, un punzo, su cuaderno y el libro de texto. Es importante resaltar que, aunque como ya se mencionó, la escuela es publica y que se denomina de “inclusión” por tener entre sus alumnos matriculados alumnos con diversidad sensorial visual, el libro de texto de Juan era el mismo libro impreso en tinta de sus compañeros. El profesor de matemáticas era rutinario, llega al aula, hace revisión de ejercicios en el tablero, indica a sus alumnos escribir algún concepto del libro al cuaderno y realiza un ejemplo en el tablero. Juan, también debe consignar en su cuaderno y como ya se dijo su libro es en tinta, depende totalmente de un compañero, llama la atención de su compañero de al lado (que llamaron Andrés) para que le dicte el concepto que está en el libro para el poder escribir en su cuaderno, tiene que esperar a que Andrés termine de escribir para que pueda ayudarle. Esto sucede mientras el profesor está explicando el ejemplo en el tablero, es decir, que ni Juan ni Andrés están prestando atención porque Juan aún está escribiendo, lo que indica que Andrés aún está dictando.

Referente al factor 2, los compañeros de clase, la autora percibió que hay un trato respetuoso, los compañeros de Juan se muestran familiarizados con él, no hacen diferencia entre ellos y Juan. Lo cual, a parte de ser importante, muestra que apreciar las diferencias es posible sin clasificaciones o diferenciaciones que lleven a la exclusión.

Sobre el dialogo profesor-estudiante, factor tres, se analizaron aspectos como las estrategias de inclusión aplicadas por el profesor de matemáticas, el lenguaje usado por el mismo durante la clase, entre otras. Se evidenciaron prácticas excluyentes por parte del profesor, como el uso constante del

⁴ Nombre ficticio.

tablero, uso de material complementario, talleres y actividades impresas, uso de gestos para señalar objetos en el aula, acompañados de palabras como eso, esto, este de aquí, etc. Durante el tiempo de la observación no se evidenció el uso de estrategias incluyentes por parte del profesor de matemática, no hubo una interacción directa con Juan, además, en un momento manifestó no tener “la preparación adecuada” para atender las necesidades de Juan. Esta creencia de que se necesita una preparación adecuada para incluir a un alumno con diversidad sensorial parte de la idea de homogenización de los alumnos, que todos los alumnos son iguales, aprenden igual entonces, al tener un alumno con una diferencia notoria, diversidad sensorial visual en este caso, es común pensar que es necesaria una preparación “adecuada”

Como ya se mencionó antes, el libro de matemáticas de Juan, que es el factor cuatro, era el mismo libro impreso en tinta, lo que lo hacía una herramienta inútil para Juan.

2.2. Ejemplo 2

El segundo ejemplo es un capítulo de libro, titulado Desafíos na inclusão escolar de um aluno com deficiência visual nas aulas de matemática, donde las autoras quisieron mostrar “que la forma de intervención del profesor (de matemática) puede influenciar directamente en el aprendizaje de alumnos ciegos” (cita). Este capítulo, que es un recorte de una investigación de maestría, está enfocado en la observación y análisis de la inclusión de un alumno con diversidad sensorial visual y su interacción con el profesor de matemáticas.

Fueron traídos cuatro episodios, donde se evidencia, en cada uno de ellos, prácticas excluyentes en ambiente inclusivo. El primer episodio, referente al contenido, las autoras resaltan aspectos como que el alumno con diversidad sensorial visual, al que llamaron Carlos, no tenía apuntes de las clases y no tenía la máquina braille. Cuando le preguntaron por la máquina y porque no tenía apuntes, respondió que no podía, pues la profesora no lo dejaba hacer apuntes porque la máquina hacía mucho ruido. Esta investigación fue realizada en una escuela del estado de São Paulo Brasil, y allí, las escuelas de inclusión tienen una sala de recursos donde generalmente hay herramientas y materiales y además se hace acompañamiento en horario contrario.

Durante este primer episodio, el tema explicado por la profesora fue sistema de ecuaciones, al terminar la explicación, la profesora pidió a

una alumna pasar al tablero a realizar un ejemplo, durante ese momento, la profesora se sentó en su escritorio, Carlos espero que la profesora se acercará a él, pero durante toda la clase no hubo iniciativa por parte de ella en acercarse a Carlos.

En el episodio dos, las autoras decidieron intervenir, y hablar con la profesora sobre lo difícil que era para Carlos acceder a los contenidos de la clase sin el material propicio para eso, a lo que la profesora respondió, además de apuntar que el aula era muy numerosa (34 alumnos) que no tenía “condición” para atender a Carlos. Después de esta conversación, acordaron que Carlos usaría un computador portátil en la clase de matemáticas. Ese mismo día, en el horario contrario, la profesora se acercó a la sala de recursos a hablar con la investigadora para pedirle que ayudara a Carlos a terminar un examen, pues la profesora de la sala de recursos no había terminado de aplicar la prueba a Carlos porque era muy extensa, más tarde, la profesora de la sala de recursos, dio otra versión de lo sucedido, ella dijo que da profesora de matemáticas no había enviado la prueba a tiempo para la transcripción a braille.

El episodio tres, referente a otro día, las autoras cuentan que cuando la investigadora llegó al aula y preguntó a Carlos por los apuntes de las clases, él respondió que no había tomado apuntes porque tampoco le fue permitido usar el computador portátil en el aula. La investigadora fue a la sala de recursos por el computador y se lo dio de nuevo a Carlos, ese día pudo tomar notas de lo que la profesora explicó, pero no de lo que escribió en el tablero porque nadie se ofreció a dictarle. Esta vez, la profesora tampoco se acercó para explicar el tema a Carlos.

El cuarto episodio, sobre la evaluación del tema sistema de ecuaciones. Carlos no hacía los exámenes en el aula con sus compañeros, sino que era enviado a la sala de recursos y si la profesora de la sala de recursos no podía atenderlo, él esperaba hasta la tarde, la jornada contraria para hacer la evaluación. En esta ocasión, Carlos se dirigió a la sala de recursos y la profesora de matemáticas mandó solo la mitad del examen, cuando Carlos estaba terminando, la profesora mandó la otra mitad. Carlos no pudo terminar el examen pues la profesora de la sala de recursos ya se había ido y la jornada estaba acabando, la profesora de matemáticas aseguró que él podía terminar el examen al día siguiente, pero eso no sucedió.

Antes de pasar al ejemplo 3, es importante señalar la similitud entre

estos dos primeros ejemplos, las prácticas de los profesores de matemáticas que, sin ser intencional, [esperamos], excluían a los alumnos con diversidad sensorial visual de las clases, de las actividades y limitaban el acceso a la información interviniendo, sin intención en la posibilidad de aprendizaje, también se puede notar, en ambos casos que los docentes tiene certeza de no tener las condiciones o conocimiento necesarios para tener a Carlos y a Juan en sus respectivas aulas, y sus metodologías de enseñanza que evidencian la homogeneización de los alumnos.

2.3. Ejemplo 3.

El ejemplo tres es sobre el análisis de un cuaderno de actividades de matemáticas para algunos, en su versión en braille. Esta es otra investigación de maestría, titulada *Análise do registro das atividades matemáticas para alunos cegos: da tinta ao braille*. Esta investigación tuvo como objetivo Analizar lo que sucede cuando se cambian los registros de representación al pasar de la tinta al braille. Se analizaron 7 actividades del cuaderno del alumno de la propuesta curricular del Estado de São Paulo, Brasil, pero aquí solo se mostrará 1.

Se crearon 7 categorías basadas en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Raymond Duval, se utilizó ese referencial para analizar la operación que sucede cuando se pasan las actividades de la tinta al braille.

Categoría 1. Posibilidad de una congruencia semántica de los elementos significantes.

Cada unidad significativa en la representación inicial, en este caso en tinta, debe poder asociarse con una unidad significativa en la representación de llegada, en este caso, Braille. Las unidades significativas son todos los signos que pueden tener un significado o función lingüística. Letras, palabras, símbolos, signos, etc., son ejemplos de unidades significativas.

Categoría 2. A univocidad semántica terminal

Cada unidad significativa en la representación inicial, tinta, debe tener una y solo una unidad significativa en la representación final, Braille. Tienen especialidades, como la relación espacial de verticalidad en el registro icónico, que tiene un solo valor significativo, mientras que en el registro del lenguaje

natural tenemos dos posibles unidades significativas elementales, es decir, a la hora de describir una imagen, la frase es un terminal de representación y no hay univocidad entre la imagen y su descripción.

Categoría 3. Orden dentro da organización de las unidades que componen cada una de las dos representados.

En esta categoría, es considerado si las unidades significantes de la representación final tienen la misma orden que las unidades significantes de la representación inicial.

Categoría 4. Equivalencia semántica denotativa, referencial y extensional.

En esta categoría se analizó si hay omisión o adición de signos y como eso afectó el sentido de la actividad

Categoría 5. Equivalencia comunicativa ilocutiva, situativa, enunciativa e interaccional

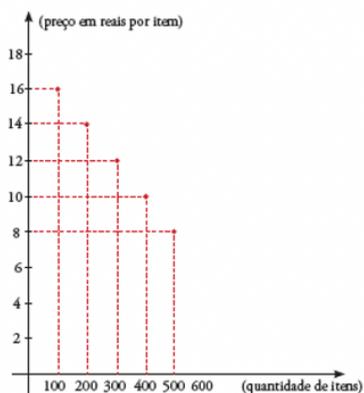
En esta categoría fueron analizados los enunciados de las actividades y se verificó si hay variación del sentido y cual unidad significativa generó la variación.

Categoría 6. Correspondencia en los gráficos o ilustradores

En esta categoría se analizó la correspondencia de los elementos dos gráficos matemáticos o ilustraciones presentes en las tareas en el material en tinta y en el material en braille.

2.3.1. Actividad analizada.

Se mostrará el análisis efectuado de una actividad de las actividades escogidas para el trabajo de investigación. La actividad que se trae en este capítulo es la situación de aprendizaje 8. La actividad presenta una representación gráfica de magnitudes proporcionales y no proporcionales, un enunciado general y 4 preguntas que derivan del gráfico.



O gráfico mostra que, quanto maior for a quantidade de camisetas compradas, menor será o preço por unidade. Por exemplo: se uma loja comprar 100 camisetas, o preço de cada uma delas é 16 reais; se comprar 200, o preço por camiseta passará a ser 14 reais, e assim por diante. Agora responda:

- a) As grandezas envolvidas, preço unitário p e quantidade q , são diretamente ou inversamente proporcionais? Explique.

Figura 1-a – Enunciado general. Braille.

Fuente: Mercado (2020)

- b) O que acontece com o preço da camiseta quando a quantidade vendida varia em 100 unidades?

- c) Qual seria a diminuição no preço para um aumento de uma unidade vendida?

- d) Com base nessas informações, escreva uma sentença que relacione o preço p com a quantidade q .

Figura 1-b – Enunciado general. Braille.

Fuente: Mercado (2020)

Situación de aprendizaje 8 – Ecuaciones de 2º grado en la resolución de problemas.

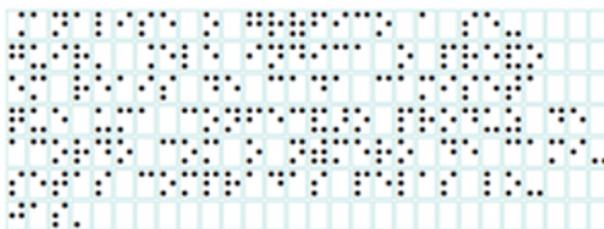
La actividad a ser presentado, (figura 1) está compuesta por un enunciado, un gráfico, un párrafo, cuatro preguntas. El análisis fue realizado párrafo por párrafo.

Categoría 1. Posibilidad de una congruencia semántica de los elementos significantes.

Las unidades significantes en esta investigación fueron entendidas como los signos que pueden tener algún significado o alguna función lingüística. Letras, palabras, signos de puntuación, símbolos son ejemplos de unidades significantes.

Los enunciados en tinta y en braille tienen congruencia semántica, pues cada una de las unidades significantes del enunciado en tinta está representada en el enunciado en braille. El enunciado no presenta variaciones, adiciones u omisiones de unidades significantes como se puede apreciar en la figura 22.

Enunciado general – Cuaderno en tinta: “4. Analice el gráfico a seguir. Indica el precio en reales de cada camiseta que una confección produce de acuerdo con el número de camisetas compradas por las tiendas”.



Analise o gráfico a seguir. Ele indica o preço em reais de cada camiseta que uma confecção produz de acordo com o número de camisetas compradas pelas lojas¶

Figura 2 – Enunciado general. Braille.
Fuente: Mercado (2020)

Enunciado después del gráfico.

Después del gráfico sigue un enunciado que describe lo que se muestra en él. En este caso no hay congruencia semántica, porque una de las palabras del enunciado en tinta es alterada en el enunciado en braille (figura 3).

“El gráfico muestra que cuanto mayor es la cantidad de camisetas compradas, menor es el precio unitario. Por ejemplo: si una tienda compra 100 camisetas, el precio de cada una es de 16 reales; si compra 200, el precio por camiseta será de 14 reales, y así sucesivamente. Ahora responde: ”

El enunciado anterior, en tinta, explica la relación entre las magnitudes del ejercicio con algunos ejemplos.

O gráfico mostra que, quanto maior for a quantidade de camisetas compradas menor é o preço por unidade. **Veja:** se uma loja comprar 100 camisetas o preço de cada uma é R 16,00; se comprar 200, o preço por camiseta passa a ser R: 14,00 e assim por diante. Agora responda

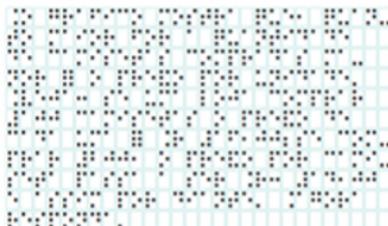


Figura 3 – Enunciado después del gráfico, Braille.
Fuente: Mercado (2020)

El enunciado en Braille es muy parecido al enunciado en tinta. Sin embargo, las palabras, por ejemplo, no se usan como en el enunciado en tinta, sino que es substituida por la palabra *vea*. Además, el enunciado en tinta utiliza la palabra “real” para referirse a los precios unitarios. En Braille, use solo el símbolo R y el número 16. (Figura 4)



Figura 4- braille: R, 16,00 – símbolo de precio

Fuente: Mercado (2020)

Pregunta a).

La pregunta en tinta y en braille tienen congruencia semántica, pues cada una de las unidades significantes de la pregunta en tinta está representada en la pregunta en braille. el enunciado no presenta variaciones, adiciones u omisiones de las unidades significantes, como es posible percibir en la figura a continuación 5.

Enunciado de la pregunta a), en tinta: “a) las magnitudes involucradas precio unitario p y cantidad q , son directamente o inversamente proporcionales? Explique”

As grandezas envolvidas, preço unitário p e quantidade q são diretamente ou inversamente proporcionais? Explique



Figura 5 – Enunciado de la pregunta a) – en braille
Fuente: Mercado (2020)

Pregunta b).

Los enunciados en braille y en tinta no tienen congruencia semántica, el enunciado en tinta tiene unidades que no están representadas en el enunciado en braille, figura 6.

Enunciado de la pregunta b), en tinta: “¿Que sucede con el precio de la camiseta cuando la cantidad vendida varia em 100 unidades?”

Diferente de lo que está escrito en tinta, la pregunta en braille dice “¿Que sucede con el precio de la camiseta cuando variamos la cantidad 100 unidades?”. Por eso no existe congruencia semántica.

b) O que acontece com o preço da camiseta quando variamos a quantidade 100 unidades?

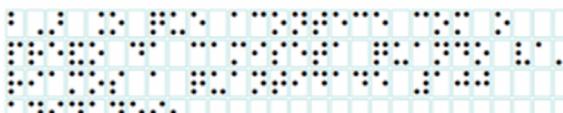


Figura 6 – Enunciado de la pregunta b) – en braille
Fuente: Mercado (2020)

Pregunta d).

El enunciado en tinta y en braille no cumplen con la congruencia semántica. La pregunta en braille está planteada diferente que em tinta, figura 7. Enunciado de la pregunta d), en braille: “con base a esas informaciones, escriba una afirmación que relacione el precio p con a cantidad q .”

d) A partir dessas informações, escreva uma sentença que relacione o preço **p** com a quantidade **q**.



Figura 7 – Enunciado de la pregunta d) – en braille
Fuente: Mercado (2020)

Categoría 2. A univocidad semántica terminal

En esta categoría, cada unidad significativa en la representación inicial, tinta, debe tener una y solo una unidad significativa en la representación final, braille

Enunciado general y enunciado después del gráfico.

Los enunciados en tinta y en braille no cumplen con la univocidad semántica terminal porque hay unidades significantes (palabras) del enunciado en tinta que tiene más de una unidad significativa en braille para poder representarla. Este es el caso de las letras mayúsculas.

Pregunta a).

Aunque las preguntas en tinta y en braille cumplen con la congruencia semántica por no presentar cambios de palabras o signos, no se cumple la univocidad semántica pues algunas unidades significantes en tinta tienen más de una unidad significativa en braille para representarlas. Esto se puede notar en la representación de las letras **p** e **q**.

Para simbolizar que una letra, palabra o frase está en negrita, se coloca entre los dos signos que indica que lo que está entre ellos está en negrita, como se puede ver en la figura 8.



Figura 8 – Letra p en negrita
Fuente: Mercado (2020)

Pregunta b).

En la pregunta b no se cumple la univocidad semántica pues, como se mostró en la categoría anterior, hay unidades significantes en tinta distintas en el enunciado en braille.

Categoría 3. El orden dentro de la organización de las unidades que componen cada una de las dos representaciones.

En esta categoría, lo que se demostrará es si las unidades significativas de la representación final tienen el mismo orden que las unidades significativas de la representación inicial.

El enunciado general en Braille mantiene el orden del enunciado en tinta, cada unidad significativa en Braille se escribe en el mismo orden que en tinta.

En cuanto al enunciado posterior al gráfico, al tomar en cuenta el orden de las unidades significativas más amplias, como las oraciones, se puede decir que, aunque el enunciado Braille cambia algunas palabras y signos, se colocan en el mismo orden que en tinta. Por ejemplo, donde en el enunciado en tinta dice 16 reales, en braille hay un símbolo que es equivalente, R, 16,00.

La pregunta a) en Braille conserva el orden de las unidades significativas del enunciado en tinta. Pues los dos enunciados se proponen de la misma forma.

El enunciado en Braille de la pregunta b) se propone de manera diferente al enunciado en tinta, que puede decirse que infringe el orden de las unidades significativas.

Categoría 4. Equivalencia semántica denotativa, referencial e extensional.

En esta categoría se analizó si existe omisión o adición de signos y cómo puede afectar la dirección de la actividad. Solo se analizarán los enunciados que muestren cambios para ver si tienen alguna repercusión en el sentido de actividad.

En relación al enunciado posterior al gráfico, presenta dos cambios en el

texto. El primero es el intercambio de palabras, por ejemplo, por la palabra vea. Las dos formas pretenden dar paso a un ejemplo que muestre lo que sucede con los precios si aumenta el número de unidades compradas. Pero las palabras por ejemplo, son más ilustrativas de lo que sigue y la palabra vea puede ser inexacta, se puede perder la intención de mostrar un ejemplo.

Los signos R, 16, 00 usado en el enunciado en braille para substituir 16 reales del enunciado en tinta, no causa ninguna alteración o confusión en el significado que este quiere expresar.

En cuanto a la pregunta b), en el enunciado en tinta se tiene: ¿Qué sucede con el precio de la camiseta cuando variamos la cantidad vendida em 100 unidades? Y en braille: ¿Qué sucede con el precio de la camiseta cuando la cantidad vendida varia en 100 unidades? Como se puede notar, la conjugación del verbo es alterada. En una está en modo impersonal, lo que puede significar que es un hecho aislado del control de las personas, mientras que en la pregunta en braille está en segunda persona del plural, que da la idea de que quien propone el problema, o lo lee, tiene control de variar la cantidad de camisetas a ser vendidas.

Categoría 5. Equivalencia comunicativa ilocutiva, situativa, enunciativa e interaccional.

En esta categoría fueron considerados los enunciados de las actividades y se verificaron si hubo variación del sentido y qué unidad dignificante generó esa variación. Se enfocaron en toda la actividad, los enunciados e las preguntas para mostrar se los cambios hechos em algunos de los enunciados provocaron alguna variación o pérdida del sentido da actividad.

Los cambios presentados en la categoría anterior no tienen alguna variación en el sentido propio de la actividad propuesta. la actividad en braille mantiene el sentido de la actividad em tinta, los cambios hechos no alteraron el sentido.

Categoría 6. Correspondencia en los gráficos o ilustraciones.

En esta categoría se abordó la correspondencia de los elementos de las gráficas o ilustraciones matemáticas presentes en las tareas en el material en tinta y braille. El gráfico juega un papel central en la actividad, muestra la relación entre dos cantidades, unidades y precio, figura 9.

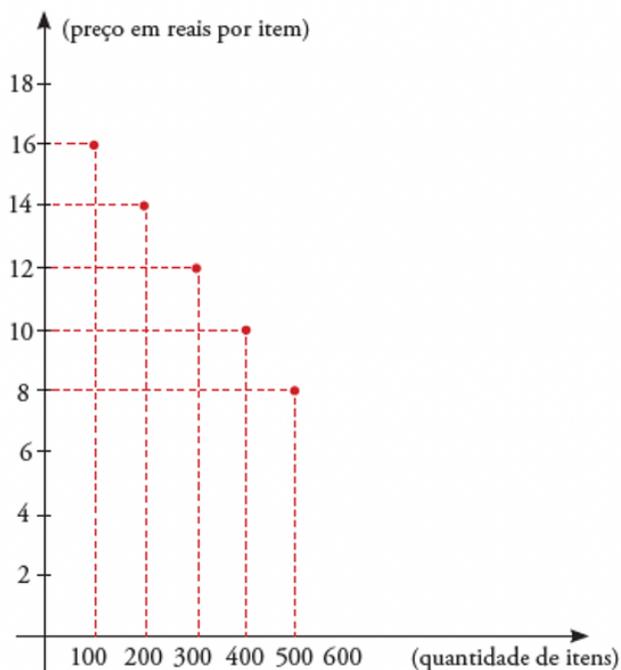


Figura 9 – Gráfico em tinta: preço x quantidade.
Fuente: Mercado (2020)

EL gráfico posee los dos ejes, x e y, que representan la cantidad de ítems y los precios en reales por ítem, respectivamente. Cada eje tiene un subtítulo que especifica la magnitud representada y tiene un punto en las coordenadas de las magnitudes.

El gráfico en braille es, aparentemente, el mismo que en tinta, pero tiene dos diferencias. La primera es que el subtítulo del eje y tiene solo la palabra precio, diferentemente de lo que está en tinta – precio en reales por ítem. Omitir las demás palabras puede llevar al alumno a pensar que el precio puede ser el total e no por ítem.

La otra diferencia es que fueron usados pequeños círculos punteados para la notación de los puntos de las coordenadas. Eso puede no dejar claro exactamente dónde está el punto correspondiente a las dos magnitudes, figura 10.

La mayoría de estos cambios no afectan el sentido de la tarea, el alumno con diversidad sensorial visual puede leer y percibir el mensaje sin que los cambios en estas palabras o signos sean un obstáculo para el cumplimiento

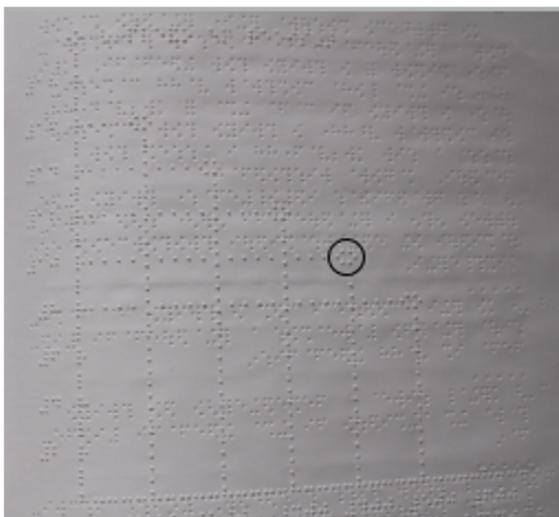


Figura 10 – Gráfico em braile: preço x quantidade
Fuente: Mercado (2020)

de la tarea. Hay un aumento significativo en los caracteres usados al pasar de la tinta al Braille, pero el hecho de que la actividad no está diseñada para incluir a todos en su desarrollo, sino que está pensada para el vidente, enfatizando el lenguaje que se usaría para ellos sin considerar el otro grupo que tendrá contacto con la tarea.

El uso de la palabra *vea* destaca este hecho. ¿Por qué? Primero, porque la palabra *vea* que aparece en la tarea en Braille está reemplazando las palabras, por ejemplo. Este intercambio sería innecesario, ya que las palabras, por ejemplo, ilustran mejor lo que viene a continuación. Y que la palabra *vea* se refiera a la acción de mirar, observar y su uso en una actividad para alumnos con diversidad sensorial visual puede resultar inapropiado.

No se recomienda la adaptación al pasar de un lado a otro ya que se pueden cometer errores que pueden dificultar la comprensión de la tarea y su realización. Además, porque es una forma exclusiva de diseñar las tareas, pensando en un grupo de alumnos y dejando fuera a todos aquellos que no están estandarizados por lo que se supone que es lo regular. También se asume que hay algo que constituye la normalidad y que los demás tendrán que estar sujetos a esta supuesta normalidad.

3. PARA REFLEXIONAR

A partir de lo expuesto a lo largo del documento, es evidente la necesidad de cuestionar y reflexionar sobre nuestras prácticas, no solo como docentes, sino practicas ciudadanas, cuales preconceptos y estructuras sociales tenemos en relación a las personas con diversidad sensorial y junto con esto, evidenciar nuestras prácticas de homogeneización, las creencias de que todas las personas que no tienen una diversidad sensorial son iguales en característica, forma de aprender, de acceder a la información etc. como un primer paso para deconstrucción y comprensión de que la inclusión más que ceder un espacio a los que son considerados los otros, es dejar de considerarlos como inferiores, limitados, como los otros. Lo anterior como primera conclusión.

Los ejemplos aquí presentados, más que cuestionar a las personas involucradas, es cuestionar las estructuras sociales sobre las personas con diversidad sensorial que sobresalen con los ejemplos. Parece repetitivo, pero en realidad es lo que se quiere, repetir de formas diferentes para poner en evidencia lo que sucede. Volviendo a los ejemplos, se pueden resaltar dos aspectos importantes, el primero, que se cree que para incluir a un alumno con diversidad sensorial se necesita una preparación o formación “adecuada” y que es en ese momento en que se comienza a reflexionar sobre cómo hacer actividades y usar metodologías que incluyan al alumno con diversidad sensorial. A partir de eso se puede considerar ¿qué tipo de preparación o formación se espera recibir para incluir en la clase [matemáticas] a un alumno con diversidad visual? Y ¿de dónde viene la creencia de que todos alumnos de nuestra aula están aprendiendo todo lo enseñado usando la misma metodología y aplicando las mismas actividades para todos?

El otro aspecto importante es, que el material para el alumno con diversidad visual no es pensado para atender sus necesidades, sino, que este material es una transcripción de un material pensado para videntes, es decir, se privilegia a un grupo, en este caso, los videntes, en lugar de diseñar actividades que sean adecuadas para atender a todos, con lenguaje adecuado, descripciones en las ilustraciones, entre otras consideraciones.

La inclusión, es romper paradigmas, es proceso de deconstrucción, reconocimiento y cuestionamiento constante sobre lo que pensamos y como tratamos a las personas con relación a sus diversidades sensoriales, sexuales, religiosas, de nacionalidad, etc.

Referencias

- Godino, J. (2003). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. Documento de trabajo del curso de doctorado " Teoría de la educación Matemática". Recuperable en Internet: <http://www.ugr.es/local/jgodino/Departamento de Didáctica de la Matemática>. Universidad de Granada, España.
- Mantoan, M. T. E., & Prieto, R. G. (2003). Inclusão escolar: o que é. Por quê, 12.
- Marcone, R. 2018 Desconstruindo narrativas normalizadoras. In: ROSA, F. M. C ; BARALDI, I. M. (org.). *Educação matemática inclusiva: estudos e concepções*. Campinas: Mercado de Letras, p.17-36.
- Mercado, K. P. V. 2018. *Análisis del proceso de inclusión de un estudiante ciego en clase de matemáticas*. Trabajo de pregrado Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia.
- Mercado, K. P. V. 2020. *Análise do registro das atividades matemáticas para alunos cegos, da tina ao braille*. Disertación de maestría. Unesp, Rio Claro, São Paulo, Brasil.
- Miranda, E. T. 2016. O aluno cego no contexto da inclusão escolar: desafios no processo de ensino e de aprendizagem de matemática. Disertación de maestría. Unesp, Rio Claro, São Paulo, Brasil.

KHAN ACADEMY COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA ENRIQUECER EL PROCESO DE ENSEÑANZA - APRENDIZAJE

Teremy Tovar Ortega*

Luis Fernando Pitalua**

María Sarmiento***

* Msc. En educación, Universidad del atlántico, Colombia, teremy0804@gmail.com

** Estudiante de pregrado, Universidad del atlántico, Colombia,

*** Estudiante de pregrado, Universidad del atlántico, Colombia,

RESUMEN

Considerando que actualmente nos encontramos en un contexto socio-histórico en donde se hace indispensable para cada uno de los aspectos que rodea nuestra cotidianidad utilizar la tecnología; el presente capítulo tiene como finalidad determinar cómo Khan Academy impacta en los estudiantes al ser usada en el proceso de enseñanza de la función cuadrática, función compleja de entender en algunos casos, dicho esto se pone en tela de juicio la herramienta para esta generación, que sin duda alguna incentiva al uso de nuevos mecanismo que ayuden a atraer la atención del estudiante

Teniendo en cuenta los problemas en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas específicamente en las funciones cuadráticas, se tiene la necesidad de apuntar a nuevos mecanismos de enseñanza que vayan acorde al tipo de generación y a tendencias en educación, que de alguna manera transformen saberes y generen cambios en el proceso.

Este escrito está propiciado por un imperativo, del aspecto académico, basado en aplicar las herramientas TIC para reforzar la enseñanza y el aprendizaje en la temática funciones cuadráticas. Teniendo claro que cuando hablamos de TIC se hace referencia a un conjunto de elementos que no necesariamente conllevan a hacer uso del pc, sino de páginas web, ova, software y entre otros que ayuden al docente dentro del aula.

Además, se hace necesario traer a colación la relevancia de destacar los motivos por los cuales se presenta el retroceso en la enseñanza y en el aprendizaje. En este capítulo le damos paso a lo tradicional y seguido de ello a la mecanización, elementos que han marcado a la sociedad, de igual manera, no se logra apreciar la utilización de las matemáticas en un contexto real y palpable.

También se expresa que surgen deficiencias a la hora de conectar los contenidos matemáticos previos, razón por la cual los educandos realizan procedimientos erróneos en donde confunden los conceptos, acompañado de un bajo dominio de la simbología. También se plantea la siguiente incógnita ¿Qué impacto tiene el uso de Khan Academy en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las funciones cuadráticas en estudiantes?

Palabras Claves: *Tecnología, funciones cuadráticas, Khan Academy, enseñanza, aprendizaje.*

METODOLOGÍA TRADICIONAL VS MECANIZACIÓN

En el aprendizaje de las funciones cuadráticas se pueden observar dificultades y errores respecto a la conceptualización, la simbología algebraica, la representación gráfica y las situaciones problemas vinculadas al tema función cuadrática, puesto que los estudiantes posteriormente a, aprender el concepto solo se enfocan en la mecanización de un proceso.

De acuerdo con lo anterior Artigue (1995) expresa que se puede preparar a los estudiantes para resolver por distintas formas un problema de forma mecánica, y de la misma forma algunos cálculos, no obstante, se presentan dificultades al momento de que los estudiantes puedan alcanzar una comprensión satisfactoria de los conceptos.

De igual manera, se pueden observar deficiencias, al relacionar los contenidos matemáticos previos, razón por la cual los educandos realizan procedimientos equivocados, en donde confunden los conceptos, acompañado de un bajo conocimiento de la simbología.

También es necesario dejar en claro que al momento de realizar la gráfica los estudiantes solo se limitan al uso de una tabla de valores, dejando de lado el uso de los elementos de la función cuadrática; por esta razón se observa un bajo rendimiento debido a que no alcanzan a realizar una buena interacción en lo que respecta al concepto y la gráfica.

Además, Blázquez y Ortega (2001) destacan que las distintas formas de representar un mismo objeto o concepto mejora significativamente el potencial intelectual de los estudiantes sobre este.

Lo que quiere decir que los estudiantes a medida que van entendiendo las distintas maneras de representar y/o visualizar un objeto o un concepto dado, van a tener una mejor apropiación y asimilación del objeto de estudio.

Además, es importante tener en cuenta que, muchas veces en el tema funciones cuadráticas la forma de enseñanza se realiza tradicionalmente, por medio de una clase magistral donde se puede observar el poco manejo que presentan los docentes al momento de integrar las TIC en la enseñanza, esto debido a que muchas veces no están dadas las condiciones necesarias para implementarlas, dejando de lado lo que dice Almerich et al., (2016). El cual deja en claro que lo más importante son las habilidades y destrezas

tecnológicas que los docentes deben tener, sobre las distintas herramientas digitales, para que desde luego las puedan incorporar en el proceso de su práctica pedagógica.

De acuerdo con lo anterior se destaca que los educandos no tienen la posibilidad de un aprendizaje distinto y participativo, creativo e incluyente en donde estos puedan desarrollar un pensamiento flexible. Lo cual impacta en la forma cómo articulan y gestionan nuevas formas de resolver las diferentes dificultades que se le van presentando, durante el proceso de aprendizaje.

Apoyo tecnológico

En el siglo XXI ha sido de gran importancia el uso de herramientas didáctico-tecnológicas, donde se ha priorizado en gran manera la educación virtual o el uso del aula virtual; de tal manera que dichas herramientas han tenido gran repercusión a nivel mundial en el contexto formativo, y por ende la importancia de Khan Academy ya que ofrece y proporciona módulos de estudio, entre ellos videos con contenido en Álgebra, Aritmética, Geometría, Biología, Física, Cálculo I, etc.

El primer paso hacia el modelo a distancia algunas veces ha sido el uso del entorno virtual complementando la clase presencial, utilizando la Internet y los medios electrónicos lo cual ha facilitado la adecuación a la información que se ofrece en las clases semipresenciales o remotas Cabañas (2003).

Salman Khan forjó la organización sin fines de lucro Khan Academy en 2008, consolidada más de una década después. Cuyo objetivo es proporcionar una educación de clase mundial para todos sin importar el lugar, de manera gratuita, se ha convertido en un proyecto educativo consolidado que se lleva a cabo en todo el mundo, la cual lleva alrededor de 10 años con sitios web adaptados para Estados Unidos, India, México y Brasil.

Por otro lado, Khan Academy se basa en ejercicios prácticos y cuenta con la posibilidad de que el profesor cree una clase virtual para monitorear el desempeño de los estudiantes en tiempo real usando el software puesto a disposición por la plataforma, una característica importante que diferencia a Khan Academy de otras herramientas. Así mismo el docente debe crear y seleccionar actividades en las que se observe la apropiación de la temática y de los diferentes procedimientos, para calcular, visualizar y graficar la función cuadrática.

Bauman (2007) sostiene que el maestro debe asumir el papel de estimulador, mediador que debe dirigir las discusiones de las ideas que se están construyendo, estimulando a los estudiantes a hacer nuevos descubrimientos a partir de la interacción, que varían según el tema seleccionado.

Con el paso del tiempo, toma mayor importancia el uso del internet y las plataformas didácticas y/o tecnológicas, por ende, se realiza un análisis del uso que tienen los docentes y estudiantes sobre la plataforma Khan Academy; tanto en la vida diaria como en la enseñanza y aprendizaje, enfatizando a cada persona como un ser particular, se puede considerar que está en capacidad individual de reflejar sus destrezas y/o limitaciones al momento de enfrentarse a esta herramienta tecnológica.

Esteve (2003) expone que para afrontar el desafío de esta revolución tecnológica y de imponerse ante las nuevas necesidades, reorganizando su sistema educativo, los países deben invertir en investigación, donde el objetivo fundamental sea indicar cómo repercuten las nuevas tecnologías en los resultados de los estudiantes que las utilicen.

En cuanto al tema de función cuadrática, el escrito busca enriquecer la enseñanza y el aprendizaje mediante el uso de Khan Academy como recurso didáctico-tecnológico que a su vez pone el conocimiento a disposición de las personas, en la cual tanto docentes como estudiantes pueden desarrollar sus capacidades y habilidades.

Teniendo en cuenta lo anterior, el docente debe ser un facilitador del pensamiento flexible, dado que dicho pensamiento juega un papel fundamental en el aprendizaje del estudiante dejando claro que el pensamiento flexible no debe estar siempre acompañado, necesariamente, de una condición objetiva, dado que también, podemos observar el desarrollo de la subjetividad, en cuanto a la necesidad de trabajar variables como medio de realización personal (Zaldívar et al., 2005).

1.1.1 Herramientas TIC para el aprendizaje y la enseñanza de funciones cuadráticas.

El constante desarrollo de las tecnologías digitales empleadas en la educación conlleva a docentes y estudiantes, a que, durante la enseñanza de matemáticas, en específico de las funciones cuadráticas, y también a lo largo

del aprendizaje, a la utilización de las tecnologías, ya sea para comunicarse o para la aplicación de materiales didáctico-tecnológicos, logrando así que se transforme en una de las prioridades del docente actualmente.

Desde luego, integrar medios digitales en los procesos de aprendizaje y enseñanza supone el previo análisis y los posibles beneficios de la herramienta y los cambios que esta genera en dichos procesos. Además, previa a la elección, la preparación que deben tener los docentes es fundamental ya que estarán en contacto constante con los estudiantes y la implementación de dichos medios didáctico-tecnológicos de acuerdo como el aprendizaje lo requiera; por consiguiente, se mencionan algunas herramientas TIC arraigadas con la enseñanza-aprendizaje de funciones cuadráticas.

GeoGebra en el sentido de cómo la función cuadrática se afronta durante su estudio para contribuir a la relación que existe en medio de la representación gráfica y la forma en cómo se representa algebraicamente, fomenta la creación de un modelo mental en el que entre ambos tipos de representación coexistan. Su fortalecimiento depende de las conexiones que se llegan a tener entre ambas, por tal motivo es necesario que una de las características del software sea que el estudiante pueda visualizar ambas perspectivas (Marcelo et al., 2018).

De tal modo que en la temática función cuadrática la problemática en la enseñanza y en el aprendizaje se obstaculiza pues no se llega a ejecutar apropiadamente el cruce de un modo de representación a otro modo. Es decir, entre un objeto matemático y su forma de representarlo existe un vínculo con la dificultad de realizar una delimitación entre ellos. Teniendo en cuenta que el contexto donde se ha producido la representación del objeto, la equivocación induce a un reclutamiento de tal modo que no podrá llevarse a cabo dicha representación fuera del contexto.

Según Duval (2004) la actividad matemática, a pesar de su diversidad cultural y de su índole netamente intelectual, representa para la comunidad en general procesos cognitivos un poco avanzados, lo cual se constituye en representaciones de los conceptos matemáticos que requieren una estructura cognitiva la cual es condición necesaria para comprender dicha matemática en donde estos sistemas constituyen registros de representación semiótica.

Por tanto, el uso de GeoGebra mejora la forma en cómo captamos los

cambios que se producen en la gráfica ante los cambios de varios parámetros, considerando como repercute sobre la capacidad para pasar de un registro a otro. Ahora bien, pero no menos importante es observar cómo la función cuadrática favorece modelizar las diferentes situaciones que los estudiantes afrontan en su cotidianidad.

Posteriormente Fernández et al. (2017) menciona a Graphmatica, un software académico que a través de su pantalla brinda una gráfica de toda índole de funciones y operaciones matemáticas. Asimismo, cuenta con un analizador de funciones que permiten alcanzar un escrito acertado de dichas funciones, considerando al álgebra y sus normas.

Lo cual permite suministrar datos adecuados a los educandos, reactivando su motivación, al proveer esta herramienta pedagógica; centrándose en el alcance de propósitos veraces y específicos y eventualmente propiciar el aprendizaje independiente y cooperativo, al aplicar la interactividad.

Así mismo, Rodríguez (2010), expone que un software educativo se debe caracterizar por propiciar la interactividad con los estudiantes, el retroalimentar a los mismos y también evaluar lo aprendido, favoreciendo así el uso de representaciones animadas que influyen en la evolución de habilidades a través de la ejercitación.

Por otro lado, Díaz et al. (2018) expresa que, Khan Academy es de gran ayuda para los estudiantes, durante el análisis gráfico de funciones ya que a través de los videos se refuerzan sus aprendizajes sobre la optimización y comportamiento de las funciones matemáticas. de igual manera, el uso de la plataforma busca favorecer también la autogestión y autorregulación del estudiante, teniendo en cuenta que pueden visualizar los contenidos una y otra vez, hasta comprender los contenidos expuestos en la plataforma de aprendizaje.

De la Torre (2005), expone que son las habilidades con las que el estudiante cuenta en modo adaptable para que de esta manera recuerde la información y mejore el aprendizaje, influyendo así en los procesos de adquirir, utilizar y almacenar la información. En conclusión, el aprendizaje esperado por el docente de los estudiantes se debería apoyar en las distintas habilidades ágiles, teniendo presente la influencia que tiene la tecnología y más en el área de matemática.

Dentro de este marco de ideas, las herramientas TIC pueden ser caracterizadas como instrumentos para el aprendizaje y la enseñanza; y también como un estipulado criterio de enseñanza; de igual modo el aprovechamiento de un software en específico implica un planteamiento de ejecuciones inherente o patente, desempeño y resultado, entrenamiento, tutorial, uso autónomo y competitividad.

Desde luego y para el caso de las tecnologías digitales, en plataformas como Khan Academy estos conocimientos o aprendizajes, que se pueden observar en distintos ámbitos del saber humano conforman un grupo innovador de herramientas que con distintas estrategias se pueden articular en el aula.

Varios de los principios anteriormente mencionados al momento de poner en marcha una herramienta tecnológica, deben ser tenidos en cuenta para que en el aula se favorezca la práctica de los docentes en matemáticas.

Al elegir la plataforma Khan Academy por la variedad y disponibilidad de los contenidos, la gratuidad, y la facilidad en su uso, se proporciona, además, la oportunidad de manera eficaz de transformar la práctica docente y la forma como el estudiante aprende. (Rodríguez et al., 2014)

Khan Academy ha desencadenado mucho interés entre fundaciones y organizaciones, además de educadores de diferentes países, con relación a cómo esta herramienta gratuita, puede ayudar en los diferentes desafíos que existen en el ámbito educativo y a los cuales los distintos países le hacen frente.

Se puede exponer que los docentes que han utilizado la plataforma Khan Academy, adquieren elementos de estrategia para el dominio del aprendizaje, presente de manera ascendente, lo cual es una metodología pedagógica eficiente y compleja (Guskey, 2010, como se citó en Hattie, 2009).

Por otro lado, desde hace tiempo, existen investigaciones que han planteado una relación entre el rendimiento académico y el aprendizaje autorregulado (Zimmerman, 1990) y principalmente en matemáticas (Dignath et al., 2008). Existen características en la experiencia de los estudiantes con Khan Academy que exponen que en sus aulas se podría promover la autorregulación.

1.1.2 Khan Academy como recurso didáctico-tecnológico en las matemáticas

Con base en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se pueden encontrar diversas dificultades, es por ello que resulta fundamental el manejo apropiado de medios didácticos y/o tecnológicos los cuales ayudan a enriquecer estos procesos, uno de estos recursos es Khan Academy una plataforma eficaz que posibilita la comprensión de diferentes temáticas incluidas en el contexto matemático.

Tal como señala Manzano (2014), son diversas las razones por las cuales es viable emplear Khan Academy en la enseñanza de las matemáticas, específicamente en las funciones cuadráticas; dentro de las razones que plantea están: la cantidad de mini videos contenidos en la plataforma, ejercicios de práctica para los alumnos, con evaluación automática y ayuda específica, seguimiento de los procesos realizados, elementos visuales de motivación, que favorece el supervisar y ayudar el trabajo del docente en su función como orientador.

Salman Khan fue quien forjó la organización no lucrativa Khan Academy en 2008, consolidada más de una década después. Cuya atribución es impartir una formación gratuita para todos, sin importar el lugar, se ha convertido en un proyecto educativo consolidado que opera en todo el mundo, la cual lleva alrededor de 10 años con sitios web adaptados para Estados Unidos, India, México y Brasil.

Por tanto, haciendo uso de la tecnología, más específicamente de Khan Academy en el contexto educativo, se puede facilitar la enseñanza de las matemáticas de forma eficaz, causando una evolución en las creencias de los docentes sobre cómo adquieren el conocimiento los estudiantes, y en las competencias que deben desarrollar cada uno de ellos en sus procesos de aprendizaje y así volverse aprendices eficientes, esto traducido a transformar las creencias y prácticas de dichos docentes.

Con Khan Academy, los estudiantes conocen cuándo su respuesta es correcta e incorrecta. Si dichos estudiantes continúan usando el mismo procedimiento, continúan entonces recibiendo sanciones, de tal forma que teniendo en cuenta las ayudas estos buscan soluciones. Ellos deben solucionar y analizar los problemas en ese mismo instante. Y lograr una concientización en que no solo deben mecanizar de forma veloz, sino que

deben reflexionar lógicamente, creativa y críticamente (Prensky, 2012).

De la misma manera el uso de la tecnología para muchos docentes y estudiantes ha implicado algunos impedimentos, como tener que manejar y ajustar los programas, además involucra tiempo extra al que muchos docentes no están dispuestos, por tal razón existen situaciones que de manera imprevista se pueden presentar, y suelen dejar en el cuerpo docente un inconformismo por la falta de actualización y conocimiento de herramientas que ayuden a enfrentar ciertas anomalías en el sistema y la regularidad educativa.

Por lo tanto, otorgar soluciones a los problemas del hombre y los avances en la tecnología harán imprescindible el aprendizaje además de grato y funcional, dado que la educación está en la necesidad de modificar sus propósitos, sus metas, su formación y sus didácticas si se desea llevar a cabo su objetivo en el siglo XXI. Las entidades se están adaptando en torno a las oportunidades tecnológicas, por tal motivo las instituciones educativas también deben seguir dicho proceso de adaptación si desean satisfacer las nuevas exigencias de la sociedad actual (Ossa, 2002).

A partir de un punto de vista pedagógico, por medio de la tecnología se encuentra la posibilidad de dar y obtener aprendizaje sin importar el espacio o el tiempo; además, la enseñanza está en un ambiente cooperativo permitiendo así una viabilidad de proporcionar un aprendizaje adaptable, personalizado, estricto e interesante, aplicado y significativo (Digital Learning Series, 2012).

En consecuencia, es de vital importancia el ingreso a nuevas tecnologías y recursos educativos dado que impactan directamente la posibilidad de concebir ambientes donde el aprendizaje sea optimizado, interesante y de mucho beneficio para los docentes y estudiantes, más específicamente durante la enseñanza y el aprendizaje de las funciones cuadráticas.

Además, las nuevas tecnologías desarrollan la habilidad de adquisición de conocimiento sin importar las restricciones del salón de clases y los educandos demuestran una clara preferencia por estas, ya que desean la posibilidad de educarse a través de un contenido educativo favorecido de forma cibernética. Es por esto que se debe despertar el interés de los educandos por su formación escolar, además así ellos colocan iniciativa, y empeño para alcanzar un mejor aprendizaje (Haydel y Roeser, 2002).

Es decir, de momento gracias a la tecnología tenemos la posibilidad en nuestro sistema educativo, de disponer de software que ayudan y extienden los procesos de aprendizaje y enseñanza de los educandos. Por lo tanto, se debería cambiar la forma en cómo los estudiantes aprenden, dado que la definición del tiempo y espacio ha evolucionado.

Por lo cual, respeto a las diversas opciones tecnológicas, se enfatiza la plataforma Khan Academy como una herramienta pertinente; en primer lugar, está la facilidad de su uso y, en segundo, la impresión que deja en los usuarios respecto a la conveniencia de la plataforma en alcanzar mayor grado de producción en la enseñanza.

De igual modo Khan Academy ha despertado mucho interés, entre las organizaciones multilaterales, fundaciones y docentes de múltiples países dado que pueden observar cómo la plataforma ayuda a las distintas naciones en el mundo a alcanzar sus objetivos educativos.

En las potencias mundiales podemos identificar las investigaciones prevalentes relacionadas con la plataforma Khan Academy, aunque constituyen una minoría (Bernatek et al., 2012), no obstante, podemos señalar un mayor hincapié por parte de los países subdesarrollados en la plataforma.

Por otro lado, a medida que los profesores utilicen Khan Academy como sala virtual con sus educandos puede cambiar no solo la manera y el nivel en que dichos educandos se involucran y comprometen con el material de matemáticas, sino que conjuntamente cambia la modalidad en que profesores y educandos interactúan, esto es por el incremento en la interconexión con la matemática que puede tener alcances gratificantes tanto en la dedicación como en la capacitación de los educandos.

Con el control de la enseñanza o aprendizaje adaptado e individual, no es obligatorio que los docentes transformen su modo de enseñar para comenzar con dicho manejo; a pesar de que manejar Khan Academy puede ayudar a generar transformaciones a nivel de la formación de manera exhaustiva como se ha mencionado anteriormente.

De acuerdo con lo anterior, Khan Academy no exige que los docentes adopten de la enseñanza una perspectiva complicada o innovadora para que se transforme en algo provechoso y significativo. Hay docentes usando Khan

Academy en sus prácticas causando modificaciones fijadas de una mejor manera y no convencional en sus entornos académicos.

Adicionalmente, Khan Academy por medio de la lúdica y la lógica motiva al estudiante, logrando así que ejerciten más la parte matemática; se responsabilicen más con su propio aprendizaje y lo dirijan ellos mismos directamente; de igual manera posibilita una relación de colaboración y de mayor calidad entre estudiantes y profesores, y para finalizar, las actividades se realizan acorde a nivel de conocimiento, consiguiendo de esta manera que los estudiantes perciban sus avances en el aprendizaje en específico en la función cuadrática y obtengan mejores resultados académicos.

EPISTEMOLOGÍA Y DIDÁCTICA DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS

Se hace crucial estudiar el desarrollo de las funciones cuadráticas en cuanto a su planteamiento y resolución, dado que desde hace mucho se ha evidenciado que durante la enseñanza-aprendizaje de dicha temática; estos procesos no han sido de gran satisfacción puesto que los estudiantes no logran comprender los conceptos, además de la forma mecánica y memorizada de enseñanza, repitiendo procedimientos; dicho desarrollo de las funciones cuadrática ha pasado por diferentes civilizaciones que han aportado a la creación y transformación de los conceptos hasta la actualidad.

En ese orden de ideas, se muestra brevemente aquellos aportes que las diferentes civilizaciones hicieron al desarrollo de las funciones cuadráticas; donde varias fueron las culturas que manifestaron atención respecto a situaciones cuadráticas.

Se pueden contemplar cuatro momentos significativos que guardan relación con la concepción de lo “cuadrático” que son: las ecuaciones, las cónicas, la cinemática y las funciones. Teniendo en cuenta dichos momentos se pone en manifiesto la llegada de eventuales impedimentos y procesos sobresalientes en la construcción de dicha concepción de tal forma que faciliten el entendimiento de la actividad escolar, esto a su vez formulado por el descubrimiento respecto a las circunstancias que conllevan a nociones cuadráticas. (Salkind, 1999).

En la cultura Babilónica los fundamentos cuadráticos estaban relacionados a situaciones donde el concepto de cuadrado presentaba nociones aritméticas

con cierto grado de generalidad. Como, por ejemplo: “encontrar un número que cuando se realice la suma respecto a su inverso obtengamos un número dado” lo cual conlleva a una ecuación cuadrática. (Kline, 1972).

No obstante, surge un precedente un poco más relevante en la formación de lo “cuadrático”; cuyos protagonistas fueron los griegos, quienes hablan acerca de una índole aritmética y otra geométrica. En la primera se instauran pensamientos numéricos para sucesiones y progresiones, estableciendo así un cruce en la geometría en conexión con los números figurados, esto a través de la escuela pitagórica.

Se debía crear un álgebra geométrica que generalice y ocupe el puesto del álgebra aritmética, pese a que esto se citó respecto a los griegos, a los árabes también se le atribuyó, dado a que utilizaron los trabajos de Euclides en progreso del álgebra, además por medio de la noción cuadrática podemos remitir su representación geométrica, tal como es la propuesta en los Elementos (Boyer, 1969).

Sin pérdida de generalidad la geometría es tomada por los árabes, quienes establecen procedimientos aritméticos probando así la idoneidad de sus razonamientos. Esto brinda la posibilidad de mostrar una dificultad en la concepción de las raíces de una ecuación y expresa a su vez un progreso respecto al paso a lo genérico. Además, dichas raíces eran asociadas a cantidades negativas y a segmentos, pasando por alto las representaciones, aunque descubrieron el trabajo con los negativos por consecuencia de los hindúes.

Un papel crucial en el concepto de “lo cuadrático” y que peculiarmente genera interés es el desarrollo de las secciones cónicas. Podemos resaltar la importancia de lo que significa parábola al momento de realizar la comparación, con el concepto de paralelogramo de Euclides en los que desde luego podemos encontrar la forma cuadrilátera, podemos inferir que la noción cuadrática se relaciona de igual manera con la conversión de áreas.

Hipócrates de Chíos sostiene que el problema de la duplicación del cubo puede ser profundizado al buscar dos medias proporcionales entre la arista dada y su doble, considerando el seguimiento a determinar alguno de los tres problemas convencionales de la Grecia Clásica, en notación algebraica, tenemos x e y tales que $x/y = y/2a$. entonces $x^2 = ay$ e $y^2 = 2ax$ (Kline, 1972).

De lo anterior podemos decir que una ecuación cuadrática puede inferirse, de tal manera que el cuadrado es el producto que resulta de la media proporcional, así mismo se prueba esta como un segmento llamado raíz, por lo tanto, de esta forma es una solución.

En la actualidad se trata de fijar una relación geométrica y algebraica propiciando enlaces entre curvas y ecuaciones; esto precisando las cónicas como curvas aplicables a ecuaciones de segundo grado, en x e y , construyendo el estudio de los lugares geométricos. Destacando en este caso, la relevancia de la aritmética.

Aunque podemos observar en la historia que, respecto a las nociones de variación y cambio referentes al concepto de función, las cónicas y en especial la parábola se contemplan como ámbitos relevantes de las relaciones cuadráticas surgidas de manera autónoma.

Por otro lado se conoce que esta corriente demasiado antigua, con Aristóteles y luego con Oresme se encontró un primer trabajo, pero no fue sino hasta el siglo XVII que se accedió a un consolidado conocimiento físico-matemático del comportamiento de éste, además no puede entenderse como algo lento este avance, dado que podemos observar a lo largo del tiempo como fue de importante la construcción de algunas bases para ser concebida, de tal forma que la naturaleza juega un papel fundamental en la creación de actividad matemática.

Podemos enfatizar en la formación epistemológica del concepto de “función cuadrática” relacionada a su vez con procedimientos de modelización de los fenómenos de variación teniendo como autor a Galileo Galilei. Este empleaba ciertas representaciones gráficas rectangulares, que fortalecen un discernimiento geométrico del gnómon precisado en analogía a la concepción de perpendicularidad y ángulo recto, como altura, distancia, etc. todo esto por Euclides.

La inclusión del método experimental fue un aspecto significativo en la labor de Galileo, el cual observaba cómo mediante la modelación buscaba dar explicación a los distintos eventos ocurridos en la naturaleza. Además, las cónicas son tomadas como objetos matemáticos, teniendo en cuenta la afirmación de Galileo respecto a que la parábola es un punto en movimiento, referente a dicho movimiento proporciona el detectar las cónicas, por tanto, se crean patrones que describen los fenómenos expuestos.

El concepto de función tiene un origen muy antiguo, sin embargo, se ha fortalecido últimamente. Un pionero de dicho concepto, fue Newton quien construyó el cálculo diferencial usando el álgebra y la geometría analítica. Un carácter más práctico, aunque no llegue a ser evidente con el término de lo “cuadrático” son los fenómenos naturales, vinculados así en su obra *Los Principia* la cual es prueba de quien idea y presenta términos cuadráticos.

Según Newton se puede observar que, mediante una expresión algebraica, se pueden representar las nociones cuadráticas y posteriormente establecer cómo a través de puntos se relacionan dos medidas en cierta cantidad. En la curva construida por medio de una ecuación cuadrática, se puede identificar la relación unívoca entre cantidades que luego fue llamada función cuadrática.

Finalmente, es esencial que los docentes replanteen la manera en que desarrollan sus clases y la forma cómo integran las TIC en dichas clases. Con base en lo anterior se recomienda el uso de Khan Academy que, a través de sus videos, ejercicios, problemas interactivos y demás, enriquece los procesos educativos, mejorando así la calidad y motivación tanto de docentes como estudiantes, así mismo gestionar la lucidez necesaria para poder examinar los problemas y dificultades que se precisan en las matemáticas; de tal modo que el docente pueda buscar las soluciones necesarias para mejorar dichos problemas, incluyendo el uso de las TIC en este caso de Khan Academy, en los procesos de enseñanza y aprendizaje, que a su vez causa un efecto positivo y un ambiente que posibilita a los estudiantes idear maneras de abordar y solucionar los problemas.

Referencias

- Almerich, G., Orellana, N., Suárez-Rodríguez, J., y Dívaz-García, I. (2016). Teachers' information and communication technology competences: A structural approach [Competencias de los profesores en las tecnologías de la información y la comunicación: un enfoque estructural]. *Computers & Education*, 100, 110-125.
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., y Gómez, P. (Ed.). (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica.
- BAUMAN, Z. (2007). *Los retos de la educación en la modernidad líquida*. Editorial Gedisa.
- Blázquez, S., y Ortega, T. (2001). *Los sistemas de representación en la enseñanza del límite*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME, 4(3), 219-236.
- Boyer, C., (1969), *Historia de las Matemáticas*. Madrid: Alianza editorial.
- Cabañas, J., y Ojeda, Y. (2003). *Aulas virtuales como herramienta de apoyo en la educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos* [Tesis de pregrado no publicada]. Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- De la Torre Zermeño, F. (2005). *12 lecciones de pedagogía, educación y didáctica*. Alfaomega.
- Díaz-Perera, J. J., Flores, M. D. C. D. L., Salinas-Padilla, H. A., y Jiménez-Izquierdo, S. Uso de Khan Academy en la comprensión del análisis gráfico para cálculo diferencial en bachillerato. *Tecnologías y Aprendizaje* (483). Editorial CIATA. org-UCLM.
- Dignath, C., Buettner, G., y Langfeldt, H. P. (2008). How can primary school students learn self-regulated learning strategies most effectively?: A meta-analysis on self-regulation training programmes [¿Cómo pueden aprender los alumnos de primaria las estrategias de aprendizaje autorregulado más eficazmente?: Un metaanálisis de los programas de formación en autorregulación.]. *Educational Research Review*, 3(2), 101-129.
- Dignath, C., Buettner, G., y Langfeldt, H. P. (2008). How can primary school students learn self-regulated learning strategies most effectively?: A meta-analysis on

self-regulation training programmes [¿Cómo pueden aprender los alumnos de primaria las estrategias de aprendizaje autorregulado más eficazmente?: Un metaanálisis de los programas de formación en autorregulación.]. *Educational Research Review*, 3(2), 101-129.

Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano*, Instituto de Educación y Pedagogía. PeterLang. S.A.

Esteve, J. M. (2003). *La tercera revolución educativa: La educación en la sociedad del conocimiento*. Ediciones Paidós Ibérica.

Fernández, I., Riveros, V., y Montiel, G. (2017). Software educativo y las funciones matemáticas. *Una estrategia de apropiación*. *Omnia*, 23(1), 9-19.

Guskey, TR (2010). Lecciones de dominio del aprendizaje. *Liderazgo educativo*, 68 (2), 52.

Haydel, AM y Roeser, RW (2002). *Sobre los vínculos entre los patrones motivacionales de los estudiantes y sus percepciones, creencias y desempeño en diferentes tipos de evaluaciones de ciencias: un enfoque multidimensional para la validación de logros*. Informe técnico del CSE.

Kline, M. (1972). *Mathematical thought from ancient to modern times* [Pensamiento matemático desde la antigüedad hasta los tiempos modernos], New York: Oxford Univ.

Manzano-Sánchez, L. M. (2014). *Enseñanza de polinomios y ecuaciones en 3º de ESO mediante la plataforma Khan Academy* [Tesis de maestría, Universidad Internacional de la Rioja]. Repositorio digital Re-UNIR.

Marcelo, C. M. F., Rodrigo, G. M. J., y Mario, V. G. J. (2018). Uso De Geogebra Y Su Incidencia En El Proceso Enseñanza-Aprendizaje De Gráfica De Funciones En El Nivel Superior. *European Scientific Journal*, *ESJ*, 14(21), 1.

Ossa, G. C. (2002). Tendencias educativas para el siglo XXI. *Educación virtual, online y@ learning*. *Elementos para la discusión*. *Edutec*. (15), a025-a025.

Prensky, M. (2012). *Enseñar a Nativos Digitales*. Madrid: Ediciones S.M.

- Rodríguez Rodríguez, L. (2010). *Concepción didáctica del software educativo como instrumento mediador para un aprendizaje desarrollador* [Tesis de doctorado, Universidad de Ciencias Pedagógicas]. Repositorio institucional UCLV.
- Rodríguez, J., Light, D., y Pierson, E. (Noviembre 2014). Khan Academy en Aulas Chilenas: Innovar en la enseñanza e incrementar la participación de los estudiantes en matemática. *In Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación* (540).
- Salkind, N. J. (1999). *Métodos de investigación*. Pearson Educación.
- Zaldívar, C., Carrillo Y., y López, J., (2005). *Definición de la flexibilidad del pensamiento desde la enseñanza*. Universidad Pedagógica “José de la Luz y Caballero”.
- Zimmerman, BJ (1990). Aprendizaje autorregulado y rendimiento académico: una descripción general. *Psicólogo educativo*, 25 (1), 3-17.

¿CÓMO INTERPRETAN NOTICIAS SOBRE EL COVID-19 LOS ESTUDIANTES DE UN PROGRAMA DE FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS?

Jesús David Berrío Valbuena*

Andrea González Roca**

Virgilio Andrés Meriño Mendoza***

Sonia Valbuena Duarte****

* Magister en Educación Matemática, Licenciado en Matemáticas, Grupo de Investigación GIHEM, Docente Universidad del Atlántico, Colombia, jberriovalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

** Licenciada en Matemáticas, Grupo de Investigación GIHEM, Universidad del Atlántico, Colombia, andreadgonzalez@mail.uniatlantico.edu.co

*** Magister (e) en Educación, Licenciado en Matemáticas, Grupo de Investigación GIHEM, vmerino@mail.uniatlantico.edu.co

**** Dr (c) en Ciencias, Magister en Educación y Magister en Matemáticas, Licenciada en Matemáticas y Física, Grupo de Investigación GIMED, Docente Universidad del Atlántico, Colombia, soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

En este capítulo se presenta un análisis de la forma en la cual los estudiantes –de un programa de formación de profesores de matemáticas– interpretan la información presentada en noticias donde se usan modelos matemáticos para mostrar las interacciones de la Covid-19 y considerando que la competencia de interpretación y representación se refiere a la habilidad de transmutar y comprender los distintos gráficos, esquemas y diagramas que se presenten en alguna situación con respecto a la concepción del mundo real. Este estudio se soporta en la Teoría de Registros de Representación Semiótica y mediante un contraste de análisis a priori y a posteriori mediados por la aplicación de entrevistas clínicas se recolectó información para la descripción del proceso de interpretación de la información asociada al Covid-19 que es presentada usando modelos matemáticos, en particular modelos Kermack-McKendrick o tipo SIR o SEIR y modelos exponenciales. En síntesis, se describe el proceso de identificación de unidades significantes en registros gráficos y verbales y si se logra la correspondencia semántica entre estos registros de representación, lo que teóricamente se conoce como la actividad cognitiva de conversión.

Palabras claves: Registros de representación semiótica, Interpretación, Covid-19, Conversión, Modelos sobre enfermedades infecciosas

INTRODUCCIÓN

Este trabajo de investigación tiene como objetivo: describir como es el proceso de interpretación de las características y comportamiento de los modelos matemáticos que representan las interacciones entre los individuos y la Covid-19, y que son mostrados por los medios de comunicación para mostrar el análisis y la actualidad de la emergencia sanitaria. Este objetivo surge del cuestionamiento acerca de cómo el ciudadano trata la información presentada por medios de comunicación con respecto a la terminología, modelos y gráficas que en esta usan. Conviene mencionar que la mayoría de las noticias que informan acerca de los avances y características de la enfermedad se hacen mediante el Modelo de Kermack-McKendrick más conocido como el Modelo SIR sobre enfermedades infecciosas (Pliego, 2011).

Este capítulo está compuesto por cinco secciones: La sección introductoria, en la segunda sección se encuentra una reseña de la Covid-19, sus orígenes y su propagación a nivel mundial hasta llegar a Colombia, las noticias que se presentan con respecto a la enfermedad, los modelos que estudian la dinámica de las enfermedades infecciosas que se utilizan en las noticias, los datos tratados y de la relación de la matematización ideal de fenómenos del mundo real y del planteamiento de las competencias que permiten la mencionada matematización.

En la sección tres se encuentra el marco de referencia; investigaciones locales, nacionales e internacionales que permiten sustentar esta investigación. Seguido a esto está la descripción de los modelos matemáticos que muestran las noticias con respecto a la enfermedad, en su totalidad se describe el Modelo SIR y por consiguiente un modelo de forma ajustada denominado modelo compartimental determinista SEIR, luego se explica la competencia de la Interpretación y representación, y el papel que esta cumple a lo largo de esta investigación. Por último, para el desarrollo de la competencia de la interpretación y representación nos apoyamos en la Teoría de Representaciones Semióticas de Raymond Duval (1999, 2004, 2006, 2011), en las actividades de tratamiento y conversión de los diferentes registros de representación semiótica.

En la sección tres se muestra como bajo un enfoque cualitativo se realiza el estudio y usando una metodología de contraste de análisis a priori contra análisis a posteriori apoyado en la entrevista clínica. Esta técnica permite recopilar la información con respecto a los procesos mentales ocultos en el pensamiento de los individuos y los procesos de razonamiento, también permite recopilar

y analizar datos sobre dichos procesos en el plano de las ideas auténticas de un sujeto y los significados (Clemens, 2000). Se tomaron como muestra 5 estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico

En la cuarta sección reposan los análisis, en términos de los elementos de la Teoría de la Representaciones Semióticas, de algunas noticias audiovisuales y escritas con respecto a la Covid-19. En estas noticias se utilizan los modelos relacionados previamente, y la idea principal era encontrar la relación entre las unidades significantes en los diferentes registros de representación. Luego, se aplican las entrevistas clínicas y se transcriben para realizar análisis de estas, prestando principal atención a lo que dicen los estudiantes de las noticias de acuerdo a la relación que identifican entre las representaciones gráficas y la información que describen.

Finalmente, se muestran algunas conclusiones sobre la interpretación de las noticias que usan modelos SIR, SEIR y Exponenciales como herramienta para presentar datos de la enfermedad de la Covid-19, se hacen algunas recomendaciones y finalmente se anexan las referencias bibliográficas.

DESCRIPCION DEL PROBLEMA

Una enfermedad es una alteración leve o grave del funcionamiento normal del organismo que va afectando en algún porcentaje a la población. Cuando se habla de enfermedades en la actualidad la atención se centra principalmente en una que tiene como epicentro la ciudad de Wuhan, China. A finales del 2019 apareció un brote epidémico de neumonía de causa desconocida que recibió el nombre de neumonía por coronavirus también llamado Covid-19. Esta enfermedad produce síntomas como: gripe, fiebre, mialgia, disnea y fatiga (LaMotte, Sandee 2020); (Centro Europeo para la Prevención y Control de Enfermedades, 2020); (Australian Government Department of Health, 2020).

Según la Organización Mundial de la Salud (OMS) (2020) desde sus inicios infectó a 41 personas entre diciembre del 2019 y enero del 2020. Más tarde en el mismo mes de enero se confirmaron 17 casos más, para ese entonces ya se habían comunicado los primeros casos por Covid-19 fuera de China: dos en Tailandia y uno en Japón (The Guardian, 2020).

También a finales del mes de enero del 2020 la OMS al ver la rápida

ampliación de la enfermedad declara una emergencia sanitaria de preocupación internacional (OMS, 2020). En esta fecha la enfermedad se había detectado en todas las provincias de China continental, y se diagnosticaban casos en otros 15 países, (British Broadcasting Corporation, 2020). Luego, a mediados de marzo la enfermedad se encontraba ya en más de 100 territorios a nivel mundial y así fue distinguida por la OMS como una pandemia, para finales de marzo el número de casos confirmados continuó creciendo hasta alcanzar los 500 mil casos a nivel mundial (El Universal, 2020).

En Colombia, El primer caso de coronavirus de fue confirmado el 6 de marzo de 2020, y corresponde a una mujer de 19 años que llegó a Bogotá procedente de Milán, Italia (Revista Semana, 2020). Hasta el 26 de diciembre de 2020, se habían reportado 1.584.903 casos confirmados, 41.940 fallecidos y 1.444.401 recuperados de COVID-19 en Colombia (Ministerio de Salud y Protección Social, 2020); (Instituto Nacional de Salud Colombia, 2020). Dadas las alarmantes cifras de contagios y muertes por motivo de la pandemia, se declaró emergencia sanitaria y se impusieron restricciones, como la cancelación de eventos públicos de más de 500 personas, y se decretó cuarentena total en Colombia desde el 25 de marzo de 2020, con el fin de contener el contagio de Covid-19.

En medios de comunicación es común encontrar noticias referentes a las características con las que se desarrolla y evoluciona la enfermedad. Las noticias manejan una terminología particular, por ejemplo: aplanar la curva, el pico de la curva, coeficiente de propagación, entre otros. Cabe destacar, que los términos son presentados a partir de modelos, los cuales son usados para explicar la dinámica de la enfermedad. Los modelos SIR definen la población se dividida en: los "S" de susceptibles, están todas las personas que no están vacunadas, en el caso del Covid-19 toda la población, los "I" de infectado, son aquellos que pueden requerir de atención hospitalaria que se deben manejar según la capacidad sanitaria del país, y "R" de recuperados, que son aquellos que no infectan ni se infectan y se incluyen los muertos, por ende la suma de "S" más "I" más "R" es el número total de la población.

Dada la dinámica de la Covid-19 es preciso utilizar un modelo un poco más ajustado, el modelo SEIR quien integra una nueva categoría nombrada como los "E" de expuestos que representa aquellas personas que son portadores del coronavirus, que están infectados y pueden infectar, pero son asintomáticos y también comprende una fracción de infectados pero que aún no transmiten la infección a otros durante el periodo de latencia (Ortega-Lenis et al, 2020).

En las matemáticas se estudian este tipo de fenómenos a través de la modelación matemática, que según Villa-Ochoa, Bustamante, Berrío, Osorio y Ocampo (2009) es una construcción dirigida a estudiar un sistema o fenómeno en particular del mundo real, que puede incluir gráficas, símbolos, simulaciones y construcciones experimentales quienes permitan llegar a estos modelos que se presentan en las noticias. Básicamente, se nota que una situación problema en un conjunto de símbolos y de relaciones matemáticas puede representar de alguna manera un fenómeno del mundo real (Biembengut y Hein, 2004).

Existen dos formas de comprender cuál es el problema: una de estas es como se desarrollan esos modelos y otra como se interpretan: se cree que esencialmente el problema en cuestión está en la interpretación de los datos en los modelos que se presentan en las noticias. Para esto el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior de ahora en adelante (ICFES, 2019) integra competencias y contenidos en distintas situaciones o contexto en los cuales las herramientas matemáticas cobran sentido y son un importante recurso para la comprensión de situaciones y la transformación de información. Asimismo, destaca las competencias de la formulación y ejecución, la competencia de la argumentación, y hace énfasis en la competencia de la Interpretación y representación con contenidos en estadística, cálculo, geometría y el álgebra.

De acuerdo a lo planteado previamente surgen los siguientes interrogantes: ¿Cuáles son las características de las noticias presentadas por medios de comunicación con respecto a las interacciones del Covid-19?, ¿Cómo asocian los estudiantes del programa de formación de profesores de matemáticas de la Universidad del Atlántico las características de los modelos matemáticos con respecto a la información suministrada en las noticias y la información real?, ¿Cómo es el proceso de identificación de las características de los modelos matemáticos y su conversión a distintos tipos de registros de representación?

Como respuesta a esto interrogantes se plantea describir el proceso de interpretación de los estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico acerca de las características de los modelos matemáticos que representan las interacciones entre individuos y el Covid-19.

REFERENTES TEÓRICOS

El Covid-19 es el fenómeno que está causando impacto en las últimas noticias a nivel del mundo, más que por las características que manifiesta la enfermedad ha sido por la terminología utilizada para transmitir información acerca de esta.

Los medios de comunicación emplean constantemente términos como “el pico de la curva”, “aplanar la curva” y “coeficiente de la propagación del Covid-19”; estos términos forman parte de la representación gráfica, esquemática, y de tablas pertenecientes a un modelo de propagación de virus. En este tipo de modelos se tienen en cuenta factores como: la capacidad de transmisión del virus, la forma cómo se transmite, una población susceptible y la cantidad de personas contagiadas, entre otros. Según la información presentada por parte de los medios de comunicación el modelo suministrado es denominado Modelo de Kermack-McKendrick (1927) sobre enfermedades infecciosas.

Modelo Kermack-McKendrick sobre enfermedades infecciosas

Según Pliego (2011) el modelo de Kermack-McKendrick también denominado un tipo modelo SIR es uno de los modelos epidemiológicos más simples para comprender las características tradicionales de los brotes epidémicos, su nombre es proveniente de sus letras iniciales y que divide la población de individuos atacados por el virus en tres clases: Susceptibles, Infectados y Recuperados (Véase figura 1). Estos se definen de la siguiente manera: S (población susceptible), individuos sin inmunidad contra agentes infecciosos, es decir, se podrían infectar si se exponen. Asimismo, los I (población infectada) son capaces de transmitir la enfermedad a las personas susceptibles con las que tengan contacto y los R (población recuperada) esta representa los individuos recuperados de la infección, es decir aquellos individuos que tienen o tuvieron la infección y por ende se convierten inmunes a la enfermedad, estos no afectan a la dinámica de transmisión. Cabe resaltar que en los individuos recuperados están incluidos los muertos ya que estos no infectan ni se pueden infectar (Casaos y Guraieb, 2018).

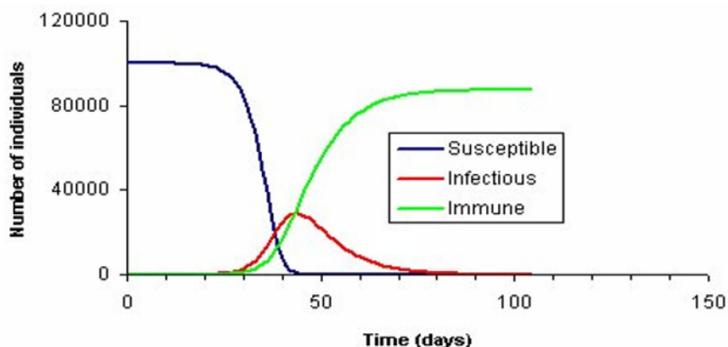


Figura 1. Modelo SIR. Fuente: Vázquez-Argote, Monzón-Pérez, Hernández-Cáceres (2007).

La población total en un modelo SIR es $N = S + I + R$. Después de esta compartimentación se entiende que las transiciones entre las anteriores relaciones están dadas de la siguiente manera (Ver figura 2).

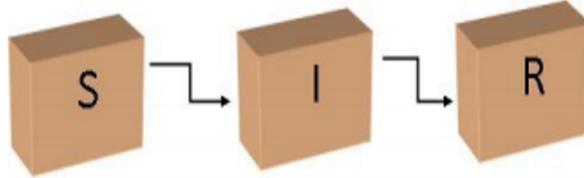


Figura 2. Esquema de un modelo SIR. Fuente: Pliego (2011)

La cual muestra que los individuos susceptibles pasan a ser individuos infecciosos, y estos a su vez pasan a ser individuos recuperados o muertos plantean Casaos y Guraieb (2018).

Descripción matemática

Según Casaos y Guraieb (2018) al entrar en contacto los individuos susceptibles con los infecciosos se contagian con una tasa B , y se recuperan o mueren con una tasa r (véase figura 3).

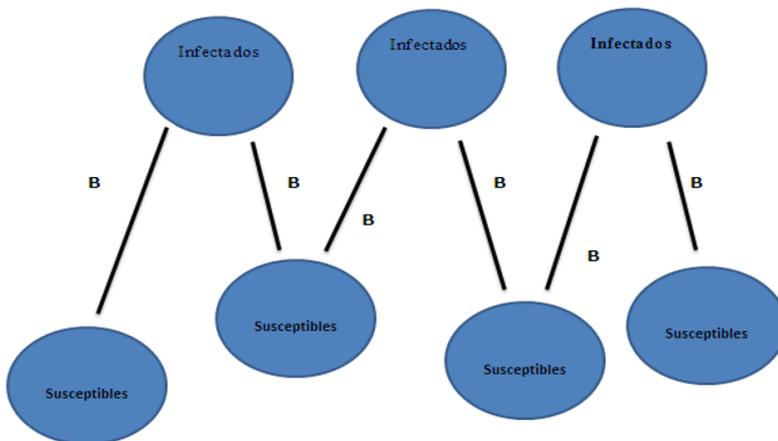


Figura 3. Descripción Matemática expuesta por Casaos y Guraieb (2018).

Siendo B la tasa de infección y r la tasa de recuperación o adquisición de inmunidad; los cambios con respecto al tiempo en cada uno de los estados de la población están dados por las siguientes ecuaciones

1. El cambio de susceptibles con respecto al tiempo es $dS/dt = -\beta SI$
2. El cambio de infectados con respecto al tiempo es $dI/dt = \beta SI - \gamma I - \delta I$
3. El cambio de recuperados con respecto al tiempo es $dR/dt = \gamma I$

De esta manera se ajusta un modelo compartimental determinista SEIR basado en el estado epidemiológico de los individuos.

Modelo SEIR

Un modelo SEIR es un modelo que incorpora una nueva categoría denominada los (E) de expuestos, y que incluye un nuevo parámetro que se puede ajustar artificialmente si se adoptan medidas de contención (protección y aislamiento), y si la población las acepta y las cumple expone en Gutiérrez y Varona (2020) (ver figura 4). Este modelo aparece cuando existe un patógeno en una comunidad que divide los individuos en categorías o compartimentos que dependen del tiempo de infección, quienes son representadas teniendo en cuenta la notación desarrollada por Kermack-McKendrick.

Por lo anterior, su sigla significa que tienen en cuenta: fracción de la población que es susceptible a la infección (S), fracción de infectados pero que aún no transmiten la infección a otros durante el periodo de latencia (E), fracción de infectados que pueden transmitir la infección (I) y la fracción de recuperados que adquieren inmunidad temporal o permanente (R) (Ortega-Lenis et al. 2020).

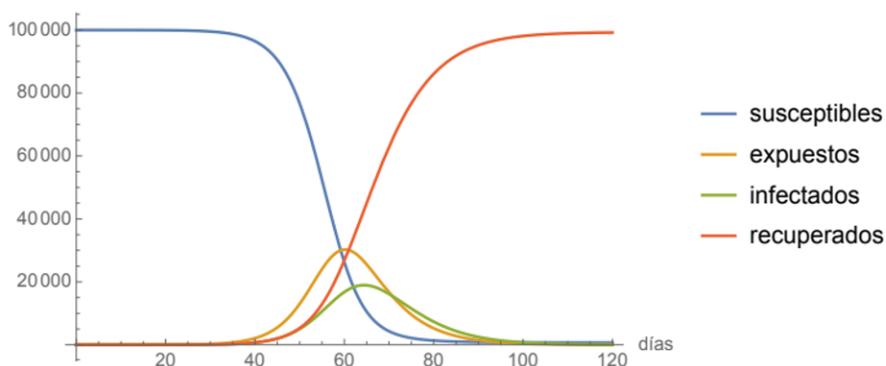


Figura 4. Modelo SEIR. Fuente: Gutiérrez y Varona (2020)

La modelación matemática y la enseñanza de las matemáticas en contextos reales

Biembengut y Hein (2004) afirman que la necesidad de enseñar las matemáticas, mediante modelación matemática no es solamente aprender sino también mejorar la capacidad de leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problema. Villa-Ochoa (2015) la considera como una actividad científica en matemáticas que se involucran en la obtención de modelos propios de las demás ciencias. Comúnmente el termino modelación se asocia a la actividad de construir modelos a partir de un problema o un fragmento de la realidad.

Según Villa-Ochoa y Ruiz-Vahos (2009) el estudio de los problemas del “mundo real” ha sido fuente de inspiración para que muchos matemáticos construyan nuevas teorías y modelos que expliquen y solucionen problemas de un fragmento de esa realidad. De hecho, hay distintas tendencias asociadas a la modelación matemáticas en la literatura; se destacan:

1. La modelación vista como una herramienta que permite describir y analizar algunos fenómenos o problemas en el cual se desenvuelven los individuos cotidianamente (Villa-Ochoa, 2015)
2. La modelación como la actividad que consiste en representar, manipular y comunicar objetos del mundo real con contenidos matemáticos y que permitan la simulación de procesos complejos, generen hipótesis y sugieran experimentos o métodos de validación (Molina-Mora, 2017), y
3. La modelación como un satisfactor ante la necesidad para describir y estudiar la realidad y los distintos avances de la ciencias en el entorno en que estos se encuentran, de esta manera la modelación matemática se convierte en una alternativa pertinente para tales relaciones de las matemáticas y el entorno (Berrío, Peña y Torrenegra, 2021).

Lo anterior sugiere que el paso fundamental en el desarrollo de los modelos, que representan las interacciones del Covid-19 con los ciudadanos, está en la interpretación de los datos que presentan el fenómeno, en particular los datos de las noticias. En este sentido, el Ministerio de Educación Nacional MEN (2006) plantea que existen situaciones que se pueden resolver con el uso de herramientas matemáticas dadas en las definiciones de los estándares básicos

de competencias en matemáticas. Se hará énfasis en la competencia de la interpretación y representación como parte fundamental para el desarrollo de esta investigación. Cabe resaltar que estas competencias han sido adquiridas, si y solo si cuando el evaluado comprende y transforma información cuantitativa presentada en distintos formatos como series, gráficas, tablas y esquemas (ICFES, 2019).

Competencia de la Interpretación y representación

Según el ICFES (2019) la competencia de la Interpretación y Representación define la habilidad de transmutar y comprender los distintos gráficos, esquemas y diagramas que se presenten en alguna situación con respecto a la concepción del mundo real, y la capacidad de utilizar estas representaciones para extraer la información relevante que permita, entre otras cosas establecer relaciones matemáticas e identificar tendencias y patrones. A partir de consideraciones o conceptualizaciones matemáticas, con contenidos en estadística, cálculo, geometría y el álgebra.

Después de haber desarrollado esta competencia espera que un estudiante del programa de formación de profesores de matemáticas sea capaz de utilizar coherentemente registros como el simbólico, el natural, el gráfico y todos aquellos que se dan en situaciones que involucran las matemáticas.

Para examinar el desarrollo de la esta investigación se apoya la Teoría de Representaciones Semióticas de Raymond Duval (1999, 2004) en las actividades de tratamiento y conversión de los diferentes registros de representación semiótica.

Teoría de las Representaciones Semióticas

La Teoría de Registros de Representación Semiótica fue desarrollada por Raymond Duval filósofo y psicólogo de formación, quien denotó que un enfoque semiótico en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas nació a raíz de la dificultad sobre la comprensión y la necesidad de recurrir a otros tipos de representaciones que constituyen el lenguaje de la matemática. Desde la antigüedad siempre ha existido una conexión entre la matemática y la semiótica, donde esta última es reconocida como el estudio de los signos y fue reconocida como disciplina científica en el siglo XIX.

Desde la antigua Grecia, la semiótica (semion) es traducida como “signo”.

Esta era referida por griegos como los síntomas de algún fenómeno natural en un sentido causa efecto. Por ejemplo el semion humo es causa de que hay fuego, por lo tanto, si hay humo entonces hay fuego (D'Amore, Fandiño y Lori, 2013).

Según Platón una aproximación a la teoría del signo es la implementación de un signo lingüístico denotado como “onoma” los cuales pueden representar algunas cosas de forma aproximada e indeterminadas, debido a que las cosas reinan en un lugar más allá de la bóveda celeste llamado “Hiperutanio” de las cuales se adquieren proyecciones imperfectas de las cosas, también es planteado por Platón que las matemáticas se encuentran dentro en un mismo lugar como las palabras: “unidad”, “círculo”, “triángulo”. Son copias imperfectas que están en el Hiperutanio y solo tenemos contacto con las representaciones imperfectas de éstas (D'Amore, Fandiño y Lori, 2013).

Platón aseguraba que los matemáticos implementan “nombres”, los cuales se encargan de representar objetos concretos que en realidad nunca han sido vistos, esto pone en evidencia la relación entre la semiótica y las matemáticas desde hace tiempo. Según Duval (citado en Ospina en 2012) existen por lo menos dos características de la acción cognitiva involucrada en las habilidades matemáticas, (1) Diversos registros de representación semiótica y (2) los objetos matemáticos no son accesibles mediante la visualización, el autor señala que las actividades matemáticas se realizan inevitablemente por un contexto de representación.

Se podría decir que las representaciones semióticas utilizadas en matemáticas son todos los signos o gráficos que permiten a un sujeto abordar interactuar con el conocimiento matemático, el sujeto las utiliza para registrar y comunicar sus ideas (Duval, 2004; 2006; 2011). Las representaciones se plantean como: “una forma de exteriorizar las representaciones mentales por medio de producciones constituidas por el empleo de signos, donde se pueden representar de forma verbal, numérica, algebraica y gráfica, que pueden contener diversas formas de escritura, como números, notaciones, gráficas, redes, diagramas, entre otras.

Registro de las representaciones semióticas.

En el campo de la educación matemática, el concepto de representación matemática se toma como equivalente a la señal externa que muestra y que hace presente el concepto de matemático, también como signo o marca que los sujetos utilizan para pensar la matemática, también como esquemas o imágenes

mentales con los que la mente puede trabajar en ideas matemáticas.

Por consiguiente, Duval (2004) plantea que si se quiere tener paso al conocimiento de un objeto matemático se necesita ser mostrado en distintas formas. El objeto matemático tiene distintos registros de representación tales como: El Registro verbal o lengua natural (RLN), Registro numérico (RN), Registro figural-Icónico (RFI), Registro tabular (RT), Registro algebraico (RA), Registro gráfico (RGr) y Registro geométrico (RGe). Por ende, Duval (citado en Borjón, et al. 2015) plantea “se ha adquirido un concepto determinado, cuando se es capaz de transitar entre por lo menos dos diferentes representaciones semióticas del concepto mismo”.

Un registro puede ser planteado como representación semiótica si abarca tres condiciones o criterios de actividades cognitivas.

- La formación de una representación es un recurso de signos para actualizar la mirada de un objeto o de representaciones en un registro semiótico, sirve para expresar una representación mental o bien para evocar un objeto real.
- El tratamiento de una representación, Es la transformación de una representación inicial en otra representación terminal de una cuestión o problema en un mismo registro de representación. El tratamiento es una transformación estrictamente interna en un registro, es decir, no se cambia el sistema de signos en el cual está expresada la representación, por tanto, ocurre con las únicas reglas propias de dicho sistema semiótico.
- La conversión de una representación, Es la transformación de la representación de un objeto matemático o una información dada de un registro semiótico a otro.

En sus distintos trabajos con respecto a los anteriores interrogantes Duval (2004); (2006) hace énfasis en la *semiosis* como la actividad ligada a la producción de representaciones, y que esta depende de los signos que son parte fundamental del sistema utilizado para generarlas, de igual forma identifica a la *noesis* como a la actividad ligada a la aprehensión conceptual de los objetos representados incluyendo los diferentes procesos y actividades cognitivos desarrollado por el sujeto.

METODOLOGÍA

Diseño, metodología y estrategia de la investigación

Esta investigación tiene un enfoque cualitativo y adopta la estrategia investigativa “como el mecanismo que pone en funcionamiento un diseño investigativo en el mundo empírico, permitiendo a los investigadores conectar sus presupuestos teóricos con formas específicas de obtener información para analizarla” (Camargo, 2019, p. 2). Se implementa la estrategia investigativa clínica la cual permite recolectar y analizar las formas de pensar de las personas que participan en entrevistas que incluyen preguntas del fenómeno en estudio.

Cabe destacar que la metodología que se utiliza en esta investigación está dada sobre la ejecución de un análisis a priori. Este consiste en el levantamiento hipotético de las posibles actividades cognitivas de conversión y tratamiento que puedan surgir de la interpretación de las noticias en la asociación del registro gráfico con el registro de lengua natural o viceversa. El análisis a priori accede a declarar que las situaciones que se puedan presentar en la causa de la realización del problema o también encontrar relaciones a priori entre las unidades significantes y características lo cual verifica con los resultados de la investigación (Orús, 1986; 2001). Este análisis sirve de suministro para el diseño de la intervención didáctica,

Una vez realizada la intervención con los sujetos de estudio, se practican unos nuevos análisis (a posteriori) que tienen como objetivo explicitar los procesos de razonamiento detectados, las formas de interpretación de las noticias en los distintos registros de representación y las acciones realizadas en comparación a los datos previstos en el análisis a priori (Berrío, 2016).

Población y Muestra

Población

Esta investigación se desarrolla con estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico

Muestra

La muestra en esta investigación es una muestra no probabilística o dirigida que presenta subgrupo de la población en la que la elección de los elementos no

depende de la probabilidad, sino de las características de la investigación o los propósitos del investigador (Hernández et al., 2014).

Se tomaron como muestra 4 estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico.

Técnicas e instrumentos

Las técnicas e instrumentos utilizados en esta investigación para la recopilación de información son los siguientes:

Entrevista clínica

La entrevista clínica es una técnica indispensable para desarrollar esta investigación puesto que permite recopilar la información con respecto a los procesos mentales ocultos en el pensamiento de los estudiantes y los procesos de razonamiento; esta permite recopilar y analizar datos sobre dichos procesos en el plano de las ideas auténticas de un sujeto y los significados, ayuda a exponer las estructuras y procesos ocultos en el pensamiento del sujeto que no pueden ser detectados con las demás técnicas (Hunting, 1997; Clement, 2000 citado en Berrio, Fiallo y Acosta, 2013, p. 1614).

Videgrabaciones

Se realizaron videgrabaciones de las intervenciones didácticas; esta es una herramienta para recopilar la información requerida del problema en cuestión que aportan elementos significativos a un relato como los gestos y las expresiones, entre otras. Según Baer y Schnettler (2009) los métodos audiovisuales constituyen tanto un reto como una oportunidad para el desarrollo de la investigación cualitativa.

Transcripciones

Se realizan las transcripciones de las videgrabaciones con el fin de generar una mejor interpretación de la información obtenida y poder familiarizarla con la situación problema, también se podrán observar los hechos más relevantes que ocurren en el transcurso de esta. Sánchez y Revuelta (2005) afirman que “La grabación de los datos, la toma de notas auxiliares y la transcripción de las grabaciones convierten la realidad en material documental, produciéndose así relatos desde el campo”.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

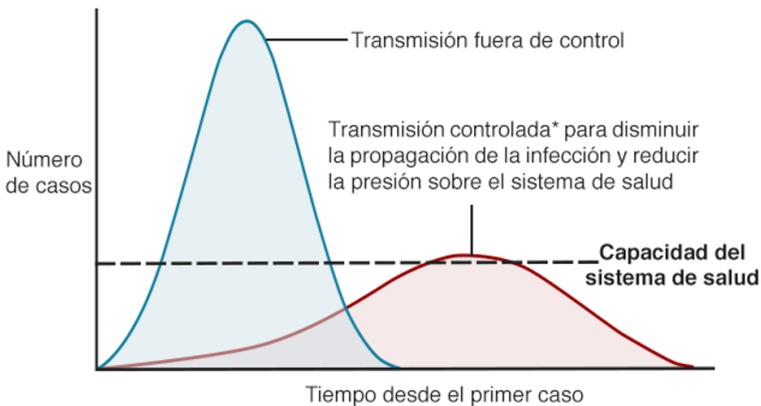
Esta sección tiene como objetivo mostrar el establecimiento ideal de una relación adecuada entre las variables que intervienen en los registros verbal, gráfico, numérico, algebraico y tabular que se encuentran inmersos en noticias sobre la Covid-19. Es decir, identificar cada una de las unidades significantes en cada uno de los registros y establecer la correspondencia entre el registro de llegada y el registro de partida, ejecutando la acción cognitiva de conversión.

Análisis a priori e intervención

Noticia: Coronavirus: ¿Qué es "aplanar la curva" y por qué es tan importante para "retrasar y contener" la propagación del Covid-19? Publicada el 12 de marzo de 2020 por la BBC News Mundo (<https://www.bbc.com/mundo/noticias-51835806>).

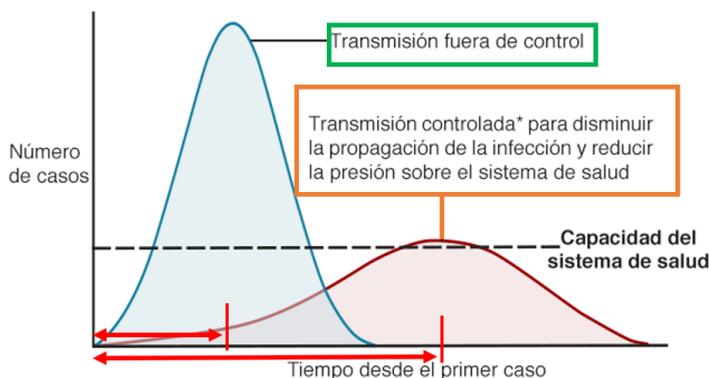
Una de las formas de contrarrestar la propagación del virus es manteniendo las recomendaciones de bioseguridad que el gobierno propone como el lavado de manos, el distanciamiento social, no participar en reuniones de lugares concurridos y utilizar tapa bocas para que el número de contagios no se aumente en tan poco tiempo (ver figura 5), a diferencia de otros países donde la propagación fue bastante alta en tan poco tiempo.

¿Cómo se aplanar la curva epidémica?



*con medidas como fomentar el lavado de manos adecuado, el trabajo a distancia, limitar reuniones grandes o restricciones de viaje

Figura 5. ¿Cómo se aplanar la curva epidémica? BBC (2020)



Figuran 6. Análisis de cómo va la curva BBC (2020)

Como se observa, la gráfica muestra que en la curva de color azul en muy poco tiempo hubo una propagación muy alta, por lo que se puede identificar que la pandemia ha llegado **a su punto máximo o pico de la curva** y no se tomaron medidas de precaución adecuadamente en su momento, como pudo haber sido una cuarentena apropiada y recomendaciones de bioseguridad. Por consiguiente, el colapso en las UCI y cuidados intensivos donde no se podía brindar una adecuada atención a los pacientes desencadenaría en una cantidad de casos de muertes al no contar con una capacidad de atención apropiada, lo contrario ocurre con la curva roja, la cual señala que, con medidas de prevención apropiada en un tiempo apropiado como la cuarentena y el distanciamiento social, hace que esa curva llegué al su altura máxima en un periodo de tiempo prolongado en comparación con la curva azul.

Con esto se puede decir que la curva roja está **ralentizando el pico** y con ello logra **aplanar la curva** para ofrecer una mejor atención en las salas de cuidados intensivos. Se esperan mejoras (recuperados) para volver atender otros casos nuevos que se presenten y no haya una alta tasa de muertes por falta de atención médica.

Diseño y aplicación de la entrevista clínica

Teniendo en cuenta los posibles escenarios planteados en el análisis a priori se hace un diseño de la entrevista clínica. Cabe destacar que este tipo de entrevista no tiene una estructura determinada pues su desarrollo depende de las respuestas de los participantes (Fernández, 2002).

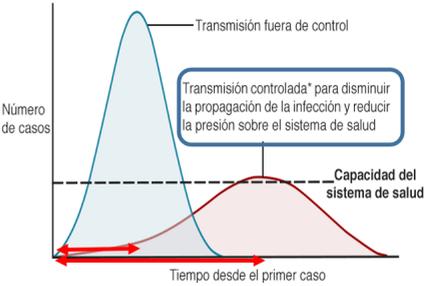
Para que el desarrollo de la entrevista clínica pueda ser provocado

intencionadamente, Hunting (1997) y Zazkis & Hazzan (1999) aseguran que las preguntas de la entrevista se deben caracterizar por:

1. Ser abiertas para que el estudiante tenga total libertad de escoger la forma en la que quiere responder.
2. Maximizar la oportunidad de discusión o diálogo para que los procesos de pensamiento puedan ser revelados.
3. Permitir tanto al estudiante como al investigador reflejar sus propios procesos de pensamiento.
4. Ser diseñadas para corresponder a un enfoque teórico de tal manera que las respuestas de los estudiantes sirvan como identificadores de los diferentes aspectos o etapas presentadas por la teoría.

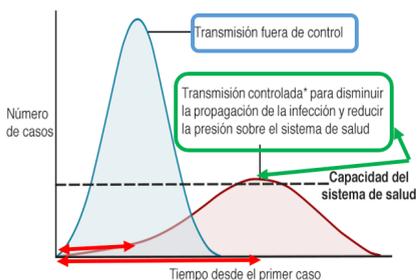
Análisis a posteriori

Una vez realizadas las transcripciones de las videograbaciones de la aplicación de las entrevistas clínicas, se procede a tomar episodios de la misma susceptibles de análisis y contraste.

<p>Investigador: En la noticia hablan de Ralentizar o frenar la propagación del coronavirus ¿Es posible interpretarlo en la gráfica?</p> <p>Entrevistado I: En realidad no lo veo.</p>  <p>Investigador: Eso de aplanar la curva ¿Si lo vez en la gráfica?</p> <p>Entrevistado I: Pues me imagino que eso de aplanar la curva, hace referencia a nivelar, o sea que la transmisión sea igual a la misma capacidad del sistema de salud que no se propague más el virus.</p>	<p>Análisis:</p> <p>El entrevistado manifiesta que a partir de la gráfica no se puede obtener el dato sobre ralentización, lo que es incorrecto. En el análisis a priori se destacó que la gráfica muestra claramente que ralentizar es el proceso de prolongación del tiempo para llegar al pico de la curva.</p> <p>También se puede observar que el estudiante no interpreta de una forma clara a lo que se refieren con aplanar la curva y como es su proceso de llegar al mismo número de contactos en un tiempo mayor para aplanar la curva de contagiados.</p> <p>El estudiante no logró identificar las unidades significantes como “aplanar la curva” y “ralentizar” por lo que no llegó hacer el proceso de conversión de lo gráfico a lo verbal. Lo que supone que no hay claridad en la interpretación de los datos mostrados en la noticia.</p>
--	---

Investigador: Cómo interpretas tú, la información que se presenta en esa gráfica de la noticia titulada “¿Cómo se aplana “la curva epidémica”?”

Entrevistado 2: Aplanar la curva es hacer que los casos nuevos o la propagación del virus se **ralentice o sea se aplaque**, lo que quiere decir que el contagio se va a propagar en un largo tiempo no en un tiempo corto. Entonces en esta curva que se ve alta es porque en corto tiempo se propaga mucho más rápido el virus en cambio en esta curva que es más baja la propagación es más lenta y por eso se ve que es más tiempo en el momento que se va propagando el virus, entonces la idea de **aplanar la curva** es esa, darle más tiempo y para que no se disparen los casos en un corto tiempo.



Investigador: Si tú dices que tienen un punto máximo ¿A qué hace referencia ese punto máximo, cómo puede ser denotado?

Entrevistado 2: En la **gráfica azul** sí, pero digamos que hablando como tal del comportamiento de la enfermedad no exactamente sería el **pico de la curva** de toda la pandemia en caso de la curva roja y según el tiempo en que se muestra se podría decir que ese es el pico de la curva.

Análisis: el entrevistado identificó cada una de las unidades significantes (aplanar la curva, pico de la curva y ralentizar) mostradas en la representación gráfica de la noticia, y mostró suficiencia a la hora de justificar la aparición de estas palabras.

En el análisis a priori se señaló esta situación como ideal. Pues el estudiante hace una interpretación acertada de la noticia en términos de las características del modelo matemático usado para mostrar la dinámica de propagación de la Covid-19. Teóricamente, el estudiante es capaz de establecer la correspondencia semántica entre los dos registros de representación.

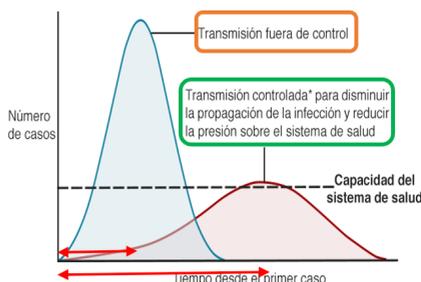
Investigador: ¿A qué te refieres tú a eso de pico?

Entrevistado 3: El pico es el aumento, **el nivel más alto de la curva.**

Investigador: En la noticia hablan de ralentizar o frenar la propagación del coronavirus. ¿Es posible interpretarlo en la gráfica?

Entrevistado 3: Podemos... **si hablamos de ralentizar o frenar**, la gráfica que más se adecua a ese concepto es la gráfica roja donde la curva es mucho más baja y por ende va disminuyendo allí podemos ver que el contagio se dio un poco más lento.

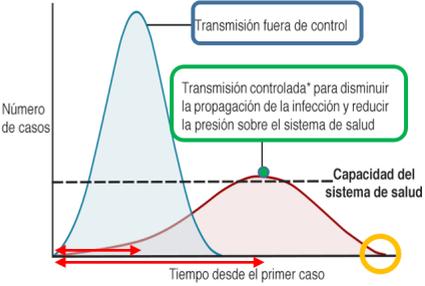
Investigador: Eso de **aplanar la curva** ¿Si lo vez en la gráfica?



Entrevistado 3: Depende de que perspectiva lo vea porque al principio si comenzamos desde el origen no había contagios y no estamos aplanando ninguna curva, por el contrario, va aumentando, pero ya si lo tomamos desde la mitad del pico hacia abajo si podemos hablar de **aplanar la curva.**

Análisis: el profesor en formación no tuvo claridad en el momento de interpretar la información suministrada en la noticia. No identificó las unidades significantes con exactitud y tampoco logró argumentar o explicar el por qué estas son mencionadas

La identificación y explicación de la ralentización fue la unidad significativa cuyo proceso fue el más cercano al esperado y planteado en el análisis a priori. Tomó como referencia sólo a la curva roja, y esto es incorrecto dado que es de las diferencias entre la curva azul y la curva roja donde se determina la prolongación del tiempo que le toma a cada curva alcanzar su punto máximo.

<p>Investigador: ¿A qué te refieres con el término del pico?</p> <p>Entrevistado 4: El pico es como el máximo brote obtenido.</p> <p>Investigador: En la noticia hablan de ralentizar o frenar la propagación del coronavirus ¿Es posible interpretarlo este proceso en la gráfica?</p> <p>Entrevistado 4: Si, es posible.</p> <p>Investigador: ¿Qué entiendes tú por el término de ralentizar?</p> <p>Entrevistado 4: Es el freno del brote donde finaliza.</p>  <p>Investigador: Eso de aplanar la curva si se puede ver en la gráfica</p> <p>Entrevistado 4: Nada, no lo logro ver.</p>	<p>Análisis: el entrevistado manifiesta que a partir de la gráfica no es posible obtener información sobre el dato de aplanar las curva. Esto es incorrecto, porque como ya se mostró en el análisis a priori hay unas marcas que se representan las diferencias de tiempo en las que las curvas llegan al punto máximo.</p> <p>También se evidencia que el estudiante aunque asocia la ralentización con el freno de la velocidad de propagación de la enfermedad este supone que ese proceso se da al finalizar la dinámica de propagación del virus, y no como una medida adoptada para disminuir la cantidad de contagios en un lapso mayor.</p> <p>El estudiante logró identificar una de las unidades significantes como lo es “el pico de la curva” asociándolo con la cantidad máxima de persona contagiadas.</p>
---	--

CONCLUSIONES

Esta investigación muestra el estudio de la interpretación de la información asociada a las interacciones del Covid-19 que es presentada usando modelos matemáticos, en particular modelos Kermack-McKendrick o tipo SIR o SEIR y modelos exponenciales, en el marco de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. Es decir, se describe el proceso de identificación de unidades significantes en registros gráficos y verbales y como estas se

ponen en correspondencia entre los distintos registros de representación, lo que teóricamente se conoce como la actividad cognitiva de conversión. Y teniendo en cuenta que se presenta como elemento teórico la competencia de la Interpretación y Representación, propuesta por el ICFES (2019) como la habilidad de transmutar y comprender los distintos gráficos, esquemas y diagramas.

En esta articulación entre elementos teóricos se destacan dos hallazgos relevantes dentro de la investigación:

El primero hallazgo es que en el desarrollo los análisis a priori de algunas noticias relacionadas con el Covid-19 mostradas en medios de comunicación se encontró que algunas de estas no utilizan las gráficas adecuadas para describir el comportamiento del fenómeno. Por ejemplo, usan curvas de crecimiento exponencial para referirse al aplanamiento de la curva o la ralentización. En términos teóricos, no hay una correspondencia semántica entre las características del fenómeno (unidades significantes) expuestas en la presentación oral o escrita y las manifestadas por las representaciones gráficas usadas en la misma.

El otro hallazgo importante, que se presentó en el estudio del proceso de identificación de unidades significantes para ponerlas en correspondencia semántica en los diferentes sistemas de representación, es que la mayoría de los estudiantes participantes en el estudio lograron identificar la unidad significativa –pico de la curva– presentada en registros de representación gráfica en asocio con la descripción verbal u oral de la misma. Mientras que la identificación de la unidad significativa relativa a la ralentización de la propagación supuso una mayor dificultad.

Como se puede notar en las entrevistas 1 y 4, los estudiantes no lograron identificar la ralentización de la propagación en el registro gráfico, como tampoco fueron capaces de explicar en qué consistía la diferencia de tiempos para alcanzar los picos de las curvas. Básicamente, no lograron identificar la unidad significativa –ralentización de la propagación– ni el registro gráfico ni en el registro verbal o escrito. Esto admite la existencia de una dificultad en la identificación de la unidad significativa –aplanar la curva– ya que al no ser identificada la funcionalidad de la ralentización será difícil saber que esta influye en la altura del pico de la curva en correspondencia con un intervalo mayor de tiempo.

Se evidencia una deficiente comprensión de las noticias basada en los bajos niveles de reconocimiento de las características de las representaciones gráficas, así como su trasmutación. Por ejemplo, en el caso del desconocimiento de la ralentización de la propagación de enfermedad y su rol fundamental en la contención del virus o transmisión controlada y la disminución de la presión sobre el sistema de salud puede verse reflejado en una falta de cultura o desacato a las medidas de lavado de manos, distanciamiento social, medias de aislamiento, cuarentena, entre otros.

Referencias

- Australian Government Department of Health, ed. (21 de enero de 2020). “Novel coronavirus (2019-nCoV)” (en inglés). Archivado desde el original el 9 de febrero de 2020. Consultado el 11 de febrero de 2020.
- Baer, A. y Schnettler, B. (2009). *Hacia una metodología cualitativa audiovisual: El video como instrumento de Investigación social*. Obtenido de Universidad de Múnich: https://epub.ub.uni-muenchen.de/13087/1/Baer_13087.pdf.
- BBC News Mundo. (12 marzo 2020). Coronavirus: ¿Qué es “aplanar la curva” y por qué es tan importante para “retrasar y contener” la propagación del Covid-19? BBC News Mundo. Recuperado de <https://www.bbc.com/mundo/noticias-51835806>.
- Berrío, J. (2016). *Estudio de la construcción de pasos de razonamiento en el proceso de justificación teórica en la resolución de problemas de geometría* (Tesis de Maestría). Universidad Industrial de Santander. Colombia
- Berrío, J.; Fiallo, J. y Acosta, M. (2013). Estudio de la construcción de pasos de razonamiento en el proceso de justificación teórica en la resolución de problemas de geometría. *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, 1611-1615.
- Berrío Valbuena, J. D., Peña Ubarne, Z. F., & Torrenegra Giraldo, M. de los Ángeles. (2021). Desarrollo del proceso de modelación matemática en licenciados en formación. *Rev. Interamericana De Investigación, Educación.*, 14(1), 79 - 101. <https://doi.org/10.15332/25005421.6414>
- Biembengut, M. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(002), 105-125.
- British Broadcasting Corporation (BBC), ed. (30 de enero de 2020). «Coronavirus: Death toll rises as virus spreads to every Chinese region». *bbc.co.uk* (en inglés). Archivado desde el original el 30 de enero de 2020. Consultado el 18 de marzo de 2020.
- Borjón, E., Torres, M. y Sosa, L. (2015). Representaciones Semióticas de Sistemas de Ecuaciones Lineales de 2X2 con Excel. XVI CIAEM-IACME, Chiapas, México.1-9

- Camargo, L. (2019). Estrategias cualitativas de investigación en Educación Matemática. *XV Conferencia interamericana de Educación Matemática*, 1-8.
- Casaos, C. y Guraieb, C. [Claudia Casaos]. (2018, Abril 6). Modelo de Kermack-Mckendrick. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=pxW3J1DLWeg>
- Centro Europeo para la Prevención y Control de Enfermedades (ECDC), ed. (9 de febrero de 2020). “Q & A on novel coronavirus” (en inglés). Archivado desde el original el 11 de febrero de 2020. Consultado el 11 de febrero de 2020.
- Ciencia UNAM. [Ciencia UNAM]. (2020, abril 02) Coronavirus ¿Qué significa “aplanar” la curva? Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=B_IOqYtKdqw&t=8s
- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. (R. Lesh, & A. Kelly, Edits.) *Handbook of research methodologies for science and mathematics education*, 341-385.
- “Contagios por coronavirus en el mundo alcanzan el medio millón”. El Universal. (26 de marzo de 2020). Archivado desde el original el 30 de marzo de 2020. Consultado el 27 de marzo de 2020.
- “Coronavirus: China reports 17 new cases of Sars-like mystery virus”. The Guardian (en inglés). Agence France-Press (AFP). 19 de enero de 2020. Archivado desde el original el 19 de enero de 2020. Consultado el 19 de enero de 2020.
- “Coronavirus en Colombia: primer caso confirmado”. Revista Semana. 3 de marzo de 2020. Consultado el 9 de marzo de 2020.
- “COVID-19 Colombia”. *Instituto Nacional de Salud (Colombia)*. Consultado el 15 de julio de 2020.
- D’Amore, B., Fandiño, M. I. y Lori M. (2013). *La semiótica en la didáctica de la Matemática*. Bogotá: Magisterio.
- Duval, R. (1999). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo*. Cali-Colombia: Universidad del Valle (Traducido por Mirian Vega).

- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* ((Traducido por M. Vega Restrepo) ed.). Cali-Colombia: Universidad del Valle, Grupo en Educación Matemática.
- Duval, R. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación*. España: La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española.
- Duval, R. (2011). *El aprendizaje del álgebra y el problema cognitivo de la designación de objetos: Traducción comentada*. Cali-Colombia: (Traducido por Mirian Vega) Universidad del Valle.
- Fernández, C. (2002). Entrevistas clínicas individuales a escolares de 3 a 6 años: una modelización de las competencias ordinales en Educación Infantil. En Murillo, Jesús; Arnal, Petra María; scolano, Rafael; Gairín, José María (Eds.), *Actas del VI Simposio de la SEIEM* (pp. 95-136). Logroño: SEIEM.
- Gutiérrez, J, y Varona, J. (2020). *Análisis de la posible evolución de la epidemia de Coronavirus COVID-19 por medio de un modelo SEIR*. Universidad de La Rioja.
- Hernández, R., Fernández, C., y Batista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*, México D.F, McGraw-Hill.
- Hunting, R. (1997). Clinical interview methods in mathematics education research and practice. *Journal of Mathematical Behavior*, 16(2), 145-164.
- Instituto Colombiano para el Fomento del Saber Superior, (2019), *Módulo de competencias genéricas Guía de Orientación*. Bogotá, Colombia
- LaMotte, Sandee (20 de marzo de 2020). “Síntomas del coronavirus: esta es la lista completa para saber cuándo pedir ayuda”. CNN en español. Archivado desde el original el 21 de marzo de 2020. Consultado el 2 de abril de 2020.
- Molina-Mora, J. (2017). Mathematical Modeling as a Didactic Strategy for Calculus Teaching. *Uniciencia*, 31(2), 19-36. <https://doi.org/10.15359/ru.31-2.2>
- Noticias Caracol. [Noticias Caracol]. (2020, Abril 29). “No hemos llegado al pico en Colombia” epidemiólogo analiza curva de COVID-19. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=hPjLGosOttc>.

Noticias Uno Colombia. [Noticias Uno Colombia]. (2020, Abril 05). Curva de contagios

En Colombia registra control, pero dista de vencer el coronavirus. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=kTdq3IiNo3s> “Nuevo coronavirus – China”. www.who.int. Archivado desde el original el 21 de enero de 2020. Consultado el 27 de enero de 2020

Organización Mundial de la Salud (OMS), ed. (30 de enero de 2020). «Declaración sobre la segunda reunión del Comité de Emergencias del Reglamento Sanitario Internacional (2005) acerca del brote del nuevo coronavirus (2019 nCoV)». www.who.int. Archivado desde el original el 20 de febrero de 2020. Consultado el 11 de febrero de 2020.

Organización Mundial de la Salud (OMS), ed. (11 de marzo de 2020). «Alocución de apertura del Director General de la OMS en la rueda de prensa sobre la COVID-19 celebrada el 11 de marzo de 2020». Archivado desde el original el 12 de marzo de 2020. Consultado el 11 de marzo de 2020.

Ortega-Lenis, D., Arango-Londoño, D., Muñoz, E., Cuartas, D., Caicedo, D., Mena, J., Torres, M, y Méndez, F. (2020). Predicciones de un modelo SEIR para casos de COVID-19 en Cali, Colombia. *Rev. Salud Pública*. 22(2). 1-6.

Orús, P. (1986). L'Enseignement des Méthodes de Classification. Proposition d'une ingénierie pour le cours moyen. (I. d. Bordeaux., Ed.) *Collection Études en Didactique des Mathématiques*.

Orús, P. (2001). Análisis de datos e investigación en didáctica de la matemática. Una Aproximación desde la teoría de situaciones. *En Quinto Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática*. Universidad Jaume-I, Castellón. Almería, España.

Ospina, D. (2012). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto función lineal* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Manizales. Colombia.

Pliego, E. (2011). *Modelos Epidemiológicos de Enfermedades Virales Infecciosas*. (Trabajo de grado de pregrado) Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Puebla, México.

“Presidente Duque declara Emergencia Sanitaria frente a COVID-19”. *Ministerio de Salud y Protección Social*. 12 de marzo de 2020.

“Prevención enfermedades transmisibles: Coronavirus (CoViD-19)”. *Ministerio de Salud y Protección Social*. 17 de abril. Consultado el 22 de junio de 2020.

Sánchez, M., y Revuelta, F. (2005). El proceso de transcripción en el marco de la metodología de investigación cualitativa actual. *Enseñanza*, (23), 367-386.

Unidad de Salud. (20 de mayo 2020). Pico de la pandemia en el país, demorado, pero llegará. El tiempo. Recuperado de <https://www.eltiempo.com/salud/coronavirus-En-colombia-pico-de-la-pandemia-en-el-pais-se-demora-pero-llegara-497324>

Vázquez, K., Monzón, E. y Hernández, J. (2007). Modelo “SIR” para epidemias: Persistencia en el tiempo y nuevos retos en la era de la Informática y las pandemias. *VI Congreso Internacional de Informática en Salud*. Congreso llevado a cabo en la Habana, Cuba.

Villa Ochoa, J. A. & Ruiz Vahos, H. M. (2009, mayo-agosto). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (27). Recuperado el día de mes de año, en: <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/102>

Villa-Ochoa, B. (2015). Modelación Matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de casos de profesores de Matemáticas. Magis. *Revista Internacional de Investigación en Educación*, 2015, 8(16). 133-148.

Villa-Ochoa, J., Bustamante, C., Berrío, M., Osorio, J, y Ocampo, D. (2009). Sentido de Realidad y Modelación Matemática: el caso de Alberto. *Alexandria Revista de Educación en ciencia y tecnología*, 159-180.

Zazkis, R. & Hazzan, O. (1999). Interviewing in mathematics education research: Choosing the questions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(4), 429-439.

SITUACIONES DIDÁCTICAS, UNA ESTRATEGIA PARA MEJORAR LA INTERPRETACIÓN DE PROBLEMAS ALGEBRAICOS EN LA ORIENTACIÓN DOCENTE

Yesika Rojas-Sandoval² M.*

Luz Yineth Rivera-Marengo^{}**

Moisés David Muñoz-Rodríguez^{*}**

* Universidad del Atlántico, Colombia, yesikarojas@mail.uniatlantico.edu.co

** Universidad del Atlántico, Colombia, lyrivera@mail.uniatlantico.edu.co

*** Universidad del Atlántico, Colombia, moisesdmunoz@mail.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo construir una secuencia basada en la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, para el fortalecimiento de la orientación docente en la interpretación de problemas algebraicos; como una alternativa para motivar a los alumnos a crear estrategias autónomas de resolución a través de una situación a-didáctica y logren adaptarse a otras nuevas de mayor complejidad. El diseño y metodología de investigación empleado es investigación – acción, basado en un enfoque cualitativo, el cual se realizó una observación a la clase, prueba diagnóstica y entrevista a tres estudiantes; así mismo se aplica la entrevista a una docente de la Institución. Luego de analizar la información obtenida se identificaron las dificultades que tienen los estudiantes en la interpretación de problemas algebraicos. Se diseñó una secuencia basada en la teoría de las situaciones didácticas para la orientación docente, llegando a la conclusión de socializar la propuesta a los docentes con el fin de que puedan aplicarla en sus clases tanto de álgebra como las demás asignaturas correspondientes al área de matemáticas.

Palabras clave: *Investigación-acción, orientación docente, problemas algebraicos, secuencia didáctica, situaciones didácticas.*

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas se ha convertido en un desafío para la labor docentes, debido a los inconvenientes que han venido presentando la mayoría de los estudiantes al momento de interpretar y resolver problemas matemáticos, en especial de tipo algebraico; dando lugar a que, por extensión se vean afectadas las competencias críticas, argumentativa y propositiva como parte de la interdisciplinariedad que existe con otras áreas del saber. Ante el rápido crecimiento tecnológico y cultural que enfrenta la sociedad, la labor docente no puede estancarse ni redundar en una enseñanza mecánica o de poca pertinencia; sino más bien basarse en dotar a los estudiantes de capacidades necesarias para reflexionar y ser críticos ante los retos dentro y fuera del aula, actuales y en el futuro.

Por tanto, es del interés de la presente investigación abarcar dichas dificultades y proponer la estrategia de situaciones didácticas encaminadas a la orientación docente, para lograr autonomía e independencia en los estudiantes; que puedan escoger la opción más acertada a la hora de evaluar situaciones. Esto debido a que “permite la potencialización y movilización de los saberes y ayuda a mejorar el desempeño de los estudiantes, además propicia un ambiente de aprendizaje que genera buenas condiciones para compartir sus experiencias” (Zambrano, 2016, p.12). De igual modo, se espera que las estrategias implementadas sirvan como referente para el seguimiento de esta línea de investigación, que el estudiante logre tener y desarrollar capacidades de interpretación a fin de ampliar su conocimiento para un mejor enfoque de sus habilidades para el aprendizaje de la matemática.

4.1. Descripción y formulación del problema

Según un informe de 2017 de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), más de la mitad de los jóvenes de América Latina y el Caribe que completaron la educación secundaria no alcanzaron las habilidades de interpretación adecuadas, y el 62% de los jóvenes en escuelas secundarias defectuosas. Díaz (2015) apoya este punto de vista: “La resolución de problemas algebraicos, en gran medida dependería de la conversión del planteamiento textual en planteamiento matemático, lo que implica comprensión lectora” (p.9). En efecto, sin una visión crítica, los estudiantes tratan de apropiarse conceptos abstractos, para después intentar aplicarlos en la resolución de problemas algebraicos bajo

un contexto determinado, que generalmente se proponen al final de una unidad si el tiempo así lo permite.

Con respecto a lo anterior, la enseñanza de los procesos matemáticos se basa en habilidades algorítmicas y se deja a un lado el razonamiento de cada pregunta planteada. Para Alonzo, Coronel y Guevara (2016): “la verdadera dificultad no se centra tanto en lo puramente matemático sino que está relacionado con las habilidades de pensamiento y las dificultades que tiene el alumno al momento de comprender el enunciado verbal del problema” (p. 9). En este sentido, es importante resaltar que los educandos están acostumbrados a que les expliquen el proceso, más que a aplicar los conocimientos en el análisis, comprensión e interpretación de estas situaciones en diferentes situaciones.

Siguiendo lo anterior, esta competencia se considera vital en las matemáticas puesto que se articula inmediatamente con la cotidianidad a la que se exponen los estudiantes; “las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos” (Ministerio de Educación Nacional MEN, 2006, p.52). Sin embargo, las matemáticas generan en los estudiantes antipatía y ansiedad pues es la materia que más se les dificulta; además del mal concepto que se tiene respecto a la asignatura, lo cual genera bloqueos a la hora de recibir los conocimientos impartidos por el docente. Además, como se mencionó anteriormente, los alumnos están acostumbrados al acompañamiento y a un solo parámetro de resolución de problemas dados en clase.

De acuerdo a la problemática expuesta, se ha optado por abarcar los factores que intervienen en el proceso de aprendizaje, a saber, la interpretación de problemas algebraicos, por lo que es oportuno preguntarse ¿Cómo fortalecer la interpretación de problemas algebraicos mediados por la teoría de situaciones didácticas en la orientación docente?. Para el desarrollo de este interrogante, se ha optado por dar respuesta a ¿cómo identificar las dificultades que tienen los estudiantes en la interpretación de problemas algebraicos?, ¿cómo diseñar una secuencia basada en la teoría de las situaciones didácticas para la orientación docente?, y ¿de qué manera se socializará la propuesta a los docentes de la institución para el manejo de las dificultades presentadas por los estudiantes?

4.2. Marco Referencial

El marco referencial de la presente investigación viene dado por investigaciones que anteriormente han explorado y estudiado aspectos que convergen la temática en cuestión. En este sentido, se destacan cuatro estudios a nivel internacional que centran su aporte en la caracterización de dificultades en comprensión de problemas, y el uso de estrategias para desarrollar la autonomía estudiantil. En el orden nacional, se encuentran tres investigaciones, los cuales proporcionan estrategias como el método Pólya mediante el uso de las TIC, las situaciones didácticas y enseñanza a partir del error. En el ámbito local, se destacan aportes de dos trabajos en cuanto a la importancia de la comprensión de problemas y en lograr la adaptabilidad de los estudiantes a la resolución de todo tipo de situaciones.

El marco teórico establece bases sólidas que permiten referenciar y ampliar el horizonte de estudio, sin desviar el sentido del objetivo general (Hernández-Sampieri, 2014). A este respecto, se integran las teorías, enfoques, estudios, antecedentes y epistemología, acordes con las categorías presentes en el título de la presente investigación, descritas y desarrolladas a continuación:

Situaciones didácticas

Las matemáticas se han caracterizado por su interdisciplinariedad y el día a día en la sociedad; y es precisamente esta cualidad la que permite utilizar la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau para potenciar la enseñanza. Jiménez y Sánchez (2018) definen una situación didáctica como: “un proceso en el que el docente proporciona el medio didáctico en donde el estudiante construye su conocimiento” (p.3). Mola, Castro, Sampedro y Espíndola (2018) concuerdan: “El diseño de las situaciones didácticas debe permitir una serie de desempeños de comprensión de amplia variedad y complejidad creciente, que posibilite la descripción de la zona de desarrollo próximo de cada estudiante” (p.378).

En consonancia con estos autores, Godino, Burgos y Wilhelmi (2020) describen: “Una situación didáctica es un conjunto de relaciones (...) entre un alumno o un grupo de alumnos, algún entorno (incluyendo instrumentos o materiales) y el profesor con el fin de permitir a los alumnos aprender algún conocimiento” (p.149). También destacan que para la construcción de su conocimiento, el estudiante debe estar interesado en resolver el

problema planteado en la situación didáctica. Dadas las condiciones, cabe resaltar que para alcanzar el saber matemático debe darse la interacción entre estudiante - docente y el medio; es decir se evidencian claramente estos 3 elementos principales, a saber, el medios, la interacción y la situación (Andrade y Pacheco, 2020).

El medio connota la situación problema matemática a la que los estudiantes se enfrentan y a la vez se traduce como el conjunto de relaciones didácticas dirigidas a las matemáticas; a medida que el estudiante va construyendo conocimiento, el medio va transformándose (Godino et al., 2020). La intención del medio es didáctica, proporciona a través del contexto y de la situación matemática, las relaciones que permitirán al estudiante producir el saber esperado; gracias a que simulan la realidad y posibilitan solucionar problemas de la vida. Sin el medio los conceptos matemáticos no se aprenderían (Andrade y Pacheco, 2020).

A continuación, estos autores definen la situación como la interacción entre los estudiantes, el docente y el medio; donde esta herramienta es un entorno cambiante para el alumno y es preparada por el profesor. Godino et al, (2020) destacan que Brousseau identificó situaciones que determinan una secuencia didáctica con fases conocidas como acción, formulación y validación. A medida que se desarrollan estas fases, se añade la institucionalización que consiste en resaltar los procedimientos, ideas y terminología oficial; es decir definiciones, teoremas y notas importantes que le dan rigor al saber matemático. Por otra parte, Pochulu (2020) define las fases: situaciones acción, formulación, validación; transposición didáctica, contrato didáctico, medio, situación didáctica, situación a-didáctica, roles docente y alumno.

Dificultades de aprendizaje

Durante la construcción de su conocimiento y bajo el aprendizaje de las matemáticas, los estudiantes presentan dificultades que afectan el desarrollo de sus habilidades. Socas (2007) identificó entre estas: dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las matemáticas, a los procesos de pensamiento matemático, a los procesos de enseñanza, al desarrollo cognitivo de los alumnos y a las actitudes afectivas y emocionales.

Resolución de problemas algebraicos

En cuanto a esta categoría, Barrientos (2015) destaca la importancia de comprender e interpretar la problemática expuesta, resolverla a partir de sus propios medios y relacionarlo con saberes anteriores; a su vez Berasáin (2018) afirma que es fortalecer la comprensión en los estudiantes, mediante estrategias efectivas. La resolución de problemas, por su parte es concebida como base de la enseñanza si se aborda como habilidad y como contenido (Olivares, Segovia y Lupiáñez, 2020); amplía la capacidad para ampliar el pensamiento y enfrentar desafíos en la vida (Ticllacuri y Torres, 2019).

Secuencias didácticas

Para el MEN (2013), las secuencias didácticas de matemáticas son herramientas pedagógicas que acercan el conocimiento matemático al aula en un entorno real, factible y relevante; permiten al estudiante desarrollar habilidades, expresar hipótesis, argumentos y conclusiones. Por último, la categoría es definida como el conjunto de acciones encaminadas a crear situaciones idóneas para estimular la formación integral de los estudiantes y asegurar que cumplan con cada objetivo trazado (Sánchez, López y Alfonso, 2018).

Orientación docente

A medida que avanza la sociedad actual aumenta la exigencia de la oferta educativa y por tanto se hace necesario dar atención al proceso de enseñanza-aprendizaje, más aún cuando se presentan situaciones que imposibilitan la educación presencial. A este respecto, la orientación docente es concebida como núcleo de la actividad pedagógica, y permite dotar al estudiante de herramientas que le permitan adoptar una postura analítica, reflexiva y crítica ante cada situación o información recibida en su entorno; para luego tomar decisiones acordes con su proyecto de vida personal y profesional (Sánchez, López y Alfonso, 2018).

De acuerdo a la definición de estas autoras, se identifica la orientación docente como el conjunto de acciones encaminadas a crear situaciones idóneas para estimular la formación integral de los estudiantes y asegurar que cumplan con cada objetivo trazado.

5. MÉTODO

La presente investigación está enmarcada en el enfoque cualitativo,

en la medida que puntualiza las dificultades que tienen los estudiantes en la interpretación de problemas algebraicos, además de organizar los datos obtenidos y analizarlos bajo el marco teórico ya expuesto (Guevara, Verdesoto y Castro, 2020). A diferencia de otros enfoques de investigación, en el cualitativo, se tiene que el diseño es el abordaje que se utiliza en el proceso de investigación (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). Para este trabajo, el diseño es de investigación-acción, debido a que se basa en la búsqueda de soluciones a problemáticas conductuales observadas. Hernández et.al (2014) señalan que este diseño “se centra en aportar información que guíe la toma de decisiones para proyectos, procesos y reformas estructurales” (p.496). A continuación se destacan las fases esenciales, el estudio de indagación individual o colectiva, desarrollo y aprendizaje de los participantes e implementar un plan de acción, que en este caso se basa en el diseño de una propuesta; para finalmente evaluar resultados y generar realimentación, la cual conduce a un nuevo diagnóstico y a una nueva espiral de reflexión y acción.

De acuerdo a la primera fase del diseño de investigación-acción, se empieza por identificar la problemática; para tal fin, se toma una muestra de estudiantes, se aplican técnicas e instrumentos que permitan recolectar los datos suficientes que soporten el problema de investigación; además del análisis basado en la triangulación. La segunda fase: una propuesta que consta de una secuencia didáctica para la orientación docente, basada en la Teoría de Situaciones Didácticas; estrategia idónea para llevar a cabo una orientación docente que les permita a los estudiantes lograr su aprendizaje. Villalonga y Deulofeu (2017) afirman que son “una secuencia resumida y ordenada de acciones (...), que lleva a resolver un problema de manera satisfactoria, convirtiéndose para el aprendiz en una herramienta útil para la planificación y autonomía, así como para la autoevaluación” (p.260).

La tercera fase se remite a la socialización de la propuesta a los docentes de matemáticas; lo cual corresponde a la implementación de la secuencia. Sin embargo, bajo el panorama actual, los docentes adoptarían la secuencia conforme al sistema de alternancia y circunstancias específicas de cada estudiante; así mismo, evaluarían los resultados, lo que conduce al ciclo de retroalimentación, es decir ajustes al plan, adecuarse a nuevas circunstancias y una nueva espiral o recorrido desde el primer ciclo o fase del diseño.

5.1. Población y muestra

La aplicación del estudio se centra en una institución de la ciudad de Barranquilla, Atlántico; específicamente estudiantes y docentes que se encuentren desarrollando temáticas concernientes al álgebra. Para abordar el planteamiento del problema es necesario construir una base de datos creíble, confiable y válida; y esto es posible gracias a decisiones precisas respecto al muestreo (Hernández-Sampieri, 2014). El autor identifica ciertos factores que permitirán escoger mejor el número de casos como lo son la capacidad de recolección y análisis, que posibiliten dar respuesta a las preguntas de la investigación, y el tiempo que lleva recoger la información. Tomando en consideración los criterios de selección de muestra para investigaciones cualitativas propuestos por el autor, se toma una muestra inicial de participantes voluntarios, en este caso 3 estudiantes de octavo grado; y una muestra final de expertos, es decir, una docente que debido a su experiencia permitirá un análisis más puntual sobre el proceso de enseñanza que se está llevando a cabo.

5.2. Técnicas, instrumentos y recolección de datos

Las técnicas e instrumentos empleados para la recolección de información permitirán hacer un análisis de las dificultades de los estudiantes en la interpretación de problemas algebraicos; estas técnicas se basan en la observación, entrevistas, una prueba diagnóstica y la triangulación; para el primer instrumento, se trata de la observación directa, no se limita a la vista, estar atento, explorar el contexto, percibir detalles, procesos, interacciones, vivencias y circunstancias, identificar problemas y generar hipótesis para futuros estudios. Además, el papel que asume el observador es de participación pasiva; es decir está presente, pero no interactúa con los sujetos de estudio (Hernández et.al, 2014). Los autores sugieren hacer usos de formatos de observación antes y en una mayor medida después de la inmersión al saber a qué elementos se les dará mayor atención.

De acuerdo a lo anterior, se aplica la observación de la clase que según Vásquez y Alsina (2019) es “una herramienta clave para indagar en los conocimientos del profesor y para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje” (p.3). Bajo el panorama actual la clase es desarrollada desde la virtualidad, conservando el estilo del modelo presencial; donde la docente inicia la explicación con un ejemplo gráfico, y toma en consideración las respuestas de los estudiantes para estructurar conceptos, luego asigna

ejercicios (operaciones de fracciones algebraicas) y expone una situación modelo donde se aplica la temática en mención. Seguidamente, plantea dos situaciones problema y les permite trabajar en parejas; permite el acercamiento y aclaración de dudas. Finalmente, la docente brinda el espacio para que los estudiantes participen y expongan sus estrategias de resolución. Concluye la clase haciendo una pequeña retroalimentación y dando la oportunidad de una autoevaluación reflexiva para que cada uno determine su grado de aprendizaje; también propone para el próximo encuentro una lista de situaciones problema de mayor complejidad.

En el caso de las entrevistas, Hernández et.al (2014) detallan que la duración, el principio y final no está fijado, el orden varía de acuerdo a los participantes y la forma de interrogar se adecua al entrevistado. Al igual que la observación, estas se llevaron a cabo por medio de la virtualidad, utilizando la plataforma meet de Google. Tomando en consideración estas pautas, las entrevistas realizadas a la docente y tres de los estudiantes, se basan en una guía de 8 preguntas específicas que llevan un orden establecido, característica principal de las que son de tipo estructurado. La aplicación de la entrevista a la docente posibilita conocer a grandes rasgos su metodología y tipo de interacción con sus alumnos; mientras que la entrevista a los estudiantes permitió recoger sus impresiones sobre de la actitud en clases y el grado de interés por el saber matemático.

La prueba diagnóstica, por su parte, que también se realiza en la virtualidad (meet de Google), permite conocer el punto de partida de los estudiantes y es de suma importancia al determinar las fortalezas y debilidades en la resolución de problemas. De acuerdo al MEN (2009) mediante este instrumento se identifica el desarrollo de los procesos de aprendizaje de los estudiantes; en este caso consta de 7 situaciones problema de tipo algebraico organizadas de la siguiente manera: cinco de planteamiento y desarrollo, una de selección múltiple con única respuesta, y la otra sólo de planteamiento algebraico (Ver Fig. 1); cabe resaltar que cada una de las consignas están formuladas de tal forma que no sólo se obtenga un resultado, sino una inferencia y análisis. Al evaluar los conocimientos, entorno y situación previa de los estudiantes se facilita aplicar las estrategias adecuadas, que en el caso del presente trabajo se basa en las situaciones didácticas. En cuanto a la duración de la prueba, consta de 90 minutos y bajo la supervisión del entrevistador pero sin intervención alguna.

Fig. 1. Ejercicios correspondientes a la Prueba Diagnóstica

1. Un padre tiene el triple de la edad de su hijo. Si la suma de ambas edades es 48, ¿es posible que la edad del hijo esté por encima de los 15 años?
2. En una campaña para la mejora del medio ambiente, Lina sembró 6 árboles más que su hermana, entre las dos sembraron 18 árboles; ¿cuántos árboles sembró Lina y cuántos su hermana?
3. Se tiene un barril de madera que pesa 25 kg vacío y tiene capacidad para 100 litros de líquido. ¿Es posible que el barril pese 107,5 kg si se vierte aceite que pesa 0,75 kg por litro? Explicar
4. Una llave derrama agua en un depósito dejando caer 25 litros cada minuto. Sabiendo que el depósito tiene una capacidad de 3200 litros ¿Consideras que se necesitan más de 2 horas para llenarse?
5. Escoge la respuesta correcta y justifica:
Imagina que adquieres un plan de celular, con \$10000 fijos, 90 minutos a ese operador y 210 minutos a fijo y otro operador, ¿con qué expresión algebraica plantearías esta situación?
 - a. $10000 - 90x + 210y$
 - b. $10000 + 90x - 210y$
 - c. $10000 + 90x + 210y$
 - d. $10000 - 90x - 210y$
6. En un videojuego, Luis ha superado 5 misiones más que Juan, y a su vez José superó 2 misiones más que Juan. ¿Podrías representar algebraicamente el total de misiones de los tres jugadores?
7. La suma de tres números consecutivos es 78. Describe qué método utilizarías para resolver esta situación y determina si existen más formas de dar con la solución.

Fig. 1. Ejercicios correspondientes a la Prueba Diagnóstica

Por último, la triangulación permite corroborar la fiabilidad de los datos recogidos a partir de diferentes técnicas, si en el análisis contribuye al mismo sentido aumenta la confianza del investigador y si hay diferencias se examinan las razones del resultado (Vasilachis et al., 2019). Luego de observar, entrevistar y aplicar la prueba diagnóstica se tiene la información necesaria para confrontar desde varias perspectivas las similitudes y divergencias que subyacen en la justificación de la propuesta.

6. RESULTADOS

Después de tomar los datos pertinentes, bajo las técnicas anteriormente detalladas se procede a hacer un análisis desde la perspectiva que da sentido al propósito de la investigación. Para ello se considera lo descrito por Hernández et.al (2014) en el sentido de estructurar, organizar y comparar los datos; por medio de la triangulación En cuanto a la observación, la docente comienza la clase con un ejemplo algebraico, lo que permite contextualizar a sus estudiantes; sin embargo no parte de una situación más cercana a ellos o de alguna experiencia que hayan vivido. La clase lleva una metodología definida, expone la resolución de una situación “modelo” y asignarles otras

para que logren desarrollarlas con base a la explicación; no obstante en la mayoría de los casos, los estudiantes solucionan el problema pero con ayuda y sugerencias que brinda la docente, siendo ella quien asume la estrategia adecuada indicando el camino a seguir.

De acuerdo a la entrevista realizada a la docente, propone una cantidad considerable de ejercicios dependiendo del tema. Se evidencia preparación y metodología definida, interés por el aprendizaje de los alumnos sobre cuando presentan dificultades en la interpretación de problemas, dándoles un ejercicio modelo a seguir pero igualmente preguntándoles para cerciorarse que están comprendiendo. De no ser así, analiza con ellos el enunciado paso a paso hasta dar con el procedimiento (Ver Fig. 2). Los estudiantes entrevistados, por su parte, coincidieron en la importancia del álgebra en la cotidianidad y en la aplicación de otras áreas; se percibe el interés que muestran para aprender puesto que abordan a la docente para que les aclare cualquier duda del tema que se esté dando en clases; les cuesta plantear la situación problema.

Entrevistador: Dado el caso que no logren dar solución a la consigna propuesta, ¿Qué estrategia utiliza?

Docente: Más que todo pues, leer el problema paso por paso e ir preguntando parte por parte hasta que podamos llegar a explicar qué es lo que se debe hacer como tal. Pero en todo momento preguntándole al estudiante.

Entrevistador: ¿Qué haría usted si después de varias explicaciones y pistas dadas para la resolución de problemas algebraicos, la mayoría de sus estudiantes siguieran sin comprender?

Docente: Empezaría a buscar otras herramientas, también a autoevaluarme, y revisar la metodología que he aplicado para enseñarles a ellos; porque de pronto soy yo la que no se está haciendo entender.

Fig. 2. Parte de la entrevista realizada a la docente

Los hallazgos en la prueba diagnóstica permitieron identificar que en la mayoría de los casos, los estudiantes desconocen las intenciones de la situación problema que se les plantea, se les hace difícil hacer una interpretación crítica y relacionarlos con el contexto; esto se evidencia en el poco uso del planteamiento algebraico para el desarrollo de las consignas de la prueba diagnóstica. A este respecto, toma importancia la transición

del pensamiento numérico al algebraico, que en el caso de los estudiantes presentan una ruptura en este proceso (Castellanos y Obando, 2009). Se evidencia en gran parte de las situaciones a resolver, debido a que utilizan el tanteo o la simple inspección; dejando en un segundo plano las inferencias y reflexiones necesarias para llegar a conclusiones acertadas respecto al tema y lograr su aprendizaje.

Para detallar el proceso de los estudiantes durante la prueba diagnóstica y facilitar el manejo de los datos se procede a asignar al Estudiante 1 la etiqueta E1, al estudiante 2, E2; y al Estudiante 3, E3:

En la primera consigna (Ver Fig. 3), E1 y E3, efectúan operaciones aritméticas sin planteamiento alguno, llegando a soluciones incorrectas. En cambio E2 emplea una estrategia asertiva, dado que plantea la situación de forma algebraica, resuelve el valor de las incógnitas y hace inferencias con respecto al resultado, a saber, no es posible que la edad del hijo esté por encima de los 15 años.

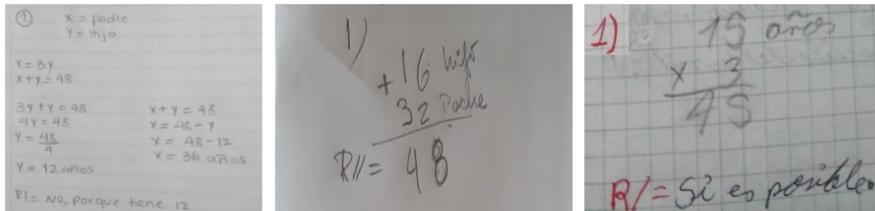


Fig. 3. Solución de estudiantes E1, E2 y E3 del ítem 1

En el segundo enunciado, los estudiantes obviaron el planteamiento algebraico (Ver Fig. 4). E1 utilizó una operación que no tenía relación con este caso, por lo que no dio la respuesta esperada. Los otros estudiantes, llegaron a la solución de la siguiente manera: E2 por inspección y E3 teniendo en cuenta algunas claves del enunciado como “6 árboles más que”.

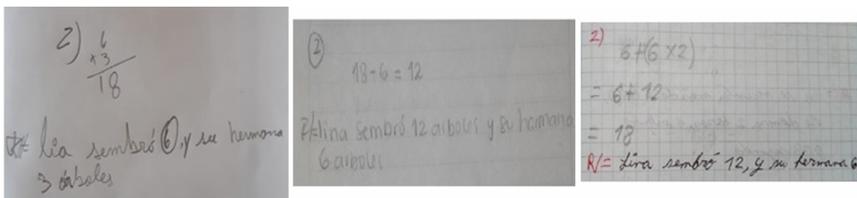


Fig. 4. Solución de estudiantes E1, E2 y E3 del ítem 2

La tercera situación demanda una mayor interpretación (Ver Fig. 5) y sólo E2 hizo un análisis adecuado del problema, comparó el peso del tanque vacío y lleno y luego identificó que estaban involucradas dos variables, hizo la operación correspondiente y luego de la resolución respondió correctamente. E1 y E3 tuvieron dificultades en la interpretación, omitiendo datos y cambiándolos por otros; llegando a conclusiones equivocadas. Ninguno de los estudiantes utilizó herramientas algebraicas.

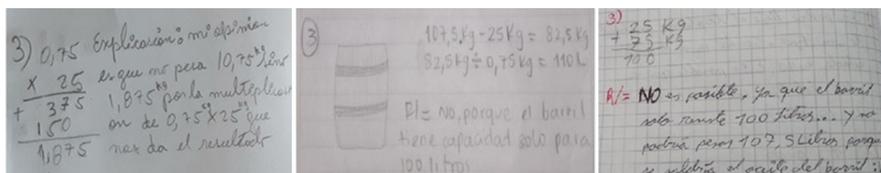


Fig. 5. Solución de estudiantes E1, E2 y E3 del ítem 3

El cuarto problema refleja dificultades significativas en la comprensión y análisis del mismo en E1 y E3 quienes efectúan operaciones por simple inspección, desconociendo la existencia de dos variables (Ver Fig. 6). En cuanto a E2, se nota el análisis al relacionar las variables volumen y tiempo, y una respuesta correcta. Ninguno de los estudiantes realiza un planteamiento algebraico para llegar a la solución.

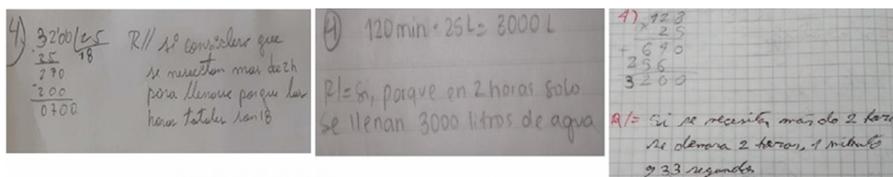


Fig. 6. Solución de estudiantes E1, E2 y E3 del ítem 4

La quinta situación les permite apoyarse en expresiones algebraicas dadas sin la necesidad de realizar un procedimiento (Ver Fig. 7). Sin embargo solamente E2 hace una justificación coherente y por tanto acierta. E1 y E3, razonan de manera equivocada, puesto que los minutos al gastarse, sugieren la idea de una resta.

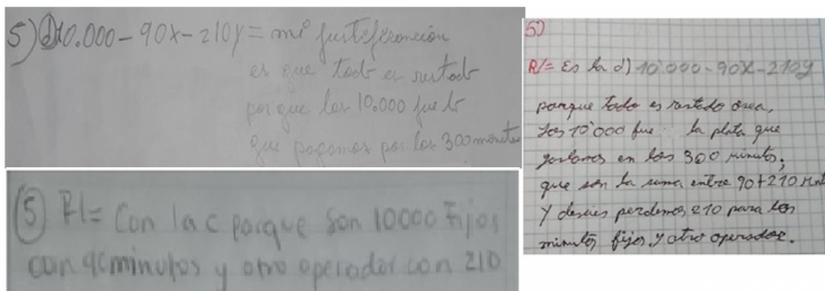


Fig. 7. Solución de estudiantes E1, E2 y E3 del ítem 5

Los estudiantes carecen de habilidades en el planteamiento de la sexta situación (Ver Fig. 8). E1 asume que la cantidad de misiones de Juan es 20, y si bien utiliza variables, estas son operadas con cantidades que no tienen sentido con el enunciado. E2 manifiesta que hacen falta datos en el problema, lo cual no concuerda con la pregunta; mientras que E3 confunde la terminología que induce al lenguaje algebraico.

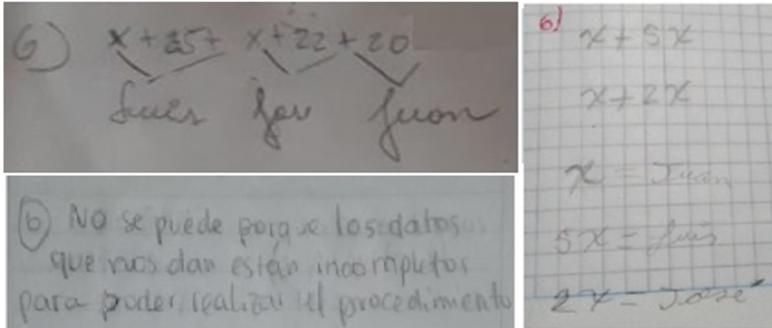


Fig. 8. Solución de estudiantes E1, E2 y E3 del ítem 6

La estrategia empleada por E1 y E2 en el ejercicio 7 es similar, en cuanto al planteamiento algebraico (Ver Fig. 9). Sin embargo cometen errores en el procedimiento y por tanto es incorrecta su resolución. E3 recurrió a la inspección aritmética, y si bien logró hallar la respuesta, su procedimiento no evidencia desarrollo de su pensamiento variacional.

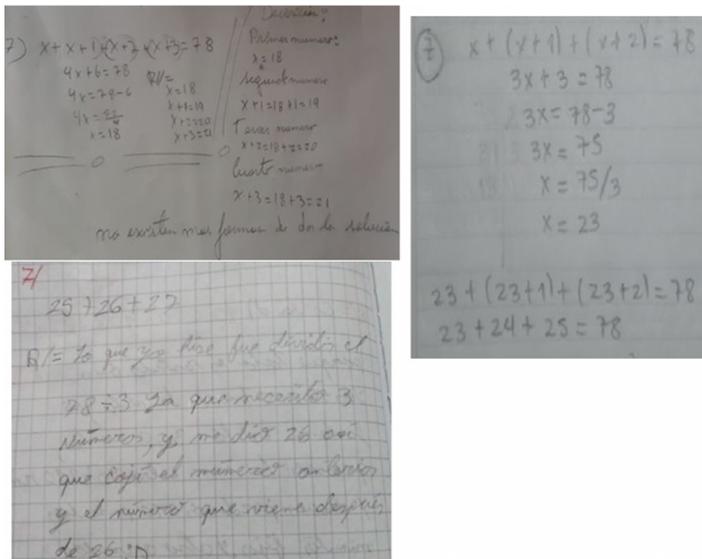


Fig. 9. Solución de estudiantes E1, E2 y E3 del ítem 7

Las dificultades encontradas se relacionan por las descritas por Socas (2007). Según el autor, estas dificultades se encuentran asociadas al desarrollo cognitivo de los alumnos, el currículo de matemáticas y métodos de enseñanza.

7. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Este análisis de datos ha permitido identificar las dificultades en la interpretación de problemas algebraicos por parte de los estudiantes, y la falta de autonomía necesaria para que se desenvuelvan en la resolución de la situación que se les plantea; como se evidencia en la Tabla 1.

Tabla 1.

Triangulación de datos obtenidos.

Categorías	Observación	Entrevista	Prueba diagnóstica	Triangulación
Dificultades en la interpretación de problemas algebraicos	Los estudiantes muestran interés y concentración en la clase. Se acercan a la docente para resolver dudas. Dependen la mayoría de las veces de la guía de la docente	Los estudiantes consideran de gran importancia las matemáticas, especialmente del álgebra	Los estudiantes presentan inconvenientes significativos en el planteamiento algebraico. La mayoría de ejercicios los resuelven por tanteo o inspección y operaciones aritméticas no acordes a la resolución; presentando confusión en los procesos realizados	Los estudiantes tienen la disposición para aprender y resolver la situación planteada por al docente. Sin embargo la prueba diagnóstica muestra que a pesar de esto no manejan el concepto suficiente para interpretar las consignas de la temática
	La docente en vista de las dificultades que tienen sus alumnos para la resolución de las situaciones problema, les indica cuál es el procedimiento que deben seguir	La docente se dedica al acompañamiento continuo en la realización de actividades, resolución de dudas y estructuración de conceptos	No aplica	La recopilación de datos muestra similitud, puesto que la docente brinda ayuda y sugerencias de caminos a seguir; asumiendo la resolución de la actividad

Fuente: Elaboración propia

Al ser insuficiente esta metodología, se hace necesario fortalecer la orientación docente con la propuesta planteada, que se fundamenta en la Teoría de Situaciones Didácticas y permitirá el manejo a las dificultades presentadas por los estudiantes en la interpretación de problemas algebraicos (Ver Fig. 10). Cabe resaltar que las secuencias didácticas permiten hacer anticipaciones a la gestión de la clase dando lugar a un ambiente propicio para el aprendizaje e interacción fluida entre profesores y estudiantes. Con la intención de motivar la participación de los estudiantes, se les asignan premisas o situaciones problema que estén ligadas a su entorno, que desarrollaran en equipo pero con responsabilidad individual.

Las secuencias didácticas propician el escenario idóneo para mantener el ritmo de aprendizaje de los estudiantes debido a que no se basan en una labor estática, sino que consisten en una serie de actividades vinculadas las unas con las otras, que van aumentando el grado de complejidad para la construcción del saber matemático (Selva, 2017). Dado lo anterior, se fortaleció la interpretación de problemas algebraicos mediados por la teoría de las situaciones didácticas en la orientación docente. La socialización de la propuesta permitió a los docentes de la institución, enriquecer su metodología e implementar en el desarrollo de sus clases, las herramientas que los separen del continuo acompañamiento hacia los alumnos.

Etapas	Descripción	Objetivos y Evaluación
Inicio	Exploración de conocimientos previos, por medio de cuestionarios o preguntas abiertas.	Medir los niveles de comprensión respecto a distintas situaciones problema por medio de una evaluación diagnóstica.
	<i>Situación de Acción:</i> Asignación de la(s) situación(es) problema(s), tipo(s) de pregunta(s) que no tengan respuesta inmediata. Se lleva una coherencia en la tarea, articular adecuadamente el contexto, el objetivo y la consigna o enunciado del problema algebraico.	Asignar al estudiante un rol activo de trabajo significativo con el álgebra, mediante una situación ligada al contexto lo que permitirá que trabaje por sí mismo o en equipo pero con autonomía y responsabilidad individual.
Desarrollo	<i>Situación de Formulación:</i> Comunicación de los estudiantes e interacción de experiencias y del medio en la construcción del conocimiento; dado que trabajan en equipo (vigilando que no hayan miembros pasivos).	Impulsar al estudiante a adaptarse a la situación didáctica y que pueda resolverla, actuando y reflexionando a partir del momento en que se apropia del problema algebraico.
	<i>Situación Validación:</i> Espacio para que los estudiantes mediante pruebas, demuestren la veracidad de sus argumentos. Estilo mayéutico donde se realizan preguntas guiadoras para que el alumno llegue al conocimiento a través de sus propias conclusiones. Intervención previa y posterior para solicitar explicaciones a los estudiantes, preguntando “por qué” “qué significa”.	Estimular en el estudiante el desarrollo de estrategias para dar una solución asertiva a la situación problema; reformularlas, descartarlas o fortalecerlas. Invitar a la reflexión, la verbalización y confrontación de ideas, dando lugar así a una evaluación formativa.
Cierre	<i>Institucionalización:</i> Estructuración de los conceptos algebraicos obtenidos durante la actividad, descontextualización de saberes que en el funcionamiento de la situación estuvieron vinculados; participación activa de estudiantes para tal fin.	Dar forma y rigidez a los saberes encontrados en el desarrollo de la actividad. Retroalimentar y evaluar las habilidades procedimentales y actitudinales de los estudiantes (Evaluación final o sumativa).
	Posibles ajustes a la secuencia didáctica en función de los resultados obtenidos. Planteamiento de nuevas situaciones problema con mayor complejidad.	Lograr gradualidad en la complejidad de las situaciones que se diseñan o eligen para los estudiantes.

Fig. 10. Propuesta de Secuencias Didácticas.

Conforme al estudio realizado, las dificultades de los estudiantes consistieron en el planteamiento algebraico, según la prueba diagnóstica preferían adoptar estrategias de inspección o resolución aritmética (Castellanos y Obando, 2017); siendo acorde con la entrevista, en la que manifestaron tener más facilidades en el procedimiento que con el planteamiento de la situación problema expuesta. En cuanto al desarrollo de la clase, se percibió el seguimiento de la docente y la puesta en escena de un ejercicio modelo para sentar las bases en los estudiantes para desarrollar otras consignas, así como lo definió la docente en la entrevista. En este caso, se hizo pertinente facilitar la interacción constante entre los protagonistas de la clase pero con autonomía de los alumnos.

Se recomienda realizar una toma de datos después de la implementación de la propuesta y con una muestra mayor; de esta manera se evalúan los avances obtenidos por los estudiantes y desarrollo de sus competencias durante el transcurso de la clase y más adelante en cualquier situación cotidiana. Además, esta investigación puede llevarse a efecto, en una mejor medida bajo el contexto de la modalidad presencial, durante todo un año escolar, en las demás ramas del saber matemático y comparar resultados. El estudio posibilita extender la propuesta a instituciones que manejen distintas metodologías de enseñanza, guías o rutas de aprendizaje, dado que pueden utilizarse los lineamientos escolares para articular cada uno de los procesos y manejarlos sistémicamente siempre desde las secuencias didácticas. Además, es importante analizar de qué manera podría adaptarse la propuesta desde la educación inclusiva dado que las dificultades en el aprendizaje trascienden a todo tipo de estudiantes.

Referencias

- Alonzo, J.; Coronel, C.; y Guevara, J. (2016). Comprensión lectora en resolución de problemas matemáticos en alumnos universitarios. Universidad Nacional de Trujillo. Recuperado de <http://dspace.unitru.edu.pe/bitstream/handle/UNITRU/5125/ALONZO%20CRUZ-CORONEL%20ROMERO-GUEVARA%20GUZMAN.pdf>
- Andrade, A.; y Pacheco, D. (2020). Desarrollo del Pensamiento Matemático mediante la Teoría de las Situaciones Didácticas en sexto año de Educación Básica de la Unidad Educativa Zoila Aurora Palacios año lectivo 2018 - 2019. Universidad Nacional de Educación. Recuperado de <http://repositorio.unae.edu.ec/handle/123456789/1461>
- Barrientos, M. (2015). Comprensión Lectora y la Resolución de Problemas Matemáticos en Alumnos de Tercer Grado de Primaria en una Institución Educativa Estatal de Barranco. Universidad Ricardo Palma. Recuperado de http://repositorio.urp.edu.pe/bitstream/handle/urp/732/barrientos_mi.pdf
- Berasáin, A. (2018). Fomento de la competencia lectora desde la clase de matemáticas: aplicación práctica para 1º de ESO. Universidad Internacional de La Rioja. Recuperado de <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/6698/BERASAIN%20BALDA%2C%20ALBERTO.pdf>
- Castellanos, M; y Obando, J. (2009). Errores y dificultades en procesos de representación El caos de la generalización y el razonamiento algebraico. Universidad de los Llanos, y Colegio Galán Cumaral Meta. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/710/1/errores.pdf>
- Castellanos, M; y Obando, J. (2017). El rol de las dificultades del aprendizaje algebraico ligado al desempeño del sentido estructural en estudiantes de octavo grado. Universidad de los Llanos, y Universidad Cooperativa de Colombia. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/21068/1/Castellanos2017El.pdf>
- Díaz, B. (2015). La Comprensión Lectora y la Resolución de Problemas Algebraicos en Alumnos de Primer Año de Secundaria de una Institución Educativa Particular del Cercado de Lima. Universidad Ricardo Palma. Recuperado de http://repositorio.urp.edu.pe/bitstream/handle/urp/731/diaz_be.pdf
- Godino, J. D.; Burgos, M.; y Wilhelmi, M. (2020). Papel de las situaciones adidácticas

en el aprendizaje matemático. Una mirada crítica desde el enfoque ontosemiótico. *ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS*, 38(1), 129-164

Guevara, G.; Verdesoto, A.; y Castro, N. (2020). Metodologías de investigación educativa (descriptivas, experimentales, participativas, y de investigación-acción). *RECIMUNDO*, 4(3), 163-173. doi:10.26820/recimundo/4.(3)julio.2020.163-173

Hernández R., Fernández C., y Baptista p. (2014). *Metodología de la Investigación*, México DF, México: McGraw-Hill

Jimenez, A.; y Sanchez, D. (2020). La comprensión en la resolución de problemas matemáticos. *REVISTA BOLETÍN REDIP*, 7(12), 133-143

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2013). *Secuencias Didácticas en Matemáticas Educación Básica Secundaria*. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Mola, C.; Castro, E.; Sampedro, R.; y Espíndola A. (2018). La comprensión como fase del proceso de resolución de los problemas de planteo algebraico. *Revista Paradigma*, 39(1), 373-386

Olivares, D.; Segovia I.; y Lupiáñez, J. (2020). Roles de la resolución de problemas en el currículo oficial. *AIEM*, 18, 41-54. doi: <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.270>

Pochulu, M. [Marcel David POCHULU]. (2020, Abril 20). *Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau [Archivo de video]*. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=N-D2IyyRZ5E>

Sánchez, P.; López, M.; y Alfonso, Y. (2018). La orientación educativa en la actividad pedagógica profesional del docente universitario. *Conrado*, 14(S1), 50-57. Recuperado de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442018000500050

Selva, M. F. [María Fernanda Selva]. (2017, Marzo 13). ¿A qué llamamos secuencia didáctica? [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=FcSVhtm8jIM>

- Sánchez, P.; López, M; y Alfonso, Y. (2018). La orientación educativa en la actividad pedagógica profesional del docente universitario. *Conrado*, 14(S1), 50-57. Recuperado de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442018000500050
- Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. Universidad de La Laguna. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1247/1/Socas2008Dificultades_SEIEM_19.pdf
- Ticllacuri, P; y Torres, A. (2019). Método Polya en la resolución de problemas de funciones algebraicas en estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa “Miguel Grau Seminario” de Ancapá – Huancavelica. Universidad Nacional de Huancavelica. Recuperado de https://repositorio.unh.edu.pe/bitstream/handle/UNH/2257/TESIS-EDUC%20SEC-MATEMATICA-2018_TICLLACURI%20y%20TORRES.pdf
- Vasilachis, I.; Ameigeiras, A.; Chernobilsky, L.; Giménez, V.; Gialdino, M.; Mallimaci, F.; Mendizábal, N.; y Suarez, A. (2019), *Estrategias de Investigación Cualitativa. Volumen II*. Barcelona: Gedisa.
- Vásquez, C.; y Alsina, A. (2019). Diseño, construcción y validación de una pauta de observación de los significados de la probabilidad en el aula de Educación Primaria, *REVEMAT*, 14(1), 1-20.
- Villalonga, J., y Deulofeu, J. (2017). La base de orientación en la resolución de problemas: “Cuando me bloqueo o me equivoco.” *REDIMAT*, 6(3), 256-282. doi: 10.1783/redimat.2017.2262

DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS Y GAMIFICACIÓN

José Gregorio Solórzano Movilla*

Clara Patricia Colón López**

Diana Milena Suarez López***

Leonardo Sarmiento Pacheco****

* jsolorzano@coruniamericana.edu.co

** ccolon@coruniamericana.edu.co

*** dsuarez@coruniamericana.edu.co

**** lsarmientopacheco@est.uniatlantico.edu.co

RESUMEN

Resulta necesario, casi que exigible, el ejercicio de la divulgación de buenas prácticas en la educación, máxime si es sobre áreas tradicionalmente consideradas “difíciles de aprender” como las matemáticas. La presente propuesta pretende aportar una experiencia de aprendizaje efectiva, motivadora y divertida en la adquisición y aplicación de conceptos de las matemáticas.

Como resultado principal, se obtiene que el uso de herramientas de las TIC y las estrategias de gamificación pueden incidir significativamente en el mejoramiento del desempeño académico de los estudiantes. Los mejores resultados se obtendrán siempre que las aplicaciones y la dinámica utilizadas estén diseñadas bajo parámetros adecuados como los descritos en el texto y fundamentados en los elementos cognitivos y procedimentales propios del área matemática que se desee aplicar, y la experticia del docente para acompañar este proceso.

Palabras clave: didáctica, gamificación, matemáticas, TIC, TAC, TEP

INTRODUCCIÓN

La educación matemática tiene como objeto de estudio los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. De acuerdo con Kilpatrick (1992) “[...]se ha desarrollado a lo largo de los últimos dos siglos cuando matemáticos y educadores volcaron su atención hacia cómo y qué Matemática es, o debería ser, enseñada y aprendida en la escuela” (p. 3) este campo del conocimiento comenzó a evolucionar de manera más evidente luego de la segunda guerra mundial coincidente con el inicio de la guerra fría entre los Estados Unidos de América y la Unión de Repúblicas Socialista Soviéticas.

En el escenario antes descrito, los EEUU luego de una revisión profunda de su sistema educativo llegaron a la conclusión que debían hacerse una serie de cambios en la forma en que se enseñaban las ciencias en todos los niveles educativos, en especial las matemáticas. Corresponde a este punto histórico autores como Begle, Polya con la resolución de problemas el National Council of Teacher of Math NCTM.

Para Ruiz (2000) la educación matemática toma fuerza con la implementación de la matemática moderna en las escuelas. Visto como una reforma, este autor plantea:

“La reforma nació como una posible solución de un problema importante para la Educación Matemática: cerrar la distancia entre la práctica matemática de los investigadores profesionales universitarios y la matemática en la primaria y la secundaria. Por medio del lenguaje de conjuntos y con recursos tomados de las nuevas matemáticas quisieron integrar las matemáticas como una sola disciplina: el paso de las matemáticas a la matemática. La reforma se inició en Europa (especialmente Francia) y los Estados Unidos; luego se extendería a América Latina y a otras latitudes. Fueron los textos y los cambios curriculares los principales mecanismos para empujar la reforma.” (RUIZ 2000),

La reforma descrita fracasó en su implementación y trajo consigo resultados adversos a los perseguidos según Ruiz “fue rechazada tanto por los educadores, los estudiantes como, incluso, los mismos padres de familia” (2003). Por otro lado, es posible encontrar en la literatura otras definiciones sobre lo que es la educación matemática, por ejemplo Steiner citado por Godino “Entre los que piensan que la Educación Matemática existe como

ciencia, encontramos una variedad de definiciones diferentes, por ejemplo, el estudio de las relaciones entre matemática, individuo y sociedad, la reconstrucción de la matemática actual a nivel elemental, el desarrollo y evaluación de cursos matemáticos, el estudio del conocimiento matemático, sus tipos, representación y crecimiento, el estudio del aprendizaje matemático de los niños, el estudio y desarrollo de las competencias de los profesores, el estudio de la comunicación e interacción en las clases. etc.” (STEINER 1985, citado por GODINO (2003))

Bishop (2000) define como “campo de estudio y conjunto de relaciones entre una triada de grupos de constructos que incluyen el contenido matemático, el profesorado de matemáticas y el alumnado de matemáticas” (p. 36)

A partir de los aportes de Brousseau derivados desde la Teoría de las Situaciones Didácticas, (TSD) comienza el desarrollo de la didáctica de las matemáticas como una disciplina científica, en los años recientes como una muestra del impacto de la TSD en muchos países se usa indistintamente educación matemática y didáctica de las matemáticas, Sin embargo, es necesario para el desarrollo de los planteamientos que darán en este trabajo, esclarecer algunas diferencias entre ambos términos.

Para el investigador J.D. Godino (2000) la didáctica de las matemáticas se define como la disciplina científica que se interesa por la investigación, en tanto que la enseñanza de las matemáticas EM además de lo anterior toma en su foco de trabajo lo referente a la enseñanza. En contraste, desde su génesis, la didáctica de las matemáticas es un término francés mientras que Educación Matemática EM es usado desde el punto de vista anglosajón.

2. DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS

Desde ya hace un tiempo, en la educación se viene experimentando un gran cambio en cuanto a las herramientas utilizadas para mediar el aprendizaje, sobre todo a través de dispositivos electrónicos (Computadores, Tablet, celulares, etc.). Basantes, Naranjo, Gallegos, & Benítez (2016) Afirma:

Sobre la base de las consideraciones anteriores, un Objeto de Aprendizaje Móvil (OAM), constituye un recurso digital para el aprendizaje a través de un dispositivo móvil, sea este un teléfono inteligente o Smartphone, PDA,

entre otros; este recurso permite incentivar el desarrollo de aprendizajes autónomos, incorporar con mayor dinamismo conocimientos e información de punta en menor tiempo, en mayor cantidad con más calidad, y mejorar el rendimiento. (p.81)

Según la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. UNESCO (2004) en particular a lo referido a los objetivos del milenio se propone convencer y presionar a los gobiernos para que exista una mayor inversión en educación y principalmente en apoyar a la globalización de las tecnologías de la información y comunicación, buscando la globalización del conocimiento y del uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC).

De acuerdo con Morin (1999) El sistema educativo para constituirse en relevante y significativo deberá afrontar unos principios esenciales de lo que él consideró los siete saberes; entre los cuales dos de ellos son:

a) La ceguera del conocimiento. Todo conocimiento conlleva el riesgo del error y de la ilusión. La educación del futuro debe afrontar el problema desde estos dos aspectos: error e ilusión. El mayor error sería subestimar el problema del error; la mayor ilusión sería subestimar el problema de la ilusión. El reconocimiento del error y de la ilusión es tan difícil que el error y la ilusión no se reconocen en absoluto. (p. 5)

b) “Una educación que garantice los principios de un conocimiento pertinente. En consecuencia, la educación debe promover una “inteligencia general” apta para referirse, de manera multidimensional, a lo complejo, al contexto en una concepción global” (Morin, 1999, p. 17). A partir de los conocimientos existentes y mediante la críticas de estos se construye la inteligencia general. Su configuración fundamental es la capacidad de plantear y de resolver problemas.

Para ello, la inteligencia utiliza y combina todas las habilidades particulares. El conocimiento pertinente es siempre y al mismo tiempo general y particular. En este punto, Morín introdujo una “pertinente” distinción entre la racionalización (construcción mental que sólo atiende a lo general) y la racionalidad, que atiende simultáneamente a lo general y a lo particular.

Desde el Ministerio de Educación Nacional MEN (2008) se ha

propuesto trabajar en la formación mediada por las tecnologías, ya que se está atravesando un mundo más globalizado en cuanto a información se refiere y con toda esa información las personas (estudiantes) pueden explorar, construir, reparar y evaluar situaciones; además de educar en el presente y al mismo tiempo en el futuro.

En muchos establecimientos educativos no se están utilizando los recursos tecnológicos, por la dificultad de no contar con laboratorios en buen estado y la falta de conectividad, necesarios para aplicar en el aula nuevas estrategias de enseñanza creativa. Esta situación hace que en la enseñanza de las diferentes asignaturas, se opte por desarrollar las clases de manera tradicional, lo cual no ha sido diferente en la enseñanza de las matemáticas. En la mayoría de los casos limitando el uso de la tecnología a la calculadora, quedando de lado una gran cantidad de estrategias de enseñanza creativa.

En Colombia el Ministerio de Educación Nacional. MEN (2002) ha establecido el concepto de estándar curricular, el cual hace referencia a una meta que expresa, en forma observable, (a) lo que el estudiante debe saber, es decir, los conceptos básicos de cada área, así como (b) las competencias, entendidas como el saber hacer, utilizando esos conceptos. La noción de logro, por otra parte, hace referencia al nivel en el cual los estudiantes alcanzan una determinada meta o estándar. (p. 7)

En consecuencia, MEN (2002) al finalizar cada grado, de acuerdo con el currículo implementado en cada institución, se esperan unos logros específicos alcanzados en las diferentes competencias. Particularmente para el área de matemáticas “Muchos alumnos, incluso algunos de los que se consideran más capacitados para las matemáticas, encuentran grandes dificultades cuando inician su aprendizaje del álgebra” (Ruano, Socas, & Palarea, 2003, p.1)

Una de las dificultades más reconocida en relación con el aprendizaje de las matemáticas es la enseñanza descontextualizada de una gran cantidad de conceptos, definiciones y operaciones que para los estudiantes no resultan significativas ya que no saben dónde tienen su aplicación y por ende su utilidad. Bishop (2010) afirma:

Resalta el hecho que la matemática surge a partir de las prácticas sociales y la solución a las necesidades específicas del hombre, critica ampliamente la educación matemática descontextualizada, pues para él, este tipo de

educación produce un aprendizaje impersonal, en el cual el estudiante no se esfuerza por obtener significados personales, desestimulando el aprendizaje de los estudiantes y, por tanto, parte del fracaso en la matemática escolar. De igual forma, el autor concibe la educación matemática, como un proceso social, es decir que la enseñanza de la matemática debe ser contextualizada. (p.77)

Con base en la experiencia docente se puede inferir que las matemáticas siguen siendo fuente de dificultades de aprendizaje en los estudiantes, debido a que en la mayoría de los casos se encuentran mecanizados con los textos y la poca comprensión del lenguaje simbólico para representar situaciones problemas, entre otras situaciones.

3. INTEGRACIÓN DE LAS TIC EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Así como evolucionaron las aplicaciones informáticas también lo hicieron los procesos de enseñanza, ya que se crearon espacios con nuevas estrategias para mejorar el aprendizaje creativo y la comunicación de los estudiantes. Indudablemente la tecnología ofrece un amplio conjunto de aplicaciones que desarrollan conocimientos y además ayudan en la práctica de los mismos de manera eficiente; tanto así que se ha extendido el uso del internet mundialmente y con tanta incidencia en el ámbito educativo que fue motivo de análisis del Ministerio de Educación nacional y la UNESCO.

El Ministerio de Educación Nacional (2008) ha hecho énfasis que los docentes deben capacitarse y actualizarse para poder por estos medios pedagógicos tener una práctica educativa innovadora y un discurso educativo diferente. Es por eso que es necesario que las escuelas que forman maestros vinculen las TIC en su praxis para que también estén actualizadas y permitan dinamizar dichos aprendizajes.

La UNESCO (2004) en su apartado de las etapas de formación docente plantea, que la actualización y la capacitación docente debe estar siempre conexas con la práctica pedagógica, siendo coherente con la que practican las entidades de educación superior, es decir, entrelazarse con los entes que desarrollan los procesos de formación en los educadores y sus dinámicas en el aula.

Frente a estos aspectos se presentaron teóricos que dieron su opinión

acerca de la incidencia de las TIC, uno de ellos fue Piscitelli (2009) donde categoriza a los individuos que nacieron en los años 80 y 90 como nativos digitales, Porque han estado inmersos en el mundo digital, y a los que nacieron antes de estos como inmigrantes, ya que no son propios de esa época pero que aun así usan estas herramientas de forma espontánea o limitada.

La tecnología ha tomado una importancia tan grande en las últimas décadas que Piscitelli (2009) dice que “para nosotros equivale a una segunda lengua aprendida algo tarde, mientras que para ellos es una lengua materna aprendida desde la cuna” (p. 17), haciendo referencia en que es casi inevitable no hacer uso de ella, porque aunque muchas veces a los adultos se les hace un poco difícil el aprendizaje de ésta, buscan la manera de manejarla según sus intereses, siendo todo lo contrario a los nativos digitales, que sin alguna sugerencia previa se desempeñan fácilmente en estas áreas.

Gracias a las TIC existe un medio que puede ser común para ambos, facilitando el lenguaje y la interacción entre sí, ya que el rol del docente y el estudiante ha cambiado y se requieren nuevas estrategias de enseñanza que se adapten a la velocidad y el interés de los estudiantes, sin dejar a un lado la ayuda que estos puedan brindarle al docente para mejorar entre si el uso de esta tecnología, tal como lo expresa Romaní (2011) “aprendemos de manera continua e informal a través de nuestras interacciones cotidianas”. (p. 29) ya que la interactividad entre docente y estudiantes en las aulas de tecnología e informática ha facilitado el acceso a los entornos multimediales y telemáticos conducen nuevas implicaciones como el conocimiento en tiempo real, la participación de los estudiantes y la potencialización de su aprendizaje creativo.

Por lo anterior, es oportuno relacionar que ya no es el docente el único en tener el dominio de cómo debe transmitirse el conocimiento o como se debe fortalecer el aprendizaje de los estudiantes y tampoco debe ser exclusivamente en las aulas de clase, ya que este método modifica la relación alumno maestro y lo globaliza, dejando que el estudiante también aporte de qué manera, como quiere adquirir o profundizar sus conocimientos, dejando a un lado la monotonía de el qué, el cómo y el cuándo aprender.

El rol de las escuelas cambio aún más, ya que como lo propuso Siemens (2010) cambiamos a una “teoría de Aprendizaje en la era digital” (p. 1) ya que con la limitación que han tenido las escuelas en la pedagogía creativa, deben

dejar de ser un centro de educación tradicional para adaptarse a la evolución de sus estudiantes y enseñar con estrategias tecnológicas que garanticen el aprendizaje creativo, como actualmente define Cobo, C., & Moravec, J. (2011) como un “nuevo modelo” (p. 192), ya que las herramientas y la forma de adquirir nuevos conocimientos han cambiado y por ende la escuela también debe hacerlo.

Por lo tanto los docentes deben formalizar un modelo de educación que se ajuste a las expectativas de los estudiantes y al tiempo tecnológico en el que se encuentran, permitiendo un punto de referencia entre el aprendizaje y el conocimiento, para que así también sean guardas de su seguridad e integridad, buscando la manera de compartir en tiempo real la información solicitada por ellos para fortalecer el aprendizaje, ya que este nuevo modelo se encuentra viciado por páginas, publicidad y practicas tecnológicas de dudosa procedencia, redundantes o ambiguas, donde los estudiantes pueden caer en errores, “brindan la posibilidad de abordar con los estudiantes contenidos referidos a cómo detectar sitios web fraudulentos; cómo identificar un sitio web seguro para ingresar datos confidenciales; cómo cifrar archivos y mensajes.” (Zianni & Nessier, 2014, p.130)

También es oportuno vincular el requisito fundamental para el buen trabajo y funcionamiento de estos medios: es necesario contar con buenos equipos tecnológicos y una eficiente conectividad a el internet. Por esto Piscitelli (2009) hace referencia sobre cuán importante es que el maestro esté preparado para asumir las nuevas dinámicas, cambios y realidades en la sociedad educativa.

Entérminos generales, este nuevo método de educación en el aprendizaje creativo de los estudiantes, debe animarse y potencializarse, con el fin de que el conocimiento y aprendizaje de los estudiantes sea notorio dentro y fuera del aula de clase, que estos nuevos recursos propuestos sean herramientas que ayuden e inspiren a los docentes a realizar nuevos ambientes de aprendizaje, dejando de manera exigente los libros y métodos antiguos que en la actualidad atrasan un poco el aprendizaje de los estudiantes, y en cambio promueve el acceso a las redes donde puedan desarrollar una mejor comunicación y fortalecer sus conocimientos, para construir ambientes más cercanos a las necesidades de los estudiantes, donde la escuela se acerque a la realidad de ellos y pueda prepararlos para la vida, aprovechando los medios de aprendizaje y conocimiento que la sociedad les ofrece.

Por consiguiente se propone una estrategia como la Gamificación, que ayude en las prácticas educativas de los docentes en clase, permitiendo el buen desarrollo de estas, bajo la organización y planeación requerida por el docente, teniendo en cuenta los intereses y necesidades de los estudiantes; donde se motive y fortalezca el aprendizaje creativo y el conocimiento en las diferentes áreas a los estudiantes, cambiando el método tradicional que privilegia las clases magistrales o del aprendizaje a través de libros donde no se desarrollaba de manera creativa el aprendizaje, “Los estudiantes que usan computadoras moderadamente en la escuela tienden a tener mejores resultados de aprendizaje que los estudiantes que usan computadoras raramente.” (Schleicher, 2015) y, además, no se daba la oportunidad de que entre los estudiantes y el docente hubiera una buena y fluida comunicación.

En consecuencia, se sugiere que en las instituciones se incorpore a través de las TIC esta nueva metodología de aprendizaje creativo, con el que se busca fortalecer el conocimiento y el trabajo en equipo.

4. LA GAMIFICACIÓN EN EL AULA DE MATEMATICAS

4.1 Gamificación como estrategia de enseñanza en educación matemática.

Este concepto de origen anglosajón, gamification, comenzó a utilizarse en los negocios para referirse a la aplicación de elementos del juego con el fin de atraer, animar y persuadir a los usuarios para realizar cierta acción. Aunque la idea de usar el pensamiento y los mecanismos de juego para persuadir a la audiencia no es del todo nueva, esta tendencia se potenció con el uso de medios digitales. Zichermann & Cunningham (2011) citado en Monterrey (2016).

Kiang (2014) afirma. Los diseñadores de juegos se han especializado en cómo hacer la experiencia del ambiente de juego tan memorable y adictiva que incluso cuando los usuarios han dejado de jugar, siguen pensando en estrategias de solución para los retos que se presentan. Y ciertamente en eso radica la Gamificación: aplicar los componentes de juego en contextos no lúdicos, para lograr el objetivo propuesto, utilizando la motivación y la concentración como medio para alcanzar nuevos conocimientos y habilidades.

A su vez González (2019) La Gamificación se puede desarrollar en diferentes ambientes como lo son: presenciales y/o virtuales. Puede

utilizarse en plena clase dentro del aula y también fuera del ella con actividades gamificadas de refuerzo y es una estrategia atractiva para combinarla con otras metodologías innovadoras como la de la clase invertida o flipped classroom. Podemos también realizar actividades gamificadas con o sin soporte tecnológico.

En consecuencia González (2019) hace la siguiente clasificación de Gamificación:

- Gamificación análoga: es aquella en donde se aplican las técnicas, elementos y estrategias propias del juego a actividades desarrolladas en entornos sin soporte tecnológico. Por ejemplo, se puede realizar una actividad gamificada utilizando tarjetas o cartas, juegos de mesa, etc. o realización de una actividad tipo escape room donde el alumnado debe ir resolviendo acertijos para ir abriendo puertas, cajas, etc.
- Gamificación digital: es aquella en donde se aplican las técnicas, elementos y estrategias propias del juego a actividades desarrolladas en entornos virtuales o con algún soporte tecnológico. Por ejemplo, una actividad muy extendida es el uso de herramientas tipo Kahoot con móviles o tabletas para motivar al estudiante con preguntas y respuestas que otorgan puntuaciones y clasificaciones según sean las respuestas correctas y sean respondidas en el menor tiempo posible.

4.1.1 Diferencia entre Gamificación, juegos serios, y aprendizaje basado en juegos.

Dado que la Gamificación es un término relativamente nuevo, este se ha empleado erróneamente, con algunos otros conceptos relacionados con el juego para crear ambientes propicios para el aprendizaje. Esta confusión cobra sentido porque lo que se ha denominado Aprendizaje Basados en Juegos (Game-based Learning) y Juegos Serios (Serious Games) hacen uso del juego con el propósito de motivar el aprendizaje. Pese a que estos conceptos se relacionan, no son equivalentes.

- Gamificación.

Una versión más general sobre Gamificación es la de los autores Zichermann & Cunningham (2011) que mencionan: “La Gamificación se describe como el proceso de pensamiento de juego y sus mecanismos para

atraer a los usuarios y hacerlos resolver problemas” (pág.6)

Sin embargo, como se busca relacionar la Gamificación en el ámbito educativo, la definición que se considera más adecuada es la de Kapp, (2012) quien menciona “La Gamificación se refiere al uso de elementos del juego para involucrar a los estudiantes, motivarlos a la acción y promover el aprendizaje y la resolución de problemas.” (pág. 6)

En relación con lo que indica el autor la Gamificación es un método ordenado que mezcla varios elementos para favorecer el aprendizaje y la resolución de problemas, dichos elementos se usan para obtener una reacción apasionada y lograr que los alumnos se involucren en un desafío propuesto; Esto hace captar la atención de los estudiantes y así lograr que se fascinen con el proceso que se ha establecido para convertir la participación en acción. En otras palabras, Gamificación usa los principios y elementos de los juegos para incentivar el aprendizaje.

- Juegos serios.

Según Borges (2017) “Los juegos serios tienen un componente de asociación y colaboración muy grande, exigen aprender y practicar destrezas variadas, requieren una dedicación importante de tiempo, están articulados en niveles de creciente dificultad, implican actividades de comunicación y organización paralelas al desarrollo del juego, y en muchos casos conllevan el aprendizaje y práctica de contenidos, procesos y actitudes que se aplicarán en la vida diaria. (pág.3)

Con lo que menciona el autor los juegos de serios son juegos inmersos basados en computadora con fines educativos e informativos; tiene como objetivo crear conciencia y desarrollar un conocimiento o habilidad específica, por esta razón es difícil incorporar un juego serio a una situación de aprendizaje diferente para la que fue creado.

- Aprendizaje basado en Juegos.

Es el uso de juegos como medios de instrucción. Este usualmente se presenta como el aprendizaje a través de juegos en un contexto educativo diseñado por los profesores.

Según EdTechReview (2013) generalmente son juegos que ya existen,

cuyas mecánicas ya están establecidas y son adaptadas para que exista un balance entre la materia de estudio, el juego y la habilidad del jugador para retener y aplicar lo aprendido en el mundo real.

Se puede ver que es muy común que la incorporación de este enfoque aproveche el desarrollo tecnológico por lo cual utiliza juegos o videojuegos como medio para el aprendizaje.

4.1.2 Bases de una estrategia de Gamificación.

- Elementos del juego.

Se presentan algunos elementos con el propósito de que los profesores puedan ver las posibilidades que tienen para gamificar su clase. No es necesario considerar todos los elementos que se describen a continuación, sino tomar aquellos que por sus características puedan ser más valiosos para la experiencia de aprendizaje que se busca lograr.

Los elementos del juego según Monterrey, (2016) son:

- Metas y objetivos: Retos, misiones, desafíos épicos.
- Reglas: Restricciones del juego, asignación de turnos, como ganar o perder puntos, permanecer con vida, completar una misión o lograr un objetivo.
- Narrativa: Identidades, personajes o avatares; mundos, escenarios narrativos o ambiente tridimensionales.
- Libertad de elegir: Diferentes rutas o casillas para llegar a la meta, opciones de usar poderes o recursos.
- Libertad para equivocarse: Vidas múltiples, puntos de restauración o reinicio, número ilimitado de posibilidades.
- Recompensas: Monedas o recursos virtuales, vidas, equipo, ítems de acceso, poderes limitados.
- Retroalimentación: Pistas visuales, señalizaciones de respuestas o conductas correcta o incorrectas, barras de progreso, advertencias

sobre riesgos que se tienen al realizar cierta acción, estadísticas del desempeño del jugador.

- Estatus visible: Insignias, puntos, logros, resultados obtenidos, tablero de posiciones.
- Cooperación y competencia: Equipos, gremios, ayuda de otros participantes, áreas de interacción social, canales de comunicación, trueques, batallas, combates, tablero de posiciones.
- Restricción de tiempo: Cuenta regresiva; poder obtener un beneficio solo en un tiempo determinado.
- Progreso: Tutoriales para el desarrollo de habilidades iniciales, puntos de experiencia, niveles, barras de progresos y acceso a contenidos bloqueados.
- Sorpresa: Recompensas aleatorias, huevos de pascuas (características ocultas), eventos especiales. (pág. 8, 9)

Tipos de jugadores.

Al implementar Gamificación en el aula, no todos los estudiantes tendrán como principal motivación ganar la actividad, también hay que conocer los diferentes intereses y motivaciones de los alumnos.

Monterrey (2016) Propone y describen 6 tipos de jugadores que pueden encontrarse en las actividades gamificadas:

- Exploradores: Les entretiene ver todas las posibilidades que plantea el juego, experimentar cosas nuevas, ver lo que ocurre en sus diferentes intentos. Además, pueden sentirse más fácilmente identificados con la fantasía, con una historia o un personaje.
- Socializadores: Participan en juegos en beneficio de una interacción social, estos jugadores disfrutan empatizar con otros, al mantener conversaciones atractivas y trabajar de forma colaborativa.
- Pensadores: Buscan la manera de resolver problemas. Ante una incógnita o acertijo, están inquietos hasta encontrar la respuesta.

Suelen ser más creativos, pues intentan diferentes estrategias para encontrar una solución.

- **Filántropos:** Están motivados por el propósito y el significado. Son altruistas, les gusta proveer a los demás de lo que necesitan para avanzar y enriquecer la vida de otros de alguna forma sin esperar una recompensa.
- **Triunfadores:** Son una parte integral de cualquier juego competitivo, pues tienen siempre el deseo de ganar y superar todos los retos. Les interesa conseguir todos los puntos posibles, completar todas las misiones.
- **Revolucionarios:** Están motivados por el cambio y por vencer el sistema. Conforman la población más pequeña de todos los tipos de jugadores. Quieren saber cuáles son las cosas más extrañas que puedan hacer en el juego. Ganar no es suficiente para ellos, además alguien debe perder. (pág. 10)

Trayecto del jugador.

Los alumnos se involucran en la actividad pasando una serie de etapas que los van motivando y hacen que vayan aumentando sus experiencias y con estas alcanzando el conocimiento deseado, cada una de las etapas por las cual pasa el alumno debe ser guiado por el profesor.

Según, Yu-kai (2014) hay cuatro etapas que vive el estudiante guiado por el profesor:

- **Descubrimiento:** Introducir al juego, presentando las reglas, los componentes, las mecánicas a seguir y la narrativa del juego.
- **Entretenimiento:** Enfrentar al alumno a una situación o problemática sencilla a resolver, con el objetivo de engancharlo al obtener sus primeros logros y comprender como funciona el juego.
- **Andamiaje:** Dirigir el proceso que experimenta el alumno en la actividad mediante estructuras como guías y retroalimentación.

- Hacia el dominio del juego: crear las condiciones para que el alumno avance en el juego mediante la adquisición de nuevas habilidades y conocimientos ya que siguen un proceso gradual que se armoniza con el diseño instruccional del curso. (pág. 11).

Rol del profesor.

El rol del profesor no consiste tan solo en hacer una actividad más divertida, también consiste en incorporar actividades retadoras, que guíen al alumno hacia el desarrollo de las competencias esperadas en el nivel indicado.

Según Monterrey (2016) el profesor debe establecer primeramente un objetivo por el cual desea implementar esta. Ya sea para mejorar la participación en un grupo de bajo desempeño, incrementar las habilidades de colaboración, motivar a que los estudiantes entreguen su tarea a tiempo, entre otros. Tener un objetivo claro al gamificar hace más fácil diseñar el curso y posteriormente evaluar si este se cumplió. (p. 12).

4.2 Tecnologías del Aprendizaje y del Conocimiento TAC y Tecnologías de Empoderamiento y Participación TEP.

La inclusión de la tecnología en el aula debe ser vista más allá de asegurar el dominio de una serie de herramientas informáticas. La función primaria de las TIC es la de brindar herramientas para que el usuario se pueda comunicar eficientemente, permitiéndole acceder a la información y al conocimiento e interactuar fácilmente. Hacen referencia a las tecnologías que facilitan los procesos de adquisición, transmisión e intercambio de información

Las TAC buscan establecer una relación entre la tecnología y el conocimiento adquirido a través de la tecnología. En otras palabras “las nuevas posibilidades que las tecnologías abren a la educación, cuando éstas dejan de usarse como un elemento meramente instrumental cuyo objeto es hacer más eficiente el modelo educativo actual (Rodríguez, 2018)”. Estas llevan el aprendizaje y las herramientas necesarias para la asimilación de nueva información a un nivel donde el cambio, participación y la interacción social se hacen evidentes.

Por otra parte, las TEP hacen referencia al espacio en el que se puede

trabajar sin límites y sin tener contacto con otras personas, y que en el que existe una mayor interacción con el computador; donde los usuarios pueden colaborar como creadores de contenidos generado por consumidores en una comunidad virtual denominado un entorno prosumers. Creado por Dolors Reig, las TEP no solo sólo comunican, también crean tendencias y transforman el entorno y, a nivel personal, ayudan a la autodeterminación y a la consecución real de los valores personales en acciones con un objetivo de incidencia social y autorrealización personal.

Las TIC, TAC y TEP se relacionan directamente debido a que se pueden asociar como tecnologías interdependientes e independientes al propiciar tanto conocimiento como aprendizaje, sin importar que cada una de ellas aporte conceptos diferentes. Pero también presentan diferencias como que las TIC sirven para usos didácticos que se tienen en el aprendizaje y la docencia, en un entorno académico, mientras que las TAC van más allá de aprender a usar la tecnología y explorar herramientas tecnológicas al servicio del aprendizaje y la adquisición de conocimiento, denominado como informática pedagógica. (Prioretti, s.f.).



Imagen: escjem.org

Ilustración 1: Tecnología para el desarrollo del conocimiento. Fuente: escjem.org

La adopción de estas tendencias tecnológicas dentro del contexto social y del conocimiento sin duda han permitido una evolución en el entorno académico, salto evidenciado en la ampliación de la zona de desarrollo

próximo individual y colectivo, entendido como el aprendizaje de nuevas competencias y el desarrollo cognitivo de cualquier persona a partir de la interacción con los otros. En otras palabras: las interacciones sociales son una importante fuente de estimulación para el intelecto y un reto constante en la adquisición y aplicación de conocimiento.

5. CONCLUSIONES

La enseñanza de las matemáticas siempre supondrá un reto para los docentes, y su aprendizaje un desafío para los estudiantes. Diversos autores coinciden en que la mayor dificultad radica en la transmisión de conceptos, definiciones y operaciones descontextualizados, que resultan poco significativos o irrelevantes, dado que no entienden su aplicación y por ende su utilidad.

Incorporar herramientas de mediación tecnológica con estrategias didácticas, además del evidente impacto positivo en el aprendizaje, también ayuda mucho a la convivencia entre estudiantes, ya que junto con la enseñanza y los intereses particulares del alumno, sus capacidades y experiencias, se desarrollan habilidades sociales y de comunicación teniendo en cuenta que ellos interactúan entre sí, comunicándose y trabajando en equipo dentro del aula y fuera de ella, fortaleciendo las actividades en grupos. Las TIC son esas herramientas y recursos que al aplicarse en el aula fortalecen las capacidades de los estudiantes y su relación en el aula, generando en ellos variedades de nuevas experiencias.

La gamificación como una estrategia de enseñanza creativa para el mejoramiento del aprendizaje, indudablemente genera interés y una dinámica distinta de interacción entre los estudiantes participantes, evidenciado en la participación de los mismos, quienes disfrutan y aprenden con la ejecución de cada una de las actividades.

Se logra evidenciar también un mayor compromiso con su propio aprendizaje; ya que el estudiante al interactuar con la tecnología y aplicando herramientas educativas, hace que su desempeño académico sea mejor y por lo tanto se motive a estudiar con más dedicación.

Con la aplicación de estas estrategias, los estudiantes logran mejores resultados en el desarrollo de las prácticas y actividades implementadas; el estudiante participa de manera individual logrando acumular puntos

y esforzándose por alcanzar un nivel superior, con el objetivo de una premiación o reconocimiento al final de las actividades. En definitiva, esta estrategia hace que cada estudiante se motive a estudiar y a reforzar los temas, con el fin de llegar ser el mejor estudiante del curso. Una sana competición conlleva a esfuerzos por alcanzar reconocimientos u ocupar lugares destacados en un ranking. Hace que el aprendizaje sea divertido e interactivo, convierte el aprendizaje en una experiencia informativa y emocionante, aunado a la sensación de bienestar que puede provocar, y el impacto que ésta tiene sobre la retención de los conocimientos.

Utilizar adecuadamente las TIC y las TAC para motivar a los estudiantes, potenciar su creatividad e incrementar las habilidades multitarea, así como para aprovechar las sinergias entre educadores y educandos, conformaremos un aprendizaje aumentado. En este aprendizaje aumentado, los estudiantes, de forma proactiva, autónoma, guiados por su curiosidad hacia un aprendizaje permanente, aprenden a sacar partido a la extraordinaria potencia de Internet como fuente de información, recursos, metodologías didácticas y estímulo permanente.

Referencias

- Basantes, A., Naranjo, M., Gallegos, M., & Benítez, N. (2016). *Los Dispositivos Móviles en el Proceso de Aprendizaje de la Facultad de Educación Ciencia y Tecnología de la Universidad Técnica del Norte de Ecuador*. *Formacion Universitaria* Vol. 10 N° 2-2017. Obtenido de <https://scielo.conicyt.cl/pdf/formuniv/v10n2/art09.pdf>
- Bishop, A. (2010). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva*. España: Paidós. Obtenido de <https://mmsrcapital.files.wordpress.com/2015/03/1991-enculturacic3b3n-matemc3altica-alan-j-bishop1.pdf>
- González, C. (2019). *Gamificación en el aula: ludificando espacios de enseñanza-aprendizaje presenciales y espacios virtuales*. Universidad de La Laguna. Obtenido de <https://www.researchgate.net/publication/334519680>
- Kiang, D. (2014). *Uso de principios de juego para involucrar a los estudiantes*. Edutopia. Obtenido de <https://www.edutopia.org/blog/using-gaming-principles-engage-students-douglas-kiang>
- Ministerio de educación nacional. (2002). *Estandares para la excelencia en educación*. Bogotá: MEN.
- Ministerio de educación nacional. (2008). *Guías No. 30 Orientaciones generales para la educación en tecnología "Ser competente en tecnología": ¡Una necesidad para el desarrollo!* Bogotá, Colombia: MEN.
- Monterrey, O. d. (2016). *EduTrends "Gamificación"*. Monterrey. Obtenido de <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/edutrends-gamificacion.pdf>
- Morin, E. (1999). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*. Paris, Francia: Santillana.
- Prioretti, J. L. (s.f.). *TIC, TAC, TEP. Tecnologías para aprender y para toda la vida*. Obtenido de <https://inclusioncalidadeducativa.wordpress.com/2016/01/07/tic-tac-tep-tecnologias-para-aprender-y-para-la-vida/>
- Rodriguez, E. (diciembre de 2018). *Compartir Palabra Maestra*. Obtenido de <https://www.compartirpalabramaestra.org/actualidad/blog/tic-tac-y-tep-que-son-diferencias-y-similitudes>

UNESCO. (2004). *Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente*. Guía de planificación. Paris, Francia. Obtenido de <http://bit.ly/refunesco>

Yu-kai, C. (2014). *Gamification Design*. Obtenido de <https://yukaichou.com/gamification-book/>